

Министерство образования и науки Российской Федерации
Сибирский федеральный университет

**ЭЛЕКТРОНИКА В ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИХ
КОМПЛЕКСАХ И СИСТЕМАХ
(В задачах)**

В трех частях

ЧАСТЬ 3

Учебно-методическое пособие

Электронное издание

Красноярск
СФУ
2012

УДК 621.38 (07)
ББК 31.264.53я73
Э455

Рецензент: С.И. Мурашкин, доцент кафедры ЭТКиС

Составители: Молодецкий Виктор Борисович, Архипцев Максим Геннадьевич, Федий Константин Сергеевич

Э455 Электроника в электротехнических комплексах и системах (в задачах).
Ч. 3: учеб.-метод. пособие [Электронный ресурс] / сост. В.Б. Молодецкий, М.Г. Архипцев, К.С. Федий. – Электрон.дан. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2012. – Систем.требования: РС не ниже класса Pentium I; 128 Mb RAM; Windows 98/XP/7; AdobeReader V8.0 и выше. – Загл. с экрана.

В учебно-методическом пособии в начале каждой главы даны краткие теоретические сведения и сводка необходимых формул. Наиболее подробно изложен тот материал, который меньше освещен в литературе. Характеристики некоторых приборов даны в приложениях. Изложенный в пособии теоретический материал сопровождается примерами расчетов, способствующих лучшему усвоению курса.

Предназначено для бакалавров укрупненной группы направления 140400 «Энергетика и электротехника».

УДК 621.38 (07)
ББК 31.264.53я73

© Сибирский
федеральный
университет, 2012

Учебное издание

Подготовлено к публикации редакционно-издательским
отделом БИК СФУ

Подписано в свет 01.10.2012 г. Заказ 9650.
Тиражируется на машиночитаемых носителях.

Редакционно-издательский отдел
Библиотечно-издательского комплекса
Сибирского федерального университета
660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 79
Тел/факс (391)206-21-49. E-mail rio@sfu-kras.ru
<http://rio.sfu-kras.ru>

Предисловие

Настоящее учебно-методическое пособие представляет собой сборник задач по курсу «Физические основы электротехники», читаемому в технических университетах и ВУЗах.

Предлагаемое учебно-методическое пособие предназначено для студентов изучающих электротехнику и основы электроники дневных, вечерних и заочных отделений. Для облегчения решения задач в начале каждой главы даны краткие теоретические сведения и сводка необходимых формул. Наиболее подробно изложен тот материал, который меньше освещен в литературе. Характеристики некоторых приборов даны в приложениях. Изложенный в пособии теоретический материал сопровождается примерами расчетов, способствующих лучшему усвоению курса.

В связи с вышеизложенным можно заключить, что данное учебно-методическое пособие «Электроника в электротехнических комплексах и системах в задачах. Часть 3», базирующегося на основах теории с преимущественным акцентом на наиболее важные прикладные разделы, окажется полезным большинству курсов электротехнической подготовки.

Общие сведения

С целью контроля усвоения учебного материала в соответствии с учебным планом, студентам предлагается выполнить расчетные задания.

Исходные данные к задачам сведены в таблицы. Они разбиты на столбцы, обозначенные символами А, В, С, и строки под номерами 0,1,2,...,9. Для выбора исходных данных необходимо определить номер строки, соответствующий номеру зачетной книжки, по следующему правилу:

Номером строки в столбце А является последняя цифра номера зачетной книжки, в столбце В – предпоследняя цифра, а в столбце С – младший разряд суммы последней и предпоследней цифр.

Например, номер Вашей зачетной книжки: 123456. номером строки в столбце А является 6, в столбце В – 5, в столбце С – 1 ($5+6=11$).

Номера строк в столбцах для всех задач одинаковы. Перед текстом решения первой задачи необходимо привести расчет номеров строк в столбцах по номеру Вашей зачетной книжки, а перед текстом решения каждой задачи четко выписать исходные данные.

Применение операционного усилителя (оу) для Выполнения математических операций

Операционный усилитель – это широкополосный усилитель (в том числе усилитель постоянного тока), имеющий большой коэффициент усиления по напряжению, большое входное и малое выходное сопротивления. Идеальный ОУ имеет бесконечный коэффициент усиления, бесконечное входное сопротивление и нулевое выходное. У ОУ два входа (инвертирующий и неинвертирующий) и один выход (рис. 1).

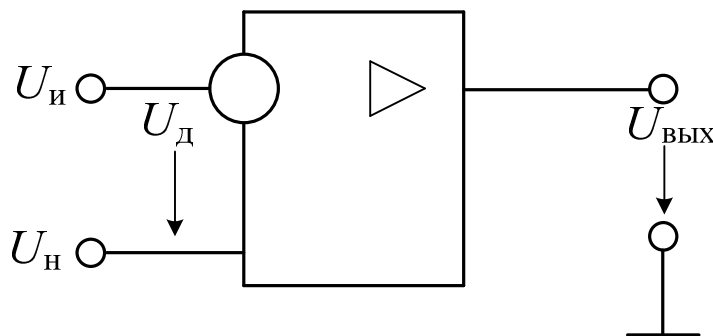


Рисунок 1 – Обозначение операционного усилителя и напряжений на его входах и выходе

Разница напряжений между инвертирующим и неинвертирующим входами называется дифференциальным напряжением $U_д$:

$$U_д = U_и - U_н. \quad (1)$$

При этом выходной сигнал

$$U_{\text{ВЫХ}} = -KU_д. \quad (2)$$

Здесь K — коэффициент усиления ОУ, а знак минус учитывает, что дифференциальный сигнал отсчитывается от инвертирующего входа.

Выходное напряжение $U_{\text{ВЫХ}}$ не может быть больше напряжения питания $U_п$. Если ОУ идеальный, а режим работы линейный то $K \rightarrow \infty$ и из (2) следует, что

$$U_д = -\frac{U_{\text{ВЫХ}}}{K} \rightarrow 0.$$

Следовательно в идеальном ОУ входы эквипотенциальны, то есть

$$U_и = U_н. \quad (3)$$

Входные сигналы обычно подаются на один из входов, а второй вход заземляется. При этом ОУ почти всегда охватывается цепью отрицательной обратной связи.

Суммирование при подаче сигналов на инвертирующий вход при заземленном неинвертирующем входе (инвертирующая схема)

Пусть на инвертирующий вход подано n сигналов через соответствующие резисторы R_1, \dots, R_n (рисунок 2). Сначала будем считать, что ОУ идеальный. Это значит, что $U_{\text{д}} = 0$. Так как входное сопротивление $R_{\text{вх}} = \infty$, то входной ток операционного усилителя

$$I_{\text{вх}} = \frac{U_{\text{д}}}{R_{\text{вх}}} = 0. \quad (4)$$

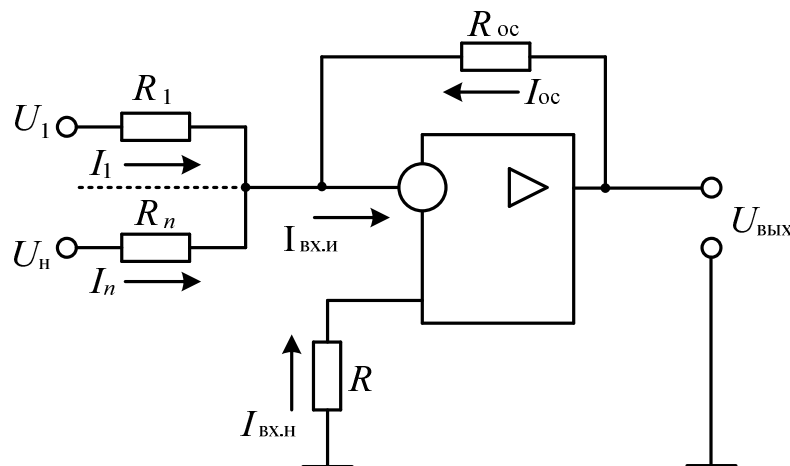


Рисунок 2 – Схема суммирования при подаче сигналов на инвертирующий вход

Следовательно, входные токи операционного усилителя по инвертирующему и неинвертирующему входам равны нулю. Отсюда получаем, что падение напряжения на сопротивлении R равно нулю и $U_{\text{н}} = 0$. Согласно (3) $U_{\text{н}} = 0$. Это позволяет рассчитать токи, протекающие в схеме (рисунок 2).

Для верхней части схемы 1-й закон Кирхгофа

$$\sum_{i=1}^n I_i + I_{\text{ос}} = I_{\text{вх.и}} = 0. \quad (5)$$

При этом

$$I_i = \frac{U_i}{R_i}, \quad (6)$$

$$I_{oc} = \frac{U_{вых}}{R_{oc}}. \quad (7)$$

Подставим (6) и (7) в (5). Получим

$$\sum_{i=1}^n \left(\frac{U_i}{R_i} \right) + \frac{U_{вых}}{R_{oc}} = 0, \quad (8)$$

откуда

$$U_{вых} = - \sum_{i=1}^n \frac{R_{oc}}{R_i} U_i. \quad (9)$$

Из (9) следует, что при подаче сигналов на инвертирующий вход входные сигналы суммируются с масштабными коэффициентами (R_{oc}/R_i).

Если операционный усилитель неидеальный, то есть $U_d \neq 0$, то нужно учесть, что

$$U_{и} - U_{н} = U_d = - \frac{U_{вых}}{K}. \quad (10)$$

Тогда вместо (6) имеем

$$I_i = \frac{U_i - U_{н}}{R_i} = \frac{U_i - \frac{U_{вых}}{K}}{R_i}, \quad (11)$$

а вместо (7)

$$I_{oc} = \frac{U_{вых} + \frac{U_{вых}}{K}}{R_{oc}}. \quad (12)$$

В силу малости входных токов реальных операционных усилителей (по сравнению с токами, текущими через резисторы R_1, \dots, R_n и по цепи ООС) по-прежнему можно считать $I_{вх..н} = I_{вх.и} = 0$. Тогда уравнение (5) сохраняется. Подставив в него (3.11) и (3.12), получим

$$U_{\text{ВЫХ}} = - \sum_{i=1}^n \left(\frac{R_{\text{ос}}}{R_i} U_i \right) \frac{1}{1 + \frac{1}{K} \left[1 + \sum_{i=1}^n \frac{R_{\text{ос}}}{R_i} \right]}. \quad (13)$$

Выражение (13), естественно, переходит в (9) при $K \rightarrow \infty$.

Суммирование при подаче сигналов на неинвертирующий вход при заземленном инвертирующем входе (неинвертирующая схема)

Пусть на неинвертирующий вход подано m сигналов через соответствующие резисторы R_1, \dots, R_m (рис. 3).

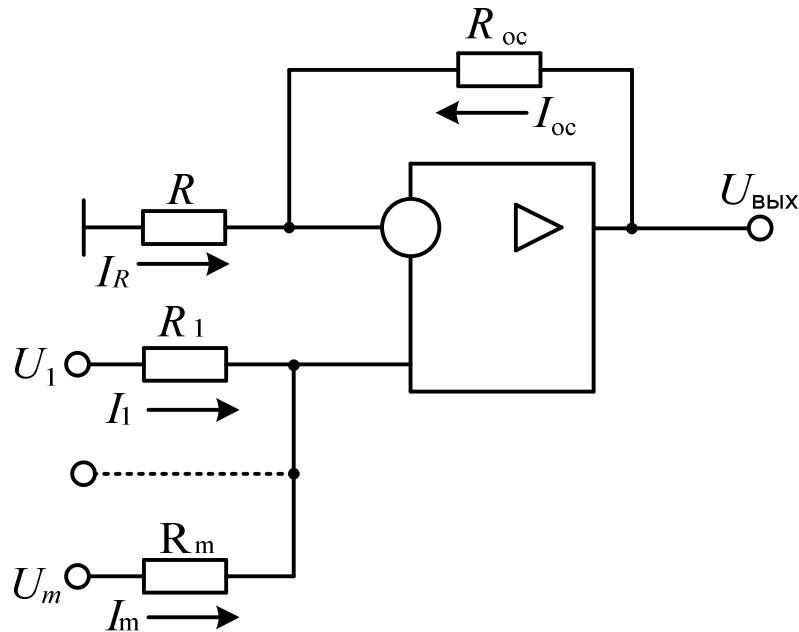


Рисунок 3 – Схема суммирования при подаче сигналов на неинвертирующий вход

Как и в предыдущем параграфе, сначала будем считать, что ОУ идеальный, то есть $U_{\text{н}} = U_{\text{н}}$. Для расчета $U_{\text{н}}$ учтем, что входной ток ОУ по неинвертирующему входу равен нулю, то есть

$$\sum_{j=1}^m I_j = 0, \quad (14)$$

$$\sum_{j=1}^m \frac{U_j - U_{\text{н}}}{R_j} = 0, \quad (15)$$

$$\sum_{j=1}^m \left(\frac{U_j}{R_j} \right) = U_{\text{н}} \sum_{j=1}^m \frac{1}{R_j}. \quad (15 \text{ а})$$

Из равенства $I_{\text{ос}} = -I_R$ следует, что

$$U_{\text{н}} = U_{\text{вых}} \frac{R}{R + R_{\text{ос}}}. \quad (16)$$

Подставив (16) в (15 а) с учетом равенства напряжений на входах усилителя, получим

$$U_{\text{вых}} = \left(1 + \frac{R_{\text{ос}}}{R} \right) \frac{\sum_{j=1}^m \left(\frac{U_j}{R_j} \right)}{\sum_{j=1}^m \frac{1}{R_j}}. \quad (17)$$

Для неидеального ОУ следует учесть разность потенциалов между входами (1), (2). Тогда вместо (16) в (15 а) нужно подставить

$$U_{\text{н}} = U_{\text{вых}} \frac{R}{R + R_{\text{ос}}} + \frac{U_{\text{вых}}}{K}. \quad (3.18)$$

Отсюда

$$U_{\text{вых}} = \left(1 + \frac{R_{\text{ос}}}{R} \right) \frac{\sum_{j=1}^m \left(\frac{U_j}{R_j} \right)}{\left(\sum_{j=1}^m \frac{1}{R_j} \right) \left[1 + \frac{1}{K} \left(1 + \frac{R_{\text{ос}}}{R} \right) \right]}. \quad (19)$$

Суммирование при подаче сигналов на оба входа ОУ

Пусть на инвертирующий вход ОУ подано n сигналов, а на неинвертирующий вход — m сигналов (рисунок 4). Тогда результат суммирования можно получить, воспользовавшись принципом суперпозиции и формулами (9) и (17) для идеального ОУ и формулами (13) и (19) для неидеального ОУ. Получим

$$U_{\text{ВЫХ}} = -\sum_{i=1}^n \frac{R_{\text{oc}}}{R_i} U_i + \left(1 + \sum_{i=1}^n \frac{R_{\text{oc}}}{R_i}\right) \frac{\sum_{j=1}^m \left(\frac{U_j}{R_j}\right)}{\left(\sum_{j=1}^m \frac{1}{R_j}\right)} \quad (20)$$

для идеального и

$$U_{\text{ВЫХ}} = -\sum_{i=1}^n \frac{R_{\text{oc}}}{R_i} U_i \frac{1}{\left[1 + \frac{1}{K} \left(1 + \sum_{i=1}^n \frac{R_{\text{oc}}}{R_i}\right)\right]} + \left(1 + \sum_{i=1}^n \frac{R_{\text{oc}}}{R_i}\right) \frac{\sum_{j=1}^m \left(\frac{U_j}{R_j}\right)}{\left(\sum_{j=1}^m \frac{1}{R_j}\right) \left[1 + \frac{1}{K} \left(1 + \sum_{i=1}^n \frac{R_{\text{oc}}}{R_i}\right)\right]} \quad (21)$$

для неидеального ОУ.

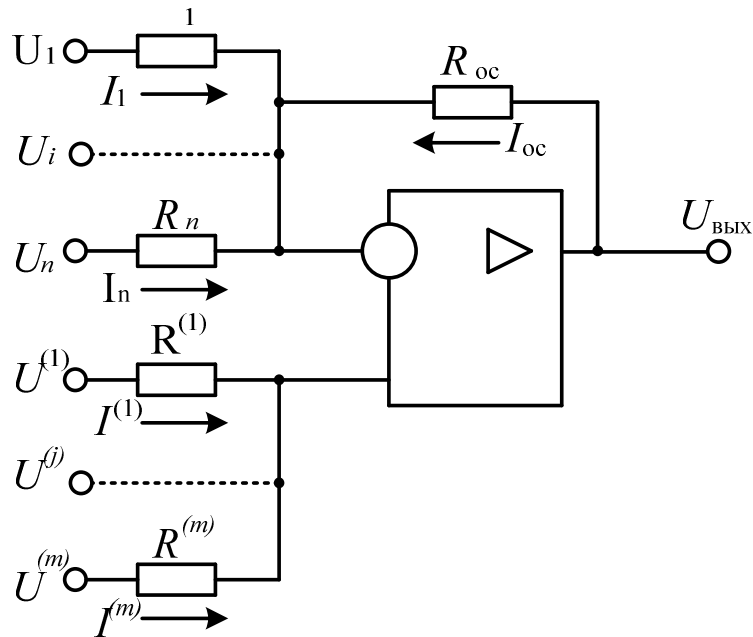


Рисунок 4 – Схема суммирования при подаче сигналов на оба входа операционного усилителя

В этих формулах в роли сопротивления R на рисунке 3 выступают параллельно соединенные резисторы R_1, \dots, R_n .

При решении конкретных задач вместо применения громоздких формул (20), (21) удобно последовательно вычислять U_n , $U_{\text{и}}$ и $U_{\text{ВЫХ}}$, используя первый и второй законы Кирхгофа.

Разберем это на конкретном примере (рисунок 5) для идеального ОУ.

Пусть на инвертирующий вход поданы сигналы $U_1 = 3$ В; $U_2 = -1$ В через резисторы $R_1 = 0,5$ кОм и $R_2 = 3$ кОм. На неинвертирующий вход поданы сигналы $U_3 = 4$ В и $U_4 = -2$ В через резисторы $R_3 = 1$ кОм и $R_4 = 2$ кОм. Определить $U_{\text{ВЫХ}}$, если $R_{\text{ос}} = 5$ кОм.

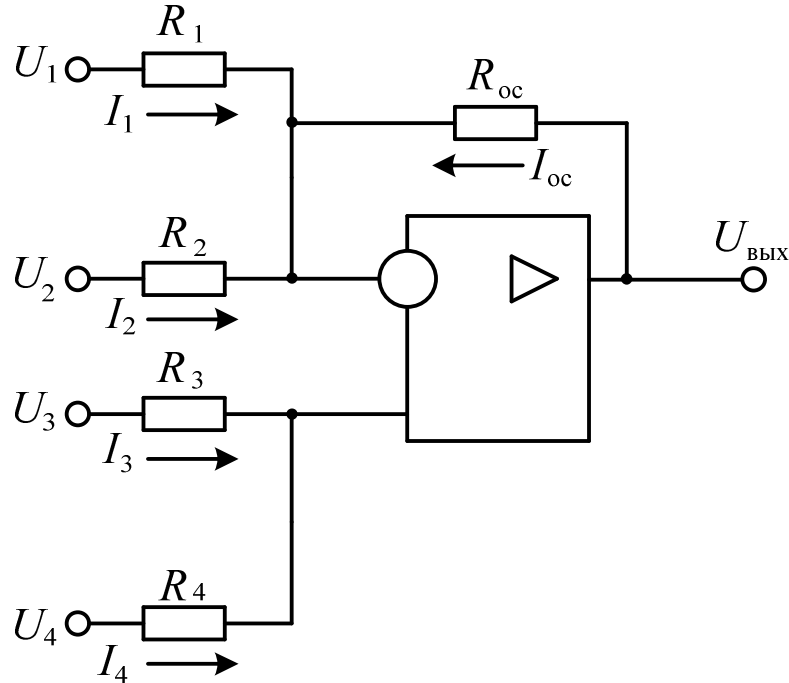


Рисунок 5 – Схема суммирования

Чтобы определить напряжения на входах ОУ, решение задачи удобно начинать с рассмотрения нижней части схемы, то есть сигналов, поданных на неинвертирующий вход:

$$I_3 + I_4 = I_{\text{ВХ.Н}} = 0 \quad (22)$$

или

$$\frac{U_3 - U_{\text{Н}}}{R_3} + \frac{U_4 - U_{\text{Н}}}{R_4} = 0. \quad (23)$$

Отсюда

$$U_{\text{Н}} = \frac{\frac{U_3}{R_3} + \frac{U_4}{R_4}}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}}. \quad (24)$$

Подставив численные значения, получим: $U_{\text{Н}} = 2$ В.

Теперь рассмотрим верхнюю часть схемы, учитывая, что

$$U_{\text{и}} = U_{\text{н}} = 2 \text{ В}, \quad (25)$$

$$I_1 + I_2 + I_{\text{ос}} = I_{\text{вх.и}} = 0, \quad (26)$$

$$\frac{U_1 - U_{\text{и}}}{R_1} + \frac{U_2 - U_{\text{и}}}{R_2} + \frac{U_{\text{вых}} - U_{\text{и}}}{R_{\text{ос}}} = 0. \quad (27)$$

Отсюда

$$\frac{U_{\text{вых}}}{R_{\text{ос}}} = - \left(\frac{U_1 - U_{\text{и}}}{R_1} + \frac{U_2 - U_{\text{и}}}{R_2} \right) + \frac{U_{\text{и}}}{R_{\text{ос}}} \quad (28)$$

$$U_{\text{вых}} = -5 \left(\frac{3 - 2}{0,5} + \frac{-1 - 2}{3} \right) + 2 = -3 \text{ В}.$$

Задача 1. Определить $R_{\text{ос}}$ в схеме, изображенной на рисунке 3.5, если $U_1 = 2 \text{ В}$; $U_2 = -1 \text{ В}$; $U_3 = 4 \text{ В}$; $U_4 = 8 \text{ В}$; $R_1 = 3 \text{ кОм}$; $R_2 = 6 \text{ кОм}$; $R_3 = 1 \text{ кОм}$; $R_4 = 3 \text{ кОм}$; $U_{\text{вых}} = 13 \text{ В}$.

Решение. Найдем напряжение на входах усилителя, считая, что $U_{\text{и}} = U_{\text{н}}$. Для этого сначала рассмотрим нижнюю часть схемы. Учитывая, что входной ток ОУ равен нулю, имеем

$$I_3 + I_4 = 0.$$

Воспользовавшись далее формулами (23) и (24), получим

$$U_{\text{н}} = \frac{\frac{4}{1} + \frac{8}{3}}{\frac{1}{1} + \frac{1}{3}} = \frac{20}{4} = 5 \text{ В}.$$

Рассмотрение верхней части схемы проводится аналогично предыдущей задаче. Из формулы (27) получим

$$R_{\text{ос}} = - \frac{U_{\text{вых}} - U_{\text{и}}}{\frac{U_1 - U_{\text{и}}}{R_1} + \frac{U_2 - U_{\text{и}}}{R_2}} = - \frac{13 - 5}{\frac{2 - 5}{3} + \frac{-1 - 5}{6}} = 4 \text{ кОм}.$$

Ответ: $R_{\text{ос}} = 4 \text{ кОм}$.

Задача 2. Определить $U_{\text{ВЫХ}}$ в схеме, изображенной на рисунке 6, если $U_1 = 1$ В; $U_2 = 2$ В; $U_3 = -2$ В; $R_1 = 1$ кОм; $R_2 = 2$ кОм; $R_3 = 1$ кОм; $R = 2$ кОм; $R_{\text{ос}} = 4$ кОм.

Решение. Входные токи ОУ равны нулю. Поэтому на резисторе R_3 нет падения напряжения и $U_{\text{и}} = U_3$. В силу эквипотенциальности входов ОУ $U_{\text{и}} = U_3 = -2$ В. Рассмотрим верхнюю часть схемы.

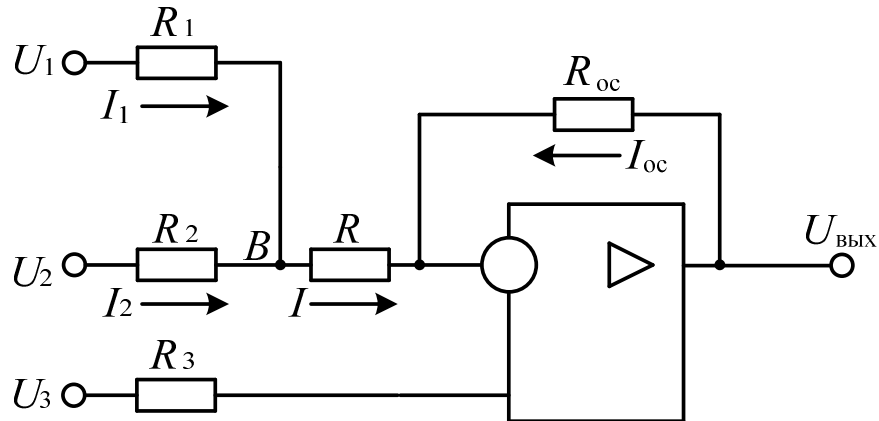


Рисунок 6 – Схема суммирования

$$I_1 + I_2 = I, \quad (29)$$

$$I + I_{\text{ос}} = 0. \quad (30)$$

Обозначим потенциал точки B через $\varphi_{\text{в}}$. Тогда

$$I_1 = \frac{U_1 - \varphi_{\text{в}}}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U_2 - \varphi_{\text{в}}}{R_2}, \quad I = \frac{\varphi_{\text{в}} - U_{\text{и}}}{R}. \quad (31)$$

Подставив это уравнение (29), получим

$$\frac{U_1 - \varphi_{\text{в}}}{R_1} + \frac{U_2 - \varphi_{\text{в}}}{R_2} = \frac{\varphi_{\text{в}} - U_{\text{и}}}{R}$$

или

$$\varphi_{\text{в}} = \frac{\frac{U_1}{R_1} + \frac{U_2}{R_2} + \frac{U_{\text{и}}}{R}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R}} = 0,5 \text{ В.}$$

Теперь из уравнения (30) можно определить $U_{\text{ВЫХ}}$:

$$\frac{\varphi_B - U_3}{R} + \frac{U_{\text{вых}} - U_3}{R_{\text{oc}}} = 0,$$

$$U_{\text{вых}} = U_3 - \frac{\varphi_B - U_3}{R} R_{\text{oc}} = -7 \text{ В.}$$

Ответ: $U_{\text{вых}} = -7 \text{ В.}$

Задача 3. Определить R_{oc} в схеме, изображенной на рисунке 6. Исходные данные представлены в таблице 1.

Таблица 1

Символ столбца	А			В			С	
Номер строки	$U_1, \text{В}$	$U_2, \text{В}$	$U_3, \text{В}$	$R_1, \text{кОм}$	$R_2, \text{кОм}$	$R_3, \text{кОм}$	$R, \text{кОм}$	$U_{\text{вых}}, \text{В}$
0	1	2,7	4,7	0,9	5	0,9	0,9	8
1	1,1	2,8	4,8	0,8	5,2	0,8	0,8	7
2	1,2	2,9	4,9	1	5,1	1	1	9
3	1,3	3	5	1,1	4,8	1,1	1,1	8
4	0,9	3,1	5,1	1,2	4,9	1,2	1,2	7
5	0,8	3,2	5,2	1	5,1	1	1	9
6	1	3,3	5,3	0,9	5	0,9	0,9	8
7	1,1	3	5	0,8	5,2	0,8	0,8	7
8	1,2	2,7	4,7	1,1	4,9	1,1	1,1	9
9	0,9	3,3	5,3	1,2	4,8	1,2	1,2	8

Задача 4. Определить $U_{\text{вых}}$ в схеме, изображенной на рисунке 5. Исходные данные представлены в таблице 2.

Таблица 2

Символ столбца	А			В			С		
Номер строки	$U_1, \text{В}$	$U_2, \text{В}$	$U_3, \text{В}$	$R_1, \text{кОм}$	$R_4, \text{кОм}$	$R_{\text{oc}}, \text{кОм}$	$U_4, \text{В}$	$R_2, \text{кОм}$	$R_3, \text{кОм}$
0	1,3	2,8	5,2	1	1	1	2,2	5,4	2,4
1	1,2	2,9	5,4	1,1	1,1	1,1	2,4	5,8	2,6
2	1,1	3	5,6	1,2	1,2	1,2	2,6	4,8	2,8
3	1	3,1	5,8	0,9	0,9	0,9	1,8	5	2,2
4	0,9	3,2	4,8	0,8	0,8	0,8	2	5,2	2
5	0,8	3,3	5	1	1	1	2,2	5,6	2,4
6	1,3	2,8	5,2	1,1	1,1	1,1	2,4	4,6	2,6
7	1,2	2,9	5,4	1,2	1,2	1,2	2,6	5	2,8
8	1,1	3	5,6	0,9	0,9	0,9	2	5,2	2,2
9	1	3,1	5,8	0,8	0,8	0,8	1,8	5,4	2

Задача 5. Определить R_{oc} в схеме, изображенной на рисунке 5. Исходные данные представлены в таблице 3.

Таблица 3

Символ столбца	А			В				С	
Номер строки	U_1 , В	U_2 , В	U_3 , В	R_1 , кОм	R_2 , кОм	R_3 , кОм	R_4 , кОм	U_4 , В	$U_{\text{вых}}$, В
0	0	2,2	1	1,2	1,2	1,2	1,2	-1	-4,6
1	1	2,4	1,1	1,4	1,4	1,4	1,4	-1,2	-4,2
2	0	2,6	1,2	1,6	1,6	1,6	1,6	-1,4	-3,8
3	1	1,8	0,9	1	1	1	1	-1,6	-4
4	0	2	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	-0,8	-4,5
5	1	2,2	1	1,2	1,2	1,2	1,2	-1	-4,6
6	0	2,4	1,1	1,4	1,4	1,4	1,4	-1,2	-4,2
7	1	2,6	1,2	1,6	1,6	1,6	1,6	-1,4	-3,8
8	0	2	0,9	1	1	1	1	-1,6	-4
9	1	1,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	-0,8	-4,5

Задача 6. Определить R_{oc} в схеме, изображенной на рисунке 7. Исходные данные представлены в таблице 4.

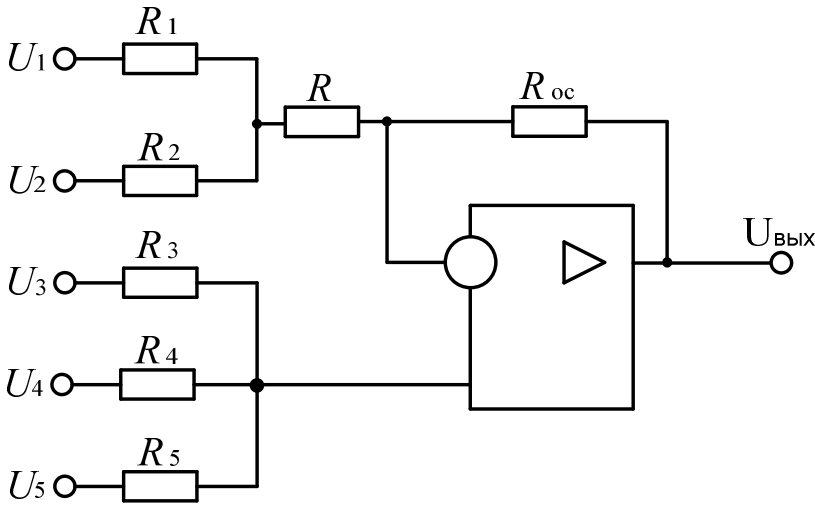


Рисунок 7 – Схема суммирования

Таблица 4

Символ столбца	А			В				С			
Номер строки	$U_1, В$	$U_2, В$	$U_3, В$	$U_4, В$	$U_5, В$	$R_1, кОм$	$R_2, кОм$	$R_3, кОм$	$R_4, кОм$	$R_5, кОм$	$R = R_{oc}, кОм$
0	1,3	2,8	5,3	2,3	-1,8	2	5,3	1,8	0,8	450	0,8
1	1,2	2,9	5,2	2,2	-1,9	2,1	5,2	1,9	0,9	500	0,9
2	1,1	3	5,1	2,1	-2	2,2	5,1	2	1	550	1
3	1	3,1	5	2	-2,1	2,3	5	2,1	1,1	600	1,1
4	0,9	3,2	4,9	1,9	-2,2	1,9	4,9	2,2	1,2	650	1,2
5	0,8	3,3	4,8	1,8	-2,3	1,8	4,8	2,3	1,3	450	1,3
6	1,3	2,8	4,7	2,3	-1,8	2	4,7	1,8	0,8	500	0,8
7	1,2	2,9	5,3	2,2	-1,9	2,1	5	1,9	0,9	550	0,9
8	1,1	3	5,2	2,1	-2	2,2	5,3	2	1	600	1
9	1	3,1	5,1	2	-2,1	2,3	5,2	2,1	1,1	650	1,1

Задача 7. Определить R_{oc} в схеме, изображенной на рисунке 8. Исходные данные представлены в таблице 5.

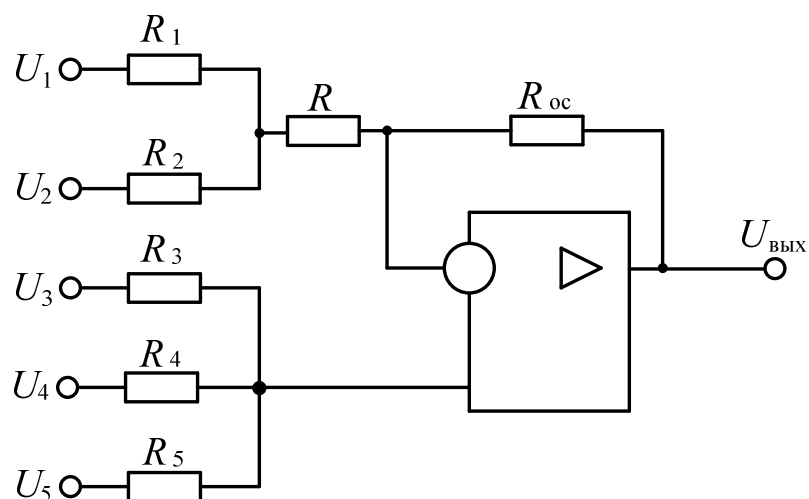


Рисунок 8 – Схема суммирования

Таблица 5

Символ столбца	А			В				С			
Номер строки	$U_1, В$	$U_2, В$	$U_3, В$	$U_4, В$	$U_5, В$	$R_3, кОм$	$R_2, кОм$	$R_1, кОм$	$R_4, кОм$	$R_5, кОм$	$U_{вых}, В$
0	0,7	4,3	0,7	-2,3	-0,7	1,7	4,7	1,3	1,3	1,3	-3,3
1	1	4,2	1	-1,7	-1	2,3	4,8	1,2	1,2	1,2	-2,7
2	0,8	4,1	0,8	-2,2	-0,8	1,8	4,9	1,1	1,1	1,1	-3,2
3	1,1	4	1,1	-1,8	-1,1	2,2	5	1	1	1	-2,8
4	0,9	3,9	0,9	-2,1	-0,9	1,9	5,1	1,3	1,3	1,3	-3,1
5	1,2	3,8	1,2	-1,9	-1,2	2,1	5,2	1,2	1,2	1,2	-2,9
6	0,7	3,7	0,7	-2	-0,7	2,2	5,3	1,1	1,1	1,1	-3
7	1,3	4,3	1,3	-2,3	-1,3	1,7	4,7	1	1	1	-3,3
8	0,8	4,2	0,8	-1,7	-0,8	2,3	4,8	1,3	1,3	1,3	-2,7
9	1	4,1	1	-2,2	-1	2	4,9	1,2	1,2	1,2	-3,2

Задача 8. Определить R_1 в схеме, изображенной на рисунке 9. Исходные данные представлены в таблице 6.

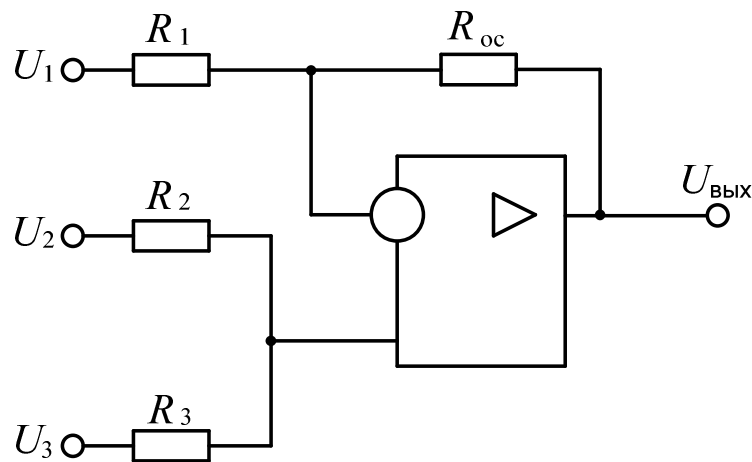


Рисунок 9 – Схема суммирования

Таблица 6

Символ столбца	А		В			С	
Номер строки	U_1 , В	U_2 , В	R_{oc} , кОм	R_2 , кОм	R_3 , кОм	U_3 , В	$U_{вых}$, В
0	1,7	-1,7	3,1	3,1	3,1	5,1	-5,1
1	1,8	-1,8	3	3	3	5	-5
2	1,9	-1,9	2,9	2,9	2,9	4,9	-4,9
3	2	-2	2,8	2,8	2,8	4,8	-4,8
4	2,1	-2,1	2,7	2,7	2,7	4,7	-4,7
5	2,2	-2,2	2,6	2,6	2,6	4,6	-4,6
6	2,3	-2,3	2,5	2,5	2,5	4,5	-4,5
7	2,2	-2,2	2,4	2,4	2,4	4,4	-4,4
8	2,1	-2,1	2,3	2,3	2,3	4,3	-4,3
9	2	-2	2,2	2,2	2,2	4,2	-4,2

Интегрирование сигналов с помощью операционных усилителей

Простейшая схема интегратора на операционном усилителе представлена на рисунке 10. В цепи отрицательной обратной связи стоит интегрирующий элемент — емкость.

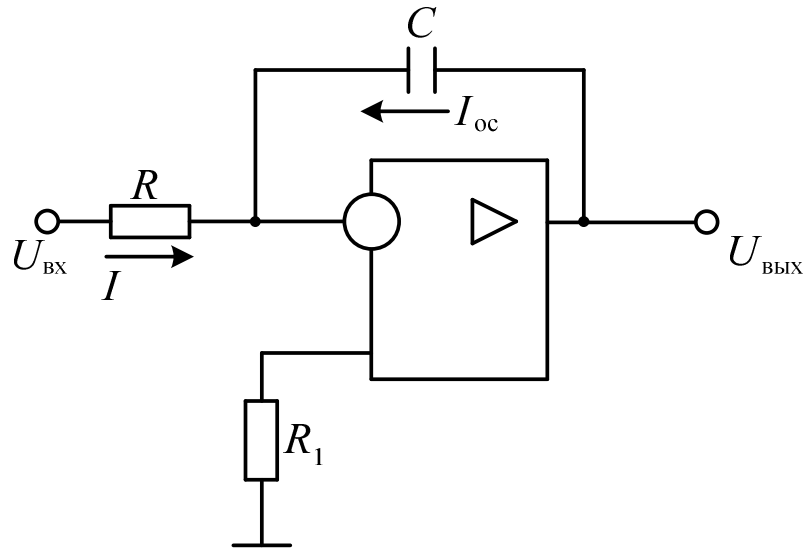


Рисунок 10 – Схема интегратора на операционном усилителе

При решении задач, будем полагать, что входными токами ОУ можно пренебречь, а дифференциальное входное напряжение определяется формулой (10). Тогда основные уравнения можно записать в виде

$$I + I_{oc} = I_{вх.ин} = 0, \quad (32)$$

$$I_{oc} = C \frac{dU_c}{dt}, \quad (33)$$

$$I = \frac{U_{вх} - \left(-\frac{U_{вых}}{K} \right)}{R}, \quad (34)$$

$$U_c = U_{вых} - U_{и} = U_{вых} + \frac{U_{вых}}{K}. \quad (35)$$

Подставив в уравнение (33) выражения (32), (34) и (35), получим

$$\frac{dU_{вых}}{dt} + \frac{U_{вых}}{(K+1)(RC)} + \frac{KU_{вых}}{(K+1)(RC)} = 0$$

или, после интегрирования

$$U_{вых} = -\frac{K}{(K+1)(RC)} \int_0^{t_{и}} U_{вх} dt - \frac{K}{(K+1)(RC)} \int_0^{t_{и}} U_{вых} dt. \quad (36)$$

Здесь $t_{\text{и}}$ – время интегрирования. Выражение (36) справедливо, если в момент $t=0$ конденсатор разряжен. Если конденсатор в начальный момент заряжен, то к выражению (36) нужно добавить начальное напряжение конденсатора.

Первое слагаемое в правой части (36) дает результат интегрирования входного сигнала, а второе – ошибку, связанную с тем, что коэффициент усиления реального операционного усилителя не бесконечен. Если усилитель – идеальный, то $K \rightarrow \infty$ и второе слагаемое исчезает:

$$U_{\text{ВЫХ}} = -\frac{1}{(RC)} \int_0^{t_{\text{и}}} U_{\text{ВХ}} dt. \quad (37)$$

Если входной сигнал не зависит от времени, то уравнение (36) можно решить аналитически:

$$U_{\text{ВЫХ}} = -KU_{\text{ВХ}} \left(1 - \exp \left(-\frac{t}{RC(1+K)} \right) \right). \quad (38)$$

Если время интегрирования $t_{\text{и}}$ много меньше $\tau = RC(1+K)$, а $K \gg 1$, то с хорошей точностью

$$U_{\text{ВЫХ}} = -\frac{U_{\text{ВХ}} t}{RC} (1 - \varepsilon), \quad (39)$$

где

$$\varepsilon = \frac{\Delta U_{\text{ВЫХ}}}{U_{\text{ВЫХ}}} = \frac{t}{2RC \cdot K} \quad (40)$$

— относительная ошибка интегрирования. Оценкой (40) для ошибки интегрирования можно пользоваться и при интегрировании функций $U_{\text{ВХ}}(t)$, зависящих от времени.

Кроме ошибки, связанной с конечностью коэффициента усиления ОУ, при интегрировании возникают ошибки, связанные с наличием входных токов усилителя и с напряжением смещения. Погрешность из-за входных токов можно ликвидировать, если уравнивать сопротивления на входах усилителя, т. е. в схеме рисунка 10 принять $R = R_1$. Однако из-за разности входных токов $\Delta I_{\text{ВХ}}$ возникает погрешность, которую можно оценить по формуле

$$\Delta U_{\text{ВЫХ}} = \pm \frac{\Delta I_{\text{ВХ}} \cdot R}{RC} t_{\text{и}}. \quad (41)$$

Погрешность, связанная с напряжением смещения, оценивается по формуле

$$\Delta U_{\text{ВЫХ}} = \pm \frac{\Delta U_{\text{см}}}{RC} t_{\text{и}}. \quad (42)$$

Из формул (40)-(42) видно, что погрешность интегрирования растет с увеличением времени интегрирования.

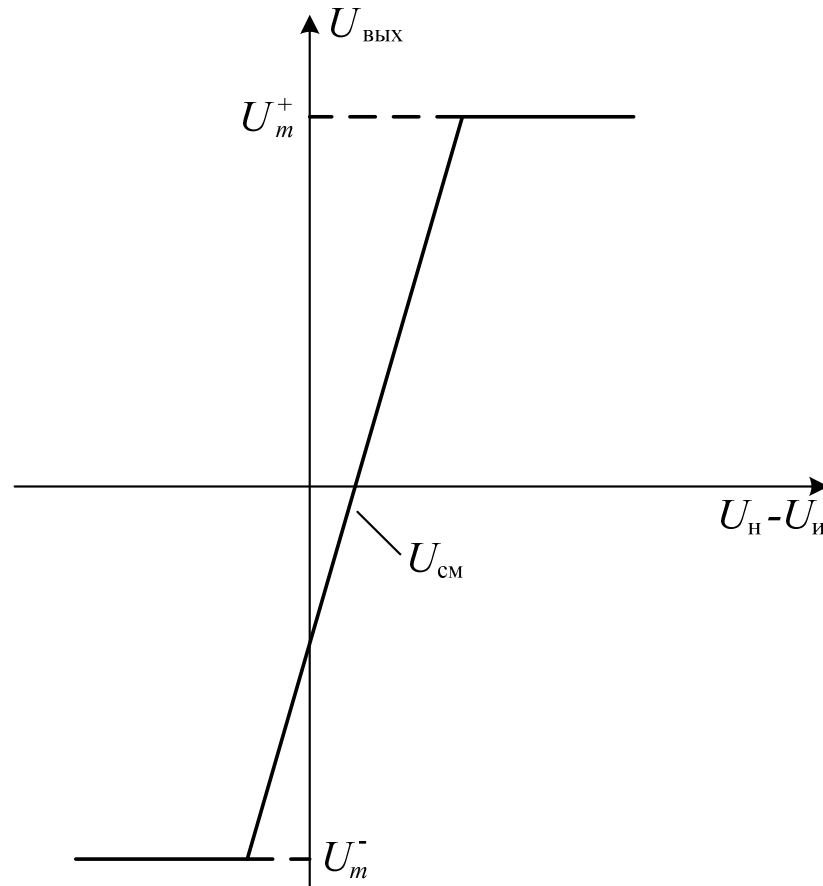


Рисунок 11 – Передаточная характеристика операционного усилителя

Длительное интегрирование невозможно еще и потому, что выходное напряжение операционного усилителя ограничено. Это видно из характеристики ОУ, изображенной на рисунке 11. Если входной сигнал не меняет знак, то в некоторый момент времени $t_{\text{и.мах}}$ $U_{\text{ВЫХ}}$ достигнет своего граничного значения и интегрирование прекратится. Допустим, что на вход усилителя подан постоянный во времени входной сигнал $U_{\text{ВХ}}$. Считая усилитель идеальным ($\varepsilon=0$), и пренебрегая малым напряжением смещения $U_{\text{см}}$, получим из формулы (42)

$$t_{\text{и.мах}} = \frac{U_{\text{м}}^- RC}{U_{\text{ВХ}}}.$$

Задача 9. Определить функцию $U_{\text{вых}}(t)$, если на вход интегратора (рисунок 10) подается сигнал $U_{\text{вх}}(t) = U_0 \sin(\omega t)$. $R = R_1 = 10$ кОм, $C = 1$ мкФ, $U_0 = 1,5$ В, $\omega = 300$ 1/с. В начальный момент конденсатор разряжен. Усилитель считать идеальным.

Решение. Согласно формуле (37),

$$U_{\text{вых}}(t) = -\frac{1}{(RC)} \int_0^t U_0 \sin(\omega t) dt = \frac{U_0}{(\omega RC)} (\cos \omega t - 1).$$

Подставляя численные значения, получим:

$$U_{\text{вых}}(t) = 0,5 [\cos(300t) - 1] \text{ В.}$$

Время t следует выразить в секундах.

Задача 10. Изобразить графически результат интегрирования на идеальном интеграторе (рисунок 10), если $R = R_1 = 20$ кОм, $C = 1$ мкФ, а входной сигнал можно представить в виде графика (рисунок 12). Максимальное выходное напряжение ОУ равно ± 10 В.

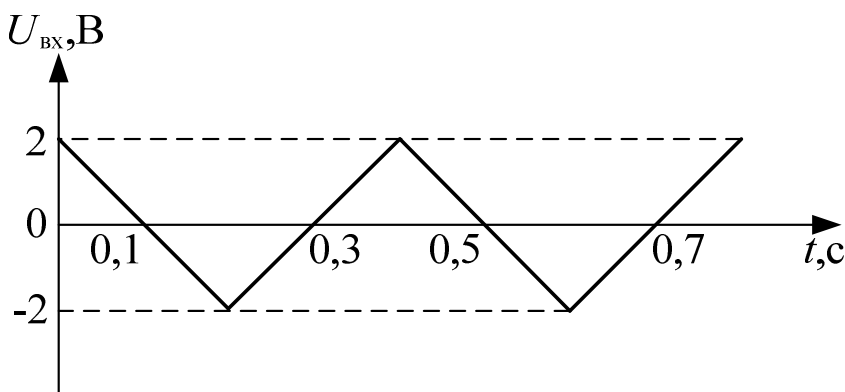


Рисунок 12 – Напряжение на входе интегратора

Решение. Представим первый отрезок ломаной линии рисунок 12 аналитически: $U_{\text{вх}} = 2 - kt$, где $k = 20$ В/с, время t выражено в секундах. Напряжение на выходе ОУ при $t_{\text{н}} < 0,2$ с можно определить согласно формуле (37), где $U_{\text{вых}}$ выражено в вольтах, а t в секундах:

$$U_{\text{вых}}(t) = -\frac{1}{(RC)} \int_0^t (2 - kt) dt = \frac{U_0}{(kRC)} \left(2t - \frac{kt^2}{2} \right).$$

Постоянная времени $RC = 20$ кОм \cdot 1 мкФ = 0,02 с. Таким образом функция $U_{\text{вых}}(t)$ представляет собой параболу

$$U_{\text{вых}}(t) = 100(5t^2 - t) \text{ В.}$$

Эта парабола достигает минимального значения $U_{\text{вых}} = -5 \text{ В}$ при $t=0,1 \text{ с}$. Рассматривая последовательно следующие участки ломаной линии рисунка 12, можно убедиться, что результат интегрирования может быть представлен в виде графика, изображенного на рисунке 13.

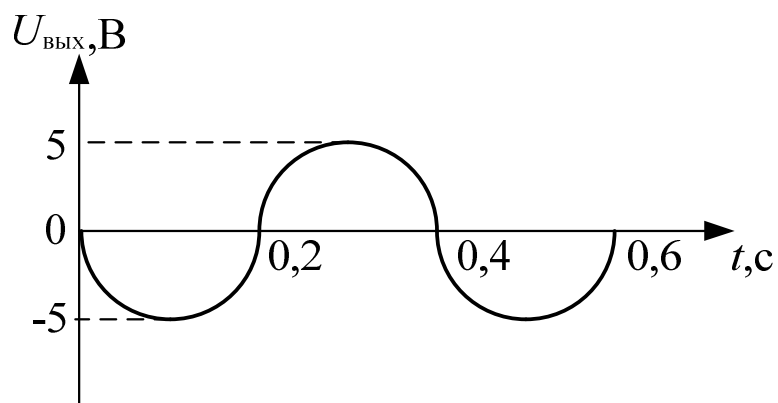


Рисунок 13 – Напряжение на выходе интегратора

Задача 11. Изобразить графически результат интегрирования на идеальном интеграторе (рисунок 10). Входной сигнал можно представить в виде графика (рисунок 14). Максимальное выходное напряжение ОУ равно $\pm 10 \text{ В}$. Исходные данные представлены в таблице 7.

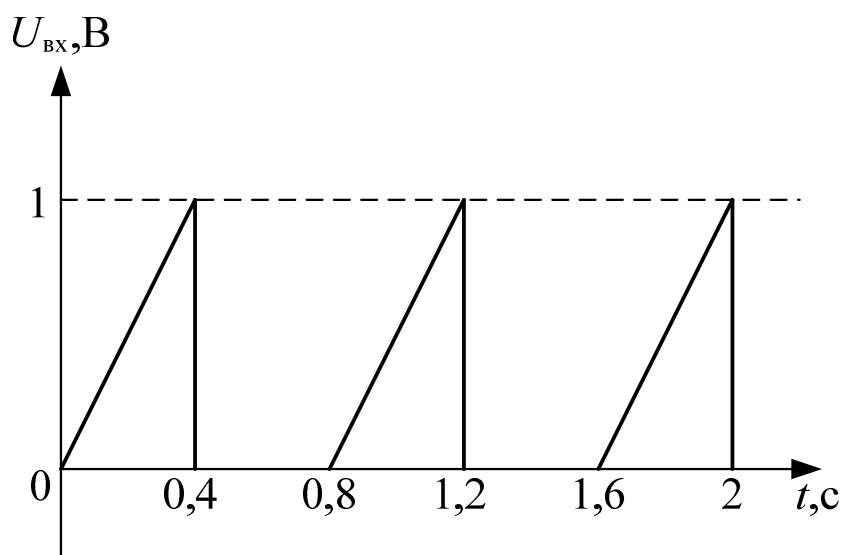


Рисунок 14 – Напряжение на входе интегратора

Таблица 7

Символ столбца	A	B
Номер строки	$R = R_1, \text{кОм}$	$C, \text{мкФ}$
0	75	1
1	65	1,1
2	55	1,2
3	85	1,3
4	70	1,4
5	60	1
6	50	1,1
7	55	1,2
8	65	1,3
9	75	1,4

Задача 12. Изобразить графически результат интегрирования на идеальном интеграторе (рисунок 10), если $R = R_1 = 100 \text{ кОм}$, $C = 1 \text{ мкФ}$, а входной сигнал можно представить в виде графика (рисунок 15). Максимальное выходное напряжение ОУ равно $\pm 11 \text{ В}$. Определить результат интегрирования при $t = 0,5 \text{ с}$; 1 с ; $1,5 \text{ с}$; 2 с ; $2,5 \text{ с}$; 3 с . Данные представлены в таблице 7.

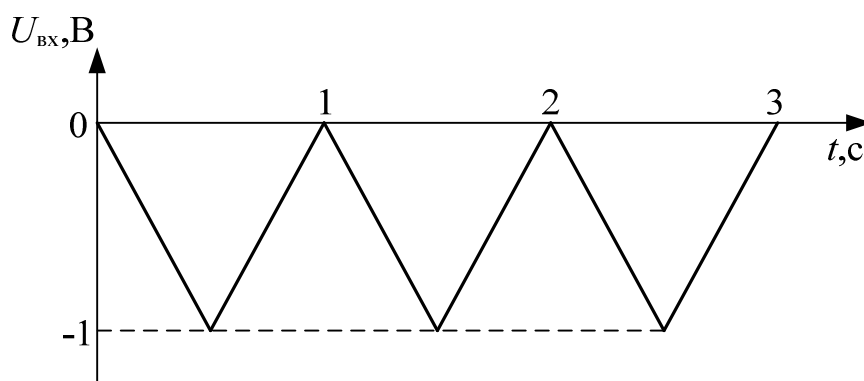
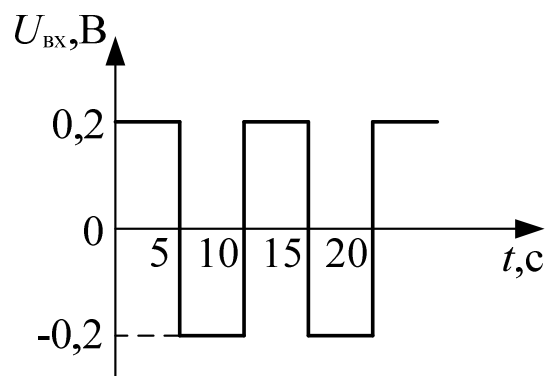


Рисунок 15 – Напряжение на входе интегратора

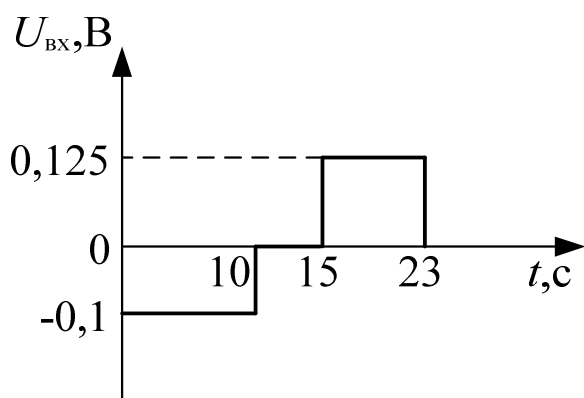
Указание. Можно упростить решение, если учесть, что определенный интеграл численно равен площади под кривой.

Задача 13. Изобразить график $U_{\text{вых}}(t)$ на интеграторе (рисунок 10) при входных напряжениях, заданных диаграммами на рисунке 16 и на рисунках 17 а и б. Если заданы параметры $R = R_1$, C и максимальное выходное напряжение $|U_{\text{вых}}|$ ОУ. Операционный усилитель считать идеальным. Исходные данные представлены в таблице 8.

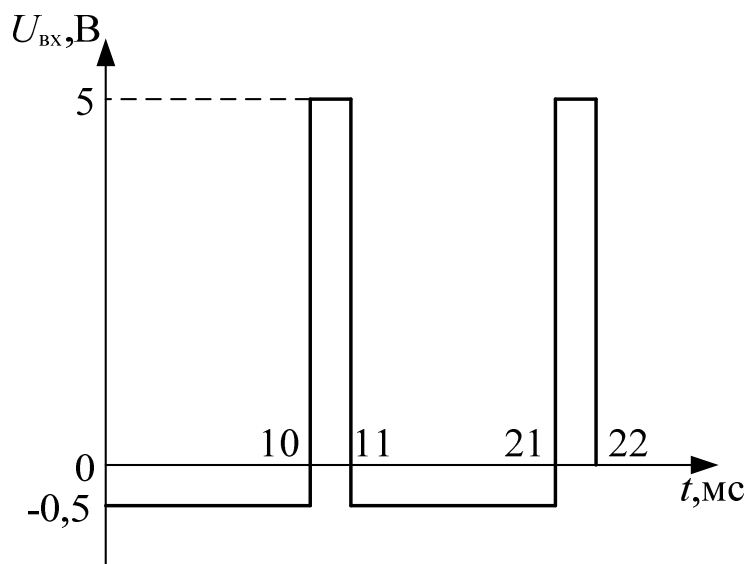


а

Рисунок 16 – Напряжение на входе интегратора



а



б

Рисунок 3.17 а, б – Напряжение на входе интегратора

Таблица 8

Символ столбца	A	B	C
Номер строки	$R = R_1, \text{кОм}$	$C, \text{мкФ}$	$ U_{\text{ВЫХ}} , \text{В}$
0	250	2	12
1	150	1,9	13
2	100	1,8	11
3	175	1,7	12
4	300	1,6	13
5	325	1,5	11
6	225	1,4	12
7	275	1,3	13
8	125	1,2	11
9	175	1,1	12

Задача 14. Определить выходное напряжение $U_{\text{ВЫХ}}(t)$ идеального интегратора, включенного по схеме рисунка 3.18. Входные напряжения заданы диаграммами рисунки 19 и 20. $R_1 = 200 \text{ кОм}$; $R_2 = 100 \text{ кОм}$; $C = 0,82 \text{ мкФ}$. Максимальное выходное напряжения ОУ равно $|U_{\text{ВЫХ}}| = 12,5 \text{ В}$. $U_{\text{ВЫХ}}(0) = 0$.

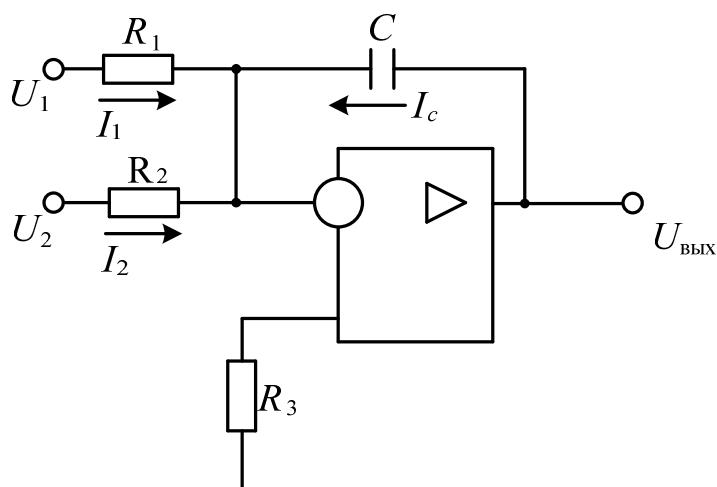


Рисунок 18 – Схема включения интегратора

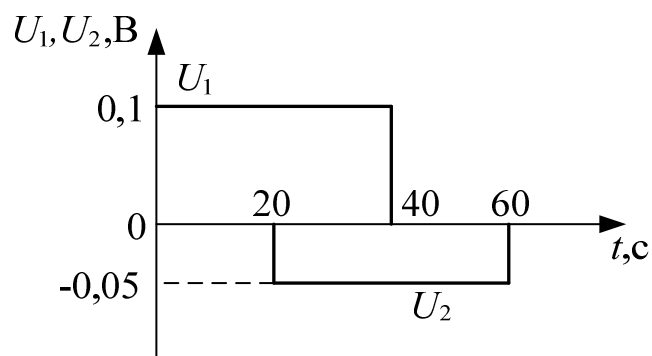


Рисунок 19 – Напряжение на входах генератора

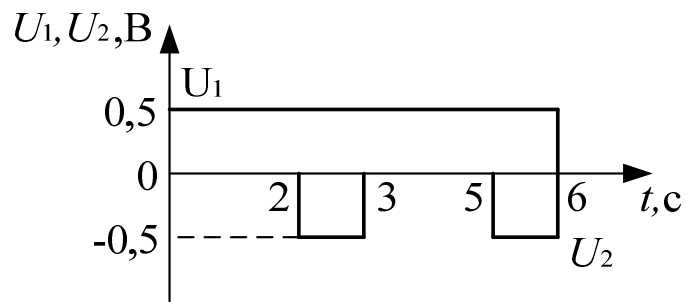


Рисунок 20 – Напряжение на входах генератора

Решение. Как следует из рисунка 17 $I_1 + I_2 = -I_c$ или $\frac{U_1 - U_{\text{и}}}{R_1} + \frac{U_2 - U_{\text{и}}}{R_2} = -C \frac{dU_{\text{ВЫХ}}}{dt}$. Следовательно, для идеального операционного усилителя $U_{\text{ВЫХ}} = -\frac{1}{(R_1 C)_0} \int_0^t U_1 dt - \frac{1}{(R_2 C)_0} \int_0^t U_2 dt$.

Дальнейшее решение сводится к интегрированию простейших функций, изображенных на рисунках 19 и 20.

Задача 15. Определить напряжение на выходе идеального интегратора $U_{\text{ВЫХ}}(t)$ (рисунок 21). U_2 изменяется в соответствии с графиком (рисунок 22). $U_{\text{ВЫХ}}(0) = 0$. Исходные данные представлены в таблице 9.

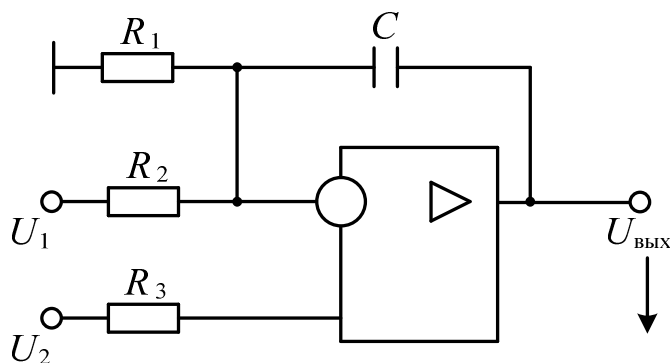


Рисунок 21 – Схема интегратора

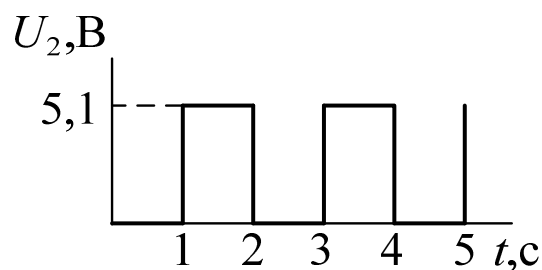
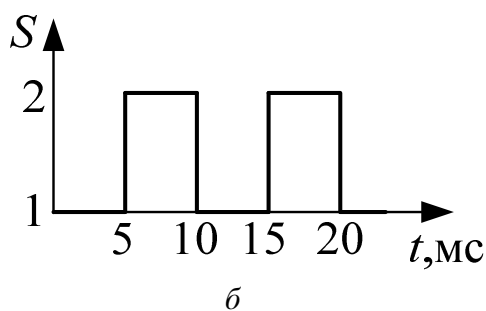
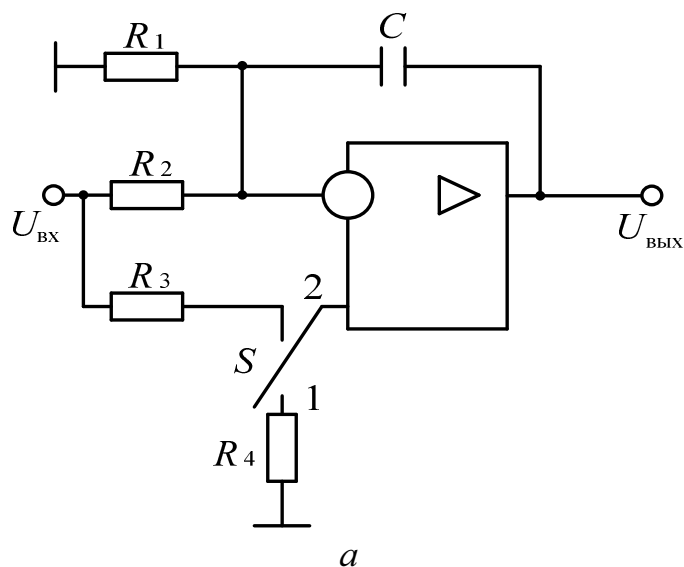


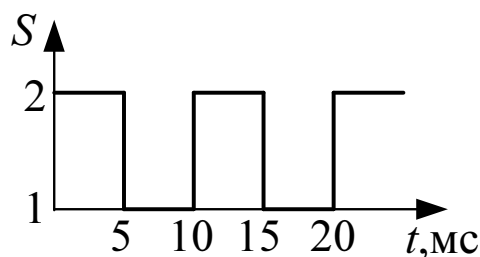
Рисунок 22 – Напряжение на входе интегратора

Таблица 9

Символ столбца	А		В	С	
Номер строки	$R_1 = R_2$, кОм	R_3 , кОм	U_1 , В	C , мкФ	$ U_{\text{ВЫХ}} $, В
0	500	250	6	1	11
1	470	235	5	0,99	12
2	450	275	5,9	0,98	11
3	420	210	5,1	0,97	12
4	400	200	5,8	0,96	11
5	520	260	5,2	0,95	12
6	550	275	5,7	0,94	11
7	570	285	5,3	0,93	12
8	600	300	5,6	0,92	11
9	620	310	5,4	0,91	12

Задача 16. Построить диаграммы напряжения $U_{\text{ВЫХ}}(t)$ идеального интегратора (рисунок 23 а), на вход которого подается постоянное напряжение $U_{\text{ВХ}} = 5$ В. Ключ S коммутируется с частотой 100 переключений в секунду. Диаграммы $U_{\text{ВЫХ}}(t)$ построить для функций коммутации ключа S , соответствующих рисунку 23 б и рисунку 23 в. $U_{\text{ВЫХ}}(0) = 0$. Исходные данные представлены в таблице 10.





б

Рисунок 23 – Схема интегратора и функции коммутации ключа

Таблица 10

Символ столбца	А	В	С
Номер строки	$R_1 = R_2$, кОм	$R_3 = R_4$, кОм	C , мкФ
0	300	6	0,5
1	275	5,9	0,4
2	250	5,8	0,3
3	225	5,7	0,2
4	200	5,6	0,1
5	175	5,5	0,5
6	150	5,4	0,4
7	125	5,3	0,3
8	100	5,2	0,2
9	75	5,1	0,1

Задача 17. На затвор транзистора VT (см. рисунок 24) подается импульсное управляющее напряжение $U(t)$. Величина U_0 превышает пороговое напряжение транзистора VT. Построить диаграммы $U_{\text{ВЫХ}}(t)$ идеального интегратора, если $U(t)$ изменяется согласно рисунку 24 б и 24 в. Параметры элементов схемы интегратора: $R_1 = 200$ кОм; $R_2 = R_3 = R_4 = 100$ кОм; $C = 0,2$ мкФ; $U_{\text{ВХ}} = 1$ В. Сопротивлением транзистора в открытом состоянии пренебречь, в закрытом состоянии сопротивление транзистора считать бесконечно большим.

Указание. Напряжение на входах идеального ОУ равно $U_{\text{ВХ}} \frac{R_3}{R_2 + R_3}$ и при постоянном $U_{\text{ВХ}}$ не зависит от времени.

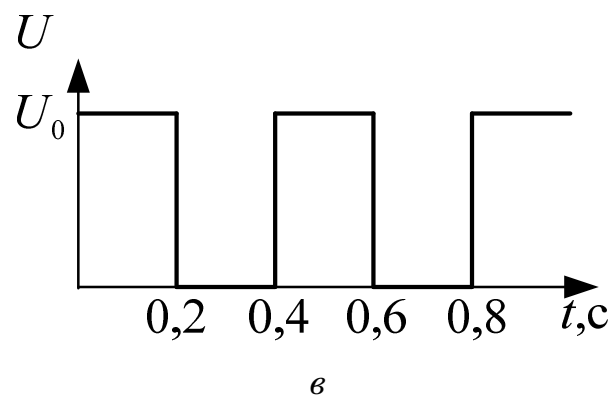
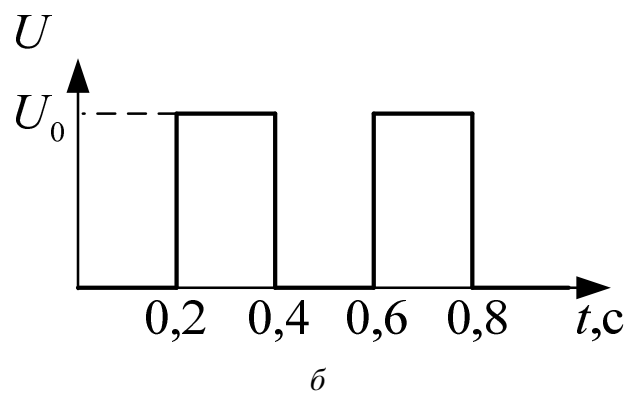
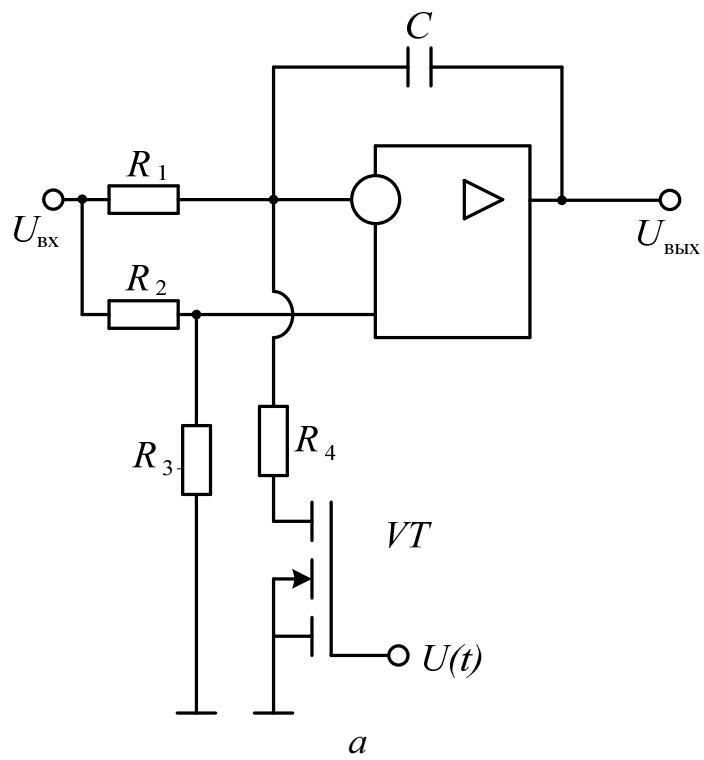


Рисунок 24 – Схема интегратора и диаграммы управляющего напряжения

Одновходовый триггер Шмитта

Одновходовый триггер Шмитта является нелинейным элементом. Его простейшие схемы изображены на рисунке 25 *а* и *б*, а соответствующие им статические характеристики на рисунке 26 и 27.

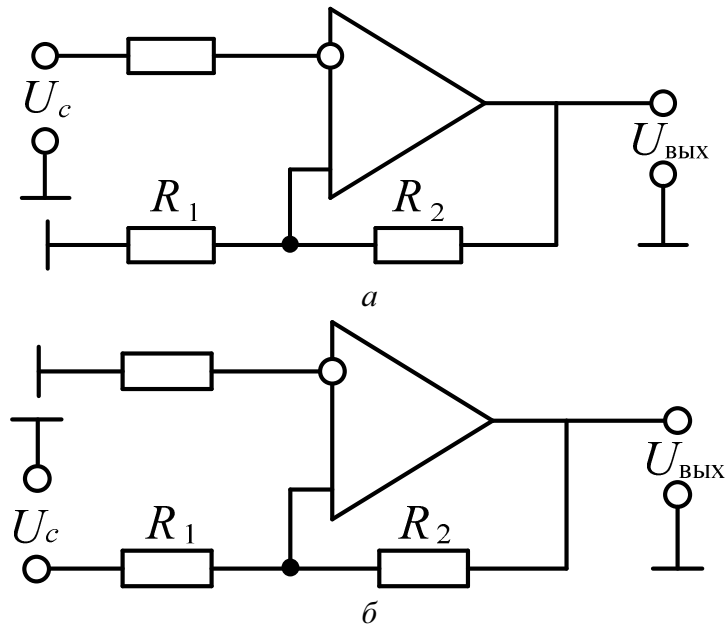




Рисунок 25 – Схема одновходового триггера Шмитта: *а* – с петлей гистерезиса типа ; *б* – с петлей гистерезиса типа 

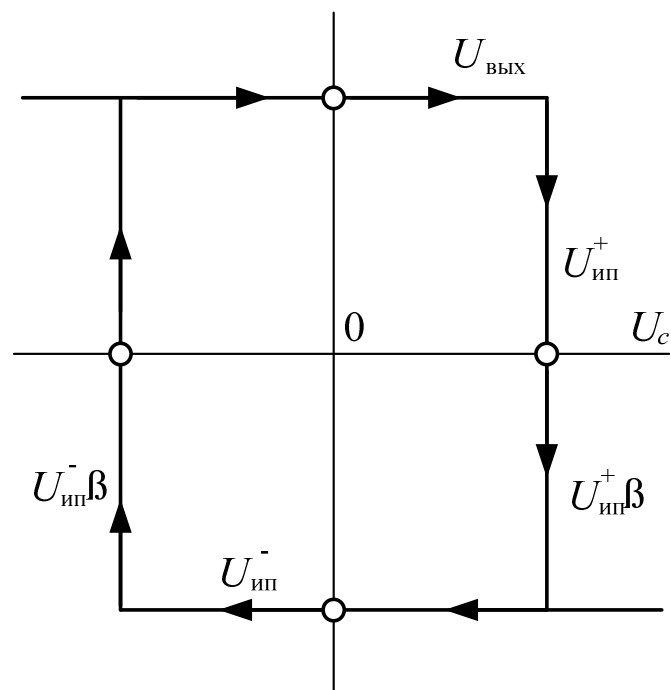



Рисунок 26 – Статические характеристики одновходового триггера Шмитта с петлей гистерезиса типа 

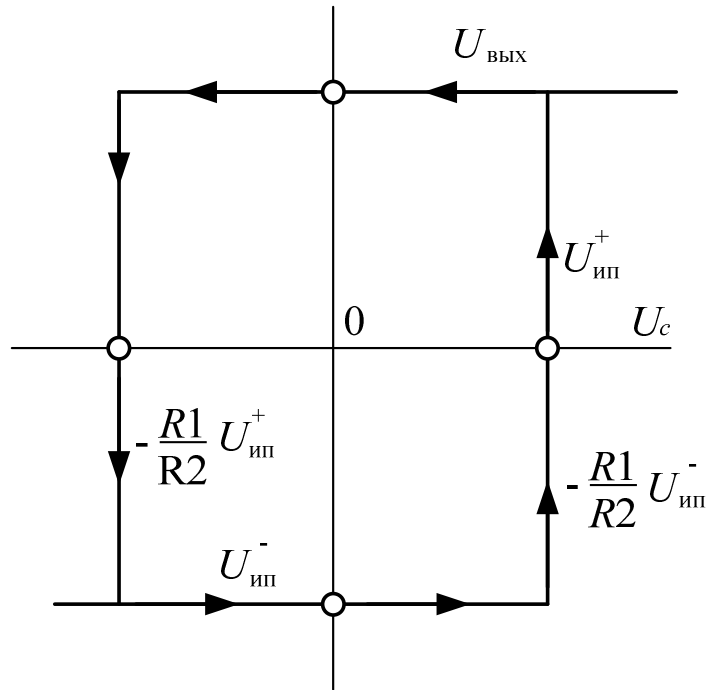



Рисунок 27 – Статические характеристики одноходового триггера Шмитта с петлей гистерезиса типа 

В обеих схемах операционный усилитель работает в режиме переключения, поэтому для анализа их работы достаточно определить потенциалы входов ОУ. Обозначим коэффициент передачи п.о.с. обеих схем:

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

В схеме рисунка 25 а

$$\varphi_- = U_c; \varphi_+ = \beta U_{\text{ип}}^{\pm}.$$

Тогда выходное напряжение триггера

$$\begin{aligned} U_{\text{вых}} &= U_{\text{ип}}^+, \text{ если } U_c < \beta U_{\text{ип}}^+; \\ U_{\text{вых}} &= U_{\text{ип}}^-, \text{ если } U_c > \beta U_{\text{ип}}^-. \end{aligned}$$

В схеме рисунка 25 б

$$\varphi_- = 0; \varphi_+ = U_c + \beta(U_{\text{ип}}^{\pm} - U_c) = U_c(1 - \beta) + \beta U_{\text{ип}}^{\pm}.$$

Следовательно

$$\begin{aligned} \varphi_+ &> 0, \text{ если } U_c > \frac{\beta}{1 - \beta} U_{\text{ип}}^+ = -\frac{R_1}{R_2} U_{\text{ип}}^+; \\ \varphi_+ &< 0, \text{ если } U_c < \frac{\beta}{1 - \beta} U_{\text{ип}}^- = -\frac{R_1}{R_2} U_{\text{ип}}^-. \end{aligned}$$

Тогда

$$U_{\text{вых}} = U_{\text{ип}}^+, \text{ если } U_c > -\frac{R_1}{R_2} U_{\text{ип}}^+;$$

$$U_{\text{вых}} = U_{\text{ип}}^-, \text{ если } U_c < -\frac{R_1}{R_2} U_{\text{ип}}^-.$$

Временная диаграмма работы триггера Шмитта (рисунок 25 а) показана на рисунке 28.

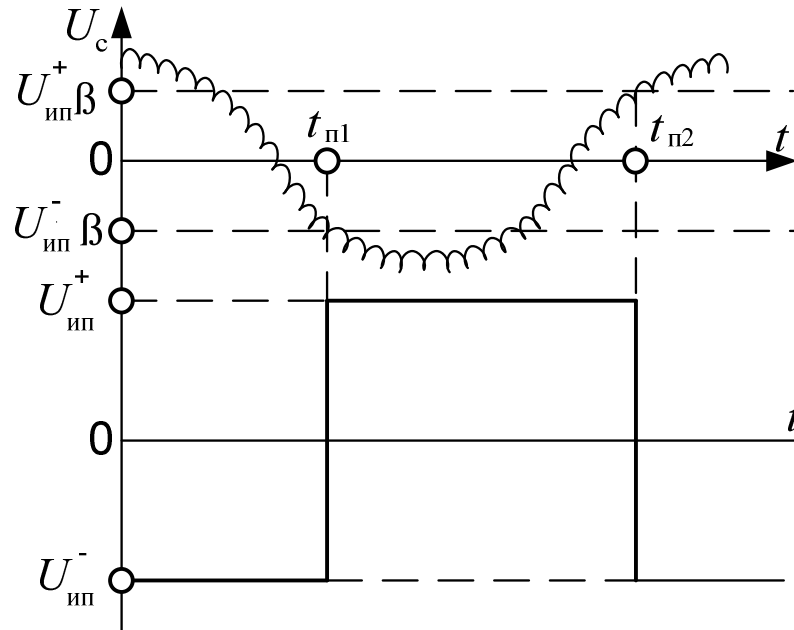


Рисунок 28 – Временны диаграммы одноходового триггера Шмитта

Входной сигнал триггера содержит высокочастотную по отношению к полезной составляющей помеху. Присутствие такой помехи на входе однопорогового компаратора вызывает несколько переключений в окрестности порога срабатывания. Наличие петли гистерезиса в статической характеристике регенераторного компаратора устраняет этот недостаток, но одновременно снижает точность его работы. Поэтому при выборе ширины петли гистерезиса приходится исходить из компромисса между точностью и помехозащищенностью. Точность сравнения регенераторных компараторов снижается также из-за наличия напряжения смещения нуля, синфазного сигнала на входе и входных токов операционного усилителя.

Компараторы занимают промежуточное положение между функциональными узлами аналогового и цифрового типа, являясь простейшими аналого-цифровыми преобразователями. Напряжение на их выходе устанавливается на уровнях логической единицы или логического нуля в зависимости от того, превышает или нет входное напряжение величину опорного.

Точность сравнения компаратора характеризуется напряжением, на которое необходимо превысить уровень опорного, чтобы входное напряжение достигло уровня порога срабатывания логической схемы.

Однопороговыми называются компараторы, имеющие единственный уровень переключения (порог срабатывания).

Триггер Шмитта с двумя входами служит для сравнения двух сигналов, которые в конкретной рассматриваемой схеме (рисунок 29, рисунок 30 а и б) должны быть однополярными.

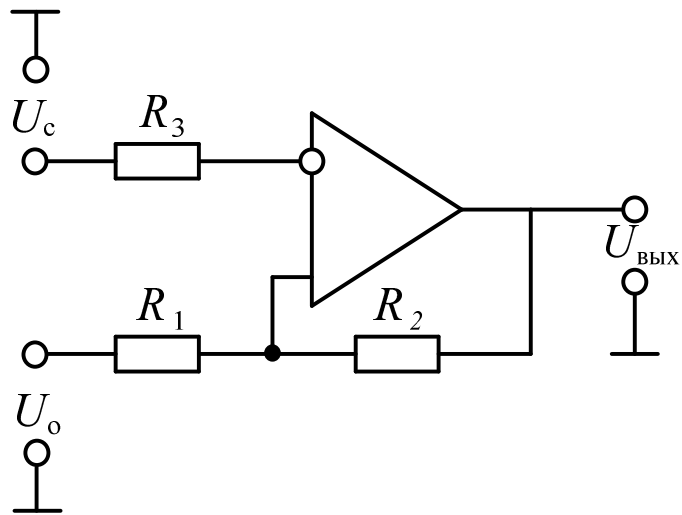
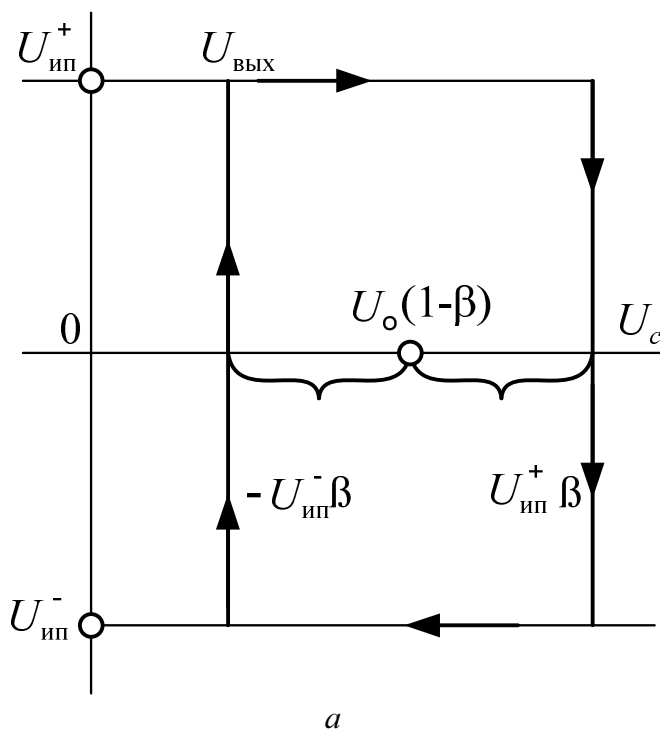


Рисунок 29 – Схема триггера Шмитта с двумя входами



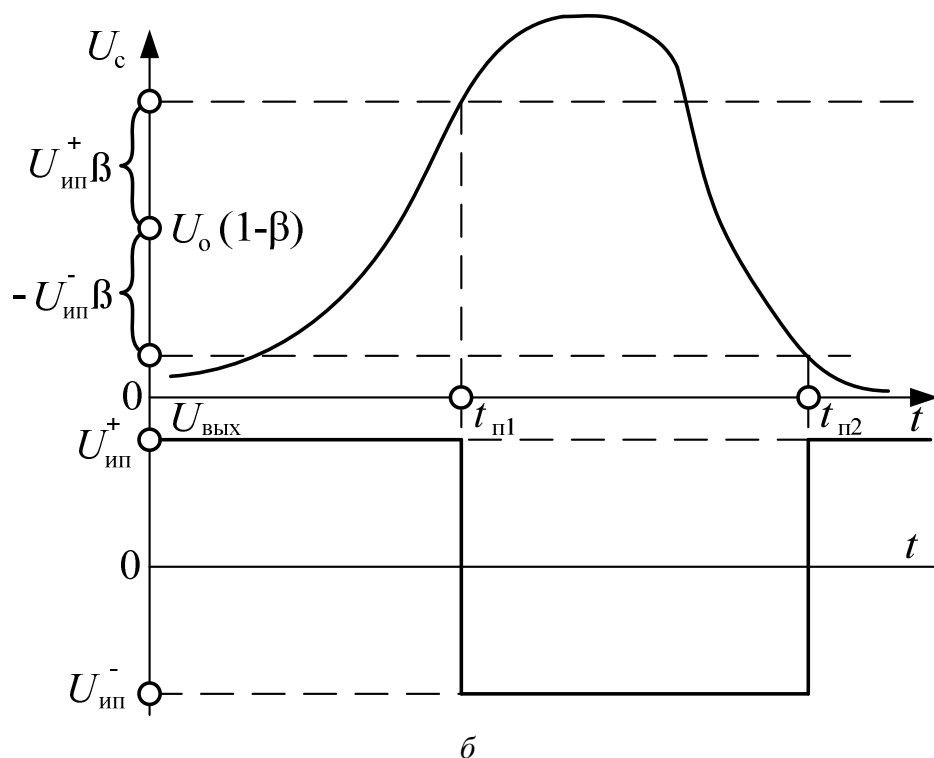


Рисунок 30 – Триггер Шмитта с двумя входами: *а* – статические характеристик; *б* – динамические характеристики

Потенциалы входов операционного усилителя:

$$\varphi_- = U_c; \varphi_+ = U_o(1-\beta) + U_{ип}^\pm \beta.$$

Очевидно, что

$$\varphi_+ > \varphi_-, \text{ если } U_c < U_o(1-\beta) + U_{ип}^+ \beta;$$

$$\varphi_+ < \varphi_-, \text{ если } U_c > U_o(1-\beta) + U_{ип}^- \beta.$$

Тогда

$$U_{вых} = U_{ип}^+, \text{ если } U_c < U_o(1-\beta) + U_{ип}^+ \beta;$$











$$U_{вых} = U_{ип}^-, \text{ если } U_c > U_o(1-\beta) + U_{ип}^- \beta.$$

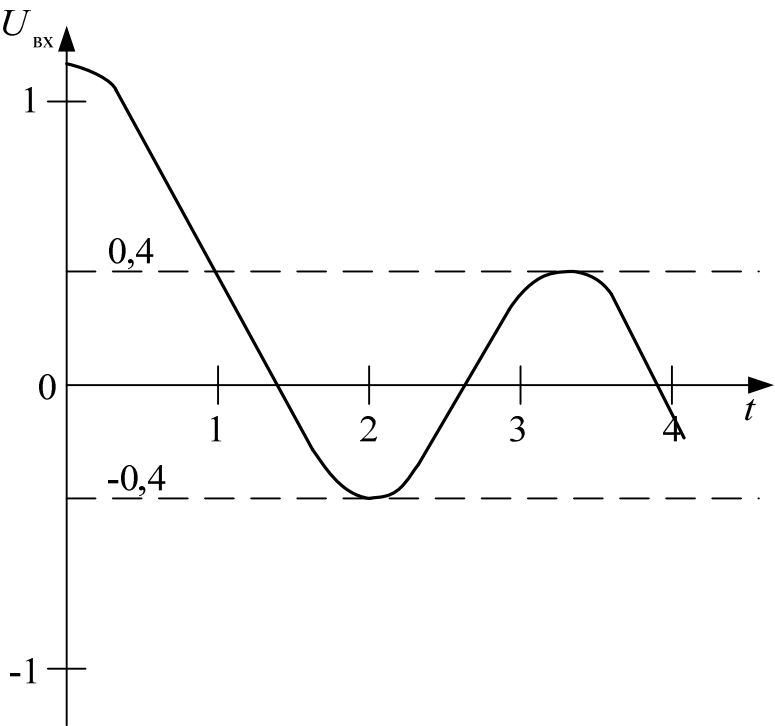
В качестве U_o на вход триггера может быть подано напряжение, компенсирующее влияние смещения нуля операционного усилителя. Тогда работа схемы рисунок 29 совпадает с работой схемы рисунок 26, если в последней отсутствует смещение нуля ОУ.

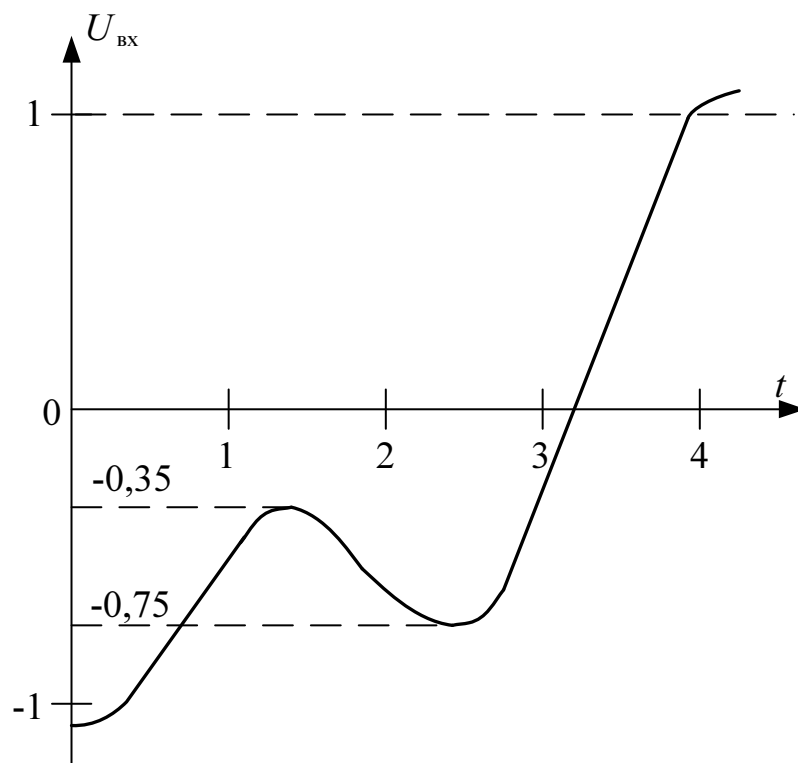
Задача. ОУ включен по схеме триггера Шмитта с петлей гистерезиса, как показано на рисунке 25 *а* и *б*. Необходимо рассчитать уровни переключения триггера; построить в масштабе на миллиметровой бумаге статическую характеристику триггера; по заданному входному сигналу (рисунок 2) определить выходной сигнал и построить их в масштабе на миллиметровой бумаге; вычислить сопротивление резистора R_3 ,

включенного для снижения влияния входных токов ОУ на точность работы триггера. Исходные данные представлены в таблице 11.

Таблица 3.11

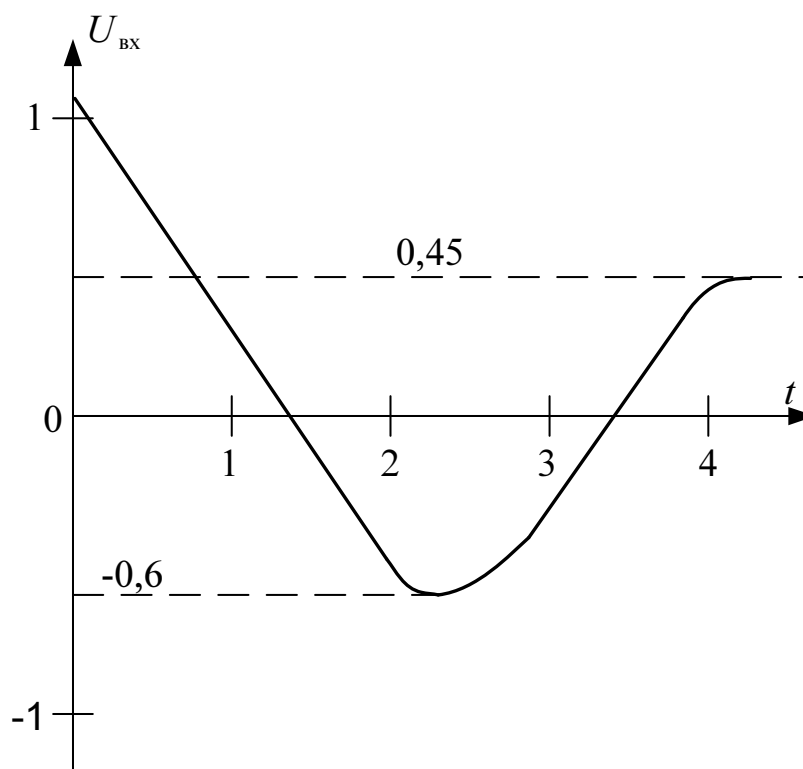
Символ столбца	А		В			С
Номер строки	Тип петли гистерезиса	R_1 , кОм	R_2 , кОм	$U_{ин}^+$, В	$U_{ин}^-$, В	Индекс рисунка
0		2,0	28	6	-6	3.31 а
1		2,4	30	12	-12	3.31 б
2		2,6	33	11,5	-11,5	3.32 а
3		2,8	36	10	-10	3.32 б
4		3,0	39	13	-13	3.33 а
5		3,3	41	13,5	-13,5	3.33 б
6		3,9	43	11	-11	3.34 а
7		4,1	47	4	-4	3.34 б
8		4,3	51	5	-5	3.35 а
9		4,7	54	7	-7	3.35 б



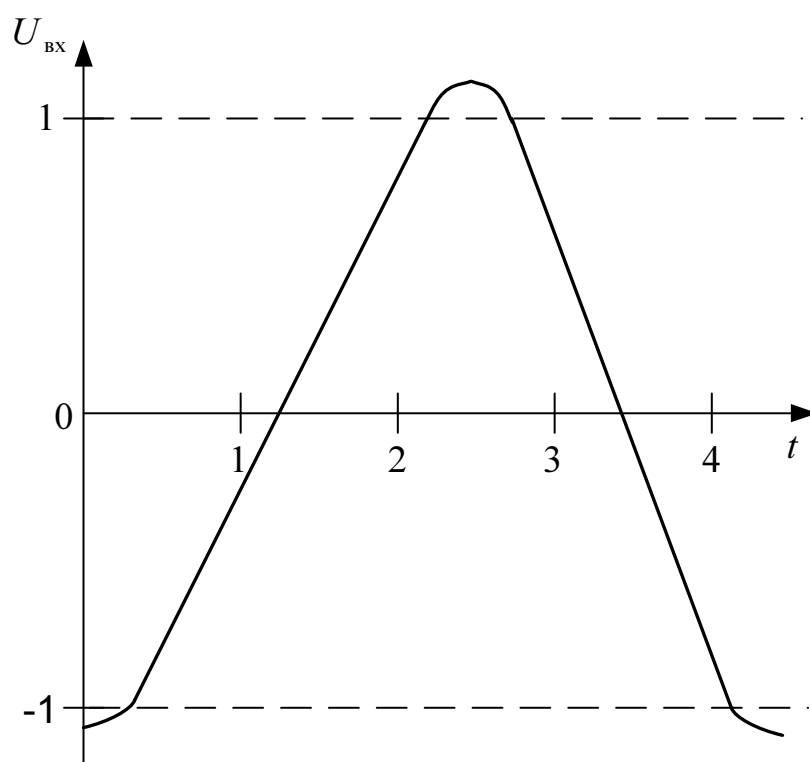


б

Рисунок 31 – Входной сигнал триггера Шмитта

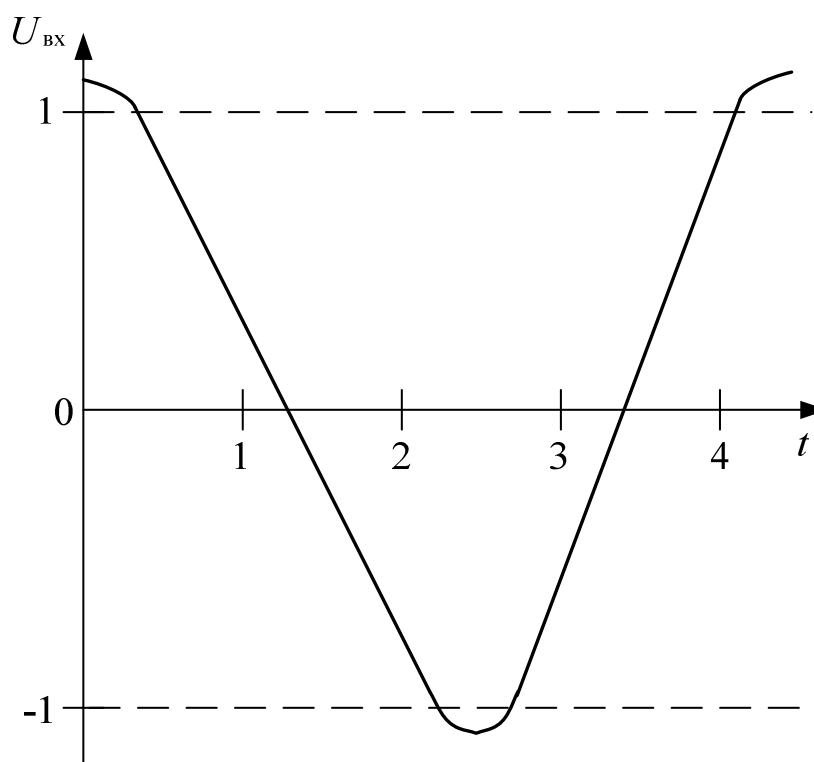


а

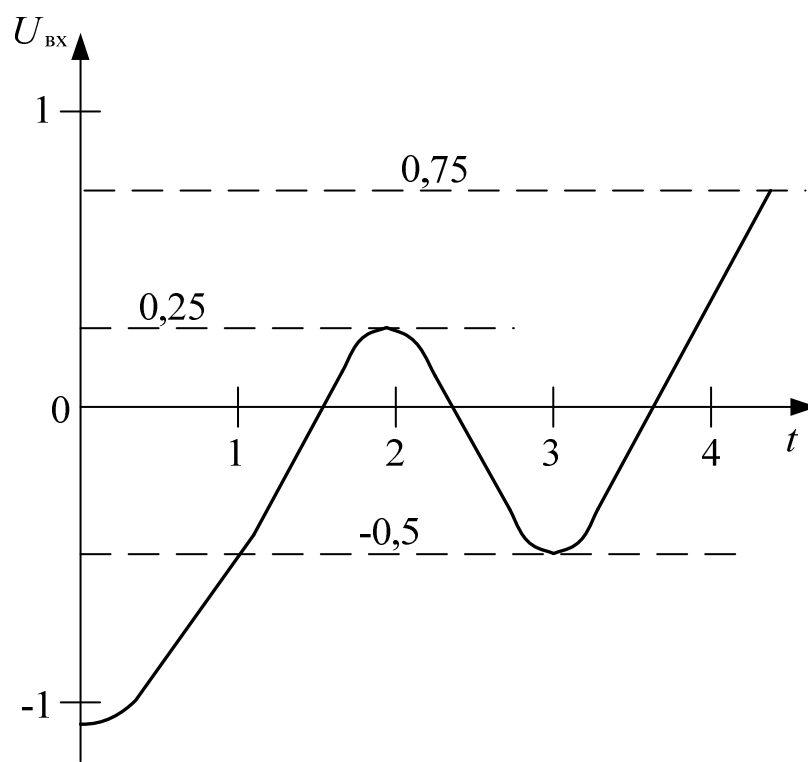


б

Рисунок 32 – Входной сигнал триггера Шмитта

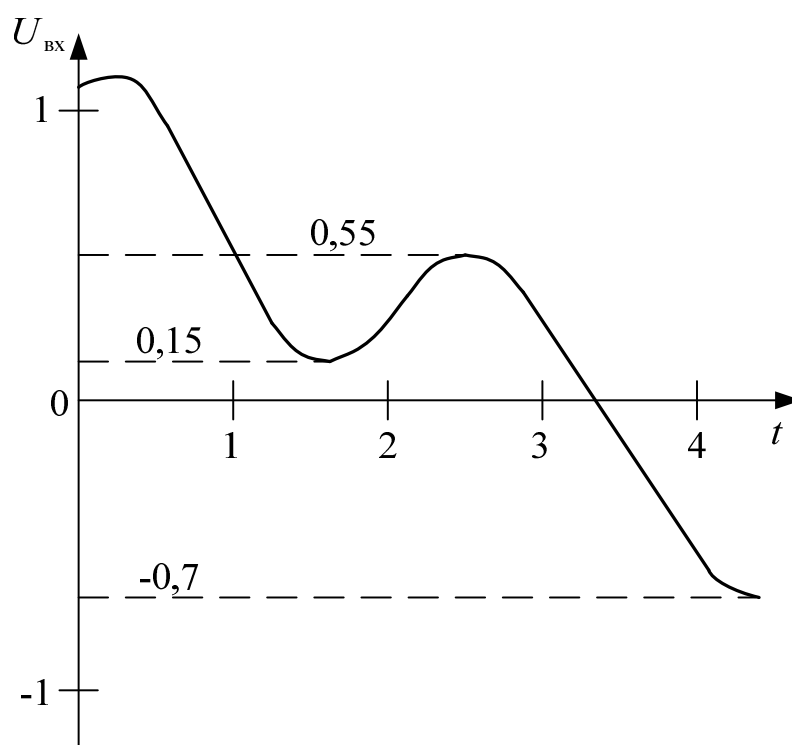


а

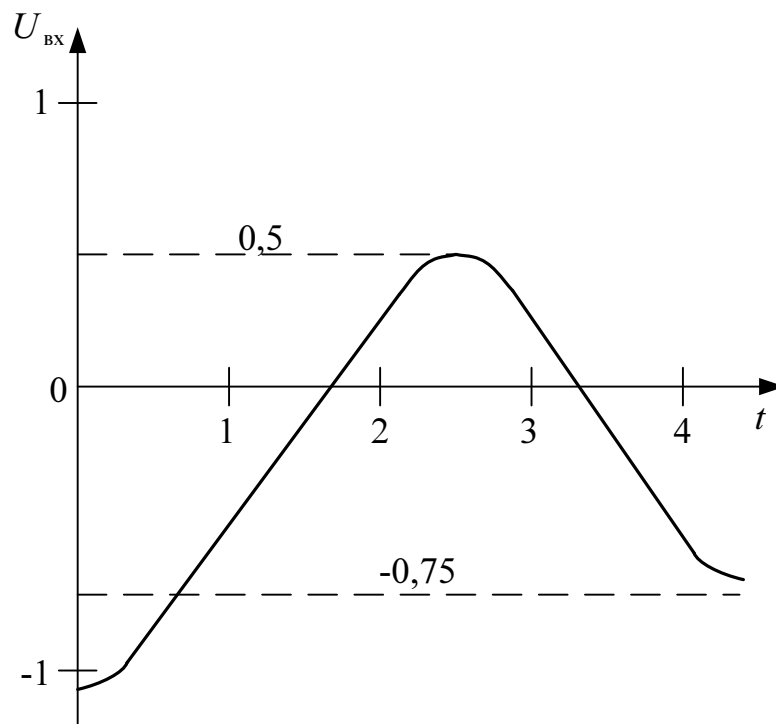


б

Рисунок 33 – Входной сигнал триггера Шмитта

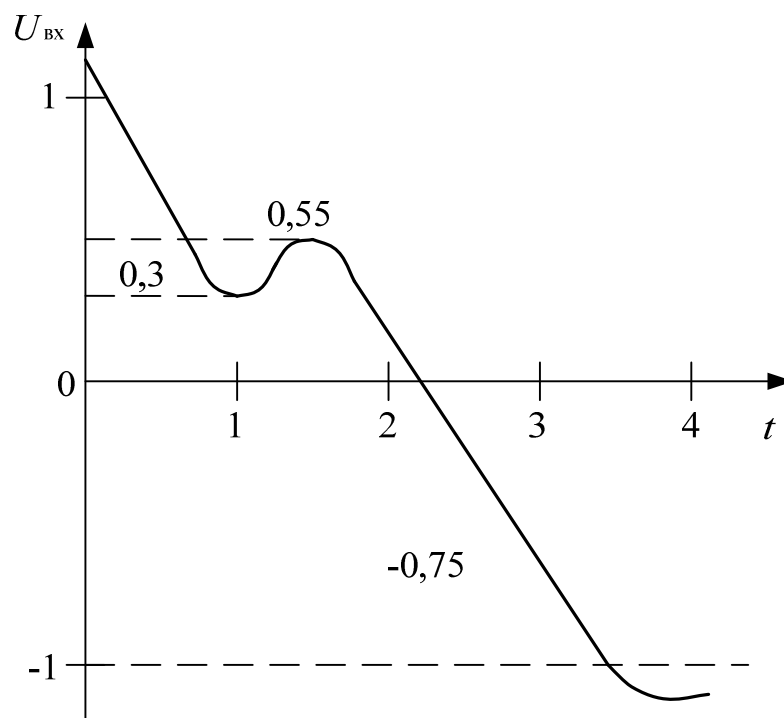


а

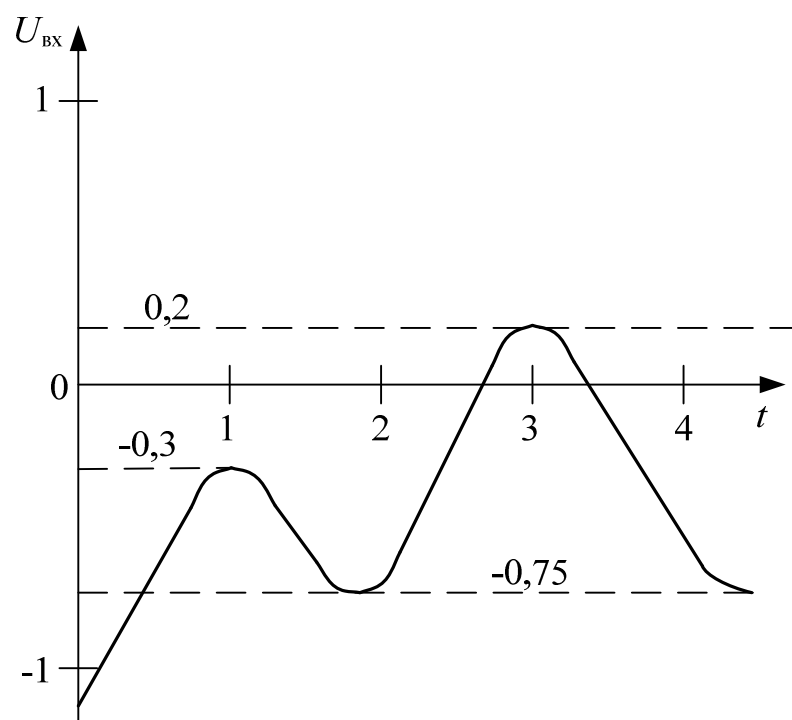


б

Рисунок 34 – Входной сигнал триггера Шмитта



а



б

Рисунок 3.35 – Входной сигнал триггера Шмитта

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. С.Р. Залялеев, В.М. Скрипников. – Микроэлектронные устройства систем управления. Аналоговые устройства управления. Красноярск, 1986 г.
2. Ю.А. Браммер, И.Н. Пащук. Импульсные и цифровые устройства. – М.: Высшая школа, 2002 г.
3. С.Г. Калашников. Электричество. – М.: Физматлит, 2003 г.
4. Н.В. Бурбаева, Т.С. Днепровская. Сборник задач по полупроводниковой электронике. – М.: Физматлит, 2006 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Общие сведения	4
1. Применение операционного усилителя (ОУ) для выполнения математических операций	5
2. Суммирование при подаче сигналов на инвертирующий вход при заземленном неинвертирующем входе (инвертирующая схема)	6
3. Суммирование при подаче сигналов на неинвертирующий вход при заземленном инвертирующем входе (неинвертирующая схема)	8
4. Суммирование при подаче сигналов на оба входа ОУ	9
5. Интегрирование сигналов с помощью операционных усилителей	17
6. Одновходовый триггер Шмитта	30
Список литературы	41