

Дано

$$E2 = 8 \text{ В} \quad E3 = 15 \text{ В} \quad E5 = 12 \text{ В} \quad E6 = 20 \text{ В} \quad J = 6 \text{ А}$$

$$R1 = 4 \text{ Ом} \quad R2 = 4 \text{ Ом} \quad R3 = 3 \text{ Ом} \quad R4 = 5 \text{ Ом} \quad R5 = 3 \text{ Ом} \quad R6 = 2 \text{ Ом}$$

Решение

1. Составим уравнения по законам Кирхгофа (не решая их.)

$$J = -I1 + I6 - I5$$

$$J = I3 + I6 - I4$$

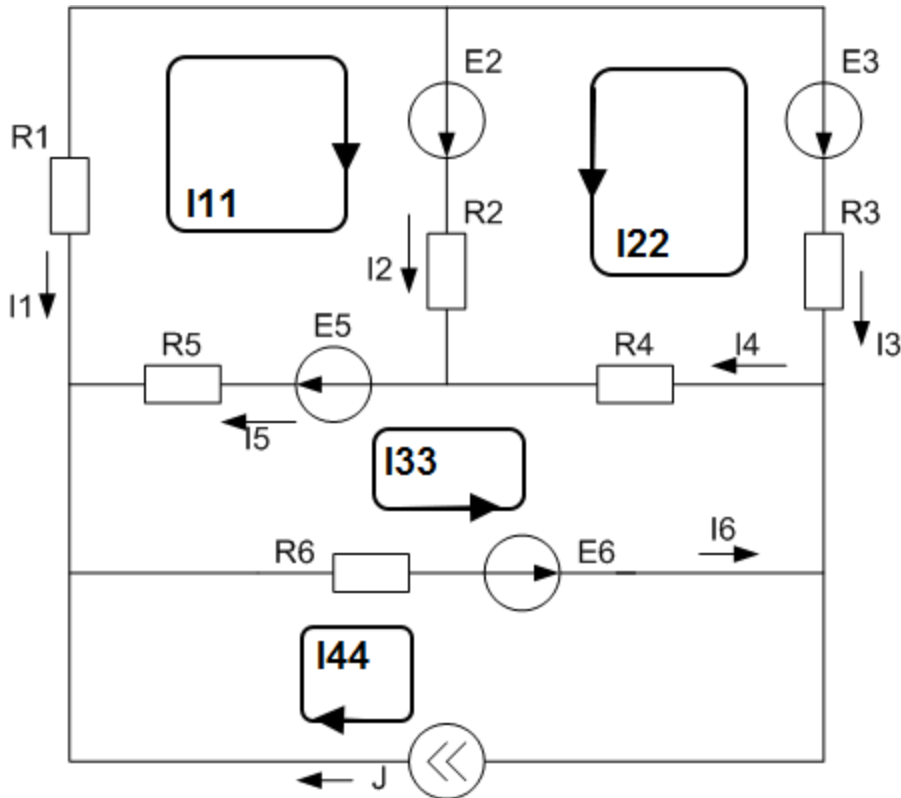
$$0 = I2 + I4 - I5$$

$$E2 + E5 = I2 \cdot R2 + I5 \cdot R5 + I1 \cdot R1$$

$$E3 - E2 = I4 \cdot R4 + I3 \cdot R3 - I2 \cdot R2$$

$$E6 + E5 = I6 \cdot R6 + I5 \cdot R5 + I4 \cdot R4$$

2. Найдем токи ветвей методом контурных токов



Составим систему уравнений

$$E2 + E5 = I11 \cdot (R1 + R2 + R5) + I22 \cdot R2 + I33 \cdot R5$$

$$E2 - E3 = I11 \cdot R2 + I22 \cdot (R2 + R3 + R4) + I33 \cdot -R4$$

$$E6 + E5 = I11 \cdot R5 + I22 \cdot -R4 + I33 \cdot (R4 + R5 + R6) + I44 \cdot R6$$

Преобразуем с учетом что  $I44 = J = 6$

$$E2 + E5 = I11 \cdot (R1 + R2 + R5) + I22 \cdot R2 + I33 \cdot R5$$

$$E2 - E3 = I11 \cdot R2 + I22 \cdot (R2 + R3 + R4) + I33 \cdot -R4$$

$$E6 + E5 - I44 \cdot R6 = I11 \cdot R5 + I22 \cdot -R4 + I33 \cdot (R4 + R5 + R6)$$

Решим систему уравнений матричным методом - методом Гаусса. Составим матрицы

$$A = \begin{pmatrix} R1 + R2 + R5 & R2 & R5 \\ R2 & R2 + R3 + R4 & -R4 \\ R5 & -R4 & R4 + R5 + R6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 4 & 3 \\ 4 & 12 & -5 \\ 3 & -5 & 10 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} E2 + E5 \\ E2 - E3 \\ E6 + E5 - I44 \cdot R6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ -7 \\ 20 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} I11 \\ I22 \\ I33 \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 1.773 \\ -0.711 \\ 1.113 \end{pmatrix}$$

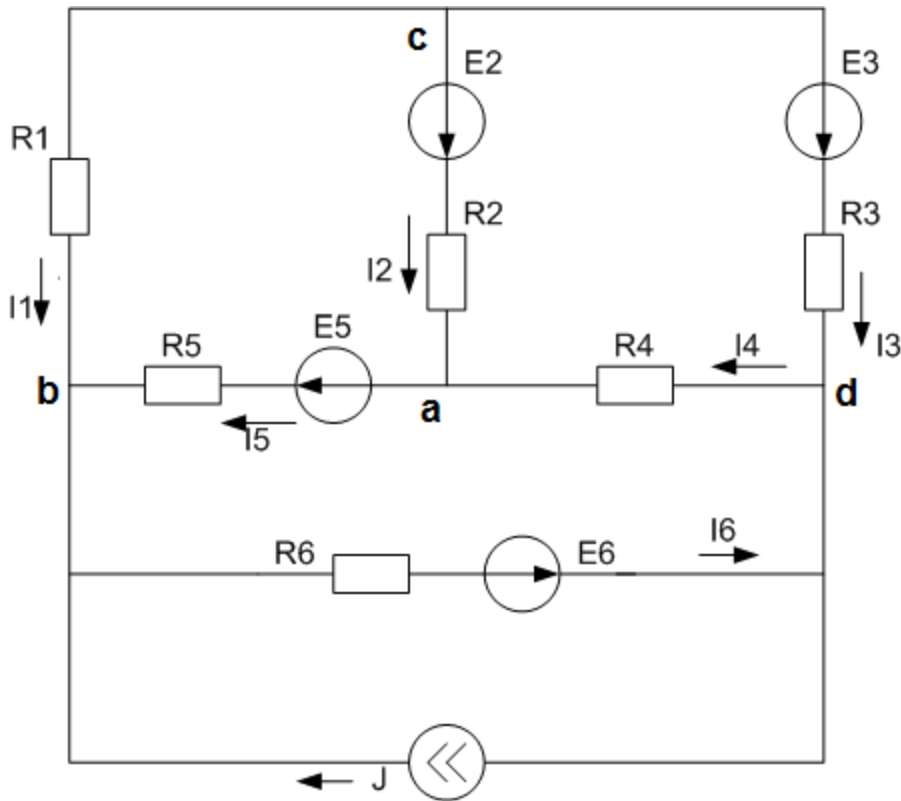
Определим контурные токи

$$I11 = 1.773 \text{ A} \quad I22 = -0.711 \text{ A} \quad I33 = 1.113 \text{ A} \quad I44 = 6 \text{ A}$$

Определим токи в цепи

$$I_1 = -I_{11} = -1.773 \text{ A} \quad I_2 = I_{22} + I_{11} = 1.062 \text{ A} \quad I_3 = -I_{22} = 0.711 \text{ A} \\ I_4 = I_{33} - I_{22} = 1.823 \text{ A} \quad I_5 = I_{11} + I_{33} = 2.886 \text{ A} \quad I_6 = I_{33} + I_{44} = 7.113 \text{ A}$$

3. Найдем все токи методом межузловых напряжений



Обнулим потенциал узла а  $\varphi_a = 0 \text{ В}$

Определим проводимость узлов

$$G_b = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_5} = 1.083 \text{ См} \quad G_c = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = 0.833 \text{ См}$$

$$G_d = \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} = 1.033 \text{ См}$$

Определим взаимную проводимость узлов

$$G_{bc} = \frac{-1}{R_1} = -0.25 \text{ См} \quad G_{bd} = \frac{-1}{R_6} = -0.5 \text{ См} \quad G_{cd} = \frac{-1}{R_3} = -0.333 \text{ См}$$

Определим токи узлов

$$I_b = \frac{E_5}{R_5} - \frac{E_6}{R_6} + J = 0 \text{ A} \quad I_c = -\left(\frac{E_3}{R_3} + \frac{E_2}{R_2}\right) = -7 \text{ A} \quad I_d = \frac{E_6}{R_6} + \frac{E_3}{R_3} - J = 9 \text{ A}$$

Составим систему уравнений

$$I_b = \varphi_b \cdot G_b + \varphi_c \cdot G_{bc} + \varphi_d \cdot G_{bd}$$

$$I_c = \varphi_b \cdot G_{bc} + \varphi_c \cdot G_c + \varphi_d \cdot G_{cd}$$

$$I_d = \varphi_b \cdot G_{bd} + \varphi_c \cdot G_{cd} + \varphi_d \cdot G_d$$

Решим систему уравнений матричным методом - методом Гаусса. Составим матрицы

$$A = \begin{pmatrix} G_b & G_{bc} & G_{bd} \\ G_{bc} & G_c & G_{cd} \\ G_{bd} & G_{cd} & G_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.083 & -0.25 & -0.5 \\ -0.25 & 0.833 & -0.333 \\ -0.5 & -0.333 & 1.033 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} I_b \\ I_c \\ I_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \\ 9 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \varphi_b \\ \varphi_c \\ \varphi_d \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 3.342 \\ -3.75 \\ 9.117 \end{pmatrix}$$

Определим потенциалы узлов

$$\varphi_b = 3.342 \quad B \quad \varphi_c = -3.75 \quad B \quad \varphi_d = 9.117 \quad B$$

Определим токи

$$I_1 = \frac{\varphi_c - \varphi_b}{R_1} = -1.773 \quad A \quad I_2 = \frac{E_2 + \varphi_c - \varphi_a}{R_2} = 1.062 \quad A$$

$$I_3 = \frac{E_3 + \varphi_c - \varphi_d}{R_3} = 0.711 \quad A \quad I_4 = \frac{\varphi_d - \varphi_a}{R_4} = 1.823 \quad A$$

$$I_5 = \frac{E_5 + \varphi_a - \varphi_b}{R_5} = 2.886 \quad A \quad I_6 = \frac{E_6 + \varphi_b - \varphi_d}{R_6} = 7.113 \quad A$$

4. Составим баланс мощностей для исходной схемы

Определим напряжение на источнике тока

$$U_J = I_6 \cdot R_6 - E_6 = -5.775 \quad B$$

Мощность источников

$$P = E_5 \cdot I_5 + E_2 \cdot I_2 + E_3 \cdot I_3 + U_J \cdot J + E_6 \cdot I_6 = 161.396 \quad Вт$$

Мощность потребителей

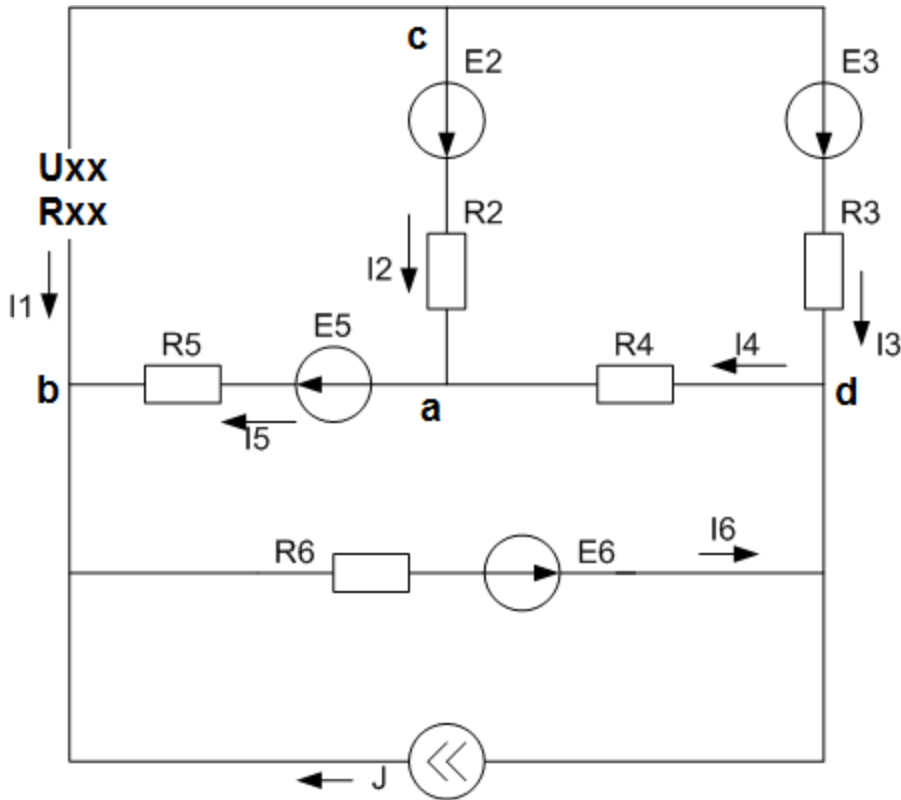
$$P = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6 = 161.396 \quad Вт$$

5. Результаты расчетов токов сведем в таблицу

	I1	I2	I3	I4	I5	I6
МКТ	-1.773	1.062	0.711	1.823	2.886	7.113
МУП	-1.773	1.062	0.711	1.823	2.886	7.113

6. Найдем ток  $I_1$  теоремой об активном двухполюснике

Исключим из схемы сопротивление



Обнулим потенциал узла а  $\varphi_a = 0$  В

Определим проводимость узлов

$$G_b = \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_5} = 0.833 \text{ См} \quad G_c = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_2} = 0.583 \text{ См}$$

$$G_d = \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} = 1.033 \text{ См}$$

Определим взаимную проводимость узлов

$$G_{bc} = 0 \text{ См} \quad G_{bd} = \frac{-1}{R_6} = -0.5 \text{ См} \quad G_{cd} = \frac{-1}{R_3} = -0.333 \text{ См}$$

Определим токи узлов

$$I_b = \frac{E_5}{R_5} - \frac{E_6}{R_6} + J = 0 \text{ А} \quad I_c = -\left(\frac{E_3}{R_3} + \frac{E_2}{R_2}\right) = -7 \text{ А} \quad I_d = \frac{E_6}{R_6} + \frac{E_3}{R_3} - J = 9 \text{ А}$$

Составим систему уравнений

$$I_b = \varphi_b \cdot G_b + \varphi_c \cdot G_{bc} + \varphi_d \cdot G_{bd}$$

$$I_c = \varphi_b \cdot G_{bc} + \varphi_c \cdot G_c + \varphi_d \cdot G_{cd}$$

$$I_d = \varphi_b \cdot G_{bd} + \varphi_c \cdot G_{cd} + \varphi_d \cdot G_d$$

Решим систему уравнений матричным методом - методом Гаусса. Составим матрицы

$$A = \begin{pmatrix} G_b & G_{bc} & G_{bd} \\ G_{bc} & G_c & G_{cd} \\ G_{bd} & G_{cd} & G_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.833 & 0 & -0.5 \\ 0 & 0.583 & -0.333 \\ -0.5 & -0.333 & 1.033 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} I_b \\ I_c \\ I_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -7 \\ 9 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \varphi_b \\ \varphi_c \\ \varphi_d \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot B = \begin{pmatrix} 5.526 \\ -6.737 \\ 9.211 \end{pmatrix}$$

Определим потенциалы узлов

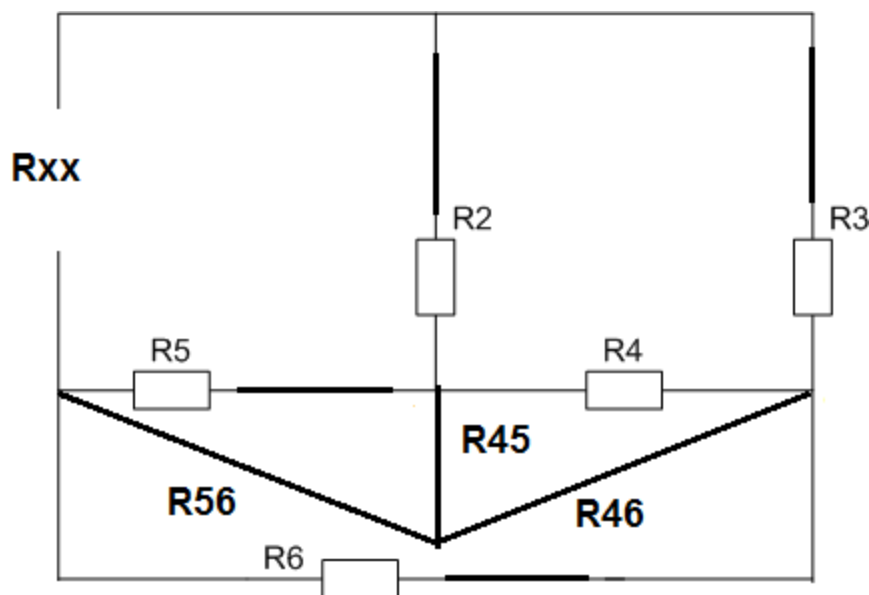
$$\varphi_b = 5.526 \text{ В} \quad \varphi_c = -6.737 \text{ В} \quad \varphi_d = 9.211 \text{ В}$$

Определим напряжение холостого хода

$$U_{xx} = \varphi_c - \varphi_b = -12.263 \text{ В}$$

Определим сопротивление холостого хода

Исключим из цепи все источники тока и ЭДС заменим их на внутренние сопротивления



Преобразуем треугольник сопротивлений в звезду

$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = 1.5 \text{ Ом} \quad R_{56} = \frac{R_6 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = 0.6 \text{ Ом}$$

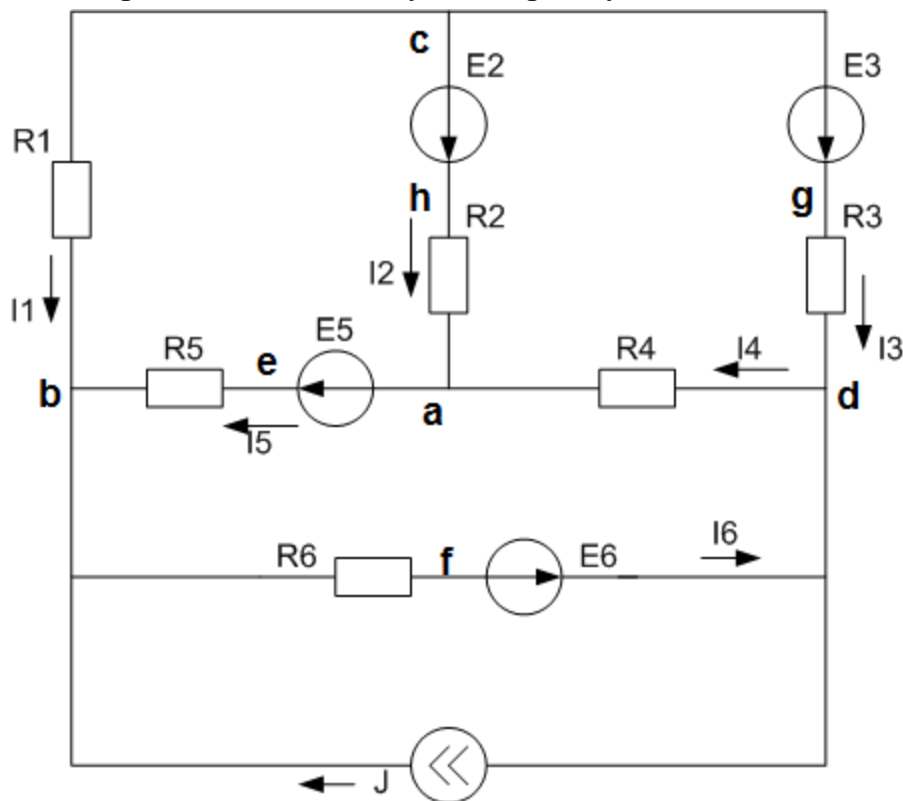
$$R_{46} = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = 1 \text{ Ом}$$

$$R_{xx} = R_{56} + \frac{(R_{46} + R_3) \cdot (R_2 + R_{45})}{R_{46} + R_3 + R_2 + R_{45}} = 2.916 \text{ Ом}$$

Определим ток

$$I_1 = \frac{U_{xx}}{R_{xx} + R_1} = -1.773 \text{ A}$$

7. Построим потенциальную диаграмму



$$\varphi_a = 0 \text{ B}$$

$$\varphi_e = \varphi_a + E_5 = 12 \text{ B}$$

$$\varphi_b = \varphi_e - I_5 \cdot R_5 = 3.342 \text{ B}$$

$$\varphi_f = \varphi_b - I_6 \cdot R_6 = -10.883 \text{ B}$$

$$\varphi_d = \varphi_f + E_6 = 9.117 \text{ B}$$

$$\varphi_g = \varphi_d + I_3 \cdot R_3 = 11.25 \text{ B}$$

$$\varphi_c = \varphi_g - E_3 = -3.75 \text{ B}$$

$$\varphi_h = \varphi_c + E_2 = 4.25 \text{ B}$$

$$\varphi_a = \varphi_h - I_2 \cdot R_2 = 0 \text{ B}$$

