I. Преобразовать:

1. $\neg ((\neg A\vee B) \& (\neg A\vee C) \& (\neg B\vee C) \&\neg C) =A\vee B\vee C$
2. $(A\vee A\&\neg B\vee \neg A\&B)\&(A\vee \neg A\&C\vee \neg A\&B\vee A\&B\&\neg C)=A\vee B$
3. $(A\vee B\vee C\&\neg(A\vee B)\vee B\&\neg(A\vee D))\&(A\vee C\&\neg A\vee A\&B\&C)=A\vee C$
4. $(A\&B\vee\neg(A\&B)\&C\vee A\&\neg C)\&(A\vee C\&\neg A\vee B\&\neg(A\vee C))=A\vee C$
5. $(\neg A\vee A\&B\vee\neg B\&C\&D\vee A\&D)\&(B\vee\neg B\&D\vee B\&C\&(A\vee D))=$
   $B\vee D$
6. $(\neg A\vee B\vee C)\&A\&B\&\neg C\&(\neg A\vee\neg B\vee\neg C)\&(A\vee B\&C)\&(A\&B\vee$
   $C\&D) = A\&B\&\neg C$
7. $(\neg A\vee A\&B\&C\vee\neg C)\&A\&B\&C\&(A\&\neg C\vee C\&\neg D\vee D)\&$
   $(A\&C\vee B\&D) =A\&B\&C$
8. $(\neg A\vee A\&B\vee B\&(C\vee D))\&(B\&D\vee\neg A\&\neg B\&\neg D\vee\neg A\&D\vee A\&B)$
   $\&B\&C = B\&C$
9. $\neg A\&C\vee\neg A\&\neg C\&D\vee B\&C\&\neg D\vee A\&\neg(B\&C)\vee C\&D = A\vee C\vee D$
10. $A\&D\vee A\&B\&\neg D\vee\neg A\&C\&D\vee\neg(A\&B)\&D\vee B\&\neg D = B\vee D$
11. $A\&B\vee A\&\neg B\&C\vee A\&\neg B\&\neg C\vee A\&\neg C = A$
12. $\neg A\&C\&\neg D\vee\neg C\&D\vee A\&C\vee\neg A\&C\&D = C\vee D$
13. $(A\&C\vee A\&\neg B\&\neg C\vee A\&B\&\neg C\vee\neg A\&C)\&(C\&D\vee C\&\neg D\vee$
    $A\&B\&C) = C$
14. $(\neg A\&B\vee\neg A\&C\vee A\&B\vee\neg A\&\neg B\&\neg C)\&$
    $(\neg A\&\neg B\vee B\&\neg(A\&C)\vee A\&C\&D\vee A\&C\neg D) = \neg A\vee B$
15. $\neg(\neg(\neg A\&B)\vee\neg(B\&C)\vee A\&C) = \neg A\&B\&C$
16. $\neg(A\&(A\&B\vee\neg A\&\neg B) = \neg A\vee\neg B$
17. $\neg(\neg(B\vee C)\vee\neg(A\vee C)\vee A\&B) = C\&\neg A\vee C\&\neg B$
18. $\neg(\neg A\vee\neg B\&(A\vee C)\vee B\&\neg(A\vee C)) = A\&B$
19. $\neg(\neg(\neg A\vee\neg B\vee C)\vee\neg(A\vee C)\vee A\&\neg B) = \neg A\&C\vee B\&C$
20. $\neg(\neg(A\&C\vee B)\vee\neg B\vee B\&\neg(A\vee C)) = A\&B\vee B\&C$

II. Представить в ДНФ и в КНФ следующие формулы:

1. $\neg(B\vee\neg A\&\neg C)\vee\neg(A\vee\neg C)$
2. $\neg(\neg(B\vee C)\vee\neg A)\vee\neg(\neg C\vee B)\vee A\&\neg B\&C$
3. $\neg(\neg(A\&C\vee\neg B\&\neg C)\vee\neg A\&B)\vee\neg(\neg A\vee\neg B)$
4. $\neg(\neg A\vee A\&B\&\neg C)\vee\neg(\neg B\vee C)\&(\neg A\vee B)$
5. $((\neg C\to B)\to A)\to B\&(\neg C\leftrightarrow A)$
6. $((A\&B\to C)\to(A\vee C\to A\&\neg B))\to A\&C$
7. $(A\to(\neg B\leftrightarrow A\vee C))\to((B\to A\vee C)\to A\&C)$
8. $(B\vee C\to\neg A)\to((C\to B)\to A\&C)$
9. $(A\to(\neg C\leftrightarrow A\vee B))\to(A\vee B\leftrightarrow B\&C)$
10. $((B\to C)\to A)\to((\neg C\vee B\to\neg A)\to B\&C)$
11. $((C\&\neg B\leftrightarrow A)\to C)\to(\neg A\vee C\leftrightarrow C)\&B$
12. $((A\leftrightarrow B\&C)\to C)\to(A\vee C\sim B)$
13. $((A\leftrightarrow B\vee\neg C)\to\neg A\vee C)\to(A\&\neg C\vee B\to\neg A\&\neg B)$

14. $(C\to(\neg A\leftrightarrow B\vee C))\to(A\&C\vee B\leftrightarrow A\&B\&C)$
15. $(A\&B\to(A\vee B\&\neg C\to\neg B))\to(A\vee C\leftrightarrow B\vee\neg C)$
16. $(A\to(A\vee C\leftrightarrow\neg B))\to(A\vee C\to B\&C)$
17. $((B\vee C\leftrightarrow A)\to\neg B)\to((\neg B\to\neg A\vee C)\to\neg(B\&C\to A)$
18. $(A\&B\to(A\vee\neg C\to\neg B))\to(A\vee C\leftrightarrow B\vee\neg C)$
19. $(B\to(A\vee C\to\neg C))\to A\&(\neg B\leftrightarrow A\&C)$
20. $(A\&C\to(B\vee C\to\neg A))\to(B\vee C\leftrightarrow\neg A\&B)$

Пример решения задачи I

Упростить выражение $A\&\neg B\vee A\&\neg C\vee B\&\neg C\vee C$

Решение

1) $A\&\neg B\vee A\&\neg C\vee \underline{B\&\neg C}\vee \underline{C} = A\&\neg B\vee A\&\neg C\vee B\vee C$

К последним двум слагаемым (подчеркнуты) применяем тождество 4 : $B\&\neg C \vee C$ заменяем равносильной формулой $B\vee C$

2) $A\&\neg B\vee A\&\neg C\vee B\vee C = A\&\neg B\vee B \vee A\&\neg C \vee C = A \vee B \vee A \vee C$

Для наглядности меняем местами слагаемые. Затем два раза используем тождество 4: $A\&\neg B\vee B$ заменяем на $A \vee B$; $A\&\neg C \vee C$ заменяем на $A \vee C$.

3) $A \vee B \vee A \vee C$ равносильно $A \vee B \vee C$ (поскольку $A \vee A = A$)

4) Ответ $A\&\neg B\vee A\&\neg C\vee B\&\neg C\vee C = A \vee B \vee C$

Пример решения задачи II

Получим ДНФ для формулы $(A \to (B \vee \neg C)) \to D$.

$(A \to (B \vee \neg C)) \to D = (\neg A \vee B \vee \neg C) \to D = \neg(\neg A \vee B \vee \neg C) \vee D = A\&\neg B \,\&\, C \vee D$

Получим КНФ для формулы $(A \to (B \vee \neg C)) \to D$.

$(A \to (B \vee \neg C)) \to D = (\neg A \vee B \vee \neg C) \to D = \neg(\neg A \vee B \vee \neg C) \vee D = (A \,\&\, \neg B \,\&\, C) \vee D = (A \vee D) \,\&\, (\neg B \vee D) \,\&\, (C \vee D)$.