

ТАЛЛИНСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Вирумаа Колледж

**Методическое пособие по выполнению курсовой работы по
механике машин**

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ
ШАГОВОГО ТРАНСПОРТЕРА**

Г.П. Арясов

2015

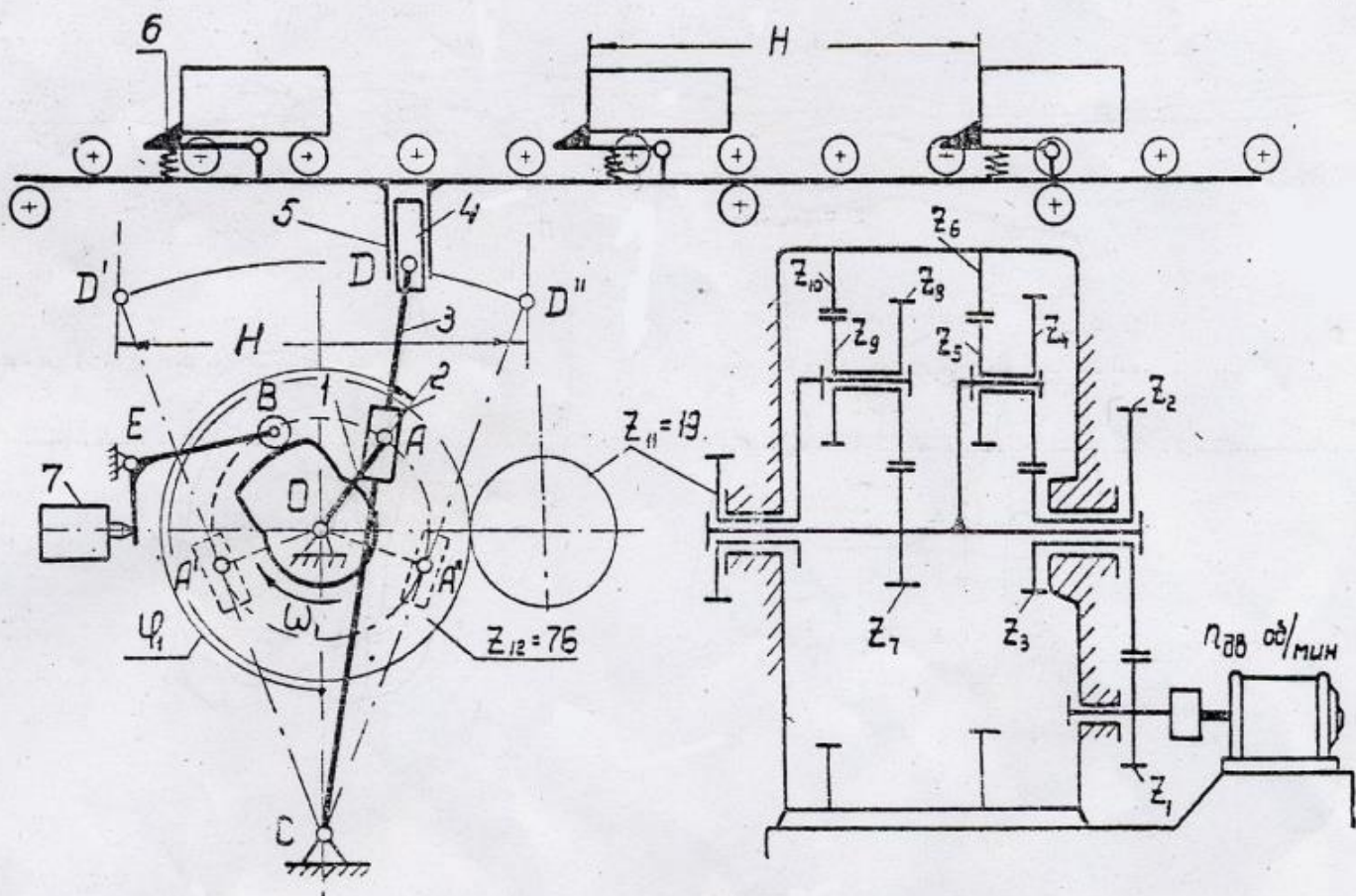


Схема кулисно-ползунного механизма шагового транспортера и кулачкового механизма конечного переключателя

Рис. 0.1

Шаговый транспортер предназначен для прерывистого перемещения деталей с одной позиции на другую при последовательной обработке деталей на нескольких станках, объединенных в автоматическую линию. Детали в количестве Z_0 перемещаются одновременно в направлении технологической последовательности обработки по направляющим типа рольганга. Перемещение деталей осуществляется по направляющим с помощью **штанги 5**. Оси цилиндрических катков неподвижны, а детали перемещаются посредством **пружинных захватов 6**, выступающих над направляющими и шарнирно соединенных со **штангой 5**.

Перемещение деталей одностороннее – слева направо (Рис.0.1). При рабочем ходе **пружинные захваты 6** захватывают детали и перемещают их на величину одного шага $H(S)$ транспортера, при обратном ходе **они** перемещаются под деталями.

Для возвратно-поступательного перемещения **штанги 5** транспортера шестизвенный кулисно-ползунный механизм, состоящий из пяти подвижных звеньев: **кривошипа 1, ползуна 2, кулисы 3, камня 4 и штанги 5**, а также неподвижного звена - **стойки 0**. **Кривошип 1** получает вращение от электродвигателя через планетарный редуктор и зубчатую передачу Z_1, Z_2 .

Расстояние между рабочими позициями станков кратно шагу $H(S)$ транспортера. На величину этого шага деталь перемещается за один оборот кривошипа. По окончании рабочего хода детали закрепляются при помощи специальных зажимных устройств, команда на включение которых подается с помощью конечного **переключателя 7 и кулачкового механизма**. При холостом ходе **штанги 5 захваты 6** наталкиваются на неподвижную деталь, поворачиваются относительно оси и проходят под деталью.

Средняя скорость перемещения деталей V_{5cp} обеспечивается при помощи привода, состоящего из электродвигателя, **зубчатой передачи Z_1, Z_2 , планетарного четырехрядного редуктора Z_3-Z_{10} , зубчатой передачи Z_{11}, Z_{12} и кулисного механизма**.

Число двойных ходов штанги в минуту n_1 определяют по заданной средней скорости перемещения штанги V_{5cp} с учетом коэффициента изменения средней скорости K_v .

ОГЛАВЛЕНИЕ

I. ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУЛИСНОГО МЕХАНИЗМА ПО ЗАДАНЫМ УСЛОВИЯМ И КИНЕМАТИЧЕСКОЕ И СИЛОВОЕ ЕГО ИССЛЕДОВАНИЕ

1.1. Синтез кулисного механизма	6
1.1.1. Структурный анализ (синтез) механизма	6
1.1.2. Определение размеров l, d, r	8
1.1.3. Определение числа оборотов кривошипа	9
1.1.4. Качественные критерии	9
1.2. Кинематический анализ	11
1.2.1. Расчет кинематических параметров кулисного механизма аналитическим методом	11
1.2.2. Определение скоростей и ускорений 5-го звена (штанги) кулисного механизма методом планов	14
а) Составление плана скоростей	15
а1. Кривошип AB	15
а.2 2-х поводкая группа BB_3C	16
а.3 2-х поводкая группа $D, D_5 E$	19
а.4 План скоростей для всего кулисного механизма .	20
б) Составление плана ускорений	22
b1. Кривошип AB	22
b.2 2-х поводкая группа BB_3C	23
b.3 2-х поводкая группа $D, D_5 E$	28
b.4 План ускорений для всего кулисного механизма	30
1.3. Силовой анализ механизма	32
1.3.1. Силы действующие на звенья механизма	32
1.3.2. Определение сил реакции в кинематических парах ...	35
1.3.3. Определение уравновешивающей силы	

II. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

2.1. Общее передаточное отношение и распределение его между ступенями	
2.2. Расчет планетарной ступени	
2.3. Расчет простой ступени	
2.3.1 Эвольвента окружности. Свойства эвольвенты. Уравнение эвольвенты	
2.3.1а Таблица инвалютов угла, значения эвольвентной функции	
2.3.2. Таблица смещений исходного контура для прямозубых цилиндрических зубчатых колёс	
2.3.3 Пример расчета простой ступени.....	

2.4. Построение картины зацепления

2.5. Качественные показатели зацепления

III. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ И МАССЫ МАХОВИКА

3.1. Определение приведенных моментов движущих сил
и сил сопротивления

3.1.1. Приведенный момент от сил сопротивления

3.1.2. Приведенный момент движущих сил

3.1.3.

3.2. Составление диаграмм работ

3.2.1. Диаграмма работ сил сопротивления

3.2.2. Диаграмма работ движущих сил

3.3. Определение требуемой мощности электродвигателя

3.4. Диаграмма изменения кинетической энергии

3.5. Определение приведенного момента инерции и
построение диаграммы $J_{пр} = J_{пр}(\varphi_1)$

3.6. Построение диаграммы Виттенбауэра и определение
момента инерции вращающихся звеньев

3.7. Регулирование движения и определение размеров
и массы маховика

ЛИТЕРАТУРА

I. ПРОЕКТИРОВАНИЕ КУЛИСНОГО МЕХАНИЗМА ПО ЗАДАНЫМ УСЛОВИЯМ И КИНЕМАТИЧЕСКОЕ И СИЛОВОЕ ЕГО ИССЛЕДОВАНИЕ

1.1 Синтез кулисного механизма

Исходные данные:

- а) Рабочий ход транспортера (шаг) $S = \dots \text{m}$;
- б) Средняя скорость рабочего хода $v_{sk} = \dots \text{m/s}$;
- в) Коэффициент изменения средней скорости штанги $k = \dots$;
- г) Геометрический параметр $\lambda = d/l = \dots$.

1.1.1. Структурный анализ (синтез) механизма

Структурным синтезом механизма называется проектирование структурной схемы механизма, под которой понимается составление кинематической схемы механизма, показывающая стойку (неподвижное звено), подвижные звенья, виды кинематических пар и их взаимное расположение (Рис.1.1а).

В ходе структурного анализа устанавливают, из каких структурных групп состоит механизм, а также определяют класс механизма. Это дает возможность показать особенности данного механизма и установить последовательность и метод кинематического и кинестатического исследования.

На кинематической схеме звенья и кинематические пары изображают условными знаками, а сам план составляют в выбранном самими масштабе, применяя масштабный коэффициент μ_l [m/mm]. На кинематической схеме (Рис.1.1а) нумеруют подвижные звенья (1,2,3,4,5), обозначают кинематические пары (A, B, B₃, C, D, D₅, E) и определяют степень подвижности (число степеней свободы W). После этого составляют структурную схему, которая составляется не в масштабе, а важно только количество звеньев n и количество кинематических пар p_5 .

Для этого выделяют ведущее звено (или ведущие звенья), затем выделяют структурные группы. Группы можно выделить в том случае, если знаем движение ее внешних элементов или это движение легко определяется.

Ход структурного анализа показан на рис.1.1а и рис.1.1б.

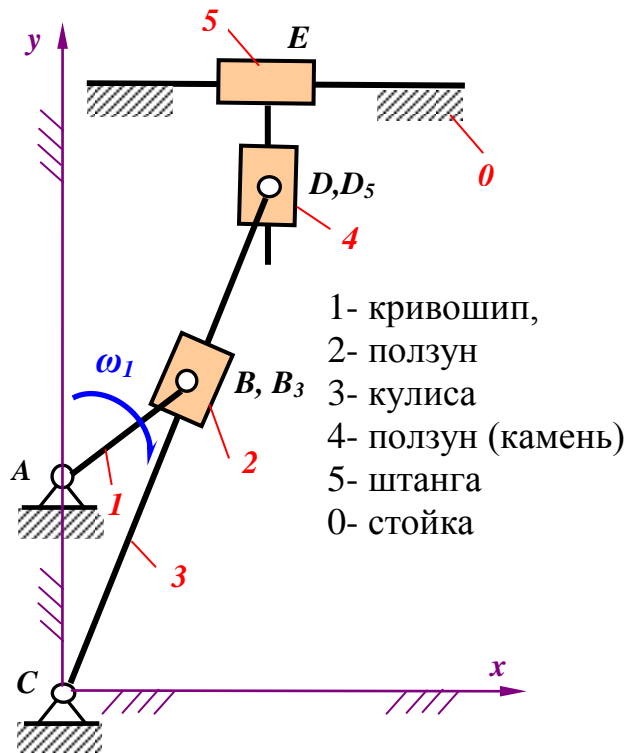


Рис. 1.1а Кинематическая схема кулисно-ползунного механизма

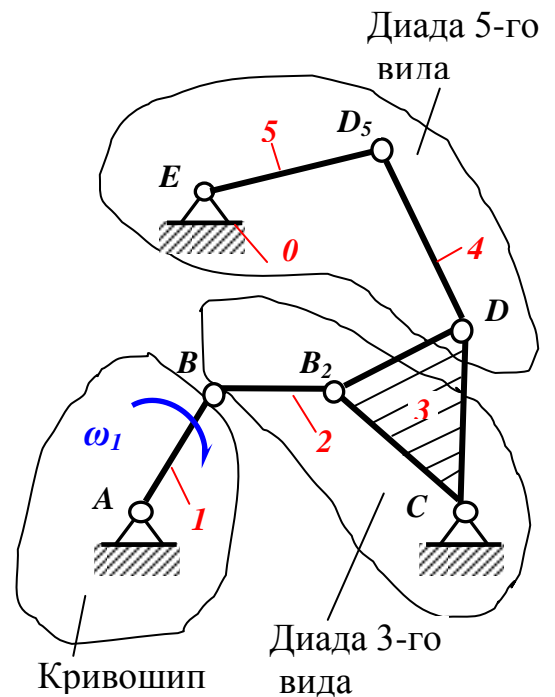


Рис. 1.1b Структурная схема кулисно-ползунного механизма

Точка B_3 принадлежит кулисе 3 и совпадает с точкой B кривошипа 1.

Точка D_5 принадлежит штанге 5 и совпадает с точкой D кулисы 3

Формула для определения числа степеней свободы имеет вид

$$W=3n-2p_5,$$

где число подвижных звеньев

$$n=5,$$

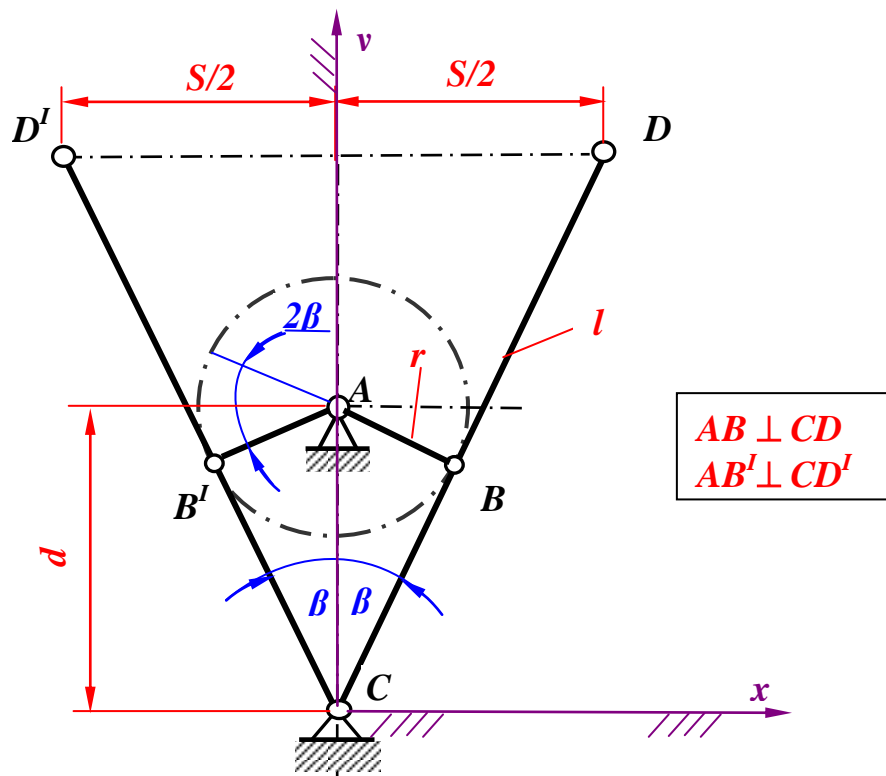
число кинематических пар пятого класса $p_5=7$,

тогда

$$W=3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 15 - 14 = 1.$$

То есть данный кулисно-ползунный механизм имеет **одну степень свободы**, а значит **имеет** одно ведущее звено – кривошип 1.

1.1.2. Определение размеров l , d , r (см. рис. 1.2)



$AB \perp CD$
 $AB' \perp CD'$

Рис. 1.2

Коэффициент изменения средней скорости штанги

$$k = \frac{v_{cp.x.x.}}{v_{cp.p.x.}} = \frac{90^\circ + \beta}{90^\circ - \beta},$$

откуда

$$\beta = 90^\circ \frac{k - 1}{k + 1},$$

где

$v_{cp.x.x.}$ – средняя скорость штанги при холостом ходе,

$v_{cp.p.x.}$ – средняя скорость штанги при рабочем ходе.

Длина кулисы

$$l = CD = \frac{S/2}{\sin \beta}.$$

Расстояние между центрами вращения кулисы и кривошипа

$$d = AC = \lambda \cdot l.$$

Радиус (длина) кривошипа AB

$$r = AB = d \cdot \sin \beta.$$

1.1.3. Определение числа оборотов кривошипа

Средняя скорость рабочего хода штанги –

$$v_{5k} = \frac{l \cdot \sigma \cdot \omega_1}{\pi} \left(\frac{1+k}{k} \right),$$

откуда

$$\omega_1 = \frac{\pi \cdot v_{5k} \cdot k}{l \cdot \sigma (1+k)},$$

где

$\sigma = \frac{r}{d}$ – геометрический параметр;

ω_1 – угловая скорость кривошипа.

Число оборотов кривошипа

$$n_1 = \frac{30\omega_1}{\pi} \text{ [rpm]}$$

1.1.4 Качественные показатели (см.рис. 1.3)

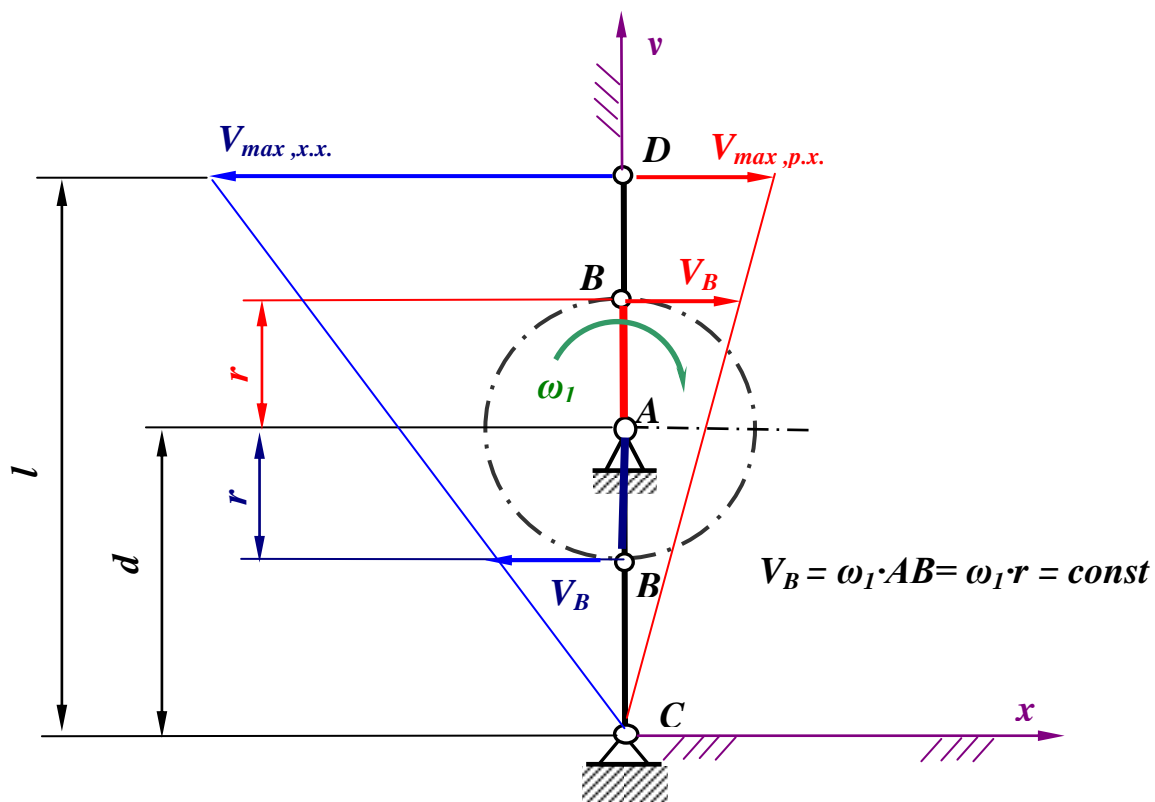


Рис. 1.3

Максимальные скорости точки **B** (штанги 5) :
при рабочем ходе ($v_{\max p.x.}$)

$$v_{\max p.x.} = v_B \frac{l}{d+r},$$

и при холостом ($v_{\max x.x.}$) ходе

$$v_{\max x.x.} = v_B \frac{l}{d-r},$$

где

$$v_B = \omega_1 \cdot r.$$

Неравномерность скорости штанги характеризуется коэффициентом \mathcal{G} .

При рабочем ходе

$$\mathcal{G}_{p.x.} = \frac{v_{\max p.x.}}{v_{cp.p.x.}}$$

и при холостом ходе

$$\mathcal{G}_{p.x.} = \frac{v_{\max p.x.}}{v_{cp.p.x.}}.$$

Средние скорости соответственно будут

$$v_{cp.p.x.} = \frac{s}{t_{p.x.}} \text{ и}$$

$$v_{cp.x.x.} = \frac{s}{t_{x.x.}},$$

где $t_{p.x.}$ – время рабочего хода, $t_{x.x.}$ – время холостого хода.

Соответственно время рабочего и холостого ходов

$$t_{p.x.} = \frac{\pi + 2\beta}{\omega_1}, \quad t_{x.x.} = \frac{\pi - 2\beta}{\omega_1}.$$

Эксплуатационным критерием δ будет отношение времени рабочего и холостого ходов

$$\delta = \frac{t_{p.x.}}{t_{x.x.}}.$$

1.2 Кинематический анализ

1.2.1 Расчет кинематических параметров кулисного механизма аналитическим методом

Приближенные формулы для определения перемещений, скоростей и ускорений 5-го звена (штанги) кулисного механизма соответственно:

$$x_5 = l \cdot \sigma \frac{\sin \varphi_1}{\sqrt{1 + \sigma^2 + 2\sigma \cos \varphi_1}}, \quad (1.1^*)$$

$$v_5 = l \cdot \sigma \cdot \omega_1 \frac{(1 + \sigma^2) \cos \varphi_1 + \sigma(1 + \cos^2 \varphi_1)}{\sqrt{(1 + \sigma^2 + 2\sigma \cos \varphi_1)^3}}, \quad (1.1^{**})$$

$$a_5 = -\frac{l \omega_1^2 \sigma \sin \varphi_1}{\sqrt{(1 + \sigma^2 + 2\sigma \cos \varphi_1)^5}} \left[\begin{array}{l} 1 - \sigma^2 + \sigma^4 + (2 - \sigma)(1 + \sigma^2) \cos \varphi_1 + \\ + \sigma(4 + 3\sigma) \cos^2 \varphi_1 \end{array} \right] \quad (1.1^{***})$$

$\sigma = \frac{r}{d}$ – геометрический параметр (см.1.1.3);

Расчет ведется на ЭВМ с применением программного комплекса " MATLAB ".

Вводные данные :

1. Väanda raadius (Радиус кривошипа)..... $R = \dots \text{m}$.
2. Väanda nurkkiirus (Угловая скорость кривошипа)..... $\omega_1 = \dots \text{rad/s (s}^{-1}\text{)}$.
3. Väanda ja kulissi pöörlemistsentrite vaheline kaugus (Расстояние между центрами вращения кулисы и кривошипа $D = \dots \text{m}$.
4. Kulissi pikkus (Длина кулисы)..... $L = \dots \text{m}$.
5. Abstsistelje pikkus (Желаемая длина оси абсцисс на чертеже)..... $T_1 = \dots \text{mm}$.
6. Siirde maksimaalne ordinaat (Желаемая максимальная длина перемещения)..... $T_2 = \dots \text{mm}$.
7. Kiiruse maksimaalne ordinaat (Желаемая максимальная длина ординаты скорости)..... $T_3 = \dots \text{mm}$.
8. Kiirenduse maksimaalne ordinaat (Желаемая максимальная длина ординаты ускорений)..... $T_4 = \dots \text{mm}$.
9. Arvutuste samm (шаг расчета)..... $\Delta \varphi = \dots^\circ$.

По полученным данным расчета строят диаграммы

$$s_5 = s_5(\varphi_1), \quad v_5 = v_5(\varphi_1), \quad a_s = a_s(\varphi_1) \quad (\text{см. Рис.1.4}).$$

NB! Следует иметь ввиду, что при выводе аналитических формул определения s , v , a исходным положением механизма принято верхнее вертикальное положение кривошипа (при $\varphi_1 = 0$), а не одно из крайних положений кулисы.

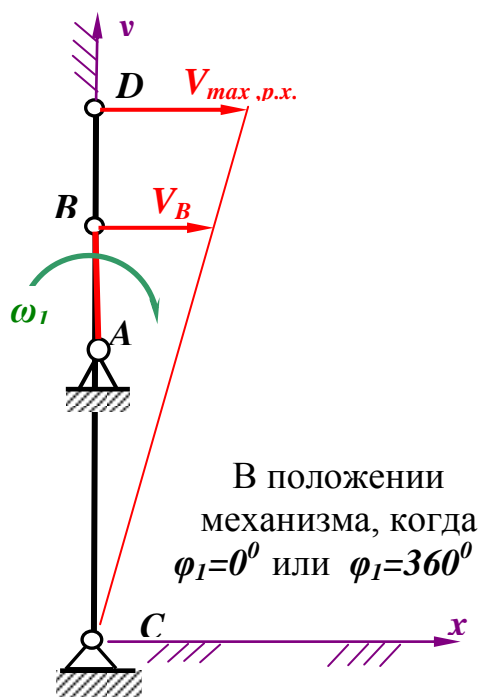
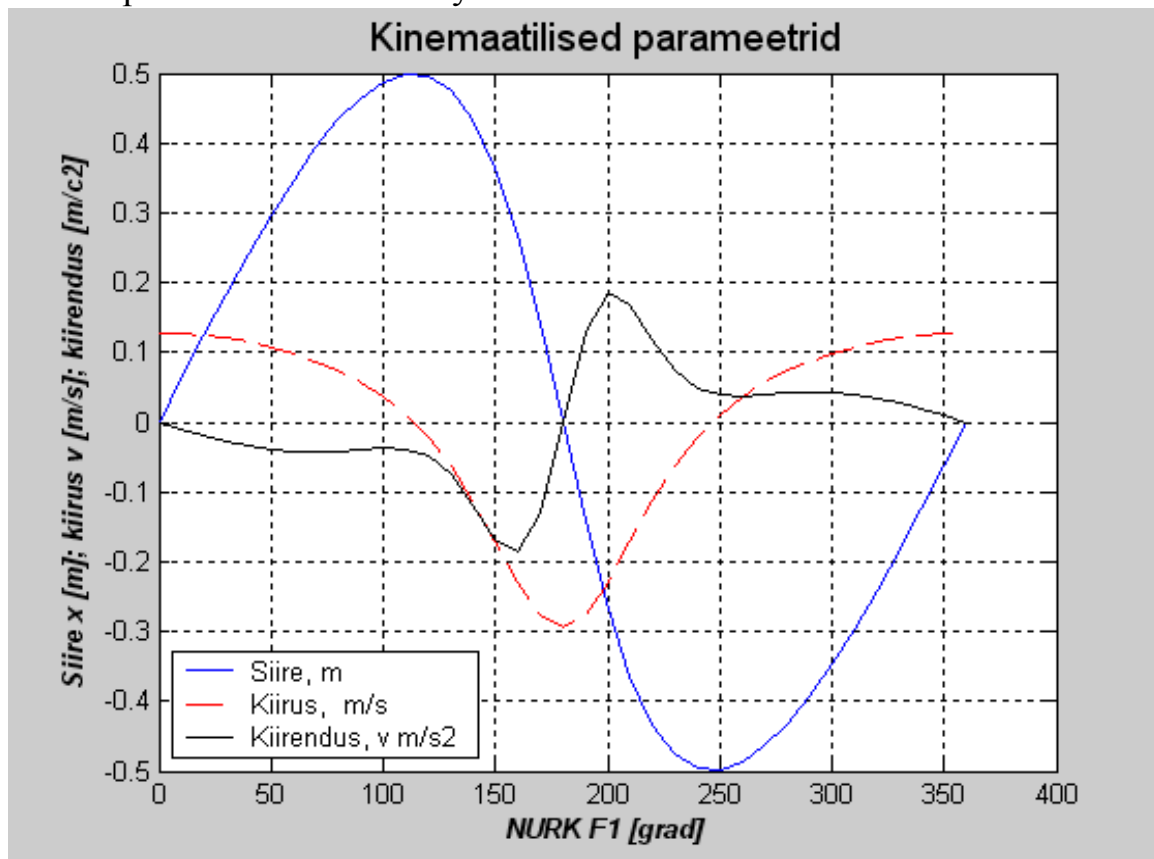


Рис. 1.4 а В положении механизма, 12
когда $\varphi_1 = 0^\circ$ или $\varphi_1 = 360^\circ$

Рис.1.4

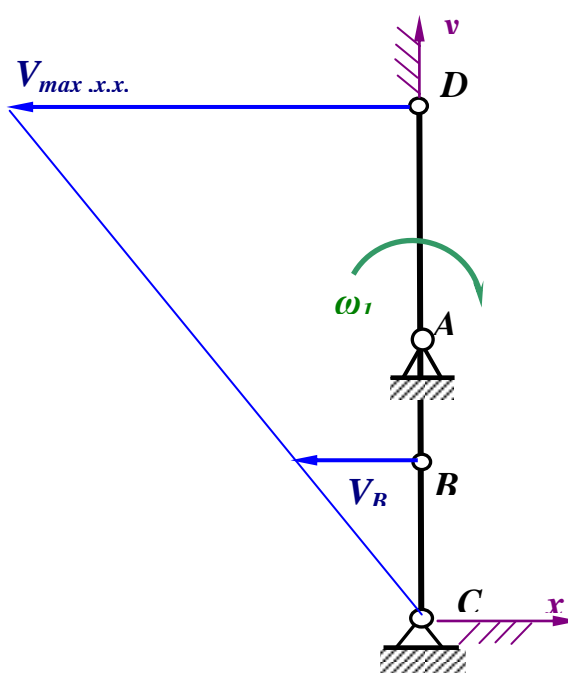
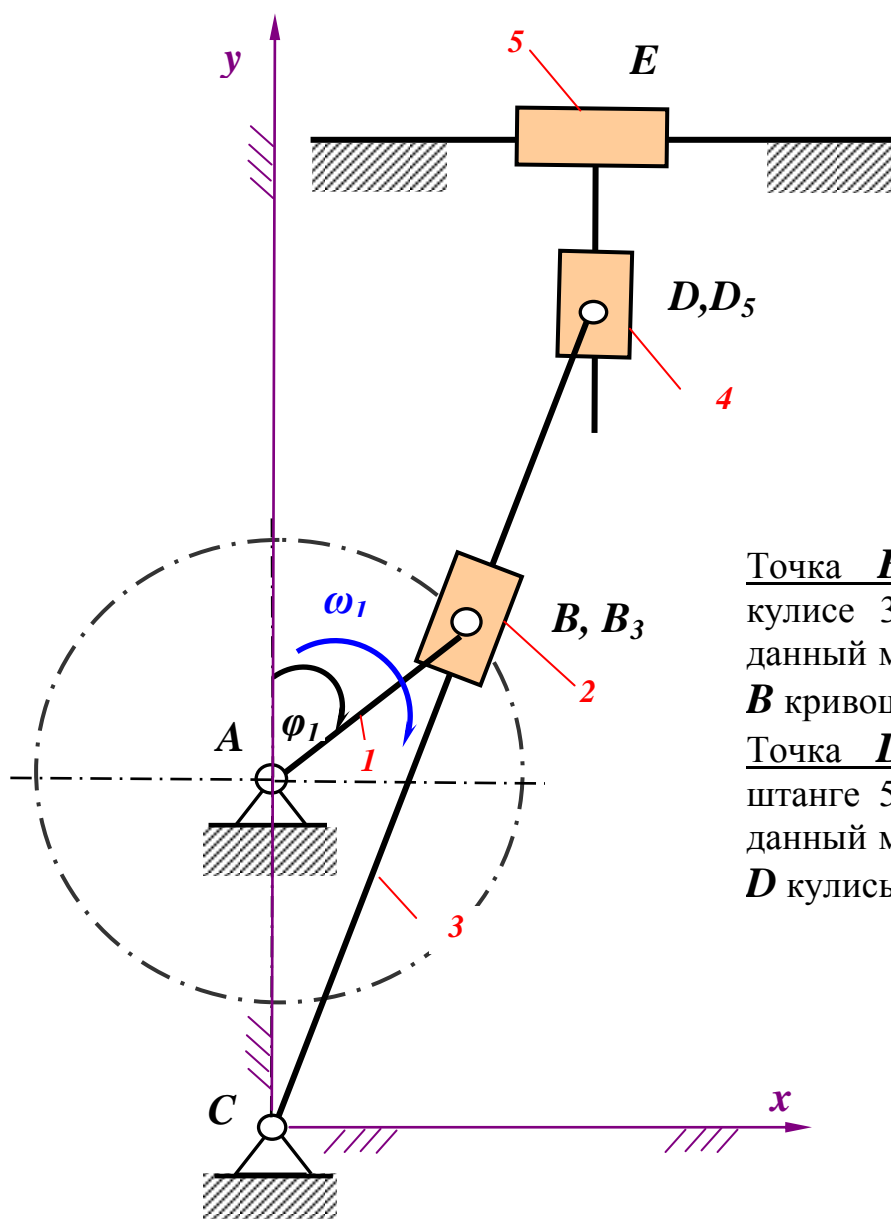


Рис. 1.4 б В положении
механизма, когда $\varphi_1 = 180^\circ$

1.2.2. **Определение скорости и ускорения 5-го звена (штанги) кулисного механизма методом планов при заданном угле положения кривошипа $\varphi_1 = \dots^\circ$.**

Вычертим план положения механизма (или его кинематическую схему) при $\varphi_1 = \dots^\circ$ в масштабе $\mu_l = \dots \text{m/mm}$ (Рис.1.5). Заметим, что структурный анализ механизма уже выполнен в разделе 1.1.1 (стр.6-7). В результате мы получили следующую последовательность кинематического расчета данного механизма:

кривошип $AB \Rightarrow$ 2-х поводковая группа BB_3C 3-го вида \Rightarrow
 \Rightarrow 2-х поводковая группа DD_5E 3-го вида.



Точка B_3 принадлежит кулисе 3 и совпадает в данный момент с точкой B кривошипа 1.

Точка D_5 принадлежит штанге 5 и совпадает в данный момент с точкой D кулисы 3

Рис. 1.5 Кинематическая схема кулисно-ползунного механизма

а) Составление плана скоростей

а1. Кривошип AB

Рассмотрим движение ведущего звена (кривошипа AB , Рис.1.6).

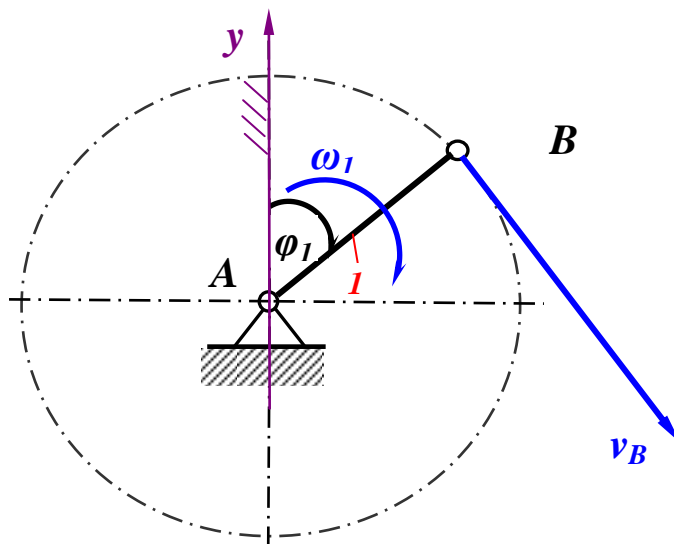


Рис.1.6

Учитывая, что кривошип AB совершает вращательное движение относительно неподвижной оси, проходящей через точку A , линейная скорость точки B будет

$$v_B = \omega_1 \cdot AB = \omega_1 \cdot r = const \quad (1.2)$$

и направлена перпендикулярно кривошипу AB в сторону его вращения (Рис.1.6).

а2. 2-х поводковая группа BB_3C

Теперь рассмотрим движение 2-х поводковой группы BB_3C (Рис.1.7)

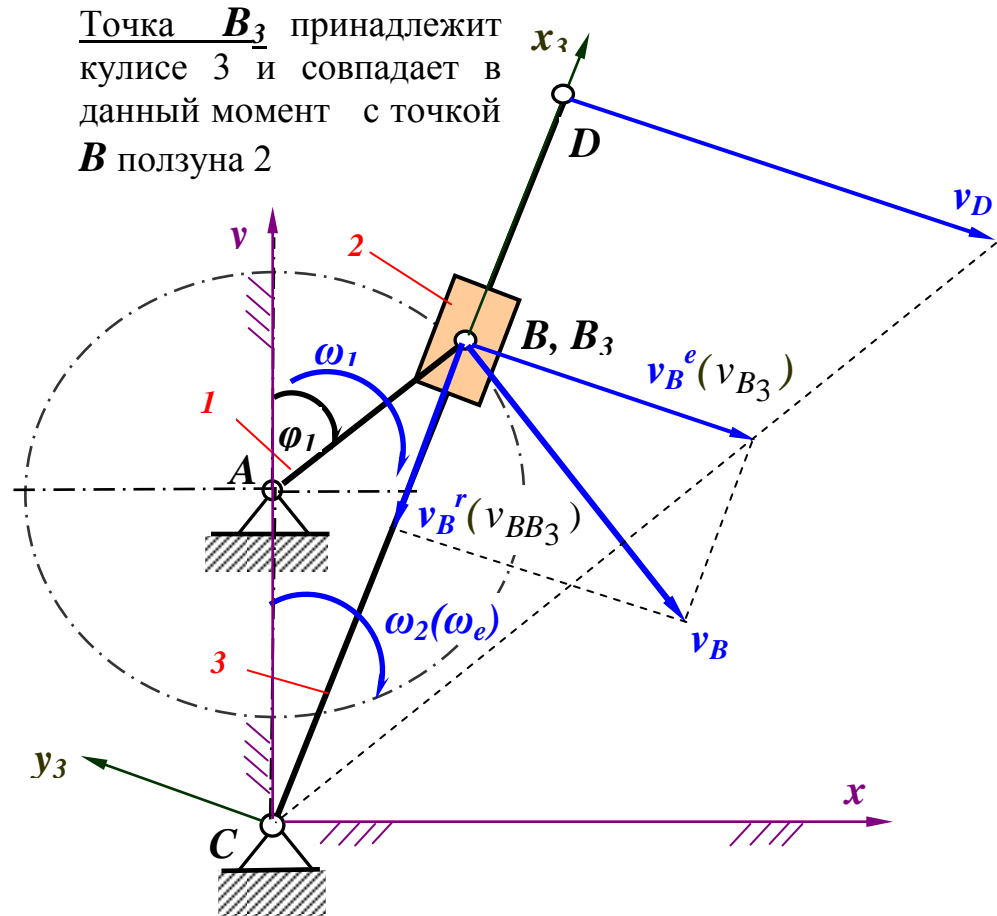


Рис.1.7

В данном случае необходимо прибегнуть к разложению составного (сложного) движения точки B , которую считаем теперь принадлежащей ползуну 2 на переносное и относительное движения. За переносное движение выгодно (удобно) принять вращательное движение кулисы 3 с которой можно связать относительную систему координат $x_3 y_3$, а относительным движением поступательное движение ползуна 2 относительно кулисы 3

Из сказанного следует, что найденная скорость v_B можно считать абсолютной скоростью точки B .

Теперь разложим эту абсолютную скорость v_B по правилу параллелограмма скоростей на две компоненты $v_B^r (v_{BB_3})$ и $v_B^e (v_{B_3})$, где

$v_B^r (v_{BB_3})$ – относительная скорость движения точки B относительно точки B_3 или скорость скольжения ползуна 2 по пазу кулисы 3 направлена вдоль нее ,

$v_B^e (v_{B_3})$ – переносная скорость движения точки B , равная линейной скорости точки B_3 кулисы 3 , совпадающая в данный момент с точкой B и направлена перпендикулярно кулисе 3, что вызывает (обуславливает) вращательно-качающееся движение кулисы 3 относительно точки C (Рис.1.7).

Соответствующее векторное уравнение имеет вид

$$\vec{v}_B = \vec{v}_B^r + \vec{v}_B^e \quad (1.3)$$

модуль	+	?	?
направление	$\perp AB$	$\parallel CB$	$\perp CB$

Графическим решением (построением плана скоростей первой 2-х поводковой группы BB_3C в выбранном масштабе μ_v [ms^{-1}/mm], Рис.1.8) уравнения (1.2) определяем неизвестные по модулю скорости $v_B^r (v_{BB_3})$ и $v_B^e (v_{B_3})$ (см.формулу 1.4) .

Из произвольно выбранного полюса p (Рис.1.8).проводим линию $\perp AB$ и откладываем на ней отрезок pb , представляющий собой абсолютную скорость v_B точки B в выбранном масштабе μ_v [ms^{-1}/mm]). Так как линия действия переносной скорости $v_B^e (v_{B_3}) \perp CB$, то проводим через полюс p плана скоростей линию \perp к CB . Линия же действия относительной скорости $v_B^r (v_{BB_3})$ совпадает с CB , поэтому на плане скоростей она будет параллельна CB .

Ввиду того, что согласно уравнению (1.2) скорости $v_B^r (v_{BB_3})$ и $v_B^e (v_{B_3})$ должны замыкаться на v_B , велина и направление которой у нас известна, проводим на плане скоростей через точку b (конец вектора скорости v_B) линию действия относительной скорости (скорости скольжения) $v_B^r (v_{BB_3})$ параллельно CB . Пересечение указанных линий действия определит точку b_2 , представляющая собой конец относительной скорости $v_B^r (v_{BB_3})$. Вместе с тем отрезок $\overline{bb_2}$ будет представлять собой скорость скольжения $v_B^r (v_{BB_3})$ и направлена будет к точке b .



Замерив на плане скоростей отрезки pb_3 и b_3b и умножив их соответственно на масштаб μ_v , получим значения искомых скоростей.

$$v_B^e(v_{B_3}) = \mu_v \cdot pb_3, \quad v_B^r(v_{BB_3}) = \mu_v \cdot bb_3. \quad (1.4)$$

Имея переносную скорость $v_B^e(v_{B_3})$ находим на плане скоростей точку d , представляющая собою конец вектора v_D (линейной скорости точки D кулисы 3) из пропорции (Рис.1.8)

$$\frac{pb_3}{CB} = \frac{pd}{CD} \Rightarrow pd = \frac{pb_3 \cdot CD}{CB} \quad (1.5)$$

и модуль линейной скорости точки D , учитывая масштаб μ_v , будет

$$v_D = \mu_v \cdot pd, \quad (1.6)$$

а угловая скорость вращения кулисы 3 (Рис.1.8) будет

$$\omega_3(\omega_e) = \frac{\mu_v \cdot pb_3}{CB} = \frac{\mu_v \cdot pd}{CD} \quad (1.7^*)$$

или (Рис.1.7)

$$\omega_3(\omega_e) = \frac{v_B^e(v_{B_3})}{CB_3} = \frac{v_D}{CD} \quad (1.7^{**})$$

а3. 2-х поводковая группа $DD_5 E$

Переходим к рассмотрению движения 2-х поводковой группы DD_5E (Рис.1.9).

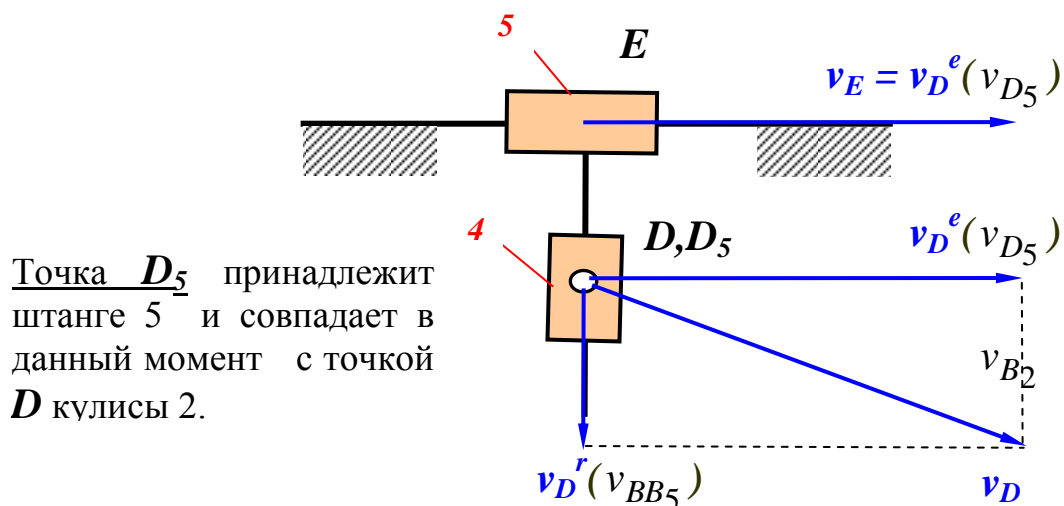


Рис.1.9

В этом случае будем считать, что точка D принадлежит кулисе 4 и v_D является ее абсолютной скоростью.

Разложим абсолютную скорость v_D на две компоненты $v_D^r(v_{BB5})$ и $v_D^e(v_{D5})$, где

$v_D^r(v_{DD5})$ – относительная скорость движения точки D относительно точки D_5 или скорость скольжения ползуна 4 по пазу штанги 5 направлена вдоль нее,

$v_D^e(v_{D5})$ – переносная скорость движения точки D , равная линейной скорости точки D_5 штанги 5, совпадающей в данный момент с точкой D и направлена перпендикулярно штанге 5, что вызывает (обуславливает) возвратно-поступательное движение штанги 5 (Рис.1.9 и Рис.1.5).

Соответствующее векторное уравнение имеет вид

$$\vec{v}_D = \vec{v}_D^r + \vec{v}_D^e \quad (1.8)$$

или

$$\vec{v}_D = \vec{v}_{DD5} + \vec{v}_{D5}$$

модуль

$$+ \quad ? \quad ?$$

направление

$$\perp CD \quad || ED \quad \perp ED$$

Графическим решением (построением плана скоростей второй 2-х поводковой группы DD_5E в выбранном масштабе μ_v [ms^{-1}/mm], Рис.1.10) уравнения (1.7) определяем неизвестные по модулю скорости $v_D^r(v_{BB5})$ и $v_D^e(v_{D5})$ (см. формулу 1.9)

План скоростей 2-х поводковой группы DD_5E μ_v [ms⁻¹/mm]

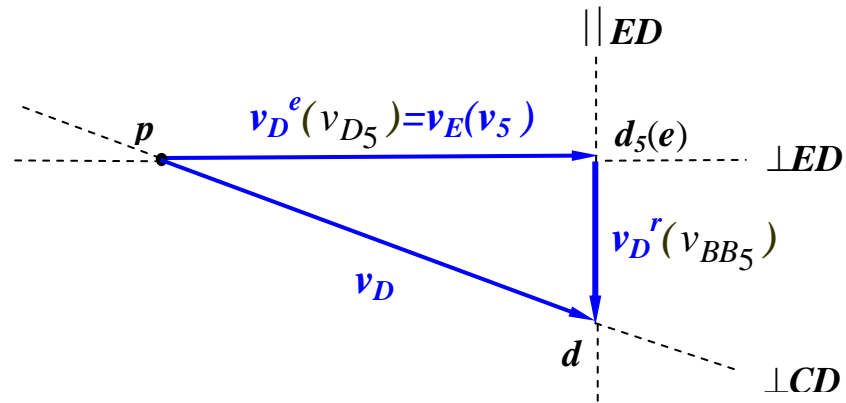


Рис.1.10

$$v_D^e(v_{D5}) = v_E(v_5) = \mu_v \cdot pd_5, \quad v_D^r(v_{DD5}) = \mu_v \cdot dd_5. \quad (1.9)$$

а4. План скоростей для всего кулисного механизма

Совместив оба плана скоростей, построенных отдельно для 2-х поводковых групп BB_3C (Рис.1.8) и DD_5E (Рис.1.10), получим в итоге (в результате) требуемый общий план скоростей для всего кулисно-ползунного механизма (Рис.1.11).

План скоростей кулисно-ползунного механизма (Рис.1.5) μ_v [ms⁻¹/mm]

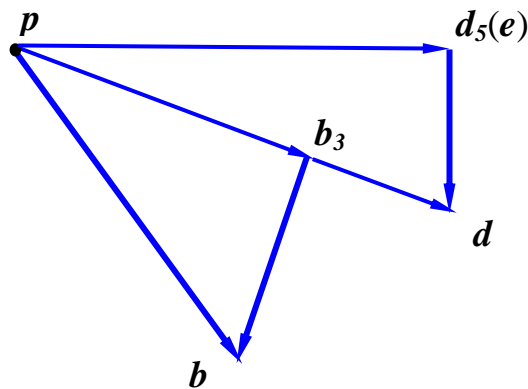


Рис.1.11

PS! Заметим, что план скоростей для 2-х поводковой группы DD_5E (Рис.1.10) можно отдельно не строить, а продолжить построение на основе уже построенного плана скоростей для 2-х поводковой группы BB_3C (Рис.1.8) и в итоге получить суммарный план скоростей для всего механизма (Рис.1.11)

На Рис.1.12 показана картина распределения скоростных характеристик для всего кривошипно-ползунного механизма.

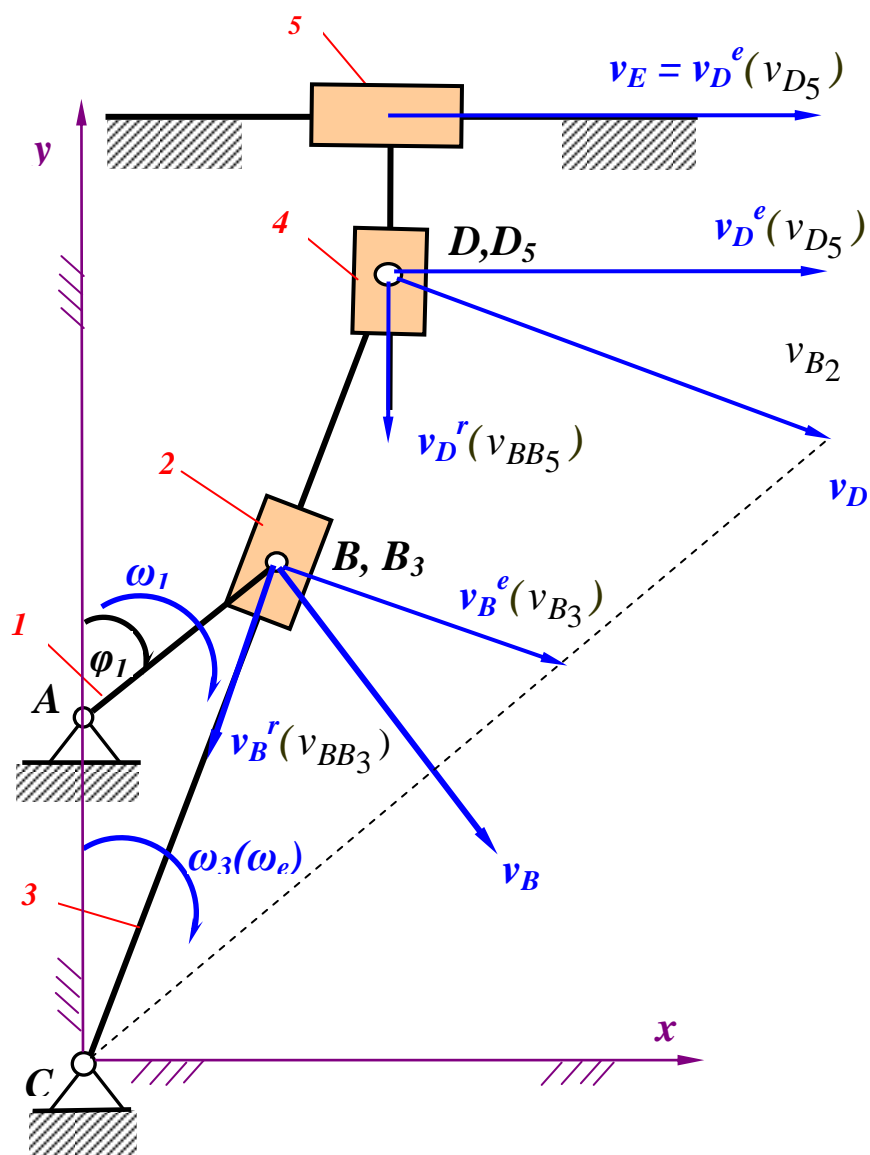


Рис.1.12

Для оценки точности определения $v_5(v_E)$ вычисляют ошибку Δv_5 , считая правильным значение v_5 определенное по аналитической

формуле

$$\Delta v_5 = \frac{v_{5anal.} - v_{5plan}}{v_{5anal.}} \cdot 100\% \quad (1.10)$$

б) Составление плана ускорений

б1. Кривошип AB

Рассмотрим движение ведущего звена (кривошипа AB , Рис.1.13).

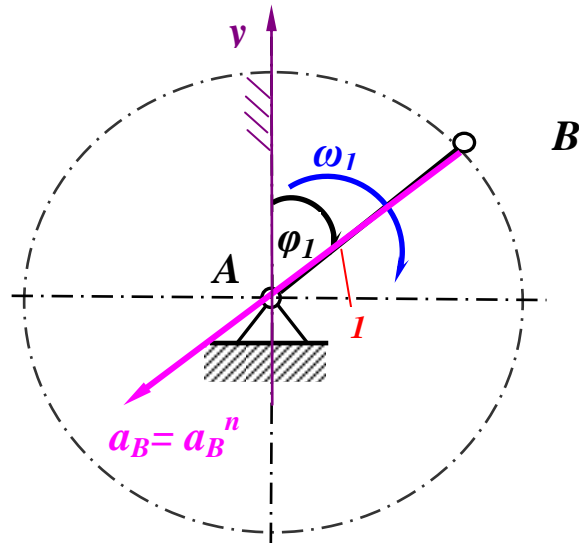


Рис.1.13

В общем случае ускорение точки B определяется выражением

$$\vec{a}_B = \vec{a}_B^n + \vec{a}_B^\tau \quad (1.11)$$

где

\vec{a}_B^n - нормальное ускорение,

\vec{a}_B^τ - касательное ускорение.

Поскольку кривошип AB вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_1 = const$, то касательное ускорение $\vec{a}_B^\tau = 0$, а значит полное ускорение точки B будет равно

$$a_B = a_B^n = \omega_1^2 \cdot AB = const \quad (1.12)$$

и направлено к оси вращения (Рис.1.13).

б2. 2-х поводковая группа BB_3C

Теперь рассмотрим движение 2-х поводковой группы BB_3C

(Рис.1.14).

Точка B_3 кулисы 3
совпадает в данный момент
с точкой B ползуна 2.

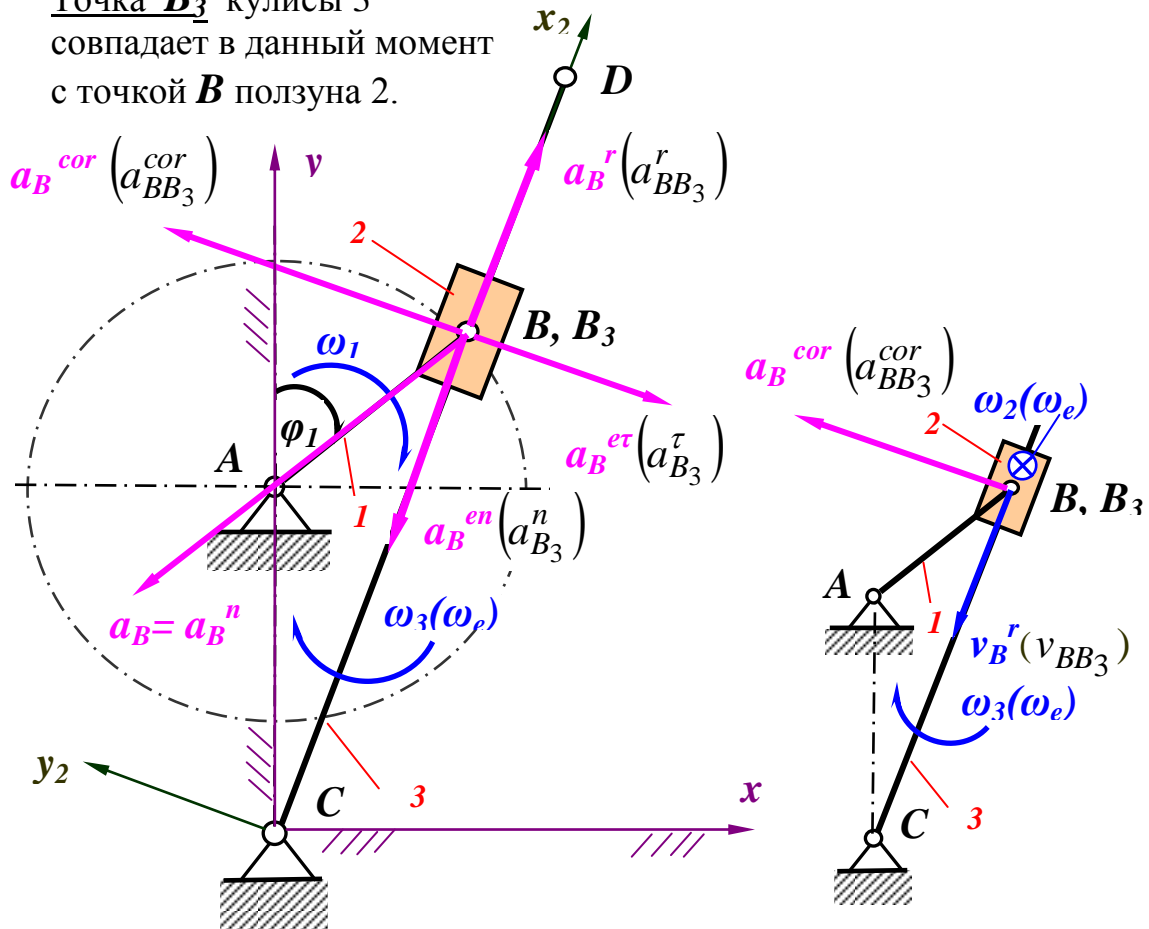


Рис.1.14

Рис.1.14а

В этом случае найденное ускорение a_B (1.12) является абсолютным ускорением точки B , которую считаем теперь принадлежащей ползуна 2.

Согласно теореме о сложении ускорений имеем

$$\vec{a}_B = \vec{a}_B^e + \vec{a}_B^r + \vec{a}_B^{cor} \quad (1.13)$$

или

$$\vec{a}_B = \vec{a}_{B_3} + \vec{a}_{BB_3} + \vec{a}_{BB_3}^{cor}$$

где

$\vec{a}_B^e(\vec{a}_{B_3})$ - переносное ускорение точки B , равная линейному ускорению точки B_3 , принадлежащей, совершающее вращательное движение, кулисе 3 и совпадающая в данный момент с точкой B ползуна 2,

$\vec{a}_B^r(\vec{a}_{BB_3})$ - относительное ускорение точки B , обусловленное поступательным движением ползуна 3 относительно кулисы 3,

$\vec{a}_B^{cor} (\vec{a}_{BB_3}^{cor})$ - ускорение Кориолиса (Coriolise).

Учитывая, что переносное движение обусловлено вращательным движением кулисы 3, разложим переносное ускорение точки B $\vec{a}_B^e (\vec{a}_{B_3})$ на касательное и нормальное ускорения

$$\vec{a}_B^e = \vec{a}_B^{e\tau} + \vec{a}_B^{en} \quad (1.14)$$

или
$$\vec{a}_{B_3} = \vec{a}_{B_3}^e + \vec{a}_{B_3}^n$$

При этом переносное нормальное ускорение равно

$$a_B^{en} = \omega_e^2 \cdot BC \quad (1.15)$$

или
$$a_{B_2}^n = \omega_3^2 \cdot B_3C$$

и направлено вдоль кулисы 3 к точке C , а переносное касательное ускорение ($\perp CB$) будет

$$a_B^{e\tau} = \alpha_e \cdot BC \quad (1.16)$$

или
$$a_{B_3}^\tau = \alpha_3 \cdot B_2C,$$

где $\alpha_3(\alpha_e)$ – угловое ускорение кулисы 2.

В итоге теорема о сложении ускорений (1.13, учитывая (1.12), примет вид

$$\vec{a}_B = \vec{a}_B^n = \vec{a}_B^{e\tau} + a_B^{en} + \vec{a}_B^r + \vec{a}_B^{cor} \quad (1.17)$$

или
$$\vec{a}_B = \vec{a}_B^n = \vec{a}_{B_3}^\tau + a_{B_3}^n + \vec{a}_{BB_3}^r + \vec{a}_{BB_3}^{cor}$$

модуль
$$+ \quad + \quad ? \quad + \quad ? \quad +$$

направление
$$\parallel AB \parallel AB \perp CB \parallel CB \parallel CB \perp CB$$

Ускорение Кориолиса определяется по формуле

$$\vec{a}_B^{cor} = 2\vec{\omega}_e \times \vec{v}_B^r \quad \text{или} \quad \vec{a}_{BB_3}^{cor} = 2\vec{\omega}_3 \cdot \vec{v}_{BB_2} \quad (1.18)$$

В данном случае вектор угловой скорости $\vec{\omega}_e (\vec{\omega}_3)$ вращения кулисы 3 направлен перпендикулярно плоскости механизма (чертежа) и направлен от нас. Следовательно угол между векторами $\vec{\omega}_e (\vec{\omega}_3)$ и $\vec{v}_B^r (\vec{v}_{BB_3})$ равен 90° (Рис.1.14а), а значит соответственно ускорение Кориолиса по модулю будет

$$|\vec{a}_B^{cor}| = 2|\vec{\omega}_e| \times |\vec{v}_B^r| \cdot \sin 90^\circ \quad (1.19)$$

или
$$|\vec{a}_{BB_3}^{cor}| = 2|\vec{\omega}_3| \cdot |\vec{v}_{BB_3}| \cdot \sin 90^0$$

Остается теперь определить его направление. Согласно правилу Жуковского, учитывая, что вектор $\vec{v}_B^r(\vec{v}_{BB_3}) \perp \vec{\omega}_e(\vec{\omega}_3)$, поворачиваем $\vec{v}_B^r(\vec{v}_{BB_3})$ по ходу вращения то есть по часовой стрелке на 90^0 и получаем направление вектора ускорения Кориолиса \vec{a}_B^{cor} , который будет $\perp CB$ (Рис.1.14а и Рис.1.14).

Заметим, что нам известны только линия действия относительного ускорения $\vec{a}_B^r(\vec{a}_{BB_3}^r) \parallel CB$ и линия действия переносного касательного ускорения $\vec{a}_B^e(\vec{a}_{B_3}^r) \perp CB$, но пока не знаем ускоренно или замедленно движутся звенья (кулиса 2 и ползун 3) данного механизма. Поэтому первоначально выбираем их направления как показано на Рис.1.14. А затем, построив план ускорений, найдем их истинные направления (см. Рис.1.15).

Графическим решением (построением плана ускорений первой 2-х поводковой группы BB_3C в выбранном масштабе μ_v [ms^{-2}/mm], Рис.1.15) уравнения (1.17) определяем неизвестные по модулю ускорения $a_B^{er}(a_{B_3}^r)$ и $a_B^r(a_{BB_3}^r)$ (см.формулу 1.20) и соответственно определяем их истинные направления.

Из произвольно выбранного полюса π (Рис.1.15) проводим линию $\parallel AB$ и откладываем на ней отрезок πb , представляющий собой абсолютное ускорение a_B точки B в выбранном масштабе μ_a [ms^{-2}/mm]. Так как согласно уравнению (1.17) ускорение Кориолиса $a_B^{cor}(a_{BB_3}^{cor})$ должна замыкаться на a_B , то из точки b (конец вектора ускорения a_B) проводим на плане скоростей линию действия ускорения Кориолиса $a_B^{cor}(a_{BB_3}^{cor}) \perp CB$ и откладываем на ней его значение в выбранном масштабе (Рис.1.15).

Далее из полюса π (Рис.1.15) проводим линию действия переносного нормального ускорения $a_B^{en}(a_{B_3}^n) \parallel CB$ и откладываем на ней, вычисленное по формуле (1.15), значение данного ускорения (в масштабе). Затем из конца вектора $a_B^{en}(a_{B_3}^n)$ проводим линию действия переносного касательного ускорения $a_B^{er}(a_{B_3}^r) \perp CB$ или \perp

уже построенному на плане ускорений вектору $\mathbf{a}_B^{en}(a_{B_3}^n)$. Однако значение $\mathbf{a}_B^{er}(a_{B_3}^r)$ нам пока не известно. Поэтому для завершения построения плана ускорений учтем, что, согласно теореме о сложении ускорений (1.17), мы должны получить замкнутый векторный многоугольник. Поэтому из начала вектора ускорения Кориолиса $\mathbf{a}_B^{cor}(a_{BB_3}^{cor})$ проводим линию действия относительного ускорения $\mathbf{a}_B^r(a_{BB_3}^r)$ параллельно CB до пересечения в точке b_2 с линией действия переносного касательного ускорения $\mathbf{a}_B^{er}(a_{B_3}^r)$.

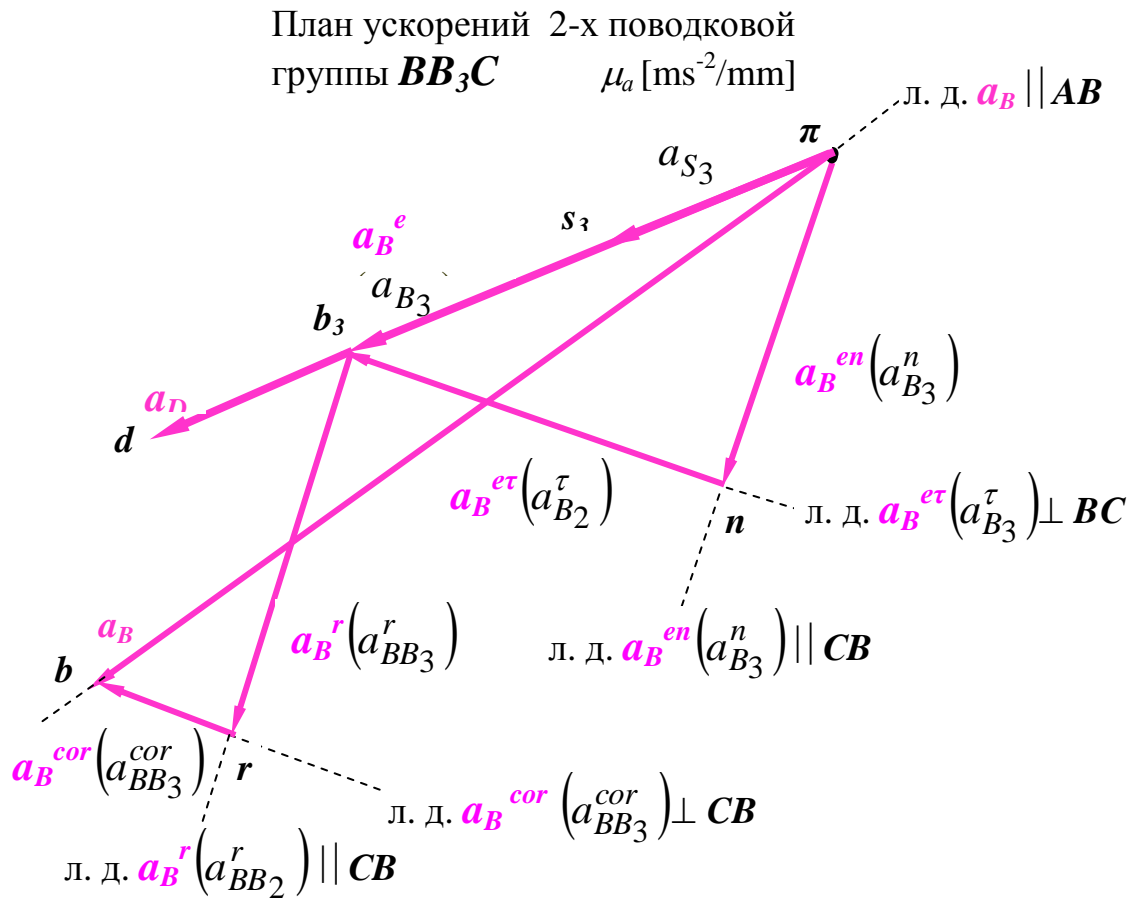


Рис.1.15

Соединив на плане ускорений точки π и b_3 , получим вектор, определяющий переносное ускорение точки B \mathbf{a}_B^e , равный линейному ускорению a_{B_3} точки B_3 , принадлежащей, совершающее вращательное движение, кулисе 3 и совпадающая в данный момент с точкой B ползуна 2.

Замерив на плане ускорений (Рис.1.15) отрезки nb_3 и b_3r и умножив их соответственно на масштаб μ_a , получим значения переносного касательного и нормального ускорений

$$a_B^e(a_{B_3}^\tau) = \mu_a \cdot nb_3, \quad a_B^r(a_{BB_3}^r) = \mu_a \cdot b_3 r. \quad (1.20)$$

А замерив плане ускорений (Рис.1.15) отрезок πb_2 и умножив на масштаб μ_a , получим значение переносное ускорение точки $\mathbf{B}(B_3)$ $a_B^e(a_{B_3})$

$$a_B^e(a_{B_3}) = \mu_a \cdot \pi b_3 \quad (1.21)$$

или согласно формуле (1.14)

$$a_B^e(a_{B_3}) = \sqrt{(\mu_a \cdot nb_3)^2 + (\mu_a \cdot b_3 r)^2} \quad (1.21a)$$

Теперь, зная переносное касательное ускорение $a_B^{e\tau}(a_{B_3}^\tau)$, можем определить значение углового ускорения $\alpha_2(\alpha_e)$ кулисы 3 по формуле (1.16)

$$\alpha_e = \frac{a_B^{e\tau}}{BC} \quad \text{или} \quad \alpha_3 = \frac{a_{B_3}^\tau}{BC} \quad (1.22)$$

Соответственно из плана ускорений (Рис.1.15) определяем истинные направления ускорений $a_B^{e\tau}(a_{B_3}^\tau)$ и $a_B^r(a_{BB_3}^r)$, которые в действительности будут направлены противоположно тому направлению, что было первоначально нами выбрано (Рис.1.14). То есть угловое ускорение $\alpha_3(\alpha_e)$ будет направлено против хода часовой стрелки, а значит кулиса 3 в данный момент времени движется (вращается) замедленно (Рис.1.19)

Имея переносную скорость $a_B^e(a_{B_3})$ находим на плане ускорений точку d , представляющая собою конец вектора a_D (линейного ускорения точки \mathbf{D} кулисы 3) из пропорции (Рис.1.15)

$$\frac{\pi b_3}{CB} = \frac{\pi d}{CD} \Rightarrow \pi d = \frac{\pi b_3 \cdot CD}{CB} \quad (1.23)$$

и модуль линейной скорости точки \mathbf{D} , учитывая масштаб μ_a , будет

$$a_D = \mu_a \cdot \pi d \quad (1.24)$$

Теперь найдем ускорение центра масс a_{S_3} кулисы 3, которое в дальнейшем потребуется нам для определения сил инерции при

силовом расчете механизма. Естественно оно будет равно половине линейного ускорения a_{B_3} точки B_3 (Рис.1.15), принадлежащей, совершающее вращательное движение, кулисе 3 и совпадающая в данный момент с точкой B ползуна 2 (Рис.1.14)

$$a_{S_3} = \frac{a_{B_3}}{2} = \frac{\mu_a \cdot \pi b_3}{2} = \mu_a \cdot \pi s_3 \quad (1.25)$$

где отрезок πs_3 на плане ускорений (Рис.1.15) соответствует в масштабе ускорению a_{S_3} .

в3. 2-х поводковая группа $DD_5 E$

Переходим к рассмотрению движения 2-х поводковой группы $DD_2 E$ (Рис.1.16).

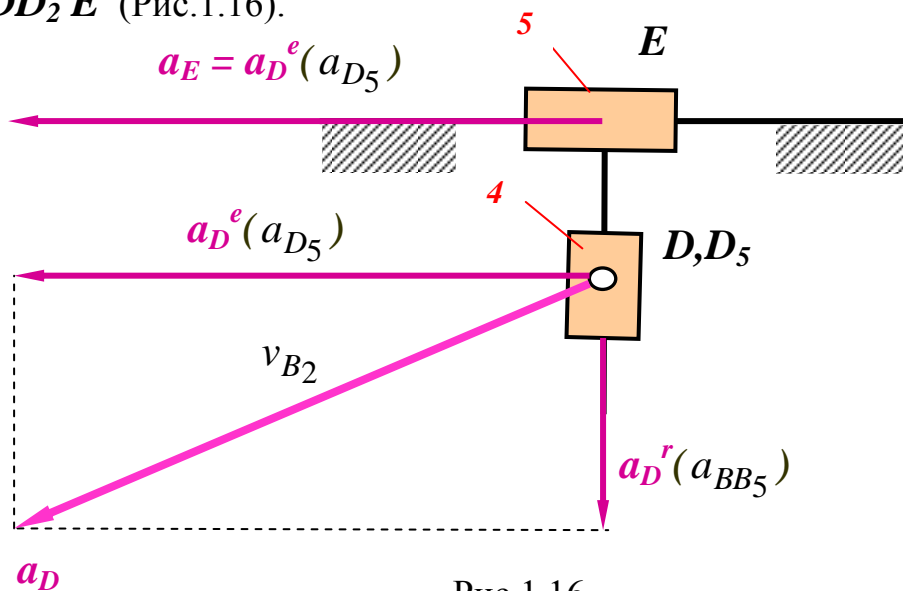


Рис.1.16

В этом случае будем считать, что точка D принадлежит кулисе 4 и a_D является ее абсолютным ускорением. Согласно теореме о сложении ускорений имеем

$$\vec{a}_D = \vec{a}_D^e + \vec{a}_D^r + \vec{a}_D^{cor} \quad (1.26)$$

или

$$\vec{a}_D = \vec{a}_{D_5} + \vec{a}_{DD_5} + \vec{a}_{DD_5}^{cor}$$

где

$\vec{a}_D^e(\vec{a}_{D_5})$ - переносное ускорение точки D , равная линейному ускорению точки D_5 , принадлежащей, совершающее возвратно

поступательное движение, штанге 5 и совпадающая в данный момент с точкой D ползуна 4,

$\vec{a}_D^r(\vec{a}_{DD5})$ - относительное ускорение точки D , обусловленное поступательным движением ползуна 4 относительно штанги 5,

а ускорение Кориолиса (Coriolise) $\vec{a}_D^{cor}(\vec{a}_{DD5}^{cor})$ равно нулю, так как штанга 5 совершает поступательное переносное движение и соответственно ее угловая скорость $\omega_5=0$ и мы имеем

$$\vec{a}_B^{cor}(\vec{a}_{DD5}^{cor}) = 2\vec{\omega}_5 \times \vec{v}_D^r(v_{DD5}) = 2 \cdot 0 \times \vec{v}_D^r(v_{DD5}) = 0 \quad (1.27)$$

В этом случае теорема о сложении ускорений (1.25) упрощается и примет следующий вид

$$\vec{a}_D = \vec{a}_D^e + \vec{a}_D^r \quad (1.28)$$

или

$$\vec{a}_D = \vec{a}_{D5} + \vec{a}_{DD5}$$

модуль

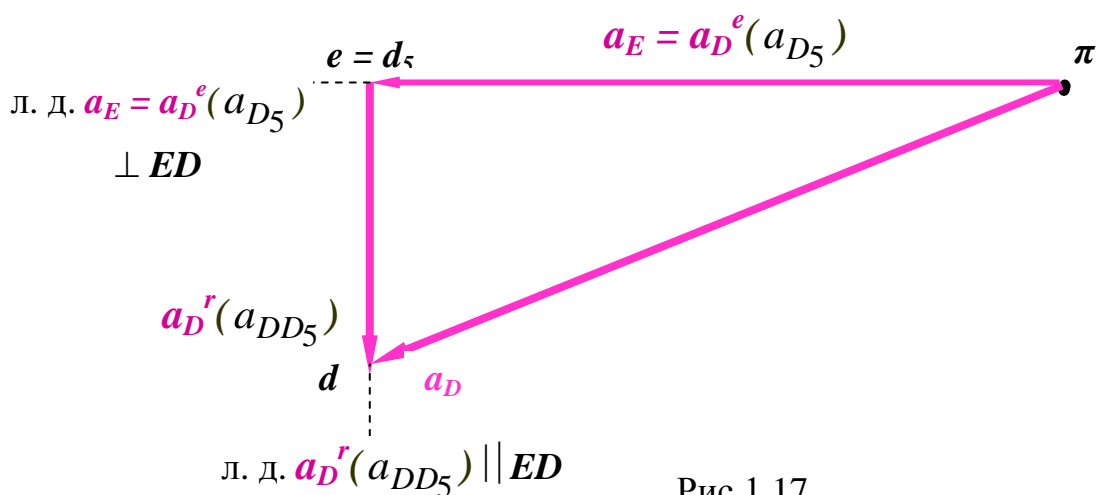
+ ? ?

направление

+ || ED $\perp ED$

Графическим решением (построением ускорений μ_a [ms^{-2}/mm], Рис.1.17) уравнения (1.28) определяем неизвестные по модулю ускорения $a_D^r(a_{DD5})$ и $a_E = a_D^e(a_{D5})$ (см. формулу 1.29).

План ускорений 2-х поводковая группа $DD_5 E$ μ_a [ms^{-2}/mm]



Построение начинаем с, найденного с помощью плана ускорений

2-х поводковой группы BB_3C , ускорения a_D , которому соответствует в выбранном масштабе μ_a [ms⁻²/mm] отрезок πd (Рис.1.15).

Далее через точку d проводим линию действия относительного ускорения $a_D^r(a_{DD_5}) \parallel ED$, а через точку π линию действия переносного ускорения $a_E = a_D^e(a_{D_5})$. Эти две линии пересекаются в точке $e = d_5$ и мы получаем замкнутый многоугольник (здесь треугольник). Замерив на плане ускорений (Рис.1.17) отрезки $\pi d_5(\pi e)$ и $d_5 d(ed)$, получим значения неизвестных ускорений

$$a_E = a_D^e(a_{D_5}) = \mu_a \cdot \pi d_5(\pi e), \quad a_D^r(a_{DD_5}) = \mu_a \cdot d_5 d(ed) \quad (1.29)$$

б4. План ускорений для всего кулисного механизма

Совместив оба плана ускорений, построенных отдельно для 2-х поводковых групп BB_3C (Рис.1.15) и DD_5E (Рис.1.17), получим в итоге (результате) требуемый общий план ускорений для всего кулисно-ползунного механизма (Рис.1.18).

План ускорений кулисно-ползунного механизма (Рис.1.5) μ_a [ms⁻²/mm]

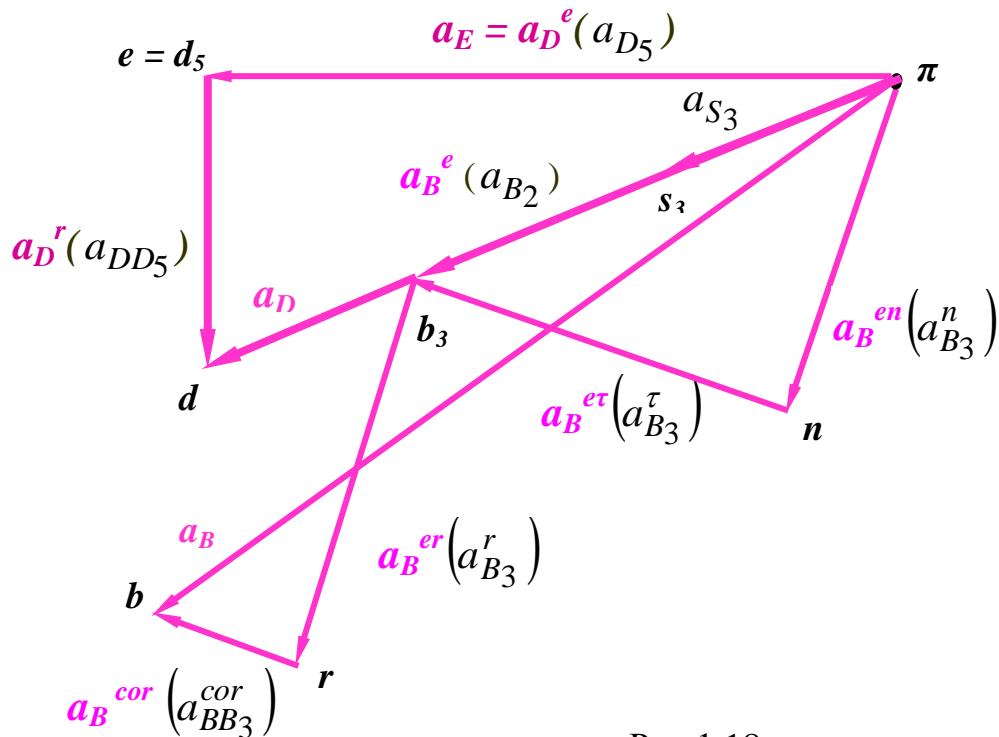


Рис.1.18

PS! Аналогично, как и при построении плана скоростей (Рис.1.11), план ускорений для 2-х поводковой группы DD_5E (Рис.1.17)

можно отдельно не строить, а продолжить построение на основе уже построенного плана ускорений для 2-х поводковой группы BB_3C (Рис.1.6) и в итоге получить суммарный план ускорений для всего механизма (Рис.1.18).

На Рис.1.19 показана картина распределения ускорений для всего кривошипно-ползунного механизма.

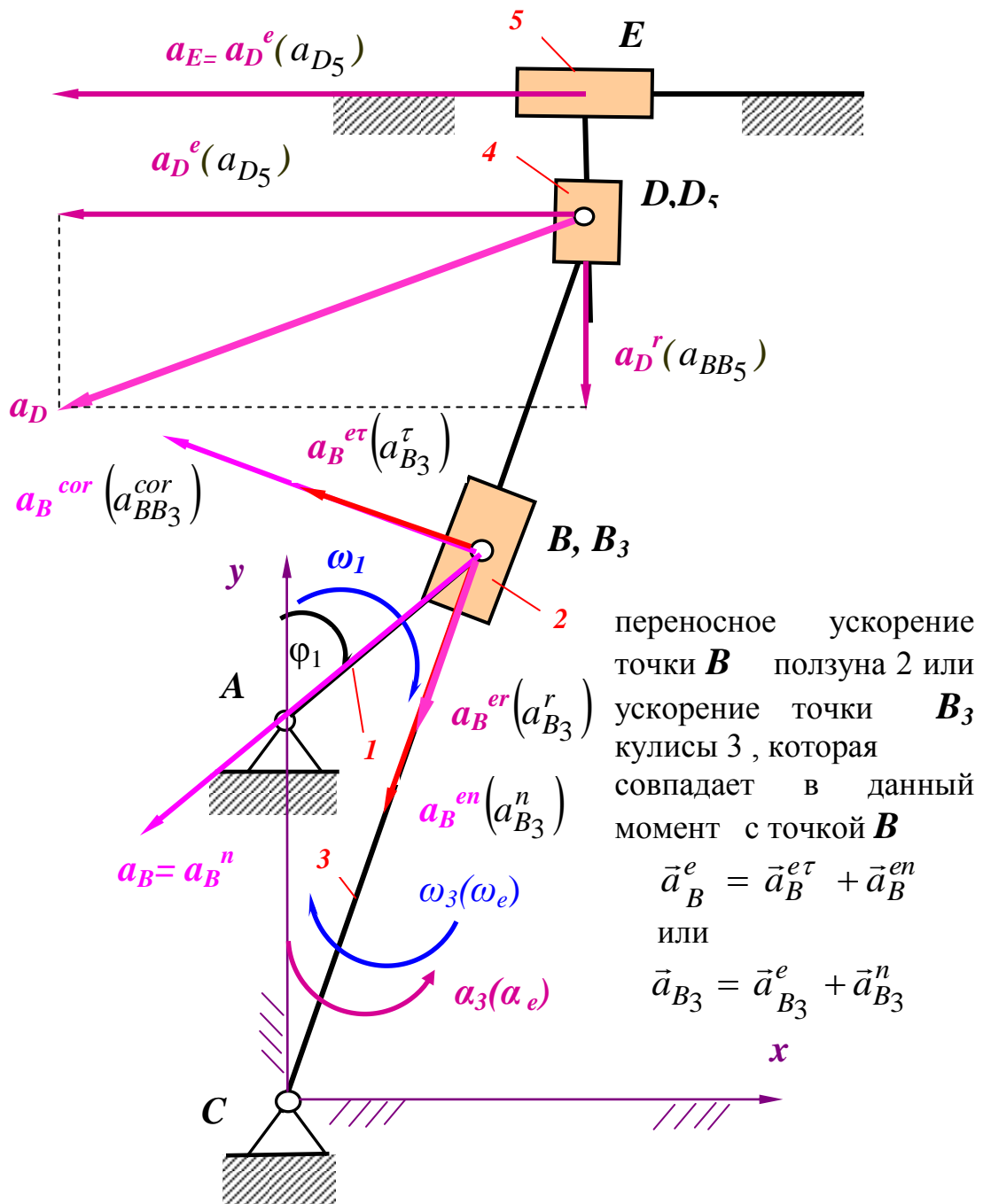
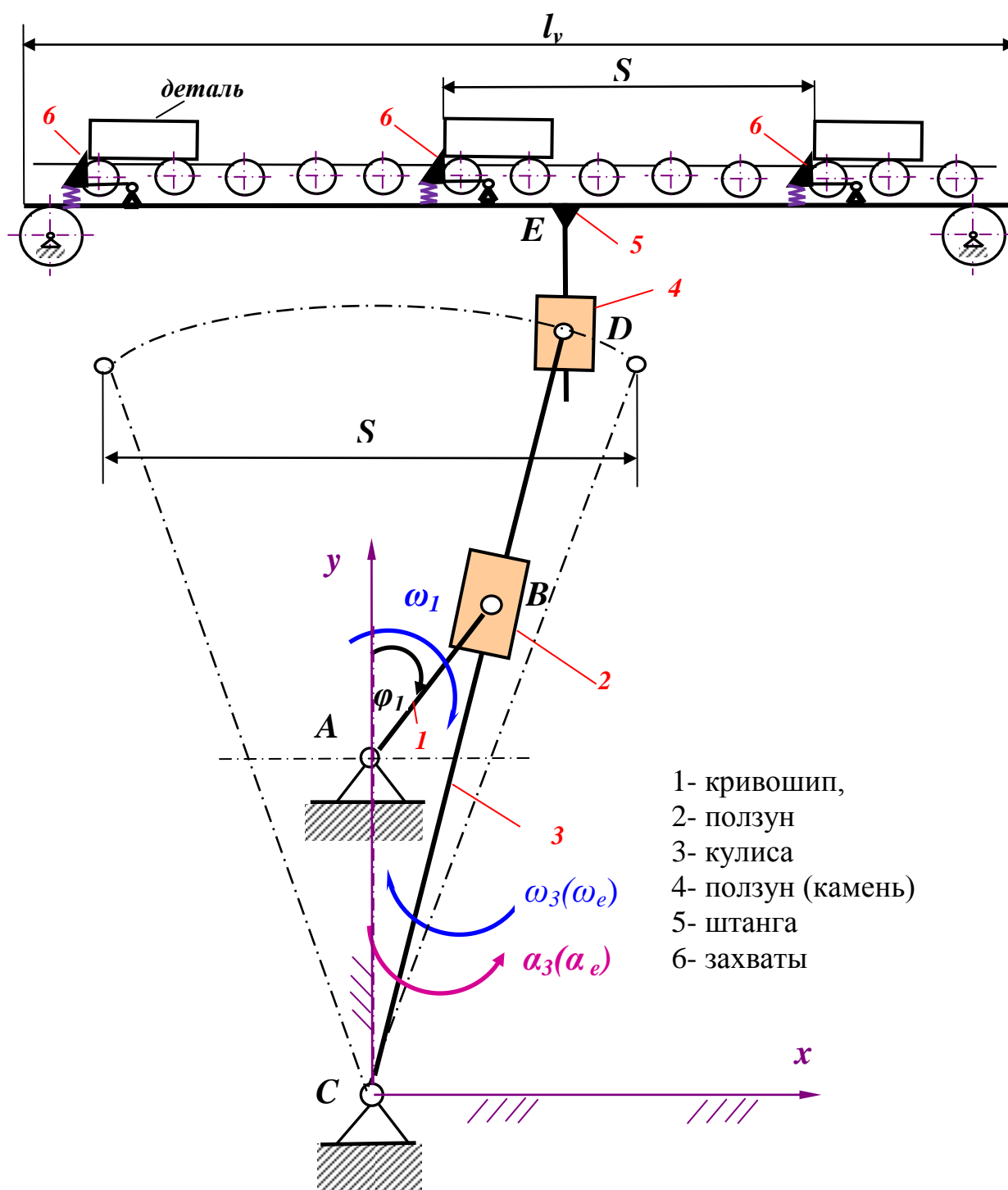


Рис.1.19

Для оценки точности определения a_5 вычисляют ошибку Δa_5 , считая правильным значение v_5 определенное по аналитической формуле

$$\Delta a_5 = \frac{a_{5anal.} - a_{5plan}}{a_{5anal.}} \cdot 100\% \quad (1.30)$$

1.3. Силовой анализ механизма (Рис.1.20)



- 1- кривошип,
- 2- ползун
- 3- кулиса
- 4- ползун (камень)
- 5- штанга
- 6- захваты

Рис.1.20

Исходные данные

- а) Число предметов (заготовки), перемещаемых за один ход $e = \dots\dots\dots$ шт.
- б) Масса одного предмета $m_e = \dots\dots\dots$ kg.
- в) Линейная плотность штанги $m'_v = \dots\dots\dots$ kg/m.
- г) Приведенный коэффициент трения при

движении предметов по направляющим..... $f_a = \dots\dots\dots$

д) Приведенный коэффициент трения

штанги по направляющим..... $f_v = \dots\dots\dots$

е) Штанга и кулиса имеют равномерное распределение масс. Массы ползунов (звеньев) 2 и 4, а также кривошипа (звена) 1 невелики, поэтому ими можно пренебречь.

1.3.1. Силы действующие на звенья механизма (Рис.1.21)

а) Сила инерции от предметов:

$$F_{ie} = a_E \cdot e \cdot m_e ,$$

где a_E – ускорение штанги (5-го звена, $a_E = \pi e \cdot \mu_a$),

e – количество предметов,

m_e – масса одного предмета;

б) Сила инерции штанги:

$$F_{iv} = a_E \cdot m_v = a_E \cdot m'_v \cdot S \cdot (2e + 3),$$

где m_v – масса штанги,

m'_v – линейная плотность штанги,

S – рабочий ход транспортера;

в) Сила трения предметов при движении предметов по направляющим:

$$F_{he} = e \cdot F_{ge} \cdot f_a = e \cdot m_e \cdot g \cdot f_a ,$$

где m_e – масса одного предмета,

f_a – приведенный коэффициент трения при движении предметов по направляющим;

г) Сила трения штанги при движении по направляющим:

$$F_{hv} = F_{gv} \cdot f_v = m'_v \cdot S \cdot (2e + 3) \cdot g \cdot f_v ,$$

где F_{gv} – сила веса штанги,

f_v – приведенный коэффициент трения штанги по направляющим;

д) Сила веса штанги:

$$F_{gv} = m_v g = m'_v \cdot S \cdot (2e + 3)g;$$

е) Сила веса 3-го звена:

$$F_{g3} = m_3 \cdot g = m'_v \cdot l_3 \cdot g,$$

где m'_v – линейная плотность кулисы,

l_3 – длина кулисы;

ж) Сила инерции 3-го звена:

$$F_{i3} = m_3 \cdot a_{S3} = m'_v \cdot l_3 \cdot a_{S3},$$

где a_{S3} – ускорение центра масс 3-го звена ($a_{S3} = \bar{\pi s}_3 \cdot \mu_a$).

Сила инерции от предметов F_{ie} и сила инерции штанги F_{iv} действуют \parallel оси x (Рис.1.21) и направлены в сторону, противоположную ускорению a_E (см. рис. 1.19). Сила трения от предметов F_{he} и сила трения штанги F_{hv} действуют по направляющим \parallel оси x (Рис.1.21), а направлены в сторону, противоположную скорости v_E (см. рис. 1.12).

Сила веса штанги F_{gv} направлена \perp оси x т.е по вертикали (Рис.1.21). Сила веса 3-го звена F_{g3} приложена в центре масс 3-го звена S_3 и направлена по вертикали. Сила инерции 3-го звена, принимая за результирующую сил и моментов сил инерции, приложена в центре качения k_3 и направлена против ускорения \bar{a}_{S3} .

Положение центра качения k_3 определяют по формуле

$$l_{CK3} = l_{CS3} + \frac{J_{S3}}{m_3 \cdot l_{CS3}}, \quad (1.31)$$

где

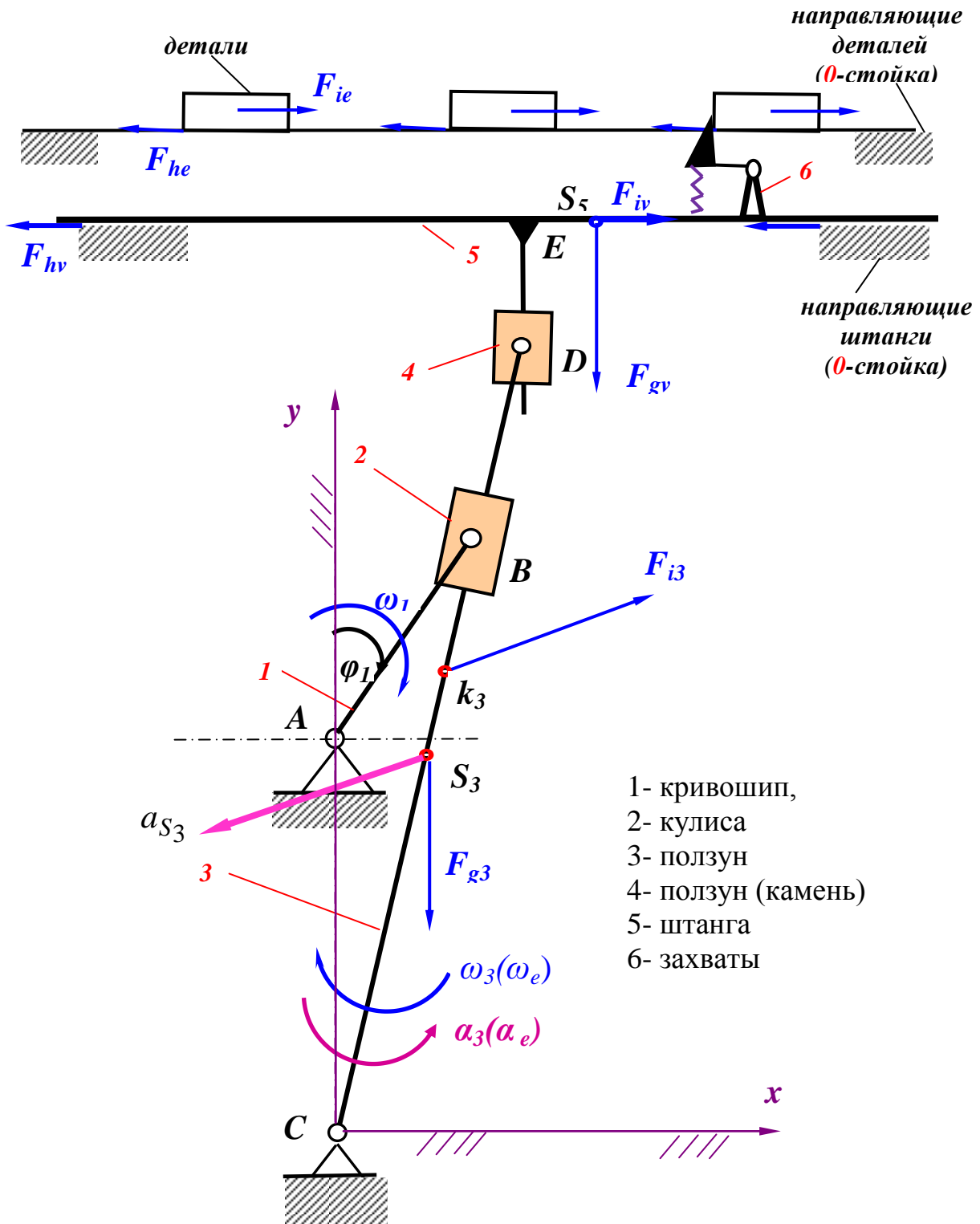
l_{CS3} – расстояние от оси вращения 3-го звена до его центра масс,

J_{S3} – момент инерции 3-го звена относительно оси, проходящей через центр масс,

m_3 – масса третьего звена.

Приближенно можно принять

$$l_{ck3} = \frac{2}{3} l_{CD}. \quad (1.32)$$



- 1- кривошип,
- 2- кулиса
- 3- ползун
- 4- ползун (камень)
- 5- штанга
- 6- захваты

Рис.1.21

1.3.2. Определение сил реакций в кинематических парах

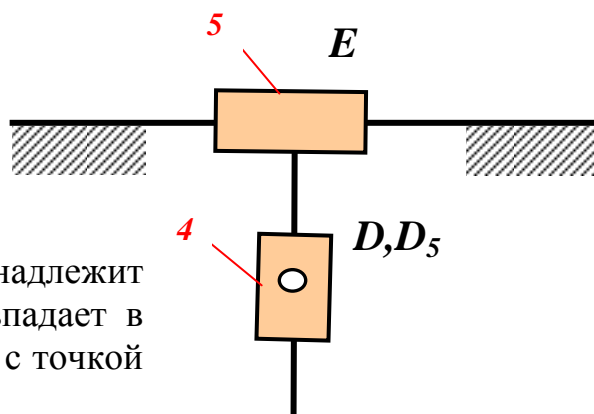
Для удобства дальнейших расчетов можно найти равнодействующую F_5 сил $F_{ie}, F_{iv}, F_{he}, F_{hv}$ являющаяся алгебраической суммой этих сил

$$F_5 = (\pm F_{ie} \pm F_{iv} \pm F_{he} \pm F_{hv}) \quad (1.33)$$

NB! В дальнейшем считаем силу, направленную вправо т.е. в положительном направлении оси x , положительной. Заметим, что направления сил трения и сил инерции зависят как от направления скорости (для сил трения F_{he}, F_{hv}), так и направления ускорения (для сил инерции F_{ie}, F_{iv}). То есть, если равнодействующая F_5 получилась положительной, то на расчетной схеме должна быть направлена вправо, а если отрицательной, то влево.

а) 2-х поводковая группа DD_5E

Определение реакций начинается с группы звеньев, наиболее удаленной от ведущего звена т.е. с 2-х поводковой группы DD_5E (Рис.1.22)



Точка D_5 принадлежит штанге 5 и совпадает в данный момент с точкой D кулисы 2.

Рис.1.22

а1) Равновесие звена 4

Для выяснения, как действует сила со стороны 5-го звена на третье (массой ползуна 4 и трением между ползуном 4 и штангой 5 в данной задаче пренебрегаем) рассмотрим равновесие 4-го звена (Рис.1.23)

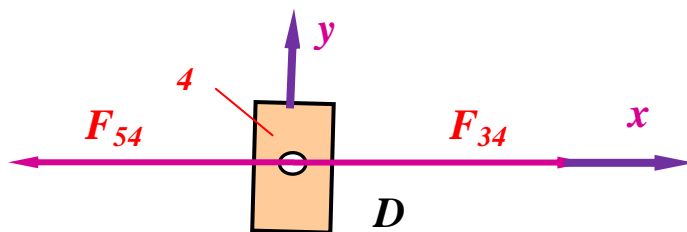


Рис.1.23

На четвертое звено со стороны 5-го звена (Рис.1.22) действует сила F_{54} (или другими словами нормальная реакция F_{54}), которая \perp оси y , а со стороны 3-го звена сила F_{34} , которая естественно должна быть также \perp оси y , **поскольку** под действием этих сил звено 4 находится в равновесии.

Составляем уравнение равновесия сил для 4-го звена $\sum \bar{F} = 0$.

$$\bar{F}_{54} + \bar{F}_{34} = 0; \text{ отсюда } \bar{F}_{34} = -\bar{F}_{54} = \bar{F}_{45}. \quad (1.34)$$

а2) Равновесие звена 5 (Рис.1.23)

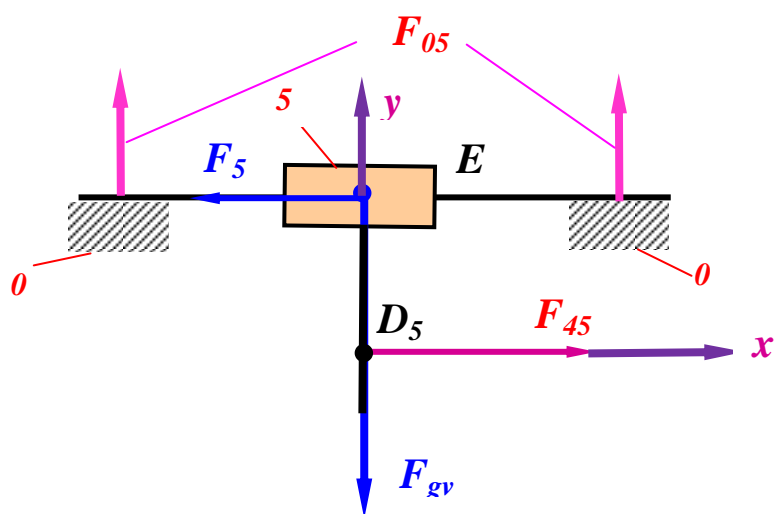


Рис.1.23

PS! Пусть в данном случае равнодействующая F_5 по формуле (1.33) получилась отрицательной, т.е. направлена будет влево. Значение силы тяжести F_{gv} см.1.3.1.

Составляем уравнение равновесия сил для 5-го звена $\sum \bar{F} = 0$.

Имеем

$$\bar{F}_5 + \bar{F}_{gv} + \bar{F}_{45} + \bar{F}_{05} = 0 \quad (1.35)$$

модуль + + ? ?
направл. + + $\perp y$ $\perp x$

В уравнении (1.35) F_{05} – сила реакции от стойки на 5-е звено. Выбрав масштаб плана сил μ_F [N/mm]. Составим план сил (Рис.1.24).

План сил для 5-го звена, μ_F [N/mm]

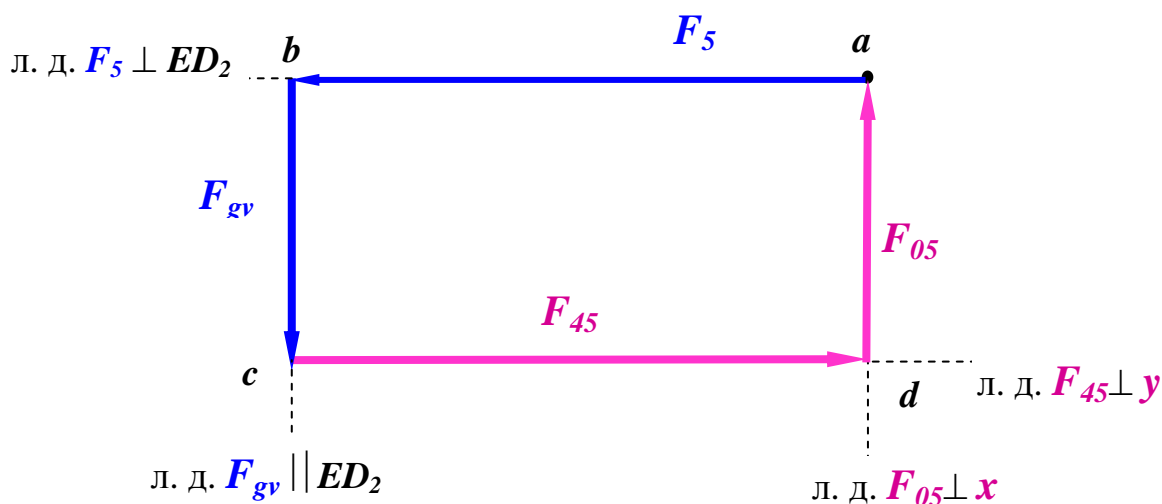


Рис.1.24

Из построенного плана сил находим F_{45} и F_{05}

$$F_{45} = \mu_F \cdot cd, \quad F_{05} = \mu_F \cdot da \quad (1.36a)$$

Соответственно из формулы (1.34) получим теперь значение силы F_{34} , которая действует на 4-ое звено со стороны 3-го звена

$$F_{34} = F_{45} = \mu_F \cdot cd \quad (1.36b)$$

b) 2-х поводковая группа BB_3C

Переходим теперь к 2-х поводковой группы BB_3C (Рис.1.25)

Точка B_3 принадлежит кулисе 3 и совпадает в данный момент с точкой B кривошипа 1.

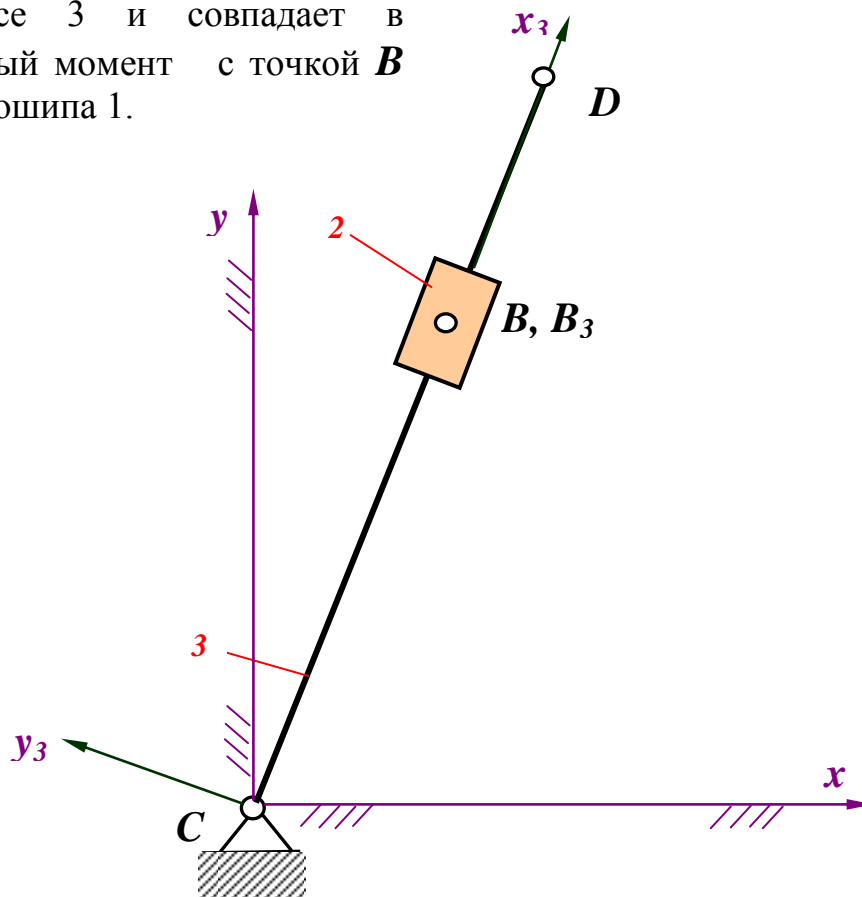


Рис.1.25

b1) Равновесие звена 2 (Рис.1.26)

Для выяснения, как действует сила со стороны 3-го звена на 2-ое (массой ползуна 2 и трением между кулисой 3 и ползуном 2 в данной задаче пренебрегаем) рассмотрим равновесие 4-го звена (Рис.1.23)

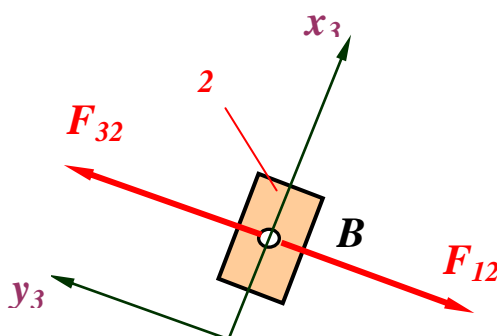


Рис.1.26

На 2-е звено со стороны 3-го звена (Рис.1.25) действует сила (нормальная реакция) F_{32} , которая \perp оси x_3 (или \perp кулисе 3, см. Рис.1.24), а со стороны 1-го звена сила F_{32} , которая должна быть также \perp оси x_3 , **поскольку** под действием этих сил звено 2 находится в равновесии.

Составляем уравнение равновесия сил для 2-го звена $\sum \bar{F} = 0$.

$$\sum \bar{F} = 0; \quad \bar{F}_{12} + \bar{F}_{32} = 0; \quad \bar{F}_{12} = -\bar{F}_{32} = \bar{F}_{23} \quad (1.37)$$

Действуют эти силы \perp кулисе 3.

б2) Равновесие звена 3 (Рис.1.27)

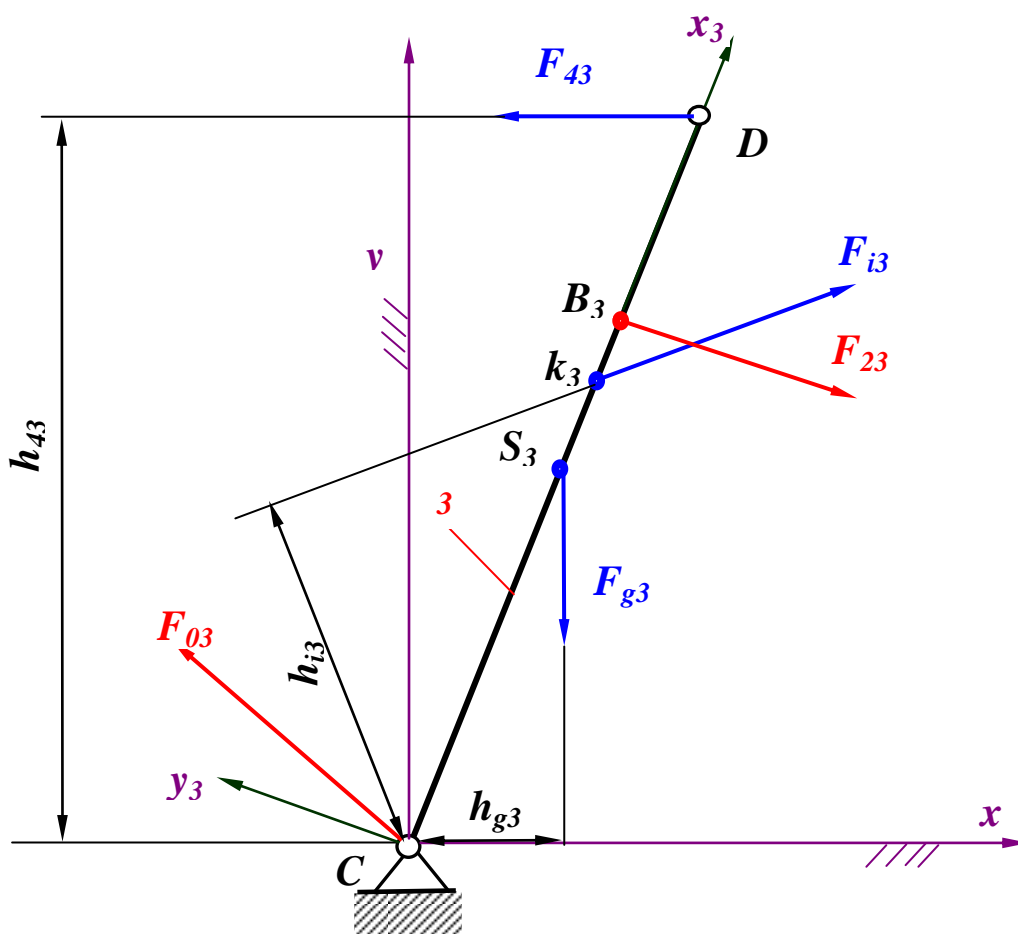


Рис.1.27

Значения силы тяжести F_{g3} , силы инерции F_{i3} - см. 1.3.1, а значение реакции F_{43} равно по модулю F_{34} найдено по формуле (1.36b).

Поскольку имеем три неизвестные, а именно: реакцию F_{23} , которая неизвестна по модулю и реакцию F_{03} , которая неизвестна как по модулю, так и по направлению, то прежде чем начинать строить план сил для 3-го звена надо определить какую-то одну неизвестную, например F_{23} .

b2.1) Для определения силы F_{23} , составим уравнение равновесия моментов для 3-го звена относительно точки C .

$$\sum M_C = 0; \text{ т.е.}$$

$$M_C(\bar{F}_{g3}) + M_C(\bar{F}_{23}) + M_C(\bar{F}_{i3}) + M_C(\bar{F}_{43}) = 0,$$

$$\text{или} \quad -F_{g3} \cdot h_{g3} - F_{23} \cdot l_{BC} - F_{i3} \cdot h_{i3} + F_{43} \cdot h_{43} = 0 \quad (1.38)$$

Из уравнения (1.38) находят силу F_{23}

$$F_{23} = \frac{F_{g3} \cdot h_{g3} + F_{i3} \cdot h_{i3} - F_{43} \cdot h_{43}}{l_{BC}}. \quad (1.38a)$$

Плечи в уравнении (1.38) определяют в mm по чертежу. При составлении уравнения (1.38) следует соблюдать правило знаков: по часовой стрелке считаем момент отрицательным, против хода - положительным. Если ответ будет отрицательным, то направление силы F_{23} выбрано неправильно и силу F_{23} следует направить в противоположную сторону.

Затем из формулы (1.37) получим теперь и значение силы F_{12} , которая действует на 3-ое звено со стороны 1-го звена (кривошипа), то есть

$$\bar{F}_{12} = \bar{F}_{23} \quad (1.38b)$$

b2.2) Для определения реакции F_{03} (действующей со стороны стойки на 3-е звено) составим уравнение равновесия сил для 3-го звена, $\sum \bar{F} = 0$.

$$\bar{F}_{43} + \bar{F}_{i3} + \bar{F}_{23} + \bar{F}_{g3} + \bar{F}_{03} = 0 \quad (1.39)$$

модуль	+	+	+	+	?
направл.	+	+	+	+	?

Выбрав μ_F , строим план сил (Рис.1.28).

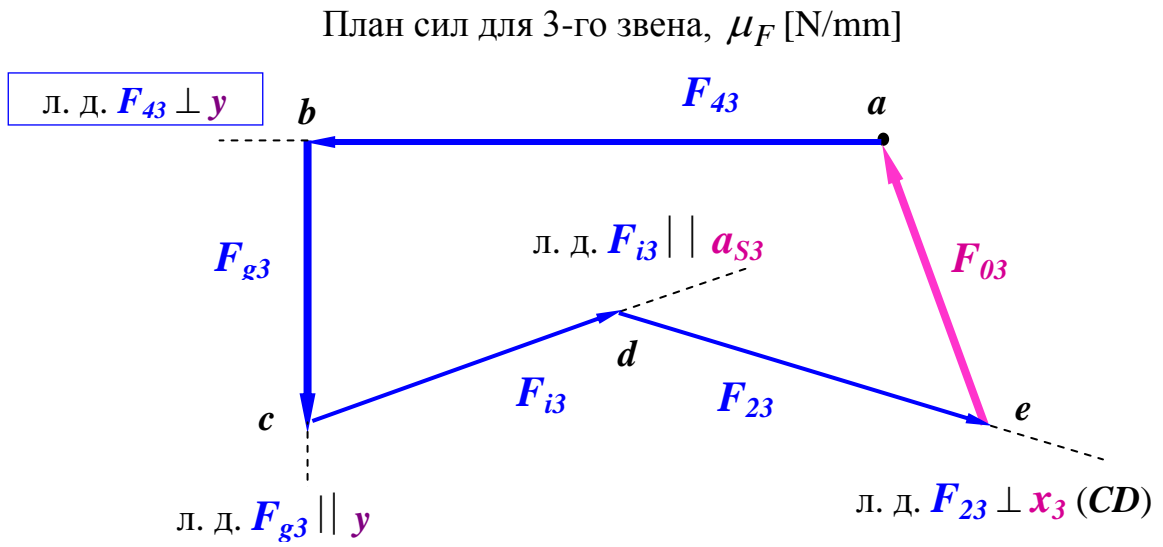


Рис.1.28

Из построенного плана сил находим силу F_{03} .

$$F_{03} = \mu_F \cdot ea \quad (1.40)$$

1.3.3. Определение уравнивающей силы

а) Определение уравнивающей силы методом планов сил.

Кривошип получает вращение от эл. двигателя через планетарный редуктор и пару зубчатых колес, с числами зубьев z_1 и z_2 . Для определения уравнивающей силы следует вычертить схему зацепления простой ступени ($r_{w11}, r_{w12}, \alpha_w$ брать из II главы), показав на ней заданное положение кривошипа и линию зацепления, по которой действует F_{yp} (см. рис. 1.29).

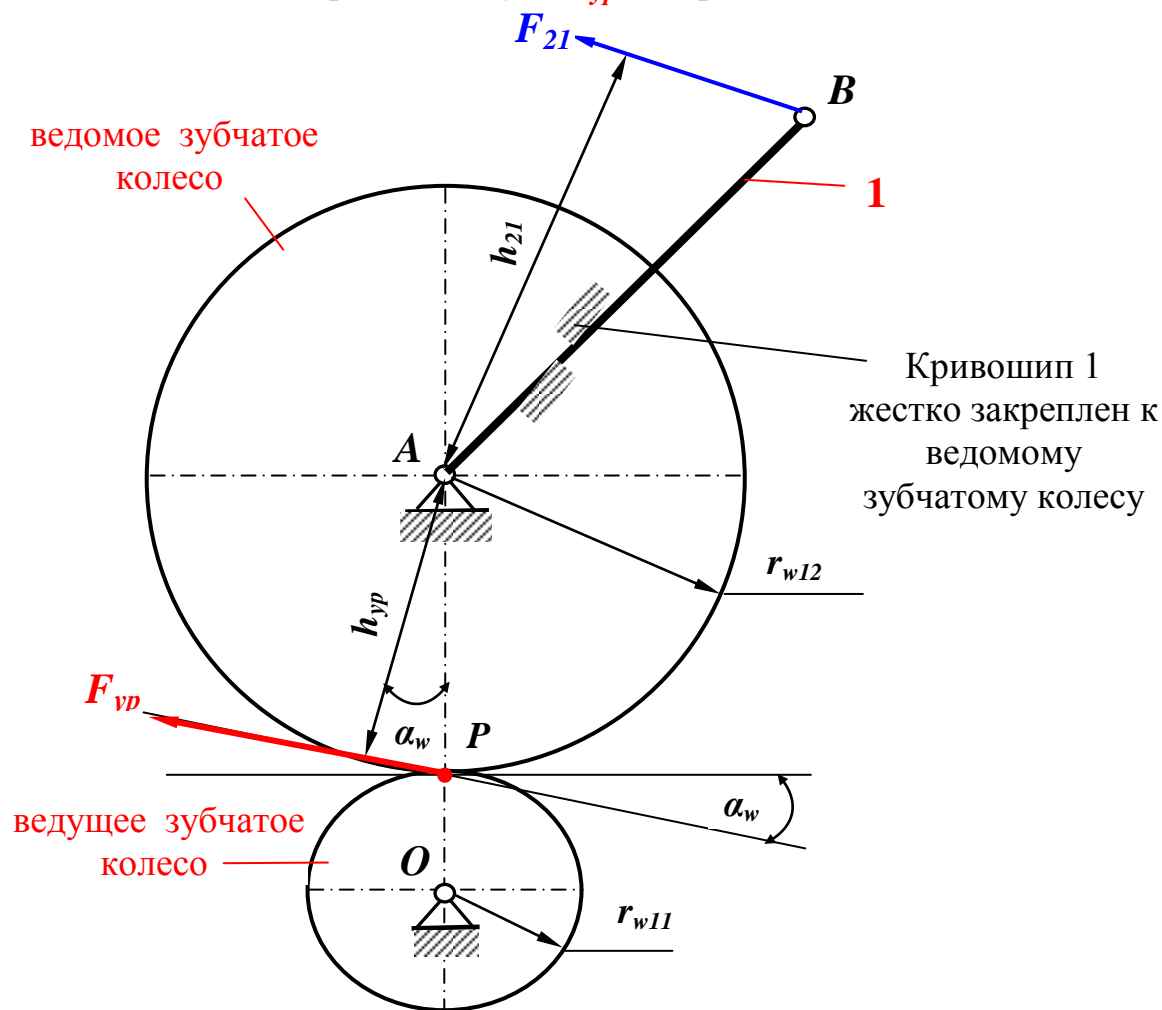


Рис.1.29

PS! Значение силы F_{21} по модулю равняется силе F_{23} , найденной выше по формуле (1.38).

Затем составляют уравнение равновесия моментов для кривошипа

$$\sum M_A = 0; \text{ т.е. } M_A(\bar{F}_{21}) + M_A(\bar{F}_{yp}) = 0;$$

ИЛИ

$$-F_{21} \cdot h_{21} + F_{yp} \cdot h_{yp} = 0 \quad (1.41)$$

Из уравнения (1.41) найдем модуль силы F_{yp}

$$F_{yp} = \frac{F_{21} \cdot h_{21}}{h_{yp}}, \quad (1.41a)$$

при этом плечи h_{21} и h_{yp} замеряем с построенной в масштабе схемы зацепления простой ступени (Рис.1.29).

Определив F_{yp} , можно найти силу реакции в шарнире $A \rightarrow F_{01}$. Для этого составляют уравнение равновесия сил действующих на ведомое зубчатое колесо (Рис.1.30)

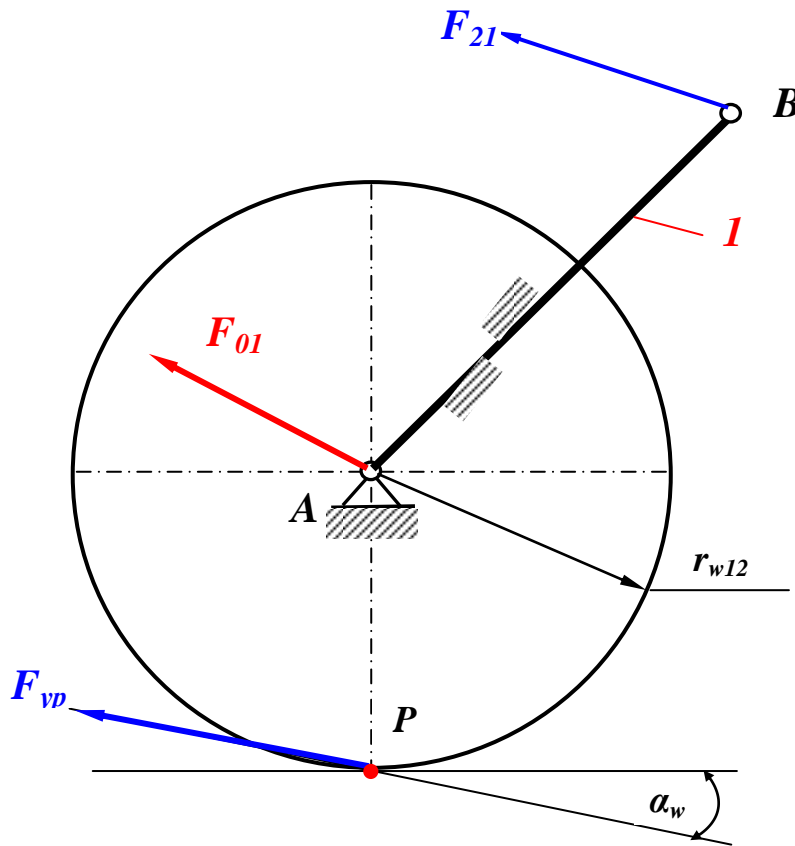


Рис.1.30

$$\sum \bar{F} = 0.$$

$$\bar{F}_{21} + \bar{F}_{yp} + \bar{F}_{01} = 0 \quad (1.42)$$

модуль	+	+	?
направл.	+	+	?

Выбрав μ_F , строим план сил (Рис.1.31), откуда определяем F_{01} .

План сил для ведомого зубчатого колеса, μ_F [N/mm]

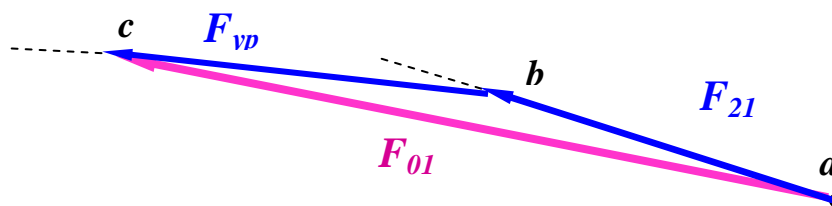


Рис.1.31

Находим

$$F_{01} = \mu_F \cdot ac \quad (1.43)$$

б) Определение уравновешивающей силы методом рычага Жуковского.

Для определения уравновешивающей силы методом рычага Жуковского строят в произвольном масштабе повернутый на 90° план скоростей (Рис.1.11) механизма. Переносят векторы всех

действующих внешних сил, в том числе и F_{yp} параллельно самим себе в соответствующие точки повернутого плана скоростей e, S_3, k_3, P (см. рис. 1.32).

Повернутый на 90° план скоростей (Рис.1.11), нагруженный силами действующими в механизме, $\mu_v, [ms^{-1}/mm]$

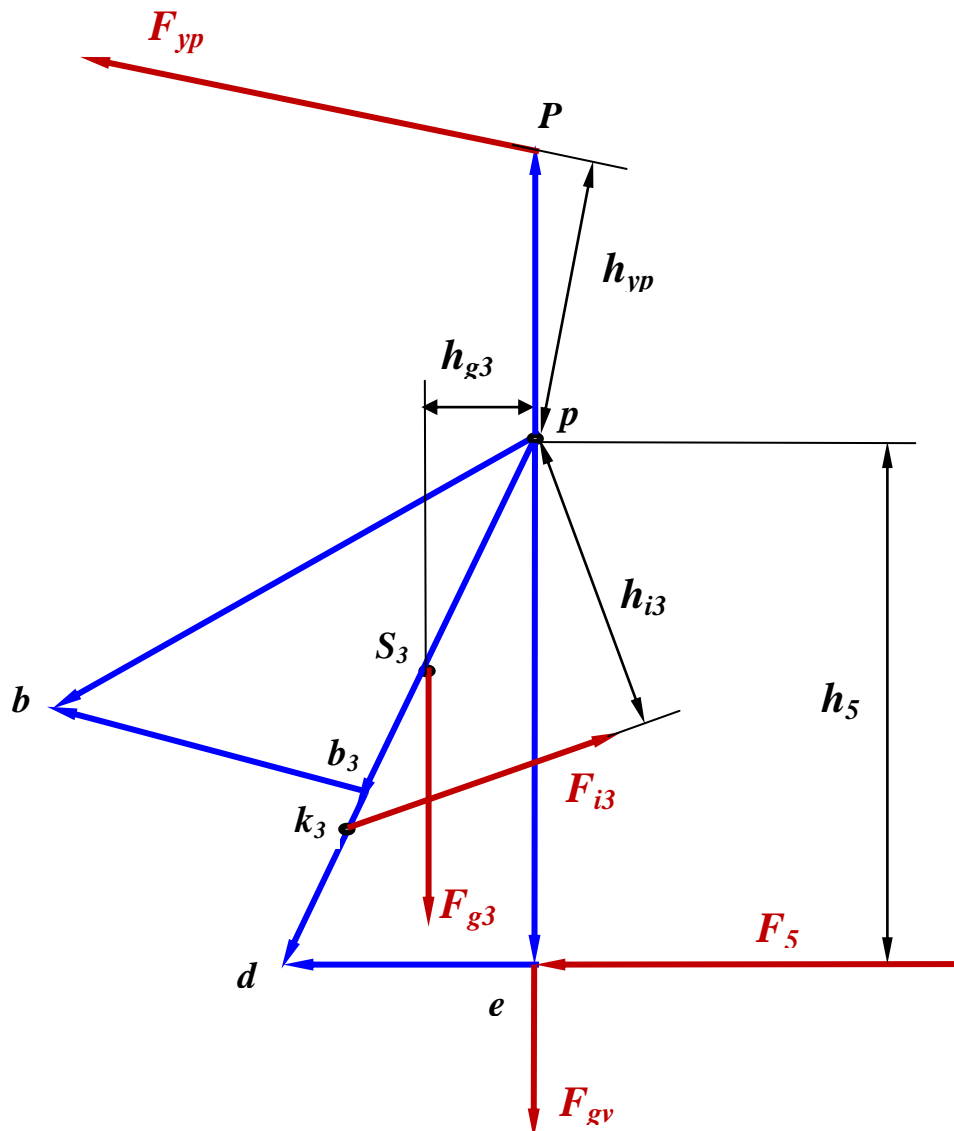


Рис.1.32

Точка приложения уравновешивающей силы P – это конец вектора скорости полюса зацепления, который следует нанести дополнительно к существующему плану скоростей.

Скорость полюса зацепления вычисляется по формуле

$$v_P = \omega_1 \cdot r_{w12}, \quad (1.44)$$

где ω_1 – угловая скорость кривошипа, r_{w12} – радиус начальной окружности зубчатого колеса жестко связанного с кривошипом. Принимая повернутый план скоростей за рычаг, нагруженный силами действующими в механизме, составляют уравнение моментов этих сил относительно полюса **P** плана скоростей, причем знаки моментов выбирают в зависимости от направления их вращения.

Плечи всех сил измеряют в mm по чертежу (рис.1.32).

Итак, $\sum M_p = 0$,

$$F_{yp} \cdot h_{yp} - F_5 \cdot h_5 + F_{g3} h_3 + F_{i3} h_{i3} + F_{gv} \cdot 0 = 0, \quad (1.45)$$

$$F_{yp} = \frac{F_5 \cdot h_5 - F_{g3} \cdot h_3 + F_{i3} \cdot h_{i3}}{h_{yp}}. \quad (1.45a)$$

При определении относительной ошибки за правильную считать F_{yp} определенную по планам сил.

Относительная ошибка будет:

$$\Delta F_{yp} = \frac{F_{ypn.c} - F_{yp}}{F_{ypn.c}} 100\% = \dots\% . \quad (1.46)$$

1.3.4 Подбор электродвигателя

Выходную (полезную) мощность на ведущем звене 1 (кривошипе) кулисного механизма можно ориентировочно оценить следующим образом:

$$P_1 = (F_{21} \cdot h_{21}) \cdot \omega_1, \quad (1.47)$$

где

F_{21} - реакция, найденная по (1.38),

h_{21} - плечо реакции F_{21} , которое было уже найдено выше (см.Рис.1.29),

ω_1 - угловая скорость кривошипа, найденная в 1.1.3.

Пусть, например, их значения будут:

$$F_{21} \approx 4785 \text{ N}, \quad h_{21} = 350 \text{ mm}, \quad \omega_1 = 1 \text{ s}^{-1},$$

тогда

$$P_1 = (4785 \cdot 350 \cdot 10^{-3}) \cdot 1 \approx 1675 \text{ W}.$$

Мощность электродвигателя будет

$$P_M = \frac{P_1}{\eta_{ob}}, \quad (1.48)$$

где

$\eta_{ob} = \eta_{pr} \cdot \eta_{pl}$ - общий коэффициент полезного действия привода,

$\eta_{pr} = 0,93$ - коэффициент полезного действия простой ступени,

$\eta_{pl} = 0,90$ - коэффициент полезного действия планетарного редуктора.

В итоге имеем

$$P_M = \frac{P_1}{\eta_{ob}} = \frac{P_1}{\eta_{pr} \cdot \eta_{pl}} = \frac{1675}{0,93 \cdot 0,90} \approx 2001 \text{ W} \approx 2 \text{ kW}$$

II. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧ

Исходные данные:

- а) Число оборотов электродвигателя
(выбирают по каталогу)

- 750 ÷ 3000 rpm); $n_{эл.} = \dots\dots\dots$ p/min (rpm);
- б) Число оборотов ведущего звена
(кривошипа) основного механизма
(из первого этапа); $n_1 = \dots\dots\dots$ p/min (rpm);
- в) Модули зубчатых передач:
для планетарной ступени $m_1 = \dots\dots\dots$ mm,
для простой ступени $m_2 = \dots\dots\dots$ mm,

значения которых выбираем из стандартного ряда модулей:
1; 1,25; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 10; 12; 16; 20; 25; 32; 40; 50,

- г) Число зубьев шестерни простой ступени z_{11} выбрать в пределах
 $z_{11} = 9 \dots\dots 15$,
- д) Параметры исходного контура:
угол профиля $\alpha = 20^\circ$,
коэффициент высоты головки $h_\alpha^* = 1,0$,
коэффициент радиального зазора $c^* = 0,25$.

2.1. Общее передаточное отношение и распределение его между ступенями

Ведущее звено основного механизма получает вращение от электродвигателя через планетарный редуктор и простую зубчатую передачу $z_{11} - z_{12}$ (см. Рис. 0.1 в задании).

Общее передаточное отношение

$$u_{об} = n_{эл.} / n_1, \quad (2.1)$$

где

$n_{эл.}$ – число оборотов эл. двигателя,

n_1 – число оборотов ведущего звена (кривошипа) основного механизма.

Так как передача состоит из простой и планетарной ступеней, то

$$u_{об} = u_{пр} \times u_{пл} \quad (2.2)$$

где $u_{пр}$ – передаточное отношение простой ступени,

$u_{пл}$ – передаточное отношение планетарной ступени, (см. рис. 2.1).

Для указанной схемы планетарного редуктора (рис. 2.1), состоящего из центральных колес (солнечных шестерен) 1 и 3, водила H и сателлитов 2, передаточное отношение

$$u_{pl} \leq 9, \quad (2.3)$$

а коэффициент полезного действия $\eta = 0,90 \dots 0,94$.

Для простого же редуктора (Рис.2.1), состоящего из шестерни с числом зубьев z_{11} и колеса с числом зубьев z_{12} , коэффициент полезного действия $\eta = 0,93 \dots 0,94$.

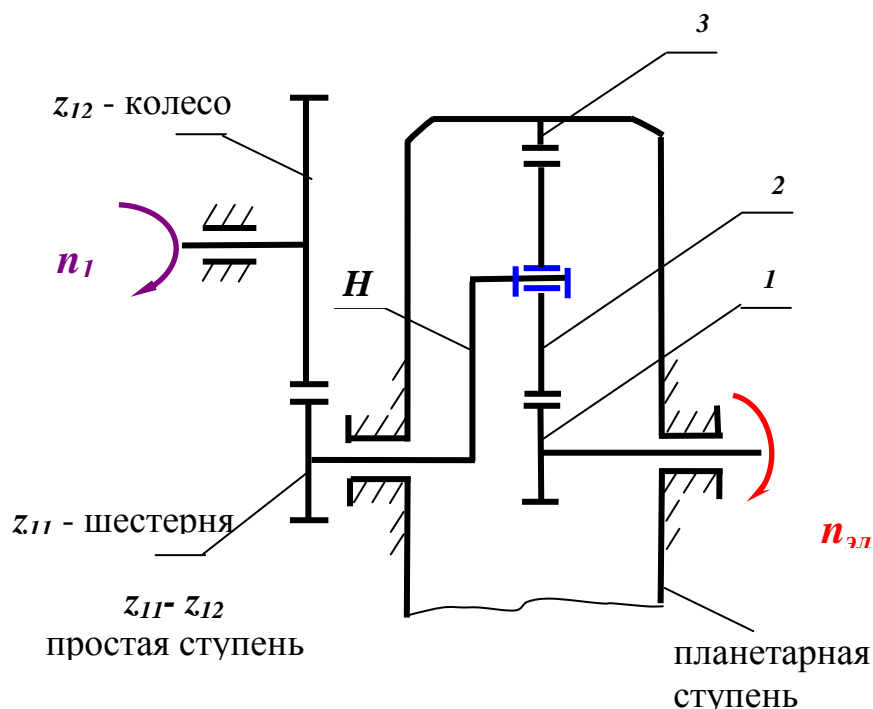


Рис.2.1

При распределении общего передаточного отношения, передаточное отношение планетарной ступени $u_{пл}$ следует выбрать в пределах

$$u_{pl} = 3 \div 9 \quad (2.4)$$

А передаточное отношение простой ступени $u_{пр}$ во избежание больших габаритов передачи целесообразно брать

$$u_{pr} = 4 \div 6 \quad (2.4a)$$

Если из рекомендуемых передаточных отношений недостаточно для обеспечения общего передаточного отношения, то можно применять последовательно две планетарных ступени, тогда

$$u_{об} = u_{пр} \times u_{пл}^2 \quad (2.5)$$

Не исключено и применение другой схемы планетарного редуктора, имеющего большее передаточное отношение.

2.2. Расчет планетарной ступени

По передаточному отношению $u_{пл}$, модулю m_1 числу зубьев первого колеса рассчитать число зубьев и диаметры начальных (делительных) окружностей всех зубчатых колес планетарной ступени. Считая, что планетарная ступень составлена из нулевых колес, то число зубьев первого колеса $z_1 \geq 17$. В целях проектирования редуктора с минимальными габаритами следует z_1 принять равным 17. Если применяется схема планетарного редуктора указанного на рис. 2.2, то расчет чисел зубьев и диаметров можно вести на ЭВМ, применяя программу "PL".

Вводные данные:

1. Esimese ratta hammaste arv
(число зубьев первого колеса)..... $z_1 = \dots$
2. Hambumismoodul (модуль зацепления)..... $m_1 = \dots$
3. Ülekande suhe (передаточное отношение)..... $u_{пл} = \dots$

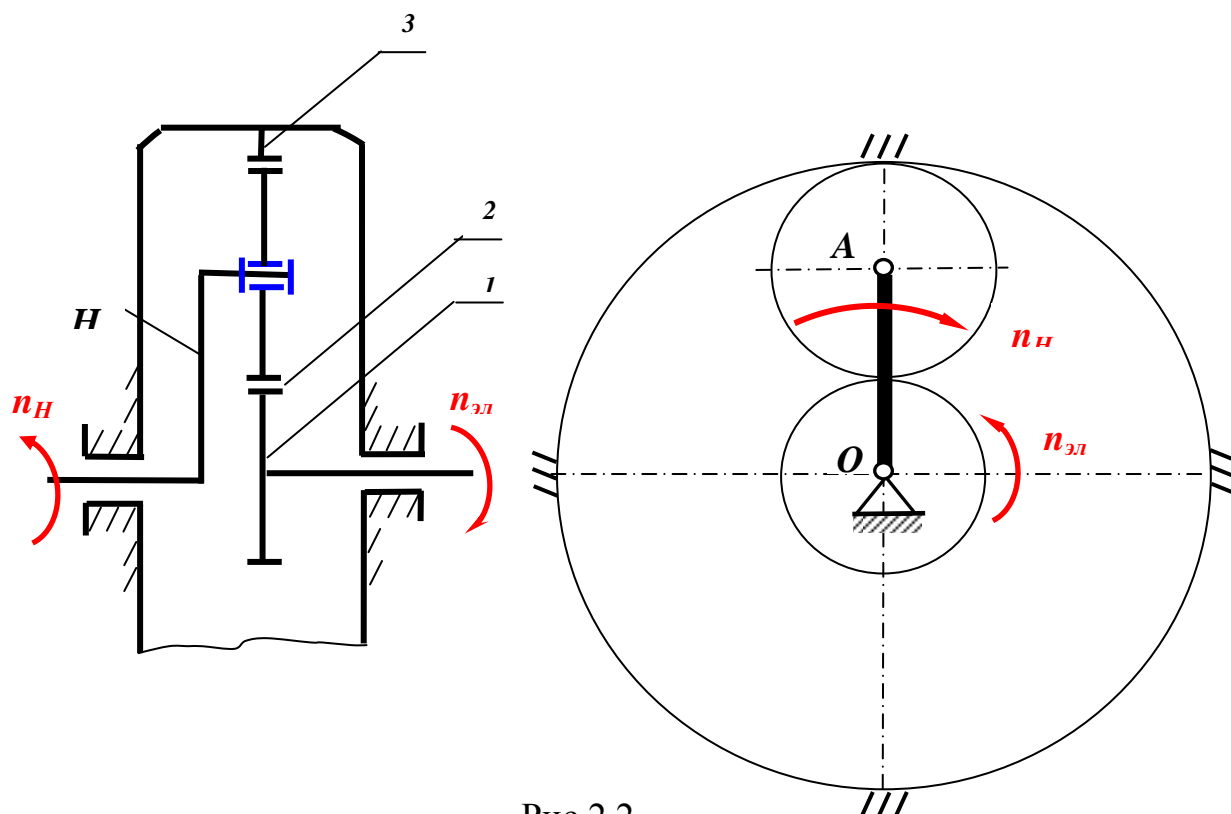


Рис.2.2

Расчет производится методом Виллиса или методом остановки водила H .

Мысленно сообщаем всему механизму вращение с угловой скоростью $-\omega_H(n_H)$ т.е. в противоположную сторону вращения водила, в результате чего водило H будет неподвижным и планетарный редуктор превратится в обыкновенный зубчатый механизм с неподвижными осями.

Мысленная остановка водила H равноценна вычитанию его угловой скорости из скоростей остальных колес 1, 2, 3 планетарного редуктора, в результате чего получим их относительные скорости вращения:

$$n_1^r = n_1 - n_H, \quad n_2^r = n_2 - n_H, \quad n_3^r = n_3 - n_H \quad (2.6)$$

где

n_1^r, n_2^r, n_3^r - относительные скорости вращения колес,

n_1, n_2, n_3 - абсолютные скорости вращения колес,

n_H - переносная скорость вращения колес, равная скорости вращения водила.

Тогда передаточное отношение для пары колес 1 и 2, где имеем внешнее зацепление (Рис2.2), будет

$$u_{12} = \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H} = (-1) \frac{z_2}{z_1} \quad (2.7)$$

а для следующей пары колес 2 и 3 с внутренним зацеплением (Рис2.2) соответственно

$$u_{23} = \frac{n_2 - n_H}{n_3 - n_H} = \frac{z_3}{z_2} \quad (2.7a)$$

Учитывая, что общее передаточное отношение u_{13} равняется произведению передаточных отношений каждой пары колес, получим, перемножив формулы (2.7) и (2.7a)

$$\begin{aligned} u_{13} = u_{12} \cdot u_{23} &= \frac{n_1 - n_H}{n_2 - n_H} \cdot \frac{n_2 - n_H}{n_3 - n_H} = (-1) \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{z_3}{z_2} \Rightarrow \\ \Rightarrow u_{13} &= \frac{n_1 - n_H}{n_3 - n_H} = (-1) \frac{z_3}{z_1} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Пример расчета планерного редуктора

Примем, что

$$z_1 = 17$$

$$m_1 = 4$$

$$u_{pl} = 6$$

Учитывая, что в рассматриваемом механизме (Рис.2.2) колесо 3 неподвижно т.е. $n_3 = 0$, получим согласно формуле (2.8)

$$u_{13} = \frac{n_1 - n_H}{0 - n_H} = -\frac{z_3}{z_1} \Rightarrow (n_1 - n_H) \cdot z_1 = n_H \cdot z_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n_1 \cdot z_1 - n_H \cdot z_1 = n_H \cdot z_3 \Rightarrow n_1 \cdot z_1 = n_H \cdot z_1 + n_H \cdot z_3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{n_H} = \frac{z_1 + z_3}{z_1} = 1 + \frac{z_3}{z_1} \quad (2.9)$$

Так как центральное колесо 1 является входным колесом, а водило H выходным, то полученное соотношение (2.9) и является передаточным отношением планетарного редуктора

$$u_{pl} = \frac{n_1}{n_H} = 1 + \frac{z_3}{z_1} \quad (2.10)$$

Из (2.10) можно найти число зубьев колеса 3

$$u_{pl} = 1 + \frac{z_3}{z_1} \Rightarrow u_{pl} - 1 = \frac{z_3}{z_1} \Rightarrow z_3 = z_1 \cdot (u_{pl} - 1) \quad (2.11)$$

$$z_3 = 17 \cdot (6 - 1) = 17 \cdot 5 = 85$$

Отсюда диаметры начальных (делительных) окружностей для колес 1 и 3

$$d_1 = m_1 \cdot z_1 \Rightarrow d_1 = 4 \cdot 17 = 68 \text{ mm}$$

$$d_3 = m_1 \cdot z_3 \Rightarrow d_3 = 4 \cdot 85 = 340 \text{ mm}$$

Диаметр же начальной (делительной) окружности сателлита 2 найдем из Рис.2.2

$$\frac{d_3}{2} = \frac{d_1}{2} + d_2 \Rightarrow$$

$$d_2 = \frac{d_3}{2} - \frac{d_1}{2} = \frac{340}{2} - \frac{68}{2} = 210 - 34 = 136 \text{ mm},$$

и соответственно число зубьев сателлита 2 будет

$$d_2 = m_1 \cdot z_2 \Rightarrow$$

$$z_2 = \frac{d_2}{m_1} = \frac{136}{4} = 34$$

PS! У колес, нарезанных без смещения исходного контура или нулевых колес, диаметры начальной d_{w1} , d_{w2} , и делительной d_1 , d_2 , окружностей совпадают.

2.3. Расчет простой ступени (Рис.2.3)

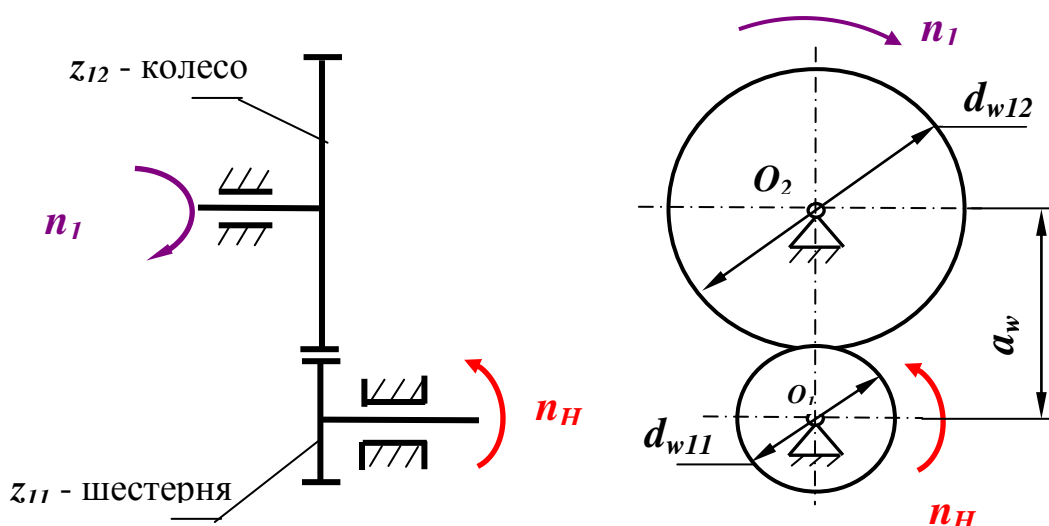


Рис.2.3

По выбранным значениям u_{pr} и z_{11} определяют z_{12} .
Так как

$$u_{pr} = z_{12}/z_{11}, \text{ то } z_{12} = z_{11} \cdot u_{pr} \quad (2.12)$$

Простая ступень проектируется из колес нарезанных со сдвигом производящей рейки, с заданным межосевым расстоянием. При нарезании коэффициентов смещения x_1 и x_2 для любой передачи должны быть выполнены следующие условия: отсутствие подреза, отсутствие заострения, непрерывность зацепления. Коэффициенты смещения выбирают по блокирующим контурам, либо по соответствующим таблицам и графикам.

Так как в данном задании число зубьев шестерни z_{11} было рекомендовано выбрать меньше минимального по условию подрезания, то выбранное значение коэффициента смещения x_1 должно быть равным или больше минимального

$$x_1 \geq x_{1min}, \quad (2.13)$$

где

$$x_{1min} = h_{\alpha}^* \frac{17 - z_{11}}{17} \quad (2.13a)$$

Выбрав коэффициенты смещения и производят расчет основных геометрических параметров зубчатой передачи.

1. Коэффициент суммы смещений

$$x_{\Sigma} = x_1 + x_2$$

2. Угол зацепления α_w для цилиндрической зубчатой передачи со смещением

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \frac{2x_{\Sigma} \tan \alpha}{z_{11} + z_{12}} + \operatorname{inv} \alpha ,$$

где

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \tan \alpha_w - \alpha_w ; \operatorname{inv} \alpha = \tan \alpha - \alpha ;$$

$\alpha = 20^\circ$ - стандартный профильный угол (угол давления)

3. Межосевое расстояние a_w для цилиндрической зубчатой передачи со смещением исходного контура

$$a_w = \frac{m_2}{2} (z_{11} + z_{12}) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}$$

4. Диаметры делительных окружностей

$$d_{11} = m_2 z_{11}, \quad d_{12} = m_2 z_{12}$$

5. Диаметры основных окружностей d_{b1} и d_{b2} , по которым обкадывается прямая, для построения эвольвентного профиля зубьев

$$d_{b1} = d_{11} \cdot \cos \alpha, \quad d_{b2} = d_{12} \cdot \cos \alpha$$

где

d_{11} , d_{12} - диаметры делительных окружностей,

$\alpha = 20^\circ$ - стандартный профильный угол (угол давления).

6. Межосевое расстояние a для цилиндрической зубчатой передачи без смещения исходного контура (с нулевыми колесами)

$$a = \frac{m_2 \cdot (z_{11} + z_{12})}{2} = \frac{d_{11} + d_{12}}{2}$$

7. Диаметры начальных окружностей

$$d_{w11} = \frac{2a_w}{u_{pr} + 1}, \quad d_{w12} = \frac{2a_w \cdot u_{pr}}{u_{pr} + 1}$$

8. Коэффициент воспринимаемого смещения

$$y = \frac{a_w - a}{m_2}$$

9. Коэффициент уравнительного смещения

$$\Delta y = x_{\Sigma} - y$$

10. Диаметры окружностей выступов

$$d_{a11} = d_{11} + 2(h_a^* + x_1 - \Delta y) \cdot m_2,$$
$$d_{a12} = d_{12} + 2(h_a^* + x_2 + \Delta y) \cdot m_2$$

11. Диаметры окружностей впадин

$$d_{f11} = d_{11} - 2(h_a^* + c^* - x_1) \cdot m_2,$$
$$d_{a12} = d_{12} - 2(h_a^* + c^* - x_2) \cdot m_2$$

12. Нормальные толшины зубьев шестерни и колеса по делительной окружности

$$s_{n11} = m_2 \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_1 \cdot \tan \alpha \right),$$
$$s_{n12} = m_2 \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_2 \cdot \tan \alpha \right).$$

13. Окружной шаг зубьев по начальной окружности

Так как начальные окружности перекатываются, то шаги (расстояния между одноименными профилями соседних зубьев, измеренные по дугам начальных окружностей) по этим окружностям равны друг другу:

$$p_{w11} = p_{w12} = p_w.$$

Соответственно

$$s_{w11} = e_{w12} \text{ и } s_{w12} = e_{w11},$$

где s_{w11} и s_{w12} - толщина зубьев, а e_{w12} и e_{w11} - ширина впадин по начальным окружностям шестерни и колеса зубчатой передачи.

Поскольку шаг $p_w = s_{w11} + e_{w11} = s_{w12} + e_{w12}$, а $s_{w11} = e_{w12}$ и $s_{w12} = e_{w11}$, то $p_w = s_{w11} + s_{w12} = e_{w11} + e_{w12}$.

Учитывая, что длины начальных окружностей шестерни и колеса соответственно равны

$$\pi \cdot d_{w11} = p_w \cdot z_{11}, \quad \pi \cdot d_{w12} = p_w \cdot z_{12}, \text{ получим шаг } p_w$$

$$p_w = \frac{\pi \cdot d_{w11}}{z_{11}} \quad \text{или} \quad p_w = \frac{\pi \cdot d_{w12}}{z_{12}}$$

Кроме того шаг можно найти по формуле

$$p_w = \frac{\pi \cdot m_2 \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha_w}$$

14. Толщина зуба по начальной окружности

$$s_{w11} = s_{w12} = \frac{p_w}{2}$$

15. Высота зубьев определяется как радиальное расстояние между окружностями вершин и впадин

$$h = \frac{d_{a11} - d_{f11}}{2} = \frac{d_{a12} - d_{f12}}{2}$$

PS! Делительная окружность делит зуб на две части: делительную головку и делительную ножку, поэтому высота зуба будут равна

$$h = h_a + h_f.$$

где

$h_a = h_a^* \cdot m_2$ - высота делительной головки,

$h_f = h_f^* \cdot m_2$ высота делительной ножки,

где

h_a^* – коэффициент высоты головки зуба,

h_f^* – коэффициент высоты ножки зуба.

Для зубьев нормальной высоты

$$h_a^* = 1, \quad h_f^* = 1,25,$$

для укороченных зубьев

$$h_a^* = 0,8, \quad h_f^* = 1,1.$$

Тогда высота зубьев в долях модуля будет равна

$$h = h_a + h_f = 1,0 \cdot m_2 + 1,25 \cdot m_2 = 2,25 \cdot m_2,$$

а для укороченных зубьев

$$h = h_a + h_f = 0,8 \cdot m_2 + 1,1 \cdot m_2 = 1,9 \cdot m_2.$$

На Рис. 2.4 показаны основные размеры зубьев

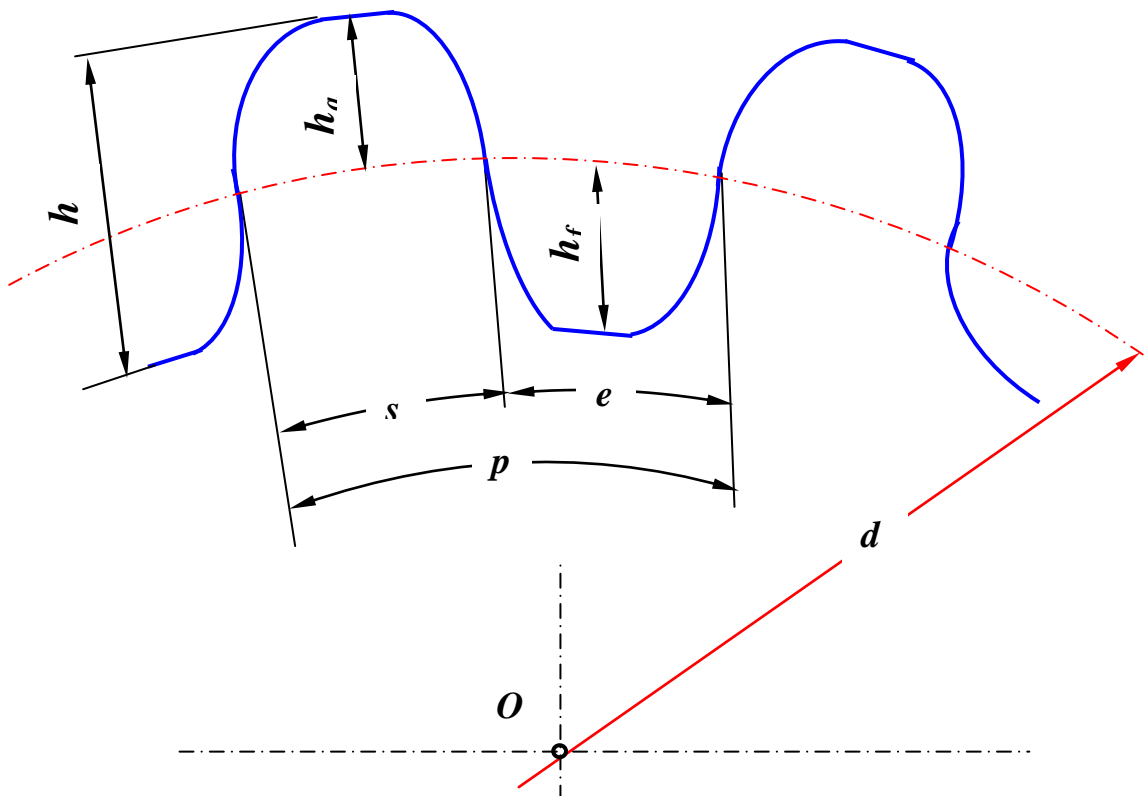


Рис.2.4

Зубчатая передача без смещения

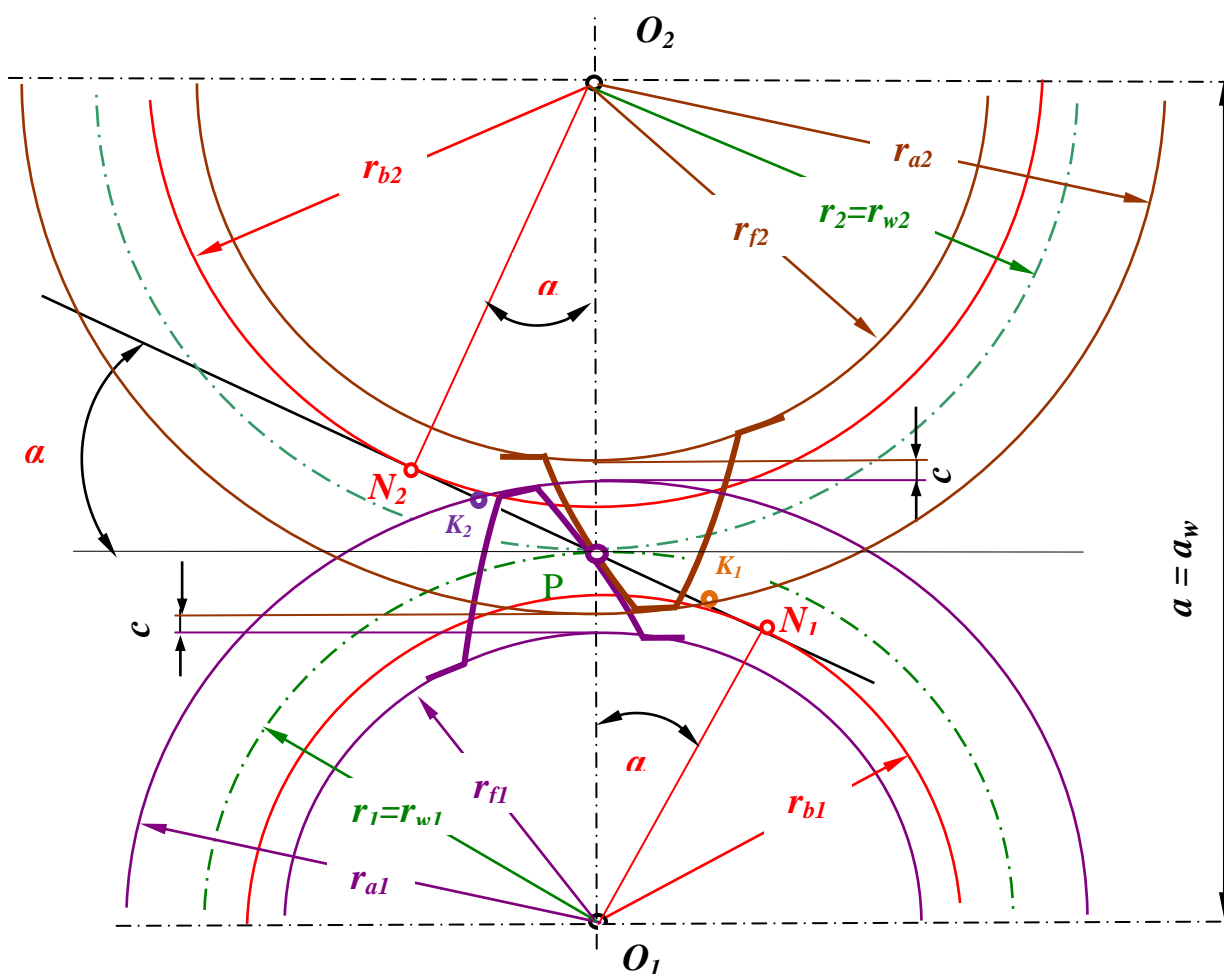


Рис. 2.5

На Рис. 2.5 показана картина зацепления простой зубчатой передачи без смещения, когда радиусы делительных окружностей r_1 и r_2 совпадают с радиусами начальных окружностей r_{w2} и r_{w1} , где

- $N_1 N_2$ - теоретическая длина линии зацепления,
- $K_1 K_2$ - активная линия зацепления, которая определяется точками пересечения K_1 и K_2 линии зацепления с окружностями вершинам зубьев,
- r_{b1} и r_{b2} - радиусы основных окружностей,
- r_{f1} и r_{f2} - радиусы окружностей впадин зубьев,
- r_{a1} и r_{a2} - радиусы окружностей выступов зубьев,
- $\alpha = 20^\circ$ - нормальный угол зацепления,
- $c = 0,25 \cdot m$ - радиальный зазор,
- P - точка зацепления зубьев,
- $a = a_w$ - межосевое расстояние.

2.3.1 Эвольвента окружности. Свойства эвольвенты. Уравнение эвольвенты.

Если по окружности с заданным радиусом r_b (в дальнейшем будем называть ее основной окружностью) без скольжения перекатывать прямую (на Рис.2.6 показана **штриховой зеленой линией**), то каждая точка этой прямой очертит на плоскости, жестко связанной с этой окружностью, кривую, которая называется **эвольвентой**.

Свойства эвольвенты.

1. Эвольвента полностью определена, если задан радиус основной окружности r_b .
2. Так как прямая перекатывается по окружности без скольжения, то дуги N_0N_1 , N_1N_2 , N_2N_4 , N_3N_3 соответственно равны отрезкам прямых N_1E_1 , N_2E_2 , N_3E_3 , N_3E_3 (см. Рис.2.6).
3. Касательные N_1E_1 , N_2E_2 , N_3E_3 , N_3E_3 к основной окружности являются нормальными к эвольвенте (Рис.2.6).
4. Длина данных касательных являются радиусом кривизны эвольвенты в этой точке (см. Рис.2.6), т.е.

$$N_1E_1 = \rho_1, N_2E_2 = \rho_2, N_3E_3 = \rho_3, N_4E_4 = \rho_4 \quad (1)$$

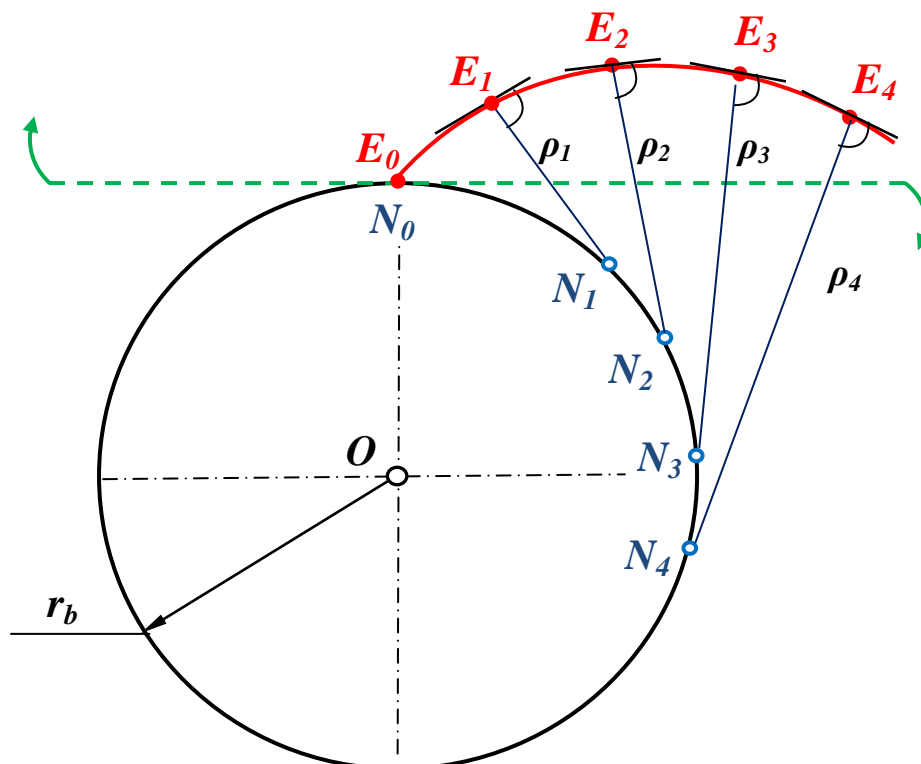


Рис.2.6

Используя свойства эвольвенты, можно составить уравнения эвольвенты в полярных координатах (Рис.2.7)

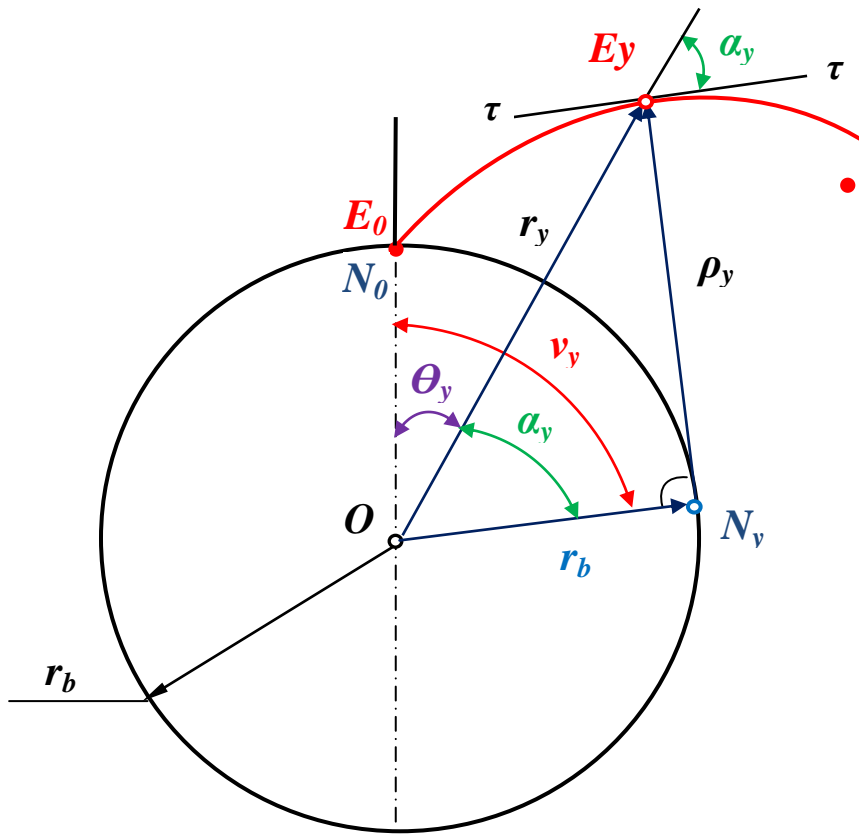


Рис. 2.7

Обозначения:

α_y - профильный угол (угол давления);

θ_y - эвольвентный угол профиля или инволюта угла α_y ;

ν_y - угол развернутости эвольвенты зуба.

Полярными координатами выбираем θ_y и радиус-вектор r_y (Рис.2.7).

Принимая за параметр профильный угол α_y , выражаем выбранные полярные координаты θ_y и r_y через этот параметр.

Длина дуги N_0N_1 определяется через угол развернутости эвольвенты зуба ν_y

$$N_0N_1 = r_b \cdot \nu_y \quad (2)$$

Согласно второму свойству эвольвенты

$$N_0N_1 = N_y E_y \quad (3)$$

или, учитывая формулы (1) и (2)

$$\begin{aligned}
N_0 N_1 = N_y E_y = \rho_y &\Rightarrow \\
\Rightarrow \rho_y = r_b \cdot \nu_y &
\end{aligned}
\tag{4}$$

Из прямоугольного треугольника $ON_y E_y$ имеем

$$\tan \alpha_y = \frac{N_y E_y}{ON_y} = \frac{\rho_y}{r_b} \Rightarrow \text{учитывая формулу (4),}$$

имеем

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \tan \alpha_y &= \frac{r_b \cdot \nu_y}{r_b} \Rightarrow \\
\Rightarrow \tan \alpha_y &= \nu_y
\end{aligned}
\tag{5}$$

Из Рис.2.7 можно видеть , что

$$\nu_y = \alpha_y + \theta_y \tag{6}$$

Заменив в (6) ν_y из формулы (5) , получим

$$\begin{aligned}
\nu_y = \alpha_y + \theta_y &\Rightarrow \tan \alpha_y = \alpha_y + \theta_y \Rightarrow \text{откуда} \\
\Rightarrow \theta_y &= \tan \alpha_y - \alpha_y = \text{inv} \alpha_y
\end{aligned}
\tag{7}$$

Функция $\text{inv} \alpha_y$ называется эвольвентной функцией профильного угла (угла давления) α_y и для нахождения значений функции $\text{inv} \alpha_y$ в зависимости от аргумента α_y соответственно составлены таблицы, которые приведены ниже.

А нахождения радиуса-вектора r_y , снова как и ранее используем прямоугольный треугольник $ON_y E_y$

$$r_y = \tan \alpha_y = \frac{r_b}{\cos \alpha_y} \tag{8}$$

По полученным формулам (7) и (8) теперь можно строить эвольвенту по заданному радиусу r_b основной окружности в полярной ситеме координат θ_y и r_y .

NB! Окружность зубчатого колеса, диаметр которой равен произведению числа зубьев z на заданную стандартную величину модуля m , называется делительной окружностью с диаметром d

$$d = z \cdot m \quad (9)$$

Делительная окружность прямозубого колеса является той окружностью, которая пересекает профиль зуба в точке, для которой угол профиля(угол давления) равен стандартному углу зацепления $\alpha_y = 20^0$. В это случае радиус-вектор r_y будет равен половине диаметра d делительной окружности (см.Рис.2.7).

2.3.1a Таблица инвалютов угла, значения эвольвентной функции

Категория: [проАмьшленность и машиностроение](#)

Опубликовано 19.12.2013 05:13

Таблица значений эвольвентной функции или таблица инвалютов.

Таблица разбитая по градусам, секундам, порядкам. Необходима для расчета зубчатой передачи.

Градус	Порядок	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'	Порядок	Градус
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	0,000	00177	00225	00281	00346	00420	00504	00598	00704	00821	00950	01092	01248	0,000	1
2	0,000	01318	01603	01804	02020	02253	02503	02771	03058	03364	03689	04035	04402	0,000	2
3	0,000	04790	05201	05634	06091	06573	07078	07610	08167	08751	09362	10000	10668	0,000	3
4	0,000	11364	12090	12847	13634	14453	15305	16189	17107	18059	19045	20067	21125	0,000	4
5	0,000	22220	23352	24522	25731	26978	28266	29594	30963	32394	33827	35324	36864	0,000	5
6	0,00	03845	04008	04175	04347	04524	04706	04892	05083	05280	05481	05687	05898	0,00	6
7	0,00	06115	06337	06564	06797	07035	07279	07528	07783	08044	08310	08582	08861	0,00	7
8	0,00	09145	09435	09732	10034	10343	10659	10980	11308	11643	11984	12332	12687	0,00	8
9	0,00	13048	13416	13792	14174	14563	14960	15363	15774	16193	16618	17051	17492	0,00	9
10	0,00	17941	18397	18860	19332	19812	20299	20795	21299	21810	22330	22859	23396	0,00	10
11	0,00	23941	24495	25057	25628	26208	26797	27394	28001	28016	29241	29875	30518	0,00	11
12	0,00	31171	31832	32504	33185	33875	34555	35285	36005	36735	37474	38224	38984	0,00	12
13	0,00	39754	40534	41325	42126	42938	43760	44593	45437	46291	47157	48033	48921	0,00	13
14	0,00	49819	50729	51650	52582	53526	54482	55448	56427	57417	58420	59434	60460	0,00	14
15	0,00	61488	62548	63611	64686	65773	66873	67985	69110	70248	71398	72561	73738	0,00	15
16	0,0	07493	07613	07735	07857	07982	08107	08234	08362	08492	08623	08756	08889	0,0	16
17	0,0	09025	09161	09299	09439	09580	09722	09866	10012	10158	10307	10456	10608	0,0	17
18	0,0	10760	10915	11071	11228	11387	11547	11709	11873	12038	12205	12373	12543	0,0	18
19	0,0	12715	12888	13063	13240	13418	13598	13779	13963	14148	14334	14523	14713	0,0	19
20	0,0	14904	15098	15293	15490	15689	15890	16092	16296	16502	16710	16920	17132	0,0	20
21	0,0	17345	17560	17777	17996	18217	18440	18665	18891	19120	19350	19583	19817	0,0	21
22	0,0	20054	20292	20533	20775	21019	21266	21514	21765	22018	22272	22529	22788	0,0	22
23	0,0	23044	23312	23577	23845	24414	24386	24660	24936	25214	25495	25778	26062	0,0	23
24	0,0	26350	26639	26931	27225	27521	27820	28121	28424	28729	29037	29348	29660	0,0	24
25	0,0	29975	30293	30613	30935	31260	31587	31917	32249	32583	32920	33260	33602	0,0	25
26	0,0	33947	34294	34644	34997	35352	35709	36069	36432	36798	37166	37537	37910	0,0	26
27	0,0	38287	38666	39047	39432	39819	40209	40602	40997	41395	41797	42201	42607	0,0	27

Градус	Порядок	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'	Порядок	Градус
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
28	0,0	43017	43430	43845	44264	44685	45110	45537	45967	46400	46837	47276	47718	0,0	28
29	0,0	48164	48612	49064	49518	49976	50437	50901	51363	51838	52312	52788	53268	0,0	29
30	0,0	53751	54238	54728	55221	55711	56217	56720	57226	57736	58249	58765	59285	0,0	30
31	0,0	58809	60335	60856	61400	61937	62478	63022	63570	64122	64677	65236	65798	0,0	31
32	0,0	66364	66934	67507	68084	68665	69250	69838	70430	71026	71626	72230	72838	0,0	32
33	0,0	73449	74064	74684	75307	75934	76565	77200	77839	78483	79130	79781	80437	0,0	33
34	0,0	81097	81760	82422	83100	83777	84457	85142	85832	86525	87223	87925	88631	0,0	34
35	0,0	89342	90058	90777	91502	92230	92963	63701	94443	95190	95942	96698	97459	0,0	35
36	0	09822	09899	09977	10055	10133	10212	10292	10371	10452	10533	10614	10696	0	36
37	0	10778	10861	10944	11028	11113	11197	11283	11369	11455	11542	11630	11718	0	37
38	0	11806	11895	11985	12075	12165	12257	12348	12441	12534	12627	12721	12815	0	38
39	0	12911	13006	13102	13199	13297	13395	13493	13592	13692	13792	13893	13995	0	39
40	0	14097	14200	14303	14407	14511	14616	14722	14829	14936	15043	15152	15261	0	40
41	0	15370	15480	15591	15703	15815	15928	16041	16156	16270	16386	16502	16619	0	41
42	0	16737	16855	16974	17093	17214	17335	17457	17579	17702	17826	17951	18076	0	42
43	0	18202	18329	18457	18585	18714	18844	18975	19106	19238	19371	19505	19639	0	43
44	0	19774	19910	20047	20185	20323	20463	20603	20743	20885	21028	21171	21315	0	44
45	0	21460	21606	21753	21900	22049	22198	22348	22499	22651	22804	22958	23112	0	45
46	0	23268	23424	23582	23740	23899	24099	24220	24382	24545	24709	24874	25040	0	46
47	0	25206	25374	25543	25713	25883	26055	26228	26401	26576	26752	26929	27107	0	47
48	0	27285	27465	27646	27828	28012	28196	28381	28567	28755	28943	29133	29324	0	48
49	0	29516	29709	29983	30098	30295	30492	30691	30891	31092	31295	31498	31708	0	49
50	0	31909	32116	32324	32534	32745	32957	33171	33385	33681	33818	34037	34257	0	50
51	0	34478	34700	34924	35149	36376	35604	35833	36063	36295	36529	36763	36999	0	51
52	0	37237	37476	37716	37958	38202	38446	38693	38941	39190	39441	39693	39947	0	52
53	0	40202	40459	40717	40977	41239	41502	41767	42034	42302	42571	42843	43116	0	53

2.3.2. Таблица смещений исходного контура для прямозубых цилиндрических зубчатых колёс

Рассмотрим корригирование прямозубых зубчатых передач в соответствии со стандартами, действовавшими до 1970 г.

Корригирование рекомендуется для цилиндрических и конических передач при условии неравенства количества зубьев шестерни Z_1 и колеса Z_2 .

Наиболее целесообразно применять корригирование в следующих случаях:

- 1) шестерня имеет малое число зубьев ($Z_1 < 17$), так как в этом случае устраняется подрез у корня зуба,
- 2) при больших передаточных числах, так как позволяет снизить относительное скольжение профилей.

При изготовлении корригированных колёс исходная рейка смещается в направлении от оси вращения колеса - положительное смещение, и в направлении оси - отрицательное смещение.

Высотное корригирование.

Внешний диаметр шестерни увеличивается на величину $2 \cdot x \cdot m$ (положительное смещение), внешний диаметр колеса уменьшается на величину $2 \cdot x \cdot m$ (отрицательное смещение). Значение x выбирается по таблице. При положительном смещении увеличивается длина головки зуба, длина ножки соответственно уменьшается. При отрицательном смещении наоборот. Величины делительных диаметров и межосевое расстояние остаются неизменными.

Z1	Z2														
	17	18	19	20	21	22	24	27	32	40	50	60	72	90	110
11	-	-	-	-	-	-	0,408	0,43	0,46	0,495	0,52	0,54	0,554	0,563	0,566
12	-	-	-	-	-	0,328	0,357	0,389	0,422	0,46	0,487	0,51	0,527	0,537	0,541
13	-	-	-	-	0,264	0,283	0,313	0,347	0,385	0,427	0,457	0,479	0,499	0,511	0,515
14	-	-	-	0,1999	0,22	0,239	0,271	0,308	0,46	0,395	0,427	0,45	0,472	0,485	0,493
15	-	-	0,134	0,159	0,181	0,201	0,235	0,271	0,315	0,363	0,398	0,423	0,445	0,462	0,472
16	-	0,062	0,094	0,12	0,144	0,165	0,199	0,232	0,282	0,333	0,373	0,397	0,421	0,44	0,452
17	0	0,032	0,06	0,066	0,11	0,131	0,165	0,205	0,251	0,306	0,348	0,374	0,398	0,418	0,433
18	-	0	0,03	0,056	0,08	0,101	0,136	0,178	0,224	0,282	0,326	0,353	0,378	0,4	0,414
19	-	-	0	0,027	0,052	0,073	0,109	0,132	0,2	0,26	0,305	0,334	0,361	0,382	0,396
20	-	-	-	0	0,025	0,047	0,085	0,128	0,178	0,24	0,285	0,316	0,344	0,365	0,379
21	-	-	-	-	0	0,023	0,052	0,107	0,159	0,222	0,268	0,299	0,328	0,35	0,364
22	-	-	-	-	-	0	0,041	0,087	0,141	0,205	0,251	0,283	0,313	0,335	0,35
24	-	-	-	-	-	-	0	0,051	1,11	0,173	0,219	0,252	0,281	0,305	0,324
27	-	-	-	-	-	-	-	0	0,065	0,129	0,176	0,212	0,243	0,267	0,289
30	-	-	-	-	-	-	-	-	0,025	0,089	0,138	0,178	0,208	0,235	0,259
33	-	-	-	-	-	-	- ⁶⁷	-	-	0,057	0,108	0,149	0,18	0,206	0,232

Величина смещения исходного контура колеса указывается в таблице на чертеже зубчатого колеса

При корригировании зубчатого колеса рассчитывается размер зуба при измерении по постоянной хорде s_x (толщина зуба по делительной окружности) и высота зуба h_x . При положительном смещении s_x увеличивается, зуб утолщается у основания и упрочняется.

Значение коэффициентов смещения $X_1 = -X_2$ выбираются по материалам источников 1930-х гг. (при профильном угле исходного контура 20° и коэффициенте высоты головки зуба, равном 1)

2.3.3 Пример расчета простой ступени

Параметры исходного контура:

стандартный профильный угол

(угол давления) $\alpha = 20^\circ$,

коэффициент высоты головки $h_\alpha^* = 1,0$,

модуль зацепления..... $m_2 = 10$,

коэффициент радиального зазора..... $c^* = 0,25$.

а) Число зубьев шестерни простой ступени $z_{11} = 9$,
которое выбрано из условия $z_{11} = 9 \dots 15$

б) Число зубьев ведомого колеса z_{12} определяем из формулы (2.12)

$$z_{12} = z_{11} \cdot u_{пр} = 9 \cdot 4 = 36 ,$$

где передаточное отношение простой ступени $u_{пр}$ находится по формуле (2.2) при заданном общем передаточном отношении $u_{об}$.

с) Определяем минимальное коэффициента смещения по формуле (2.13а)

$$x_{1\min} = h_\alpha^* \frac{17 - z_{11}}{17} = 1,0 \cdot \frac{17 - 9}{17} \approx 0,47$$

д) Выбираем коэффициент смещения x_1 из условия, что

$x_1 \geq x_{1\min}$ (2.13), а также на основе таблицы смещений в 2.3.2, в результате чего принимаем

$$x_1 = 0,5$$

е) А коэффициент смещения x_2 назначим равным x_1 , т.е.

$$x_2 = x_1 = 0,5$$

1. Коэффициент суммы смещений

$$x_{\Sigma} = x_1 + x_2 = 0,5 + 0,5 = 1,0$$

2. Угол зацепления

$$\begin{aligned} \operatorname{inv} \alpha_w &= \frac{2x_{\Sigma} \tan \alpha}{z_{11} + z_{12}} + \operatorname{inv} \alpha = \\ &= \frac{2 \cdot 1,0 \cdot \tan 20^{\circ}}{9 + 36} + \tan 20^{\circ} - 20^{\circ} / 57,3^{\circ} = 0,031, \end{aligned}$$

откуда по таблице эвольвентной функции $\operatorname{inv} \alpha_w = \tan \alpha_w - \alpha_w$ (см. 2.3.2) или [3, Приложение III]

$$\alpha_w = 25^{\circ} 20' = 25,33^{\circ}$$

3. Межосевое расстояние

$$a_w = \frac{m_2}{2} (z_{11} + z_{12}) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{10}{2} (9 + 36) \frac{\cos 20^{\circ}}{\cos 25,33^{\circ}} \approx 233,92 \text{ mm},$$

4. Диаметры делительных окружностей

$$\begin{aligned} d_{11} &= m_2 \cdot z_{11} = 10 \cdot 9 = 90 \text{ mm} \\ d_{12} &= m_2 \cdot z_{12} = 10 \cdot 36 = 360 \text{ mm} \end{aligned}$$

5. Межосевое расстояние a для цилиндрической зубчатой передачи без смещения исходного контура (с нулевыми колесами)

$$a = \frac{m_2 \cdot (z_{11} + z_{12})}{2} = \frac{d_{11} + d_{12}}{2} = \frac{90 + 360}{2} = 225 \text{ mm}$$

6. Диаметры начальных окружностей

$$d_{w11} = \frac{2 \cdot a_w}{u_{pr} + 1} = \frac{2 \cdot 233,92}{4 + 1} \approx 93,57 \text{ mm}$$

$$d_{w12} = \frac{2 \cdot a_w \cdot u_{pr}}{u_{pr} + 1} = \frac{2 \cdot 233,92 \cdot 4}{4 + 1} \approx 374,27 \text{ mm}$$

7. Коэффициент воспринимаемого смещения

$$y = \frac{a_w - a}{m_2} = \frac{233,92 - 225}{10} = 0,892$$

8. Коэффициент уравнительного смещения

$$\Delta y = x_{\Sigma} - y = 1,0 - 0,892 = 0,108$$

9. Диаметры окружностей выступов

$$d_{a11} = d_{11} + 2(h_a^* + x_1 - \Delta y) \cdot m_2 =$$

$$= 90 + 2(1,0 + 0,5 - 0,108) \cdot 10 = 117,84 \text{ mm},$$

$$d_{a12} = d_{12} + 2(h_a^* + x_2 - \Delta y) \cdot m_2 =$$

$$= 360 + 2(1,0 + 0,5 - 0,108) \cdot 10 = 387,84 \text{ mm},$$

10. Диаметры окружностей впадин

$$d_{f11} = d_{11} - 2(h_a^* + c^* - x_1) \cdot m_2 =$$

$$= 90 - 2(1,0 + 0,25 - 0,5) \cdot 10 = 75,00 \text{ mm},$$

$$d_{f12} = d_{12} - 2(h_a^* + c^* - x_2) \cdot m_2 =$$

$$= 360 - 2(1,0 + 0,25 - 0,5) \cdot 10 = 345,00 \text{ mm}.$$

11. Нормальные толшины зубьев шестерни и колеса по делительной окружности

$$s_{n11} = m_2 \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_1 \cdot \tan \alpha \right) = 10 \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot 0,5 \cdot \tan 20^\circ \right) = 19,35 \text{ mm}$$

$$s_{n11} = m_2 \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot x_2 \cdot \tan \alpha \right) = 10 \left(\frac{\pi}{2} + 2 \cdot 0,5 \cdot \tan 20^\circ \right) = 19,35 \text{ mm}$$

12. Окружной шаг зубьев по начальной окружности

$$p_w = \frac{\pi \cdot d_{w11}}{z_{11}} = \frac{\pi \cdot 93,57}{9} \approx 32,66 \text{ mm}$$

или

$$p_w = \frac{\pi \cdot d_{w12}}{z_{12}} = \frac{\pi \cdot 374,27}{36} \approx 32,66 \text{ mm}$$

Кроме того шаг можно найти по формуле

$$p_w = \frac{\pi \cdot m_2 \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{\pi \cdot 10 \cdot \cos 20^\circ}{\cos 25,33^\circ} = 32,66 \text{ mm}$$

13. Толщина зуба по начальной окружности

$$s_{w11} = s_{w12} = \frac{p_w}{2} = \frac{32,66}{2} = 16,33 \text{ mm},$$

что естественно меньше, чем толщина зуба по делительной окружности и равная $s_{n11} = s_{n12} = 19,35 \text{ mm}$

14. Высота зубьев определяется как радиальное расстояние между окружностями вершин и впадин

$$h = \frac{d_{a11} - d_{f11}}{2} = \frac{d_{a12} - d_{f12}}{2} =$$

$$= \frac{117,84 - 75,00}{2} = \frac{387,84 - 345,00}{2} = 21,42 \text{ mm}.$$

Если определять высоту зубьев через модуль, то получим :

1. для зубьев нормальной высоты

$$h = 2,25 \cdot m_2 = 2,25 \cdot 10 = 22,5 \text{ mm},$$

2. для укороченных зубьев

$$h = 1,9 \cdot m_2 = 1,9 \cdot 10 = 19,0 \text{ mm.}$$

Найденное в данном случае значение высоты зубьев $h = 21,42 \text{ mm}$, находится в требуемом интервале высоты зубьев:

$$h = (22,5 \dots 19,0) \text{ mm.}$$

15. Диаметры основных окружностей d_{b1} и d_{b2}

$$d_{b1} = d_{11} \cdot \cos \alpha = 90 \cdot \cos 20^\circ = 84,57 \text{ mm,}$$

$$d_{b2} = d_{12} \cdot \cos \alpha = 360 \cdot \cos 20^\circ = 338,29 \text{ mm.}$$

Расчет основных параметров зубчатой передачи можно вести на ЭВМ используя программу "HAMMAS".

Вводные данные:

1. Hambumismoodul
(Модуль зацепления)..... $m_2 = \dots$ mm
2. Väiksema ratta hammaste arv
(Число зубьев шестерни)..... $z_{11} = \dots$
3. Suurima ratta hammaste arv
(Число зубьев колеса)..... $z_{12} = \dots$
4. Telgedevahe (Межосевое расстояние)
(Межосевое расстояние введется тогда, когда будет спроектировано зацепление при заданном межосевом расстоянии) $a_w = \dots$
5. Väiksema ratta nihutustegur
(Коэффициент смещения шестерни)..... $x_1 = \dots$
6. Suurema ratta nihutustegur
(Коэффициент смещения колеса)..... $x_2 = \dots$
7. Namba kaldenurk
(Угол наклона зуба)..... $\beta = \dots$
(Для косозубого колеса)
8. Hammasvöö laius
(Ширина зубчатого венца)..... $\beta_w = \dots$
(Для прочностного расчета)

Результаты расчета машина выдает в трех таблицах :

1. Hammasrataste põhiparameetrid (Основные параметры зубчатых колес), 2. Hammaste jaonestamiseks vajalikul suurused (Необходимые величины для вычерчивания зубьев, в масштабе выбранном

оператором ($M \approx (80 \dots 100)(2,25 \text{ m})$), 3. Siirdekõneva joonestamiseks vajalikul koordinaadid (Необходимые координаты для вычерчивания переходной кривой).

В двух последних таблицах предполагают, что начала координатных осей находятся на основной окружности, ось x направлена по касательной к основной окружности и ось y направлена радиально.

2.4. Вычерчивание картины зацепления

После выполнения расчетов необходимо вычертить зубчатую передачу (см. Рис.). Межосевое расстояние a_w определяет расстояние между осями O_1 и O_2 зубчатых колес. Ось O_2 может быть расположена вне формата бумаги. Из центров O_1 и O_2 проводят окружности, радиусы которых были определены при расчетах: начальных окружностей r_{w_1} и r_{w_2} , касающихся в полюсе P ; делительных окружностей r_1 и r_2 , расстояние между которыми равно воспринимаемому смещению y_m ; окружностей вершин r_{a_1} и r_{a_2} и окружностей впадин r_{f_1} и r_{f_2} , расстояние между которыми соответственно определяют радиальные зазоры, равные $c = c^* \cdot m$, основных окружностей r_{b_1} и r_{b_2} , касательная к которым является линией зацепления N_1N_2 , проходящей через полюс P . Пересечение линии зацепления N_1N_2 с окружностями вершин определяют точки K_1 и K_2 активной линии зацепления. Откладывая от точек K_1 и K_2 по линии N_1N_2 основной шаг $p_b = \pi m \cos \alpha$ находят границы зон одно- и двухпарного зацепления профилей в пределах активной линии зацепления K_1K_2 (рис. 2.8).

Картина зацепления зубчатых колес со смещением
исходного контура (Рис.2.8)

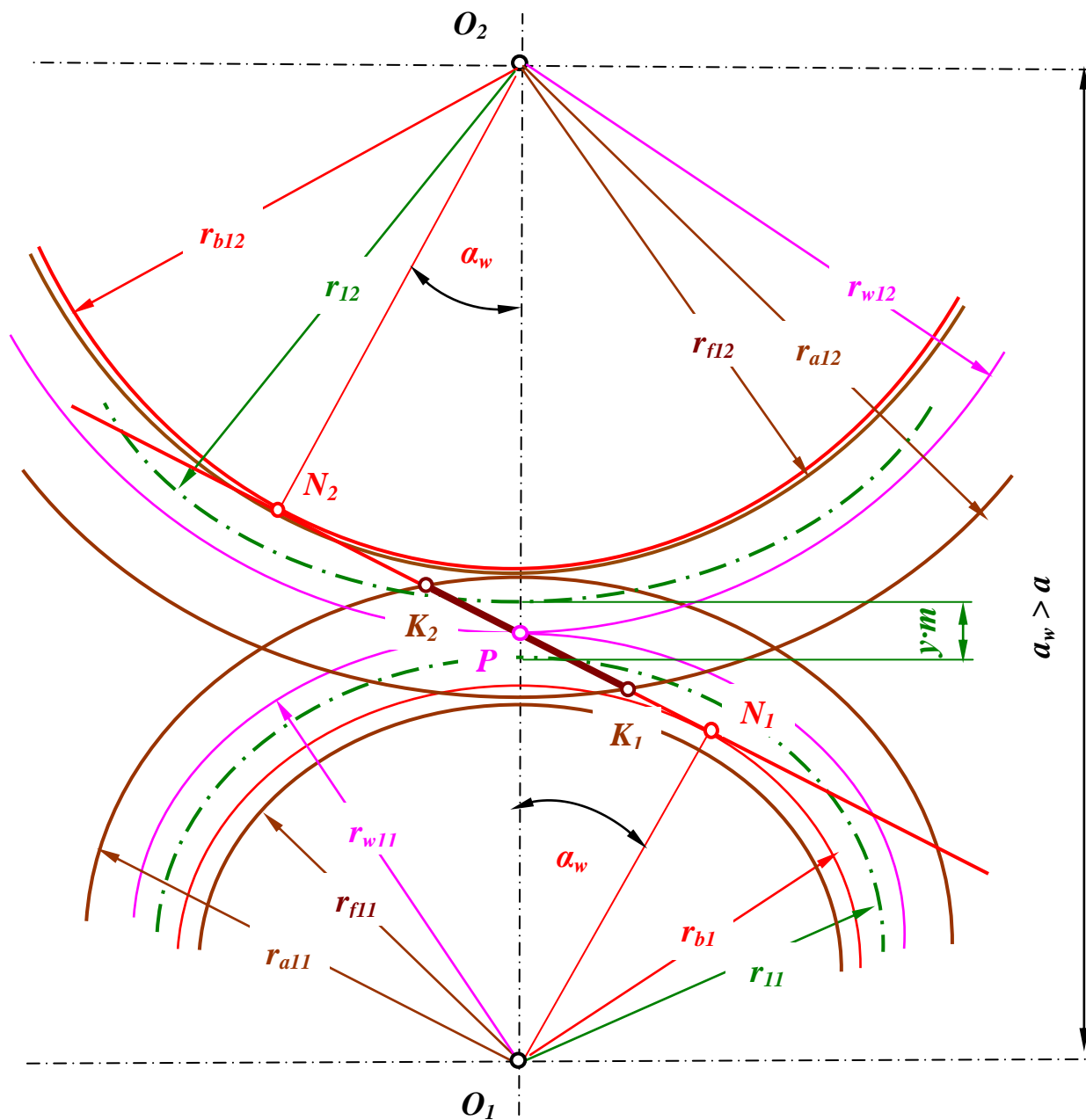


Рис.2.8

1. K_1K_2 - активная линия зацепления, которая определяется точками пересечения K_1 и K_2 линии зацепления с окружностями вершинам зубьев,
2. $\alpha_w = 25^{\circ}20' = 25,33^{\circ}$ - угол зацепления,
3. $a_w = 233,92$ mm - межосевое расстояние,
4. $a = 225$ mm - межосевое расстояние без смещения,
5. $d_{11} = 90$ mm и $d_{12} = 360$ mm - диаметры делительных окружностей,

6. $d_{w11} = 93,57 \text{ mm}$ и $d_{w12} = 374,27 \text{ mm}$ - диаметры начальных окружностей,
7. $d_{a11} = 117,84 \text{ mm}$ и $d_{a12} = 387,84 \text{ mm}$ - диаметры окружностей выступов,
8. $d_{f11} = 75,00 \text{ mm}$ и $d_{f12} = 345,00 \text{ mm}$ - диаметры окружностей впадин,
9. $d_{b1} = 84,57 \text{ mm}$ и $d_{b2} = 338,29 \text{ mm}$ - диаметры основных окружностей ,
10. $p_w = 32,66 \text{ mm}$ - окружной шаг зубьев по начальной окружности,
11. $p = \pi \cdot m_2 = \pi \cdot 10 = 31,42 \text{ mm}$ - окружной шаг зубьев по делительной окружности,
12. $p_b = p \cdot \cos \alpha = 31,42 \cdot \cos 20^\circ = 29,52 \text{ mm}$ - окружной (основной) шаг по основной окружности,
- 13.1 $y \cdot m_2 = 0,892 \cdot 10 = 8,92 \text{ mm}$ - воспринимаемое смещение, равное расстоянию между делительными окружностями
- 13.2 или разнице между межосевым расстоянием со смещением $a_w = 233,92 \text{ mm}$ и межосевым расстоянием без смещения $a = 225,00 \text{ mm}$, то есть

$$y \cdot m_2 = a_w - a = 233,92 - 225,00 = 8,92 \text{ mm}.$$

14. Непрерывность и плавность зацепления в зубчатой передаче

При вращении зубчатых колес зубья вступают в контакт, зацепляются и вращаются определенное время вместе и затем выходят из зацепления. При этом должно иметь место перекрытие, т.е. каждая последующая пара зубьев должна войти в зацепление еще до того, как предыдущая пара выйдет из зацепления. Величину перекрытия можно оценить следующим образом (рис.2.):

- замерим длины активной линии зацепления K_1K_2 и линии зацепления N_1N_2 на Рис.2.8 и откладываем их в выбранном масштабе μ_b [mm /mm] на Рис.2.9,
- откладываем от точек K_1 и K_2 по линии зацепления N_1N_2 основной шаг $p_b = 29,52 \text{ mm}$,
- находим границы зон одно- и двухпарного зацепления профилей в пределах активной линии зацепления K_1K_2 (рис.2.9).

Имеем, что $K_1K_1^*$ и $K_2K_2^*$ - зона двухпарного зацепления, а $K_1^*K_2^*$ - зона однопарного зацепления (Рис.2.9).

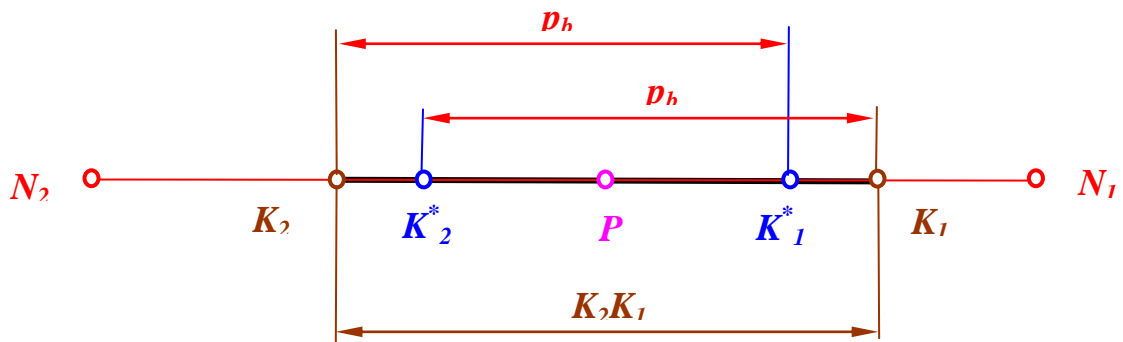


Рис.2.9

После вычерчивания всех окружностей и линии зацепления можно построить контуры профилей зубьев. Проводят ось зуба и откладывают толщины хорд, получают точки A_1, A_2, A_3, A_4 и A'_1, A'_2, A'_3, A'_4 (см. рис. 2. 3).

$K_1K'_1$ и $K_2K'_2$ – зона двухпарного зацепления,

$K'_1K'_2$ – зона однопарного зацепления

Толщины хорд заданы в таблице 2 выдаваемой машиной. Толщина хорды по основной окружности S_b соответствует значению, где шаг $N=0.0$. Толщина зуба по окружности выступов s_{ha} задана в таблице 1. Промежуточные толщины заданы для шага $N=1, 2, 3, 4, 5$. Через точки A_1 и O (центра колеса) проводят радиальную прямую – ось "у" эвольвенты зуба. В точке A_1 проводят перпендикуляр – "δ". В случае, если центр колеса O не находится на чертеже сначала строят ось "δ", которая находится под углом $\psi_b = \frac{S_b}{d_b}$ (радиан) к хорде $A_1 A'_1$. Далее строят эвольвенту зуба по координатам δ и u приведенным в таблице 2 и переходную кривую, координаты которой приведены в таблице 3.

Правый профиль зуба будет зеркальным отображением левого, проходящего через точки A'_1, A'_2, A'_3 .

Так строят по одному профилю зубьев колеса и шестерни, остальные строят по шаблону.

Эвольвентные профили зубьев можно построить отдельно в координатных осях $\delta - u$ как это показано в приложении 2, с последующим переносом их на картину зацепления.

При построении картины зацепления следует вспомнить, что точки контакта профилей зубьев будут расположены только на

активной части линии зацепления K_1K_2 , и так как начальные окружности катятся друг по другу без скольжения, то $S_{w_1} = e_{w_2}$ и $S_{w_2} = e_{w_1}$, где S_{w_1} и S_{w_2} – толщина зубьев, а e_{w_1} и e_{w_2} – ширина впадин по начальным окружностям колес зубчатой передачи. Поскольку начальные окружности перекатываются без скольжения, то шаги $p_{w_1} = p_{w_2}$ по этим окружностям равны друг другу: $p_{w_1} = p_{w_2} = p_w$. Шаг $p_w = S_{w_1} + l_{w_1}$, или поскольку $S_{w_2} = l_{w_1}$, $p_w = S_{w_1} + S_{w_2}$.

Для определения рабочих частей профилей зубьев следует точки K_1K_2 определяющие активную часть линии зацепления, перенести соответственно радиусам O_1K_1 и O_2K_2 на профиль зуба шестерни и колеса (заштрихованные части профилей зубьев, см. приложение 2).

2.5. Качественные показатели зацепления

Из качественных показателей определяют коэффициент перекрытия, характеризующий плавность зацепления и коэффициент формы зуба, учитывающий геометрию зуба на его прочность.

а) Коэффициент торцевого перекрытия определяют по формуле:

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{K_1 K_2}{p_{\alpha}},$$

где $K_1 K_2$ – длина активной части линии зацепления,

p_{α} – шаг по основной окружности,

$$p_{\alpha} = \pi \cdot m \cdot \cos \alpha .$$

б) Коэффициент формы зуба определяют по формуле:

$$Y_{FH} = \frac{1}{\cos \alpha_w} \left(\frac{6 \cdot m \cdot h_p \cdot \cos \alpha'}{S_p^2} - \frac{m \cdot \sin \alpha'}{S_p} \right),$$

где S_p – ширина опасного сечения зуба,

h_p – расстояние от точки В (точка пересечения линии действия расчетной окружной силы с осью зуба) до опасного сечения (см.рис. 2.)

α' – угол у вершины зуба.

Угол α' (несколько больший, чем α_w) определяют расчетным либо графическим способом.

$$\alpha' = \alpha_a - \beta, \quad \beta = \frac{S_a}{d_a}, \quad \cos \alpha_a = \frac{d_b}{d_a},$$

где α_a – угол профиля зуба в точке на окружности вершин,

S_a – толщина зуба по окружности вершин,

d_b, d_a – соответственно диаметры основной окружности и окружности вершин.

Для графического определения угла α' следует провести от вершины зуба касательную к основной окружности (см. рис. 2.4).

Для определения ширины опасного сечения зуба S_p и расстояния h_p рисуют в контур зуба профиль равнопрочного тела к изгибу, который есть, как известно, квадратная парабола.

За вершину параболы принимают точку В (рис. 2.3). Расположение точки С сначала выбирают на глаз, с таким расчетом, чтобы ветвь параболы не врезалась в прфиль зуба. Парабола конструируется по общеизвестному методу, что и показано на рис. 2.3. Если при построении параболы ветвь ее выходит из контура зуба, следует выбрать новое положение точки С и всю конструкцию параболы повторяют. Коэффициент формы зуба определяют как для колеса, так и для шестерни.

III. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ И МАССЫ МАХОВИКА

3.1. Определение приведенных моментов движущих сил и сил сопротивления

3.1.1. Приведенный момент (приведенной силы) от сил сопротивлений

Для определения приведенного момента $M_{п.с.}$ (или приведенной силы F_T) от сил сопротивлений применяют метод тангенциальных сил. Для этого учитываем только силы трения F_{he} и F_{hv} и вес штанги 5 F_{gv} (веса остальных звеньев незначительны). Кроме того, естественно, при определении приведенной силы, не учитываются силы инерции.

Если точку B принимать за точку приведения, то элементарная работа сил сопротивления F_{he} и F_{hv} и веса штанги 5 F_{gv} на элементарном перемещении dS_B равняется элементарной работе тангенциальной приведенной силы F_T на элементарном перемещении dS_5 (Рис.3.1)

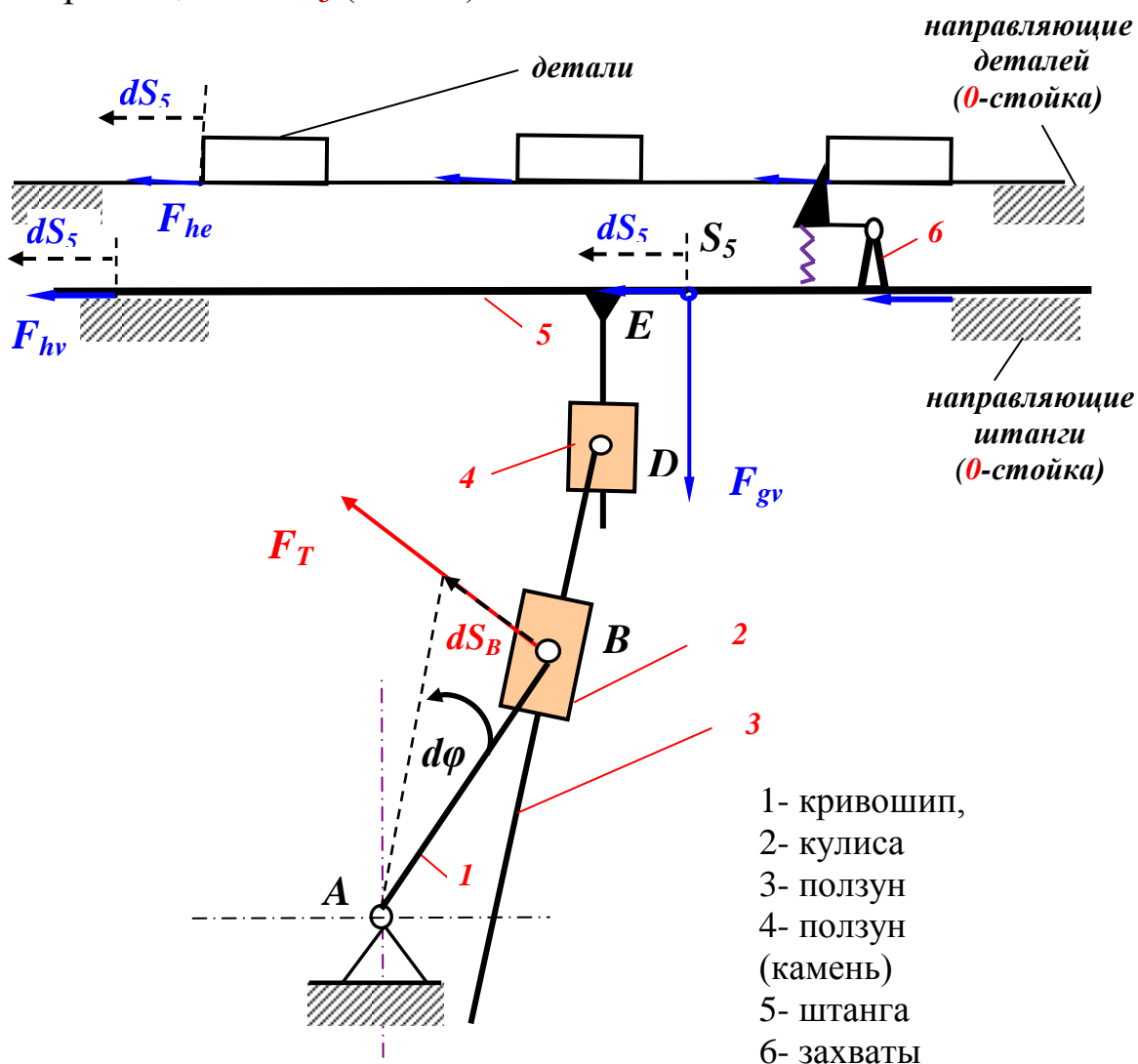


Рис.3.1

$$\begin{aligned} (F_T \cdot dS_B \cdot \cos 0^0) \cdot \eta &= (e \cdot F_{he} + F_{hv}) \cdot dS_5 \cdot \cos 0^0 + F_{gv} \cdot dS_5 \cdot \cos 90^0 \Rightarrow \\ \Rightarrow (F_T \cdot dS_B) \cdot \eta &= (e \cdot F_{he} + F_{hv}) \cdot dS_5 + 0 = (e \cdot F_{he} + F_{hv}) \cdot dS_5 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Если считать $\eta \approx 1$, тогда приведенная тангенциальная сила будет

$$F_T = \frac{(e \cdot F_{he} + F_{hv}) \cdot dS_5}{dS_B} \quad (3.2)$$

Так как линейные скорости точки **B** и штанги 5 равняются производным по времени от соответствующих перемещений

$$v_B = \frac{dS_B}{dt}, \quad v_5 = \frac{dS_5}{dt}, \quad (3.3)$$

или

$$dS_B = v_B \cdot dt, \quad dS_5 = v_5 \cdot dt, \quad (3.3a)$$

то выражение (3.2) после подстановки зависимостей (3.3a) примет вид

$$F_T = \frac{(e \cdot F_{he} + F_{hv}) \cdot v_5 \cdot dt}{v_B \cdot dt} = \frac{(e \cdot F_{he} + F_{hv}) \cdot v_5}{v_B} \quad (3.4)$$

Учитывая, что линейная скорость точки **B** равняется

$$v_B = \omega_1 \cdot AB = \omega_1 \cdot r, \quad (3.5)$$

уравнение (3.4) примет вид

$$F_T = \frac{(e \cdot F_{he} + F_{hv}) \cdot v_5}{\omega_1 \cdot r}. \quad (3.6)$$

В результате приведенный момент сил сопротивлений при рабочем ходе (см. Рис.1.2) будет

$$F_T = \frac{(e \cdot F_{he} + F_{hv}) \cdot v_5}{\omega_1 \cdot r} \Rightarrow F_T \cdot r = \frac{(e \cdot F_{he} + F_{hv}) \cdot v_5}{\omega_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_{n.c.} = (e \cdot F_{he} + F_{hv}) \frac{v_5}{\omega_1}, \quad (3.7)$$

а при холостом ходе (см. Рис.1.2) приведенный момент сил сопротивлений будет

$$M_{n.c.} = (0 + F_{hv}) \frac{v_5}{\omega_1} = F_{hv} \cdot \frac{v_5}{\omega_1}, \quad (3.8)$$

где

$F_{he} = e \cdot F_{ge} \cdot f_a = e \cdot m_e \cdot g \cdot f_a$ – сила трения предметов,

$F_{hv} = F_{gv} \cdot f_v = m'_v \cdot S(2e + 3)g \cdot f_v$ – сила трения штанги,

e – количество предметов, перемещающихся по штанге,

m_e – масса одного предмета,

f_a – коэффициент трения при движении предметов,

f_v – коэффициент трения штанги,

m'_v – линейная плотность штанги,

S – рабочий ход транспортера.

Заметим, что скорость штанги 5 можно выразить аналитически (см. формулу 1.1**), а именно

$$v_5 = l \cdot \sigma \cdot \omega_1 \frac{(1 + \sigma^2) \cos \varphi_1 + \sigma(1 + \cos^2 \varphi_1)}{\sqrt{(1 + \sigma^2 + 2\sigma \cos \varphi_1)^3}}, \quad (3.9)$$

что позволяет провести расчет $M_{n.c.}$ в зависимости от угла поворота φ_1 кривошипа 1 на ЭВМ с применением программного комплекса " MATLAB " как при рабочем ходе (Рис.3.2), так и при холостом ходе транспортера (Рис.3.3).

Вводные данные

1. Väнда raadius (Радиус кривошипа)..... $r = \dots$ m
2. Väнда nurkkiirus (Угловая скорость кривошипа)..... $\omega_1 = \dots$ rad/s (s^{-1})
3. Kulissi pikkus (Длина кулисы)..... $l = \dots$ m
4. Väнда ja kulissi pöörlemistsentrite valuline kaugu (Расстояние между центрами вращения кулисы и кривошипа)..... $d = \dots$ m
5. Ühe eseme mass (Масса одного предмета)..... $m_e = \dots$ kg
6. Varda pikkus ühiku mass (Линейная плотность штанги) $m'_v = \dots$ kg/m

7. Esemete ja juhtpindade vaheline taandatud hõõrdetegur (Приведенный коэффициент трения при движении предметов по направляющим)..... $f_a = \dots$
8. Varda ja juhtpindade vaheline (Приведенный коэффициент трения при движении штанги по направляющим) $f_v = \dots$
9. Transportööri käik (Рабочий ход транспортера) $S = \dots$ m
10. Abstisstelje pikkus (Желаемая длина оси абсцисс на чертеже)..... $T_1 = \dots$ mm
11. Soovitud red. Takistusmomendi ordinaadi max pikkus joonisel (Желаемая максимальная длина ординаты приведенного момента сопротивления на чертеже) $T_2 = \dots$ mm
12. Arvutuste samm (Шаг расчета)..... $\Delta\varphi = \dots^\circ$

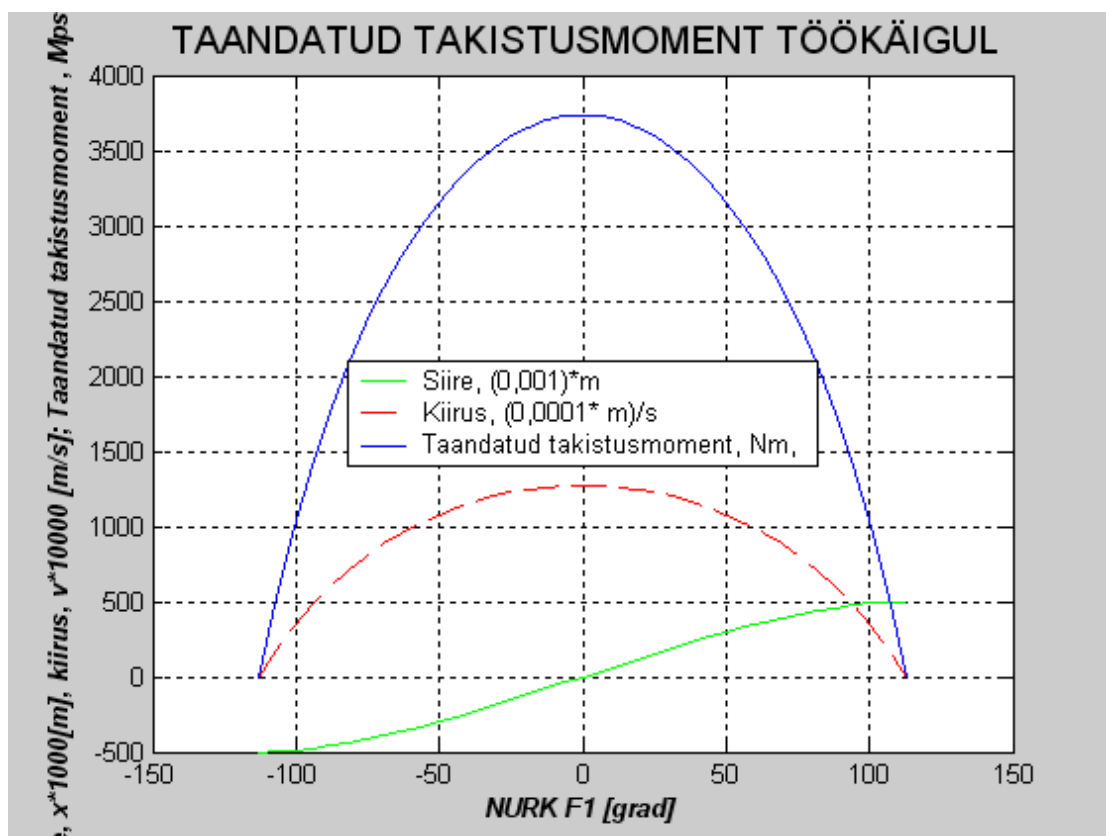


Рис.3.2

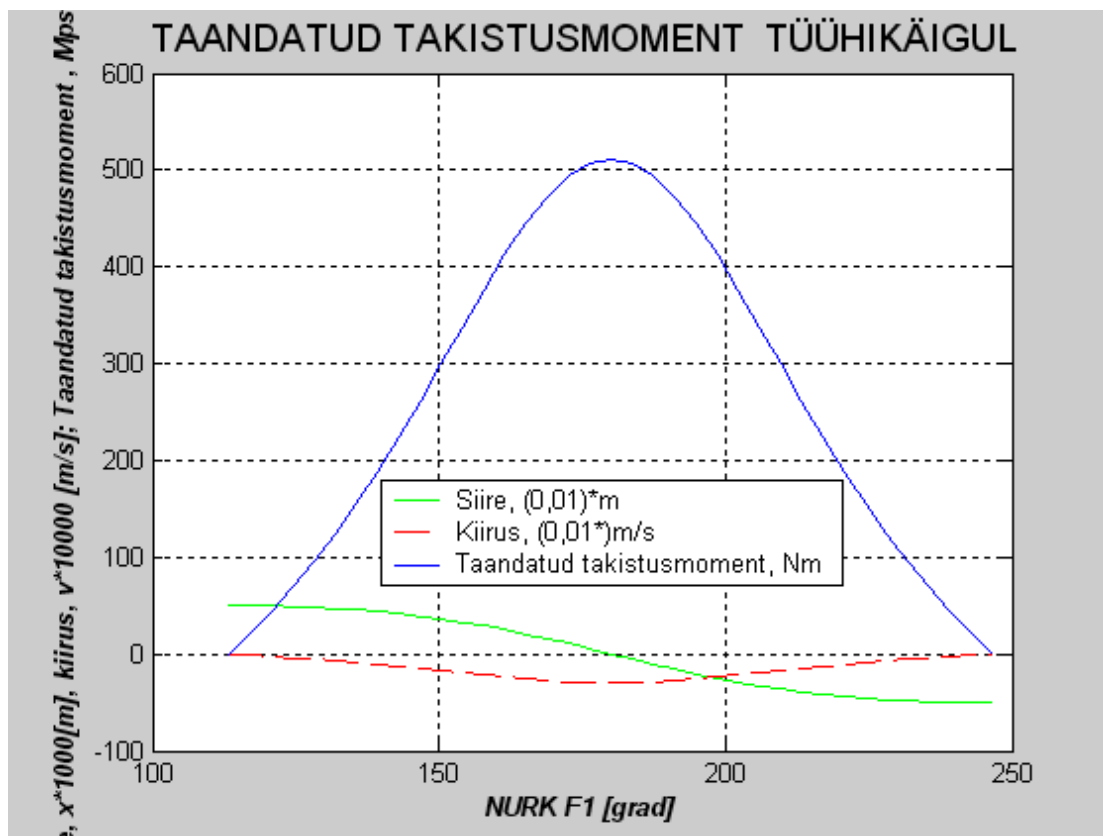


Рис.3.3

На Рис.3.3а приведен суммарный график приведенного момента сопротивления $M_{n.c.}$ при рабочем и холостом ходах за один оборот кривошипа.

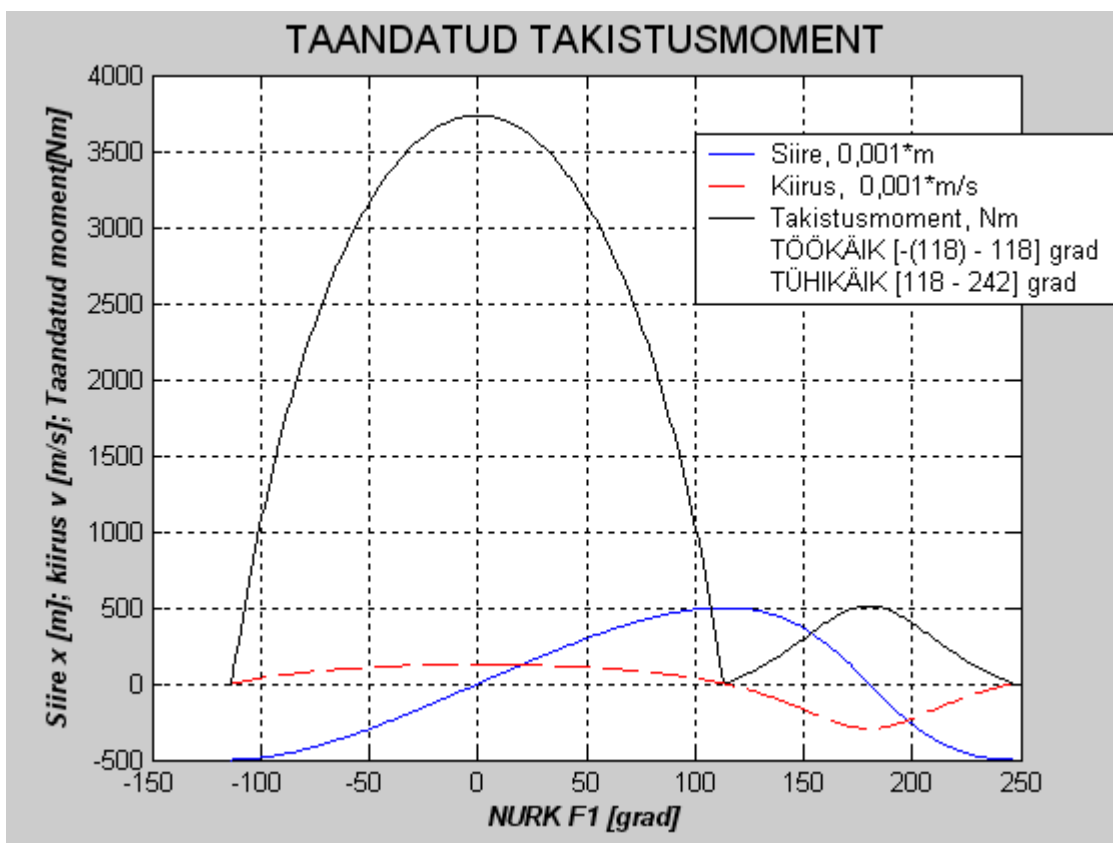


Рис.3.3а

3.2. Составление диаграмм работ

3.2.1. Диаграмма работ сил сопротивлений

Для получения диаграммы работ сил сопротивлений нужно проинтегрировать диаграмму приведенного момента сил сопротивления:

$$W_C = \int_0^{360} M_{n.c.} d\varphi_1 \cdot \quad (3.10)$$

Этот интеграл можно решить графически. Например, изменение работы от 0-го положения до "n" равно площади, ограниченной осью абсцисс и кривой $M_{n.c.} = M_{n.c.}(\varphi_1)$ в пределах от "0" до "n" умноженную на масштаб μ_M и μ_φ . Следовательно имеем

$$W_{C0...n} = A(0...n) \cdot \mu_M \cdot \mu_\varphi, \quad (3.11)$$

где $A(0...n)$ – площадь от 0...n,

μ_M – масштаб моментов [Nm/mm],

μ_φ – масштаб углов [rad/mm].

Соответствующие расчеты можно привести в таблицу 3.1.

Таблица 3.1

φ_1°	A(mm ²)	W_C (J)	$\sum W_C$ (J)	$\sum \bar{W}_C$ (mm)
1	2	3	4	5
0				
15				
30				
--				
360				

Отрезок на диаграмме работ в позиции n

$$\bar{W}_{c.n.} = \frac{W_{c.n.}}{\mu_w} \text{ [mm]}, \text{ где}$$

μ_w – масштаб работы [J/mm].

По данным таблицы 3.1 строят диаграмму.

Аналогично, как и для момента сопротивления $M_{n.c.}$ можно провести расчет в зависимости от угла поворота φ_I кривошипа 1 на ЭВМ с применением программного комплекса " MATLAB " как при

рабочем ходе (Рис.3.4), так и при холостом ходе транспортера (Рис.3.5).

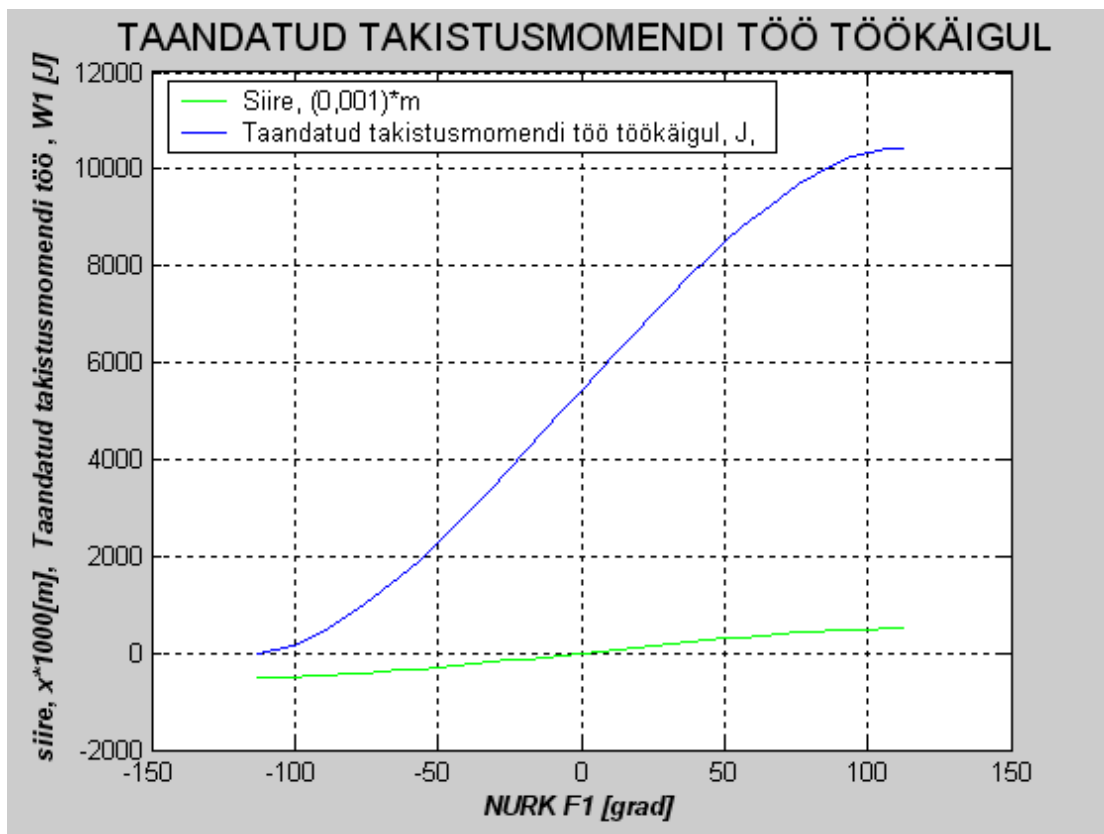


Рис.3.4

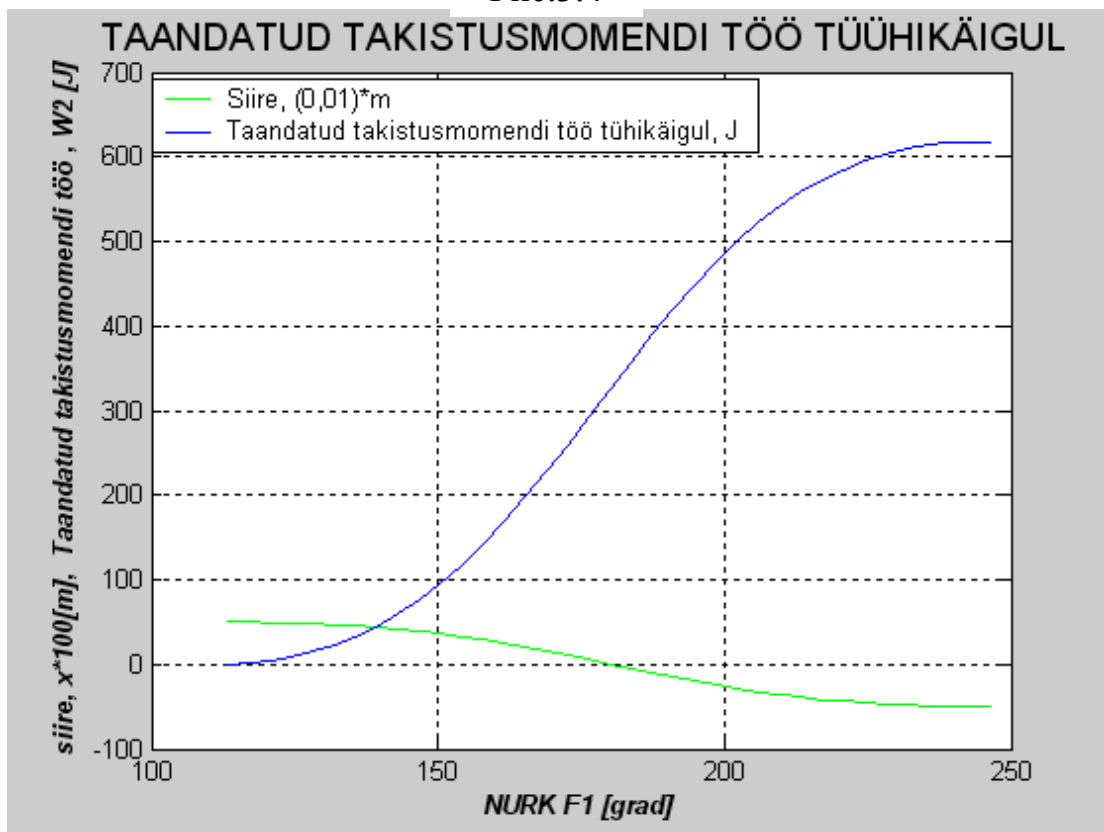


Рис.3.5

На Рис.3.5а приведен суммарный график работы приведенного момента сопротивления $M_{n.c.}$ при рабочем и холостом ходах за один оборот кривошипа.

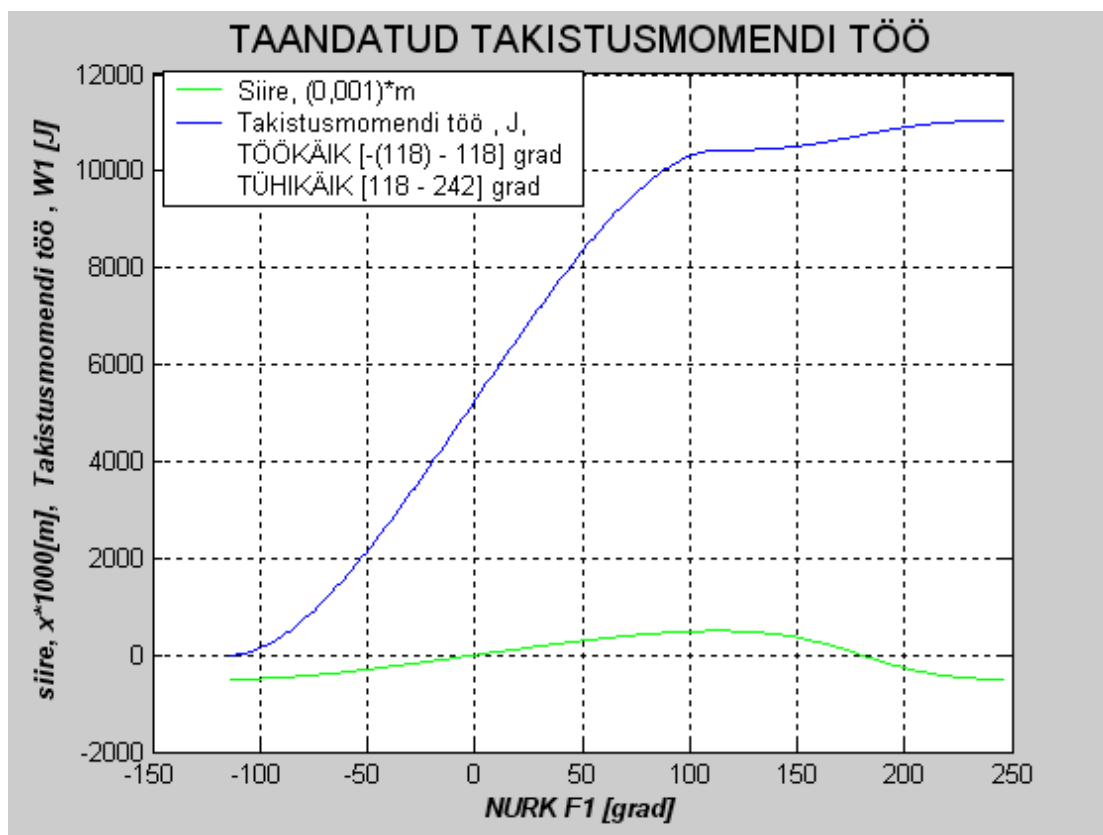


Рис.3.5а

3.2.2. Диаграмма работ движущих сил

Работы движущих сил и сил сопротивления за цикл равны $W_c = W_d$, следовательно площади соответствующих диаграмм тоже равны. Так как

$$M_d = M_d(\varphi_1) = const \quad (3.12)$$

горизонтальная прямая (Рис.3.6), то

$$W_d = \int_0^{\varphi} M_d(\varphi_1) \cdot d\varphi = M_d \cdot \varphi \quad (3.13)$$

наклонная прямая (Рис.3.76) с началом в начале координатных осей и концом в конце диаграммы $W_C = W_C(\varphi_1)$, см. и 3.7а.

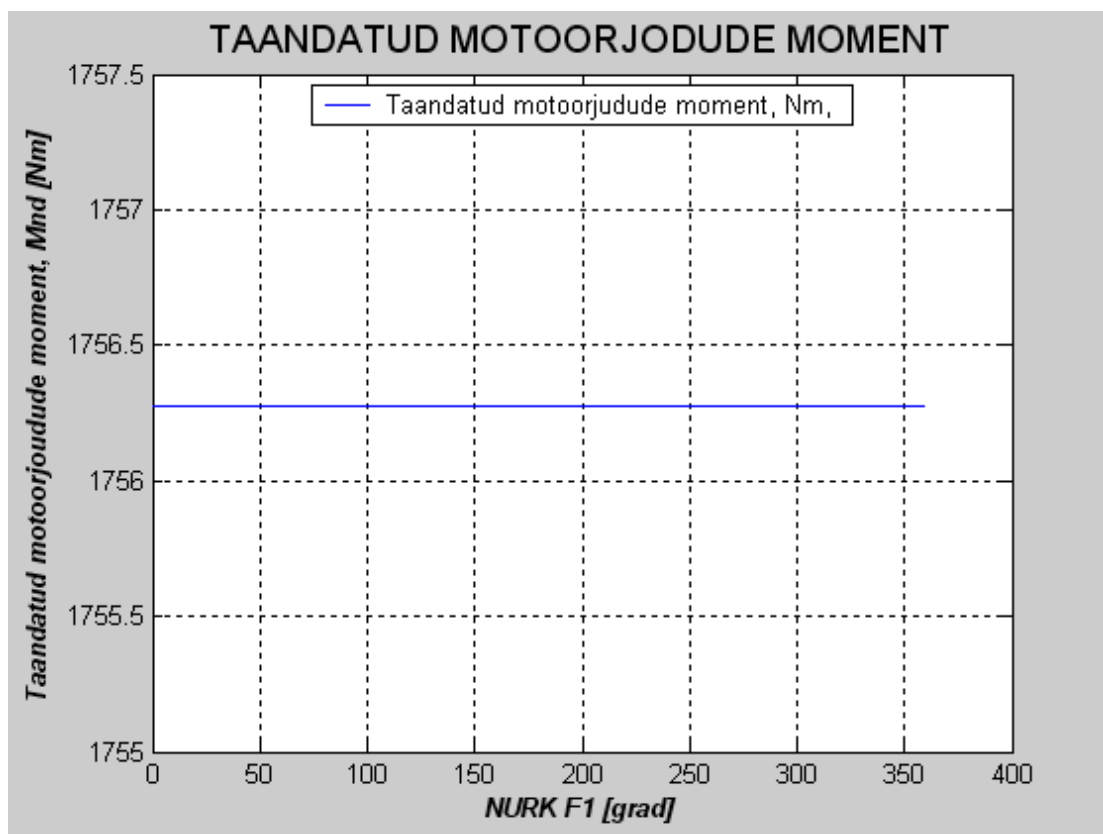


Рис.3.6

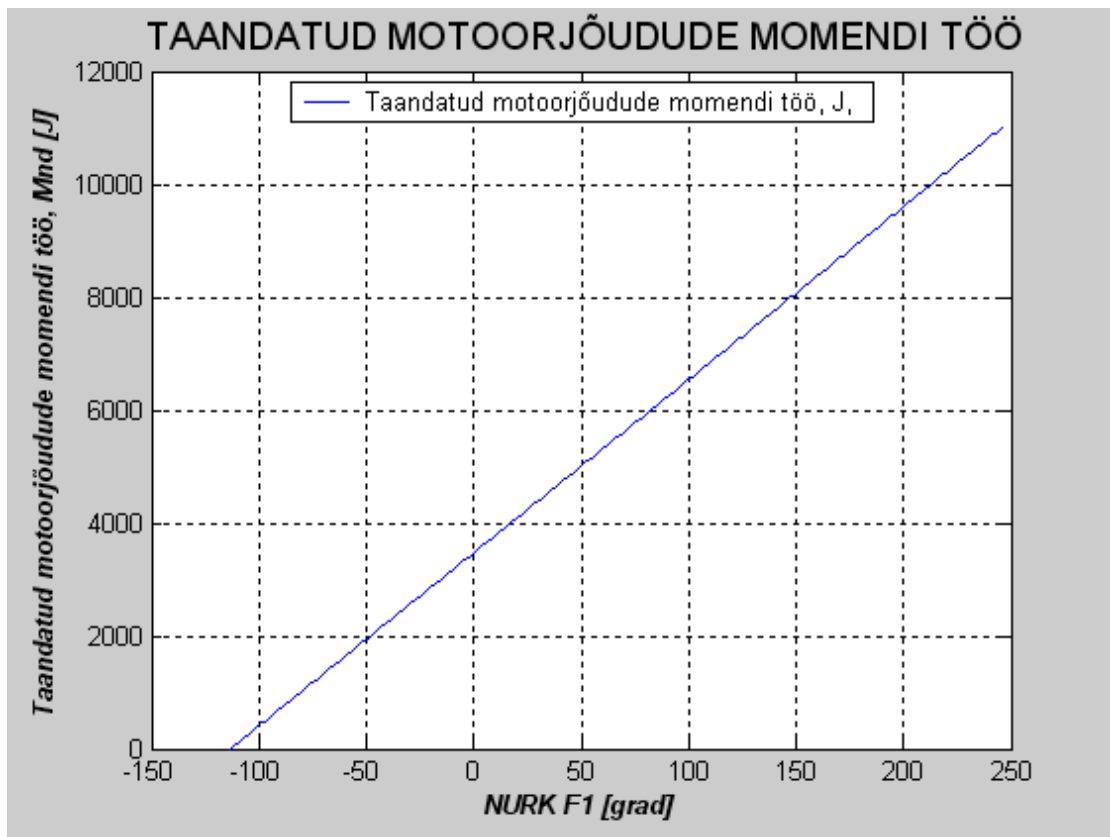


Рис.3.7

На Рис.3.7а приведены графики работ $W_{n.c.}$ и $W_{n.d.}$ приведенных моментов сопротивления $M_{n.c.}$ и движущих сил $M_{n.d.}$.

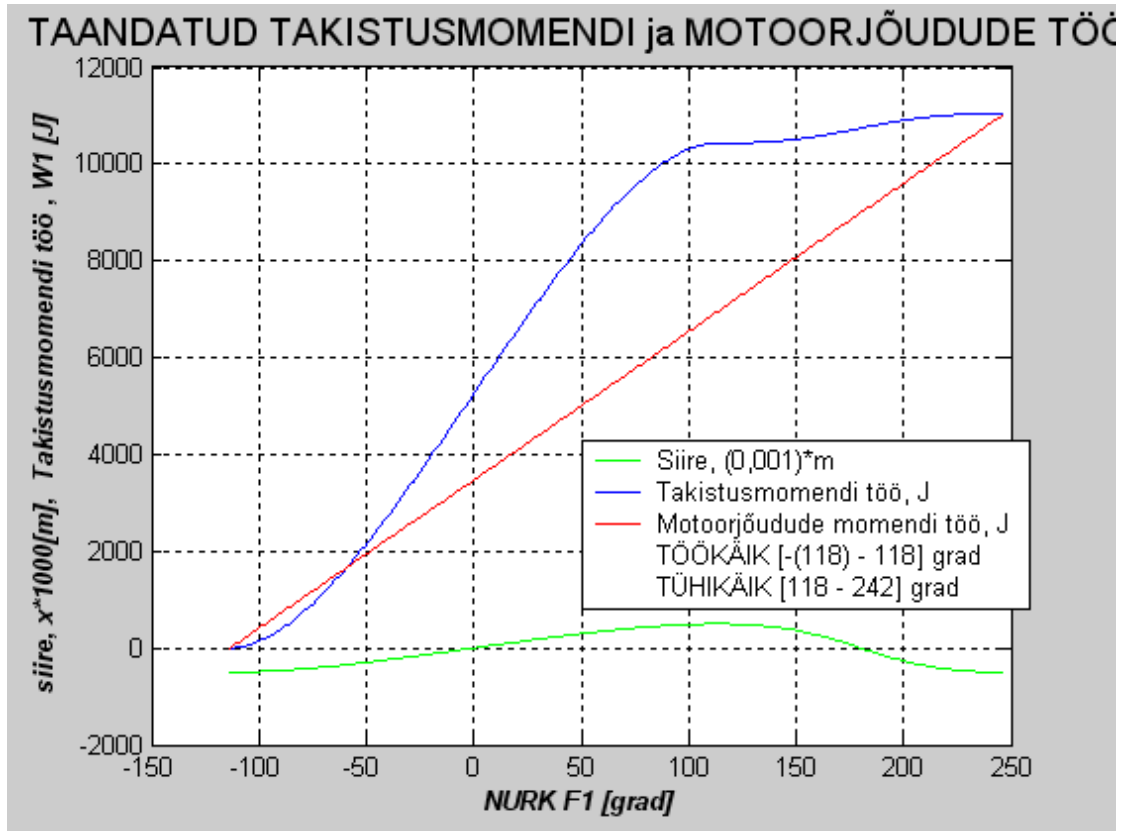


Рис.3.7а

3.3. Определение требуемой мощности электродвигателя

Если расчеты производиться графически, то, работа произведенная за один цикл, будет

$$W = H \cdot \mu_y \text{ (J)},$$

где H – максимальная ордината на диаграмме $W_d = W_d(\varphi_1)$,

μ_W – масштаб диаграммы $W_d = W_d(\varphi_1)$.

В данном случае диаграмма работ движущих сил $W_d = W_d(\varphi_1)$ построена на ЭВМ с применением программного комплекса " MATLAB " (см. Рис.3.7). Откуда имеем, что работа произведенная за один цикл, будет

$$W \approx 11010 \text{ J}$$

Тогда выходная или полезная мощность на кривошипе 1

$$P_1 = \frac{W}{T} = \frac{\omega_1 \cdot W}{2\pi} = \frac{1 \cdot 11010}{2\pi} = 1753 \text{ W},$$

где

$T = \frac{2\pi}{\omega_1}$ - время одного цикла или время одного оборота звена 1,

ω_1 - угловая скорость кривошипа 1, найденная в 1.1.3.

Требуемая мощность элетродвигателя будет

$$P_M = \frac{P_1}{\eta_{ob}},$$

где

$\eta_{ob} = \eta_{pr} \cdot \eta_{pl}$ - общий коэффициент полезного действия привода,

$\eta_{pr} = 0,93$ - коэффициент полезного действия простой ступени,

$\eta_{pl} = 0,90$ - коэффициент полезного действия планетарного редуктора.

В итоге имеем

$$P_M = \frac{P_1}{\eta_{ob}} = \frac{P_1}{\eta_{pr} \cdot \eta_{pl}} = \frac{1753}{0,93 \cdot 0,90} \approx 2095 \text{ W} \approx 2,1 \text{ kW}$$

Приблизительно такой же результат $P_M \approx 2 \text{ kW}$ был получен в параграфе 1.3.4, где мощность электродвигателя ориентировочно определялась через реакцию F_{21} , найденную по (1.38).

Далее электродвигатель выбирается из каталога в зависимости от ранее принятого числа оборотов и по требуемой мощности.

3.4. Диаграмма изменения кинетической энергии

Для построения диаграммы изменения кинетической энергии $\Delta E_K = \Delta E_K(\varphi_1)$ следует определить разницу между работами движущих сил и сил сопротивления за цикл.

Так как

$$\Delta E_K = W_d - W_c, \quad (3.14)$$

то для получения изменения кинетической энергии в определенной позиции, надо вычесть из ординаты работы движущих сил ординату сил сопротивления в той же позиции. Делением этой разницы на μ_E , определяем ординату на отрезке диаграммы $\Delta E = \Delta E(\varphi_1)$.

Результаты этих расчетов сводим в таблицу 3.2.

Таблица 3.2

φ_1°	ΔE (J)	$\Delta \bar{E}$ (mm)
1	2	3
0		
15		
--		
360		

По результатам , приведенным в таблице 3.2 строим диаграмму $\Delta E_K = \Delta E_K(\varphi_1)$ или в MATLAB см.Рис.3.8.

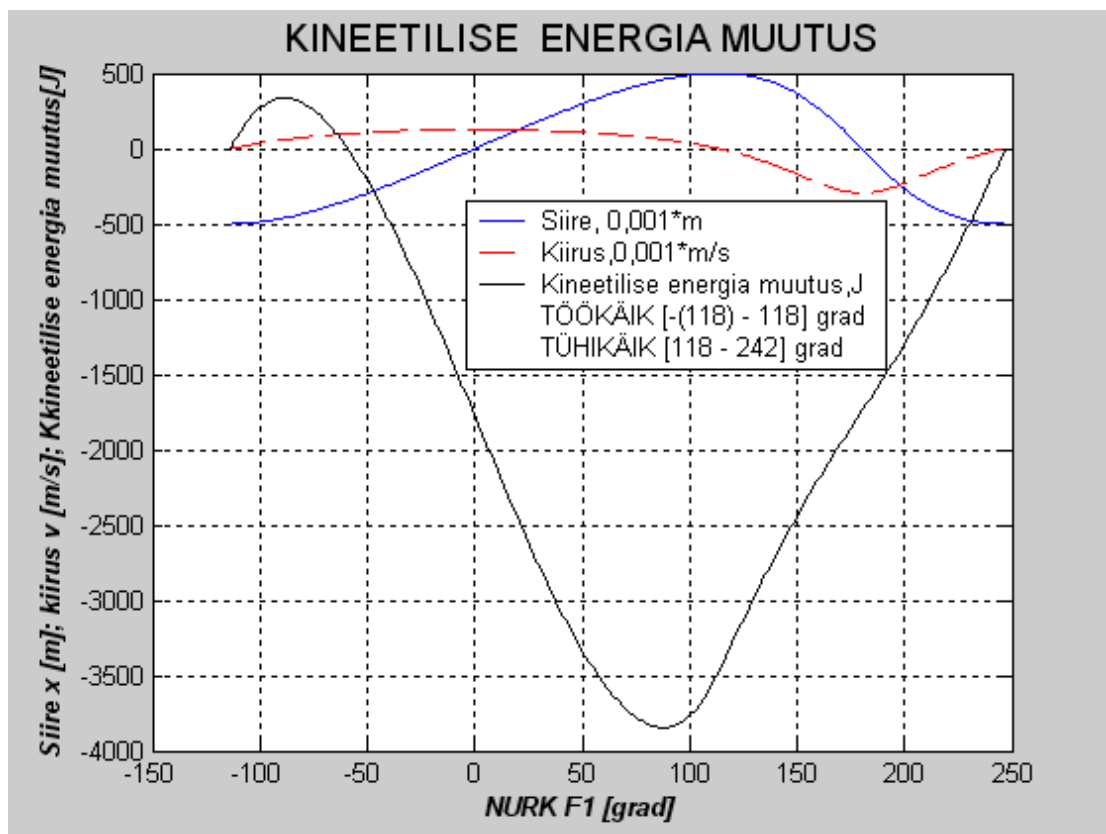


Рис.3.8

3.5. Определение приведенного момента инерции и построение диаграммы $J_{np} = J_{np}(\varphi_1)$.

3.5.1 Краткие сведения из теории

При решении задач динамики, связанных с определением закона движения машины под действием заданных сил, удобно пользоваться понятиями приведенной массы и приведенной силы. Введение этих понятий позволяет решать задачи динамики независимо от того, что представляет собой рассматриваемые машины, т.е. решение будет применимо для любой машины. Кроме того, механизм представляет собой нагруженную разными силами связанную систему звеньев, определение закона движения этой системы по заданным внешним силам представляет собой чрезвычайно сложную задачу.

Решение этой задачи требует применение многократного численного интегрирования соответствующего дифференциального уравнения. Для упрощения уравнения движения механизма с одной степенью свободы и его решения, пользуясь методом приведения сил и масс, устанавливают закон движения одного звена (звена приведения). Кинетическая энергия кинематической цепи представляет собой сумму кинетических энергий всех звеньев, которые в общем случае имеют как поступательное, так и вращательное движения.

В нашем случае для кулисного механизма шагового транспортера, состоящего из пяти звеньев и осуществляющего перемещение деталей по направляющим (Рис.1.21), общая кинетическая энергия будет

$$T = J_1 \frac{\omega_1^2}{2} + m_2 \frac{v_2^2}{2} + J_3 \frac{\omega_3^2}{2} + m_4 \frac{v_4^2}{2} + m_5 \frac{v_5^2}{2} + e \cdot m_e \frac{v_5^2}{2}, \quad (3.15)$$

где

J_1 и J_3 – моменты инерции звена 1 (кривошипа) и звена 3 (кулисы) относительно их осей вращения,

ω_1 и ω_3 - угловые скорости вращения 1-го и 3-го звеньев,

v_2 , v_4 и v_5 - линейные скорости 2-го, 4-го и 5-го звеньев,

m_2 , m_4 и m_5 - массы 2-го звена (ползуна), 4-го звена (ползуна) и 5-го звена (штанги),

m_e – масса одной детали,

e – число деталей.

Умножим и разделим правую часть уравнения (3.15) на ω_1^2 и вынося

при этом $\frac{\omega_1^2}{2}$ в числителе за скобку, получим

$$T = \frac{\omega_1^2}{2} \left(J_1 + m_2 \left(\frac{v_2^2}{\omega_1^2} \right) + J_3 \left(\frac{\omega_3^2}{\omega_1^2} \right) + m_4 \left(\frac{v_4^2}{\omega_1^2} \right) + m_5 \left(\frac{v_5^2}{\omega_1^2} \right) + e \cdot m_e \left(\frac{v_5^2}{\omega_1^2} \right) \right)$$

где выражение в скобках и есть искомый приведенный момент инерции к 1-му звену и, которое, обозначим в дальнейшем через J_{pr}

$$J_{pr} = J_1 + m_2 \left(\frac{v_2^2}{\omega_1^2} \right) + J_3 \left(\frac{\omega_3^2}{\omega_1^2} \right) + m_4 \left(\frac{v_4^2}{\omega_1^2} \right) + m_5 \left(\frac{v_5^2}{\omega_1^2} \right) + e \cdot m_e \left(\frac{v_5^2}{\omega_1^2} \right) \quad (3.16)$$

Приведенный момент инерции J_{pr} (приведенная масса m_{pr}) – это такой момент инерции условного тела (условной массы), вращающегося со звеном приведения, кинетическая энергия которого равна кинетической энергии всего механизма.

Принимая во внимание, что массы ползунов (звеньев) 2 и 4, а также кривошипа (звена) 1 невелики и ими можно пренебречь, выражение (3.16) приведенного момента инерции буде иметь вид

$$J_{pr} = J_3 \left(\frac{\omega_3^2}{\omega_1^2} \right) + m_5 \left(\frac{v_5^2}{\omega_1^2} \right) + e \cdot m_e \left(\frac{v_5^2}{\omega_1^2} \right) \quad (3.17)$$

Значение приведенного момента инерции рассчитывается для каждого положения кривошипа через определенный угол его поворота, а затем строится график зависимости $J_{pr} = f(\varphi_1)$, где φ_1 – угол поворота кривошипа.

3.5.2 Аналитическая зависимость угловой скорости ω_3 кулисы 3 и линейной скорости v_5 от угла поворота φ_1 ведущего звена 1

Для построения графика приведенного момента инерции $J_{pr} = f(\varphi_1)$ по формуле (3.17) надо предварительно найти аналитическую зависимость угловой скорости ω_3 кулисы 3 и линейной скорости v_5 от угла поворота φ_1 ведущего звена 1 от угла поворота φ_1 ведущего звена 1 (кривошипа AB).

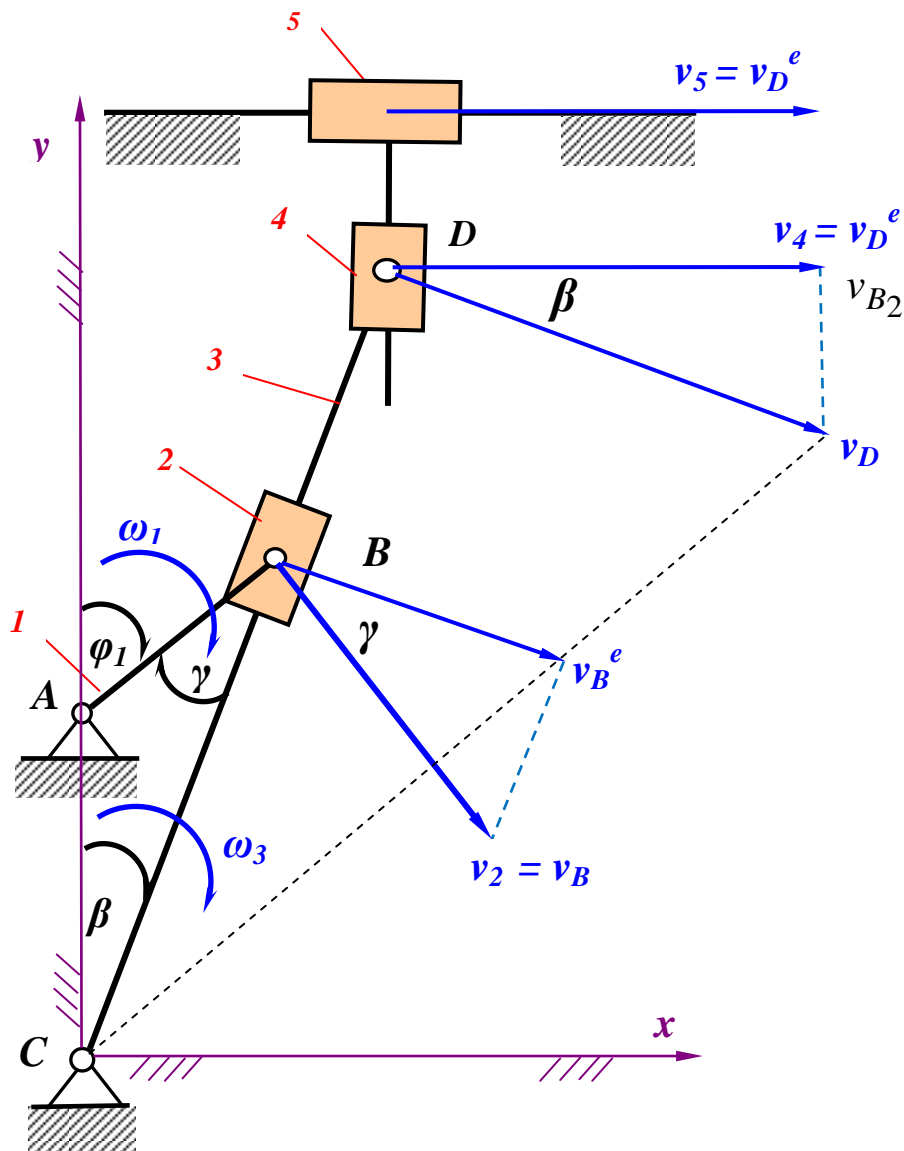


Рис.3.9

а) Определение угловой скорости ω_3

Абсолютная скорость точки ***B*** (Рис.3.8)

$$v_B = \omega_1 \cdot AB = \omega_1 \cdot r \quad (3.18)$$

Переносная скорость точки ***B*** будет

$$v_B^e = v_B \cdot \cos \gamma = \omega_1 \cdot r \cdot \cos \gamma \quad (3.19)$$

Тригонометрическую функцию $\cos \gamma$ выразим следующим образом:

1) сначала находим тригонометрическую функцию $\sin \gamma$ по теореме синусов из треугольника ***ABC***

$$\frac{AC}{\sin \gamma} = \frac{CB}{\sin(180^\circ - \varphi_1)} \Rightarrow \sin \gamma = \frac{AC \cdot \sin \varphi_1}{CB} = \frac{d \cdot \sin \varphi_1}{CB} \quad (3.20)$$

откуда

$$\cos \gamma = \sqrt{1 - \sin^2 \gamma} = \sqrt{1 - \left(\frac{d \cdot \sin \varphi_1}{CB}\right)^2} = \sqrt{\frac{CB^2 - d^2 \cdot \sin^2 \varphi_1}{CB^2}} \quad (3.21)$$

2) а переменную длину ***CB*** находим по теореме косинусов из треугольника ***ABC***

$$\begin{aligned} CB^2 &= AB^2 + AC^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos(180^\circ - \varphi_1) = \\ &= r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Подставив (3.19) в выражение (3.18), найдем искомую функцию $\cos \gamma$

$$\begin{aligned} \cos \gamma &= \sqrt{\frac{r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1 - d^2 \cdot \sin^2 \varphi_1}{r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sqrt{\frac{r^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1 + d^2(1 - \sin^2 \varphi_1)}{r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1}} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sqrt{\frac{r^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1 + d^2 \cos^2 \varphi_1}{r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1}} &\Rightarrow \sqrt{\frac{(r + d \cos \varphi_1)^2}{r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{(r + d \cos \varphi_1)}{\sqrt{r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1}} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Теперь, подставив (3.23) в (3.19), получим функцию для переносной скорости точки **B** в зависимости от угла поворота φ_1

$$v_B^e = \omega_1 \cdot r \cdot \frac{(r + d \cos \varphi_1)}{\sqrt{r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1}} \quad (3.24)$$

В результате, учитывая, что согласно (3.22)

$$CB = \sqrt{r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1} \quad (3.25)$$

угловая скорость ω_3 кулисы 3 будет (Рис.3.9)

$$\begin{aligned} \omega_3 = \frac{v_B^e}{CB} &= \omega_1 \cdot r \cdot \frac{(r + d \cos \varphi_1)}{\sqrt{r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \omega_1 \cdot r \cdot \frac{(r + d \cos \varphi_1)}{r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1} \end{aligned} \quad (3.26)$$

b) Определение линейной скорости v_5

$$v_D^e = \omega_3 \cdot CD = \left(\omega_1 \cdot r \cdot \frac{(r + d \cos \varphi_1)}{r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1} \right) \cdot l \quad (3.27)$$

$$v_5 = v_D = v_D^e \cdot \cos \beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\omega_1 \cdot r \cdot \frac{(r + d \cos \varphi_1)}{r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1} \right) \cdot l \cdot \cos \beta \quad (3.28)$$

Аналогично, как выше было найдено $\cos \gamma$, сначала находим тригонометрическую функцию $\sin \beta$ по теореме синусов из треугольника ABC

$$\frac{AB}{\sin \beta} = \frac{CB}{\sin(180^\circ - \varphi_1)} \Rightarrow \sin \beta = \frac{AB \cdot \sin \varphi_1}{CB} = \frac{r \cdot \sin \varphi_1}{CB} \quad (3.29)$$

откуда

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \left(\frac{r \cdot \sin \varphi_1}{CB}\right)^2} = \sqrt{\frac{CB^2 - r^2 \cdot \sin^2 \varphi_1}{CB^2}} \quad (3.30)$$

Подставив (3.22) в выражение (3.30), находим искомую функцию $\cos \beta$

$$\begin{aligned} \cos \beta &= \sqrt{\frac{r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1 - r^2 \cdot \sin^2 \varphi_1}{r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sqrt{\frac{d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1 + r^2(1 - \sin^2 \varphi_1)}{r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sqrt{\frac{(d + r \cos \varphi_1)^2}{r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1}} \Rightarrow \frac{(d + r \cos \varphi_1)}{\sqrt{r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1}} \quad (3.31) \end{aligned}$$

Теперь, подставив (3.31) в уравнение (3.28), получим искомую аналитическую зависимость для линейной скорости v_5

$$\begin{aligned} v_5 &= \left(\omega_1 \cdot r \cdot \frac{(r + d \cos \varphi_1)}{r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1} \right) \cdot l \cdot \frac{(d + r \cos \varphi_1)}{\sqrt{r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1}} \Rightarrow \\ v_5 &= \omega_1 \cdot r \cdot l \cdot \frac{(r + d \cos \varphi_1) \cdot (d + r \cos \varphi_1)}{\sqrt{(r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1)^3}} \Rightarrow \\ v_5 &= \omega_1 \cdot r \cdot l \cdot \frac{(r^2 + d^2) \cos \varphi_1 + rd(1 + \cos^2 \varphi_1)}{\sqrt{(r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1)^3}} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_5 &= \omega_1 \cdot r \cdot l \frac{d^2 \left(\left(\frac{r^2}{d^2} + 1 \right) \cos \varphi_1 + \frac{r}{d} (1 + \cos^2 \varphi_1) \right)}{d^3 \cdot \sqrt{\left(\frac{r^2}{d^2} + 1 + 2 \cdot \frac{r}{d} \cdot \cos \varphi_1 \right)^3}} \Rightarrow \\
v_5 &= \omega_1 \cdot r \cdot l \frac{d^2 \left(\left(\frac{r^2}{d^2} + 1 \right) \cos \varphi_1 + \frac{r}{d} (1 + \cos^2 \varphi_1) \right)}{d^3 \cdot \sqrt{\left(\frac{r^2}{d^2} + 1 + 2 \cdot \frac{r}{d} \cdot \cos \varphi_1 \right)^3}} \Rightarrow \\
v_5 &= \omega_1 \cdot \sigma \cdot l \frac{(1 + \sigma^2) \cos \varphi_1 + \sigma \cdot (1 + \cos^2 \varphi_1)}{\sqrt{(1 + \sigma^2 + 2 \cdot \sigma \cdot \cos \varphi_1)^3}}, \quad (3.32)
\end{aligned}$$

где $\sigma = \frac{r}{d}$.

То есть было получено аналогичная аналитическая зависимость для линейной скорости v_5 , которая уже использовалась в параграфе 1.2.1, смотри формулу (1.1**).

Соответственно из формулы (3.23) получим аналогичное, как и для v_5 , выражение для аналитического расчета угловой скорости ω_3 кулисы 3

$$\begin{aligned}
\omega_3 &= \omega_1 \cdot r \cdot \frac{(r + d \cos \varphi_1)}{r^2 + d^2 + 2 \cdot r \cdot d \cdot \cos \varphi_1} \Rightarrow \\
\omega_3 &= \omega_1 \cdot \frac{r}{d} \cdot \frac{\left(\frac{r}{d} + \cos \varphi_1 \right)}{\left(\frac{r^2}{d^2} + 1 + 2 \cdot \frac{r}{d} \cdot \cos \varphi_1 \right)} \Rightarrow \\
\omega_3 &= \omega_1 \cdot \sigma \frac{(\sigma + \cos \varphi_1)}{(1 + \sigma^2 + 2 \cdot \sigma \cdot \cos \varphi_1)} \quad (3.33)
\end{aligned}$$

Значение приведенного момента инерции рассчитывается для каждого положения кривошипа через определенный угол его

поворота, а затем строится график зависимости $J_{pr} = f(\varphi)$, φ – угол поворота кривошипа.

Вводные данные

Вводные данные :

1. Väända raadius (Радиус кривошипа)..... $r = \dots$ m.
2. Väända nurkkiirus (Угловая скорость кривошипа)..... $\omega_1 = \dots$ rad/s (s^{-1}).
3. Väända ja kulissi pöörlemistsentrite valuline kaugus (Расстояние между центрами вращения кулисы и кривошипа) $d = \dots$ m.
4. Kulissi pikkus (Длина кулисы)..... $l = \dots$ m.
5. Kulissi inertsmoment (Момент инерции кулисы)..... $J_3 = \dots$ kg·g².
6. Varda pikkusühiku mass (Линейная плотность штанги)..... $m'_v = \text{kg/m}$.
7. Transportööri käik (Ход транспортера)..... $S = \dots$ m.
8. Esemete arv (Количество предметов)..... $e = \dots$ шт.
9. Ühe esemete mass (Масса одного предмета)..... $m_e = \dots$ kg.
10. Abstsisstelje pikkus (Длина оси абсцисс)..... $T_1 = \dots$ mm.
11. Redutseeritud inertsmomendi max. pikkus joonisel (Желаемая максимальная длина ординаты приведенного момента инерции на чертеже)..... $T_2 = \dots$ mm.
12. Arvutuste samm (шаг расчета)..... $\Delta\varphi = \dots$ °.

По полученным расчетным данным строят диаграмму приведенного момента инерции $J_{pr} = f(\varphi)$ см. Рис.3.10.

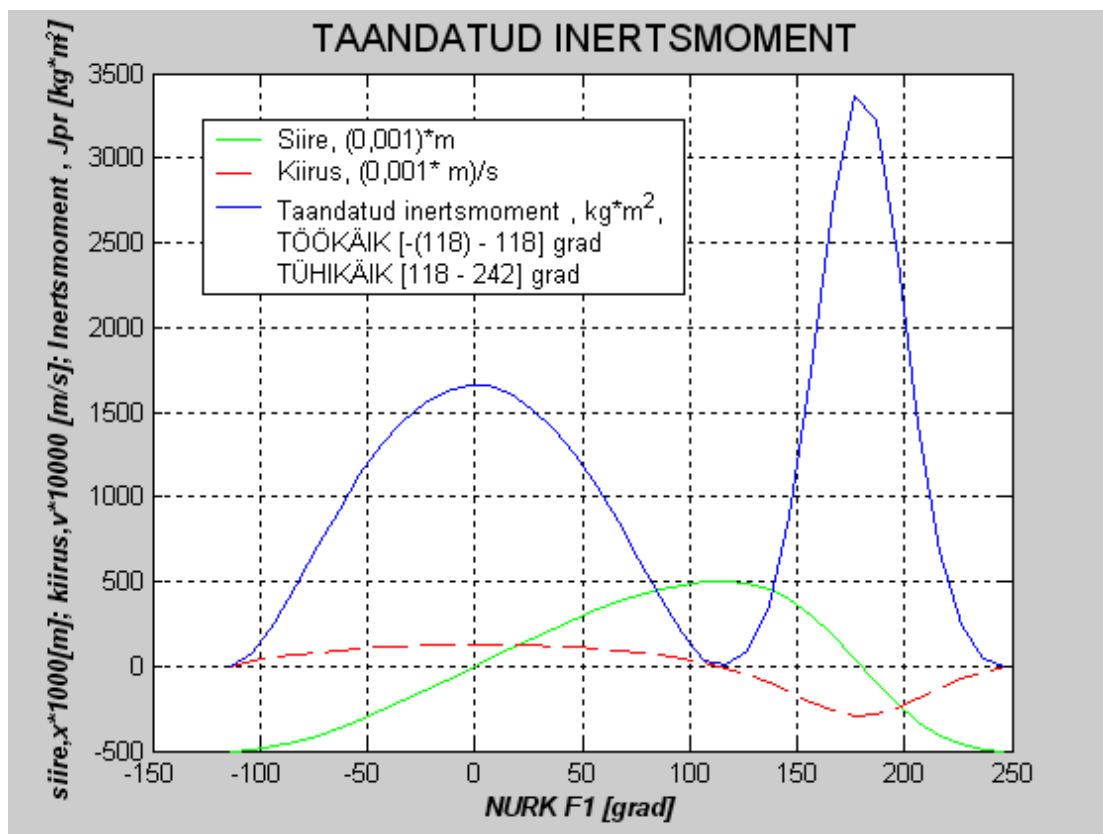


Рис.3.10.

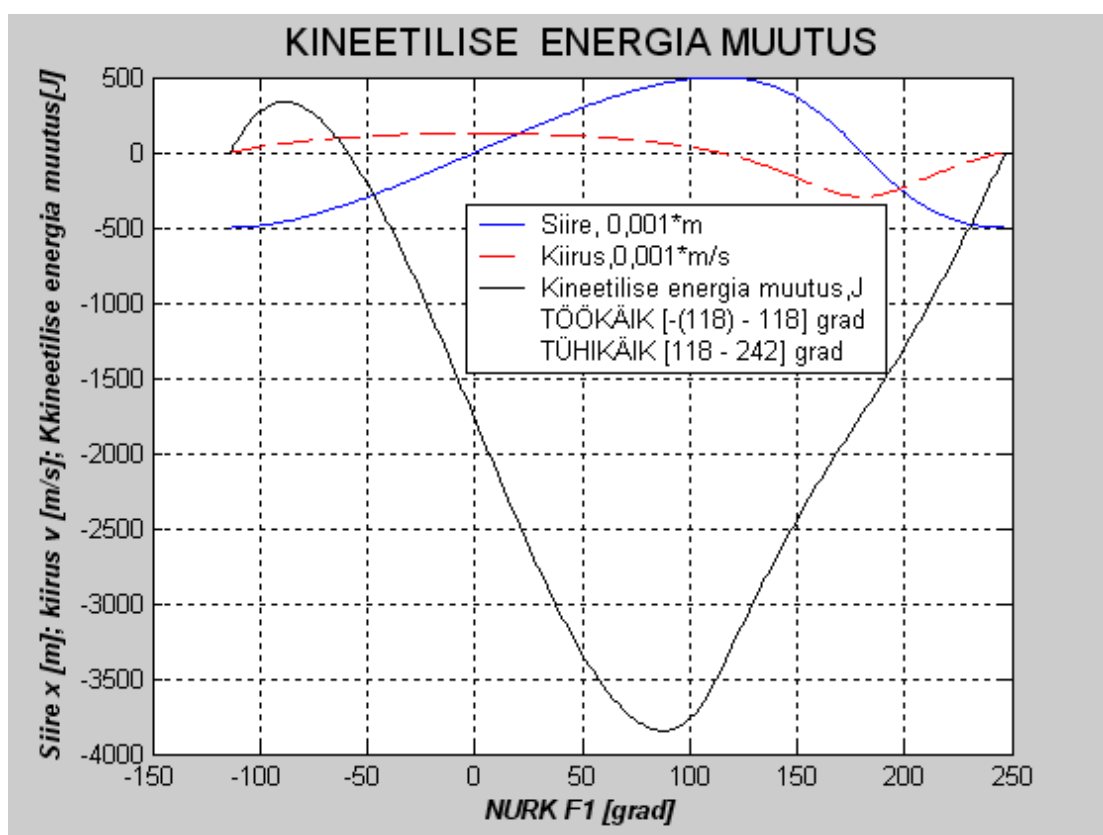


Рис.3.10.а

3.6. Построение диаграммы Виттенбауэра и определение момента инерции вращающихся звеньев

Диаграмма Виттенбауэра строится путем графического исключения параметра φ_1 из изменения кинетической энергии

$$\Delta E_K = \Delta E_K(\varphi_1) \text{ и приведенного момента инерции } J_{np} = J_{np}(\varphi_1), \text{ см.}$$

Рис.3.11.

Для определения момента инерции и массы маховика строится диаграмма зависимости между изменением кинетической энергии ΔE_K (или T) и приведенным моментом инерции J_{pr} т.е. зависимость $\Delta E_K = \Delta E_K(J_{pr})$ или $[T = T(J_{pr})]$, которая носит название диаграммы Виттенбауэра по имени ученого, впервые рассмотревшего эту зависимость см. Рис.3.11. То есть построения диаграммы Виттенбауэра используются уже построенные диаграммы $J_{pr} = f(\varphi)$ см. Рис.3.10 и $\Delta E_K = \Delta E_K(J_{pr})$ см.Рис.3.10.а

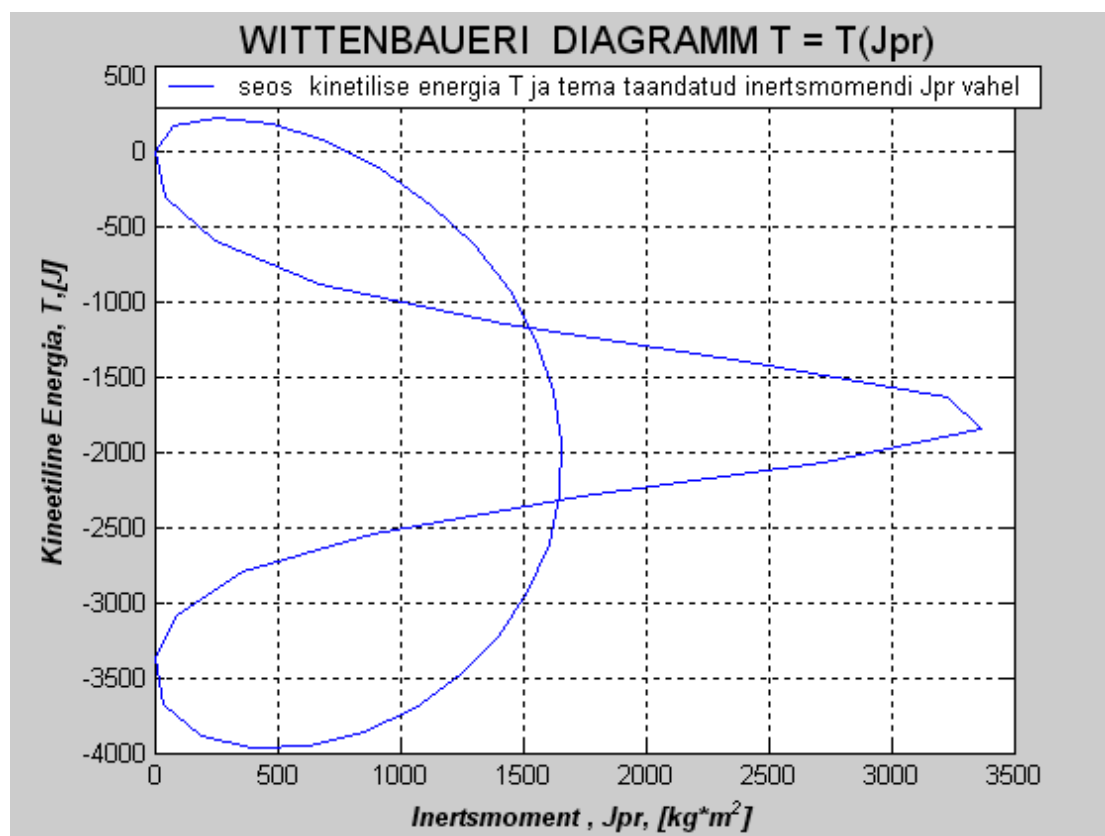


Рис.3.11

По заданному коэффициенту неравномерности хода δ , находим углы под которыми надо привести касательные к диаграмме Виттенбауэра, определяющие отрезок ab (см. приложение 3) дающий возможность определить момент инерции вращающихся звеньев.

$$tg \psi_{\max} = \frac{\mu_J}{2\mu_E} (1 + \delta) \cdot \omega_{cp}^2,$$

$$tg \psi_{\min} = \frac{\mu_J}{2\mu_E} (1 - \delta) \cdot \omega_{cp}^2,$$

где μ_J – масштаб диаграммы $J_{np} = J_{np}(\varphi_1)$,

μ_E – масштаб диаграммы $\Delta E_K = \Delta E_K(\varphi_1)$,

ω_{cp} – угловая скорость кривошипа (ω_1).

Момент инерции вращающихся звеньев

$$J_{вр.зв.} = \frac{\bar{ab} \cdot \mu_E}{\delta \cdot \omega_{cp}^2}.$$

3.7. Регулирование движения и определение размеров и массы маховика

При работе механизма угловая скорость звена приведения (кривошипа 1) при установившемся движении (Рис.3.12), является величиной непостоянной. Изменение угловой скорости, называемое периодической неравномерностью хода механизма, является следствием двух факторов:

- 1- изменяющихся в течение цикла мгновенных значений приведенных моментов сил сопротивления и движения;
- 2- периодического изменения приведенного момента инерции механизма.

Колебания скорости ведущего звена вызывает в кинематических парах дополнительные динамические реакции, понижающие коэффициент полезного действия механизма и надежность его работы.

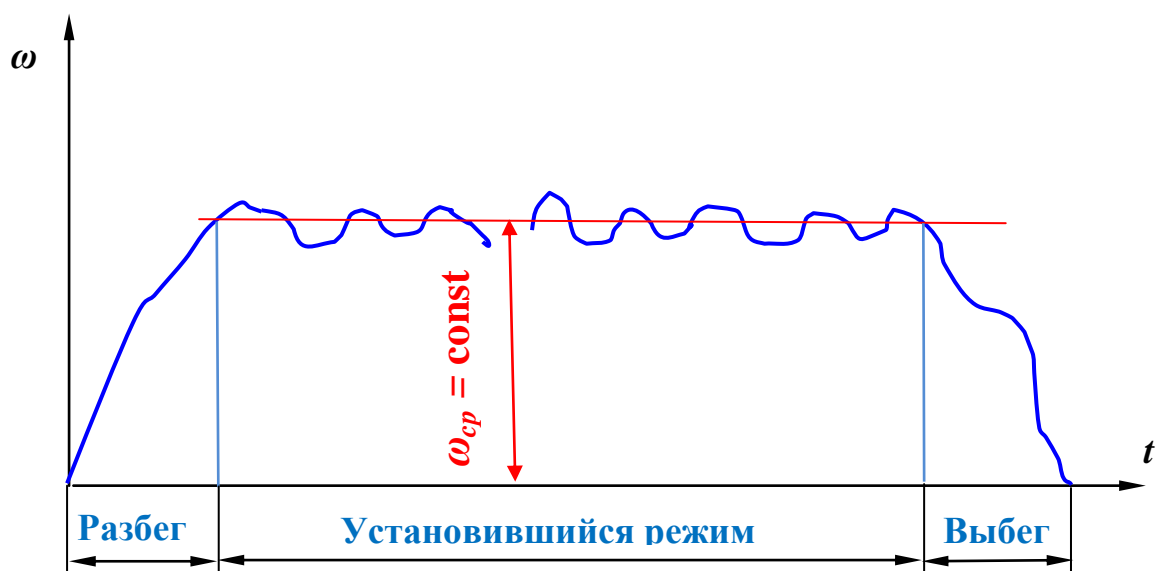


Рис.3.12

Регулирование периодических колебаний скорости при установившемся движении механизма обычно осуществляется соответствующим подбором масс его звеньев. Массы звеньев должны быть подобраны таким образом, чтобы при возрастании скорости они могли бы аккумулировать приращение кинетической энергии, чтобы затем при убывании скорости отдать накопленную энергию обратно механизму.

Если же массы звеньев не удастся выбрать так, то для уменьшения неравномерности вращения на ведущий быстроходный вал можно поставить деталь, обладающую большим постоянным моментом инерции M_j . Такая деталь называется маховой массой или **маховиком**.

Допустимые пределы колебаний скорости звена приведения (кривошипа 1) зависят от типа механизма и характера работы.

Момент инерции вращающихся звеньев состоит:

$$J_{\text{вр.зв.}} = J_{\text{м.}} + J_{\text{эл.дв.}} \cdot u^2 + J_{\text{ред.}} + J_{\text{крив.}}, \quad (3.34)$$

где $J_{\text{вр.зв.}}$ – момент инерции вращающихся звеньев,

$J_{\text{м.}}$ – момент инерции маховика,

$J_{\text{эл.дв.}}$ – момент инерции ротора эл. двигателя,

$J_{\text{ред.}}$ – момент инерции редуктора,

$J_{\text{крив.}}$ – момент инерции кривошипа,

u – общее передаточное отношение.

Если принять

$$J_{\text{ред.}} \approx 0,05 J_{\text{м.}} \quad \text{и} \quad J_{\text{крив.}} \approx 0,15 J_{\text{м.}}, \quad (3.35)$$

тогда

$$J_{\text{м.}} = \frac{J_{\text{вр.зв.}} - J_{\text{эл.дв.}} \cdot u^2}{1,2}, \quad (3.36)$$

где $J_{\text{м.}}$ – нужный момент инерции маховика обеспечивающий движение начального звена с номинальной средней угловой скоростью и заданным коэффициентом δ неравномерности движения, если маховик будет находиться на главном валу механизма.

Момент инерции маховика и его масса зависит от его местоположения в кинематической цепи механизма. Чем выше частота вращения вала, на котором установлен маховик, тем меньше его размеры.

Если, например, в данном механизме будет установлен маховик не на главном валу, а на валу электродвигателя, то нужный момент инерции маховика будет

$$J_{\text{м.}}^* = J_{\text{м.}} (\omega_1 / \omega_{\text{эл.дв.}})^2, \quad (3.37)$$

где $J_{\text{м.}}^*$ – момент инерции маховика на валу эл.двигателя,

$J_{\text{м.}}$ – момент инерции маховика на главном валу эл. двигателя,

ω_1 – угловая скорость главного вала (кривошипа),

$\omega_{\text{эл.дв.}}$ – угловая скорость эл. двигателя.

Если маховик выполняется в форме сплошного диска с нарезным диаметром D_1 шириной b (см. рис. 3.), то его момент

инерции относительно оси вращения, проходящей через центр масс, вычисляется по формуле

$$J_m = \frac{mD_1^2}{8} = \frac{\pi D_1^4}{32} b \rho = \frac{\pi D_1^5 \psi_b \rho}{32}, \quad (3.38)$$

где m – масса маховика, кг;

ρ – плотность, кг/м³;

$\psi_b = b/D_1$ – относительная ширина маховика.

Для стальных маховиков можно принять $\rho = 7800$ кг/м³, для чугунных – 7100 кг/м³. После подстановки частных значений, $\rho = 7800$ кг/м³, $\psi_b = 0,2$ – получаем следующее соотношение между моментом инерции J_M сплошного диска и его наружным диаметром.

ЛИТЕРАТУРА

1. T.Pappel. Masinamehaanika. Loengukonspekt. Tallinna Tehnikaülikool, 2006, www.mh.ttu.ee/gennadi/Masinamehaanika
2. В.А. Юдин. Сборник задач по теории механизмов и машин, Высшая школа, Москва, 1982.
3. С.А. Попов. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. Высшая школа, Москва, 1986.
4. А.С.Кореняко. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. Машиностроение, Москва, Киев, 1960.
5. Н.И. Левитский. Теория механизмов и машин. Методические указания и задания на контрольные работы и курсовой проект. Высшая школа, Москва, 1980.
6. Г.П. Носков. Теория механизмов и машин. Методические указания к выполнению курсовой работы. ВЗИИТ, Москва, 1981.
7. В.А.Зиновьев. Курс теории механизмов и машин. Высшая школа, Москва, 1972.
8. Г.Г. Баранов. Курс теории механизмов и машин. Высшая школа, Москва, 1975.
9. Л.Н. Решетов. Конструирование рациональных механизмов. Машиностроение, Москва, 1972.
10. И.И. Артоболевский. Сборник задач по теории механизмов и машин. Наука, Москва, 1973.
11. Ю. Тадольддер. Механика машин, Конспект лекций. Таллиннский Технический Университет, Таллинн, 1998.

Virumaa Kolledži Raamatukogus

12. И.И. Артоболевский. Теория механизмов и машин. Наука, Москва, 1988.
13. I. Artobolevski. Mehhanismide ja masinate teooria. Eesti Riiklik Kirjandus, Tallinn, 1961.
14. С.И.Кожевников. Теория механизмов и машин. Машиностроение, Москва, 1973.
15. О.И. Кульбачный. Теория механизмов и машин. Проектирование. Высшая школа, Москва, 1970.
16. Ю.Д. Первицкий. Расчет и конструирование точных механизмов. Машиностроение, Ленинград 1976.