

МИНИСТЕРСТВО ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ СССР

Московский ордена Ленина
и ордена Трудового Красного Знамени
институт инженеров железнодорожного транспорта
им. Ф.Э.Дзержинского

522

Кафедра теоретических основ электротехники

Утверждено
редакционно-издательским
советом института

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

"Расчет переходных процессов в электрической цепи,
содержащей длинную линию"

по дисциплине

"Теоретические основы электротехники"
для студентов электротехнических специальностей

Москва - 1988



Методические указания составил преподаватель
МИИТа доц. С.П.Власов.

Р е ц е н з е н т ы: канд. техн. наук доцент
МИИТа П.Г.Смольский, канд. техн. наук ст. научн.
сотрудник ВНИИЖТа Б.М.Розенберг.

Автор выражает благодарность доценту МИИТа
В.Ф.Климову, просмотревшему рукопись и сделав-
шему ряд ценных замечаний и предложений; их
учет способствовал улучшению настоящих мето-
дических указаний.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
К ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ
"Расчет переходных процессов в электрической цепи,
содержащей длинную линию"

Редактор М.М.Т а м а р о в с к а я
Технический редактор Н.Н.В а с и л ь е в а
Корректор М.В.А в д е е в а

Подписано к печати 19.10.88 Формат 60 x 84 - 1/16.
Усл. печ. л. 2,5. Уч.-изд.л. 1,6 Тираж 1000 экз.
Заказ РИО № 176-86 Заказ № 1856 Бесплатно

Редакционно-издательский отдел МИИТа
101475, Москва, А-55, ул. Образцова, 15
Типография МИИТа

ПРЕДИСЛОВИЕ

Для глубокого освоения курса теоретических основ электротехники требуется полное сочетание теоретических знаний, расчетной и лабораторной практики. Важным элементом расчетной практики являются домашние задания по основным разделам курса. При самостоятельной работе над домашними заданиями ряд студентов встречает иногда трудности, в частности, методического характера, обусловленные недостаточными навыками в применении теоретических положений к расчету процессов в конкретных электрических цепях. Так, при расчете переходных процессов в электрических цепях, являющихся цепями с распределенными параметрами, необходимо учитывать ряд особенностей, несвойственных цепям с сосредоточенными параметрами. Эти особенности обусловлены тем, что явления, наблюдаемые в различных точках рассматриваемой цепи, зависят не только от времени, но и от расположения этих точек в линии.

Целью методических указаний является оказание студентам помощи в самостоятельной работе над домашним заданием по расчету переходных процессов в электрической цепи, содержащей линию с распределенными параметрами. В качестве примера рассматриваются переходные процессы в линии, в начале и конце которой включены как потребители энергии — резисторы, так и накопители энергии — индуктивности или емкости. Наличие в цепи накопителей энергии предопределяет формирование и распространение вдоль линии падающих и отраженных от конца линии электромагнитных волн (волн напряжения и тока) сложной формы, отличающихся от волн с прямоугольным фронтом. Чтобы не загромождать работу излишними математическими расчетами, в приводимом примере рассматриваются формирование и распространение вдоль линии лишь одной падающей и одной отраженной волн напряжения и тока. В то же время, в

настоящей работе рассматриваются несколько методов расчета переходного процесса в начале и конце линии. Так, для расчета переходного процесса в конце линии показана возможность применения метода интеграла Дюамеля, операторного метода и способа нахождения отраженных волн с помощью операторного коэффициента отражения. Это даст возможность студенту при работе над домашним заданием применительно к его схеме выбрать наиболее целесообразный метод расчета.

В данных методических указаниях приводятся и необходимые теоретические сведения.

ЗАДАНИЕ. РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ, СОДЕРЖАЩЕЙ ДЛИННУЮ ЛИНИЮ¹

В заданной схеме (см. вариант схем) в момент времени $t = 0$ происходит замыкание рубильника. ЭДС источника энергии 500 кВ, волновая скорость $v = 3 \times 10^5$ км/с, потери в линии не учитываются. Требуется:

1) рассчитать напряжение и ток падающей волны в начале линии $u_{\text{пад.1}}(t)$, $i_{\text{пад.1}}(t)$;

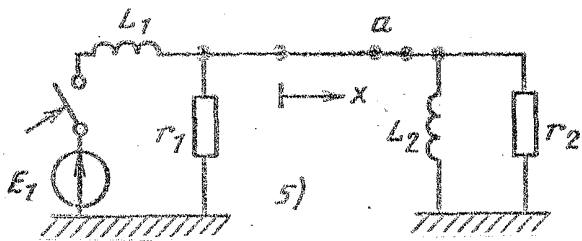
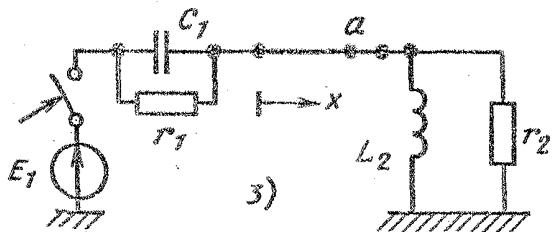
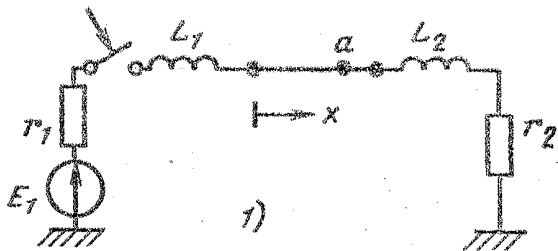
2) рассчитать напряжение и ток в конце линии $u_2(t)$, $i_2(t)$, а также напряжение и ток отраженной волны в конце линии $u_{\text{отр.2}}(t)$, $i_{\text{отр.2}}(t)$;

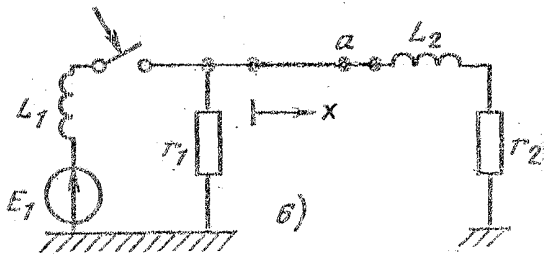
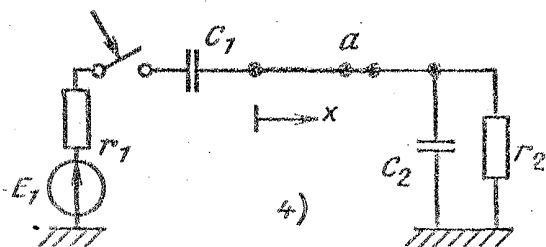
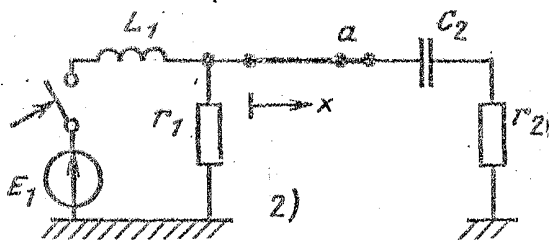
3) рассчитать и построить кривые распределения напряжения и тока вдоль линии в заданный момент времени t_1 : $u(t_1, x)$, $i(t_1, x)$, где $u = u_{\text{пад}} + u_{\text{отр}}$, $i = i_{\text{пад}} - i_{\text{отр}}$;

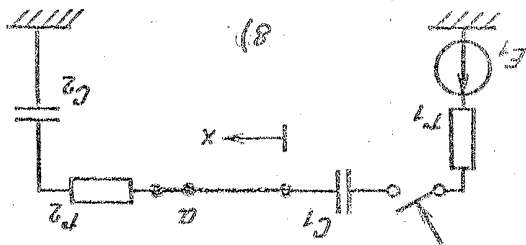
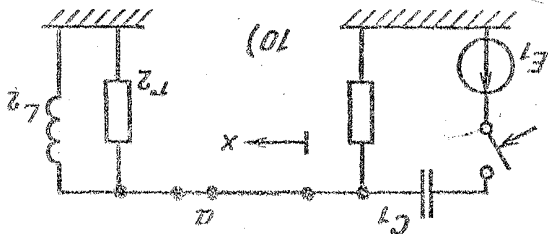
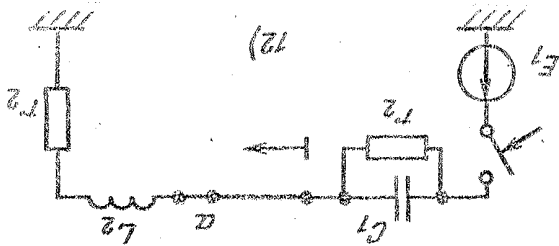
4) рассчитать и построить графики изменения во времени напряжения и тока в заданной точке линии, расположенной на расстоянии x_a от начала линии: $u(t, x_a)$, $i(t, x_a)$ в интервале времени от 0 до t_1 . Параметры схем приведены в табл. 1.

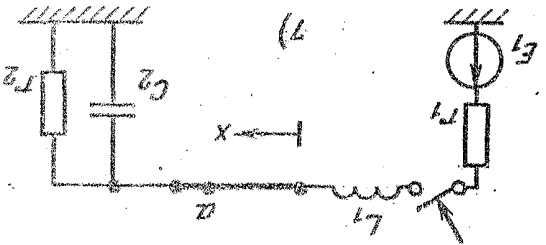
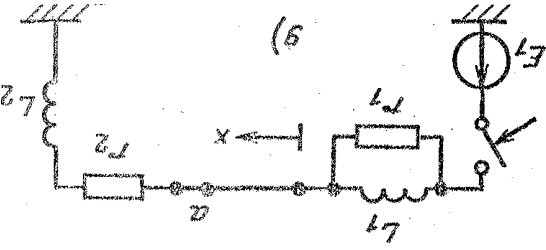
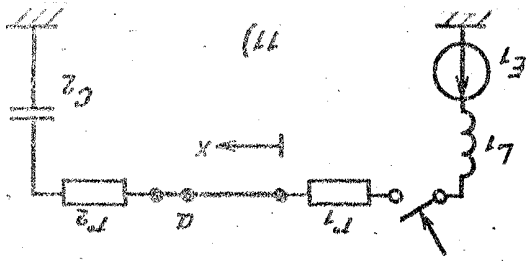
¹ Составлено Ю.Я. Лямецем.

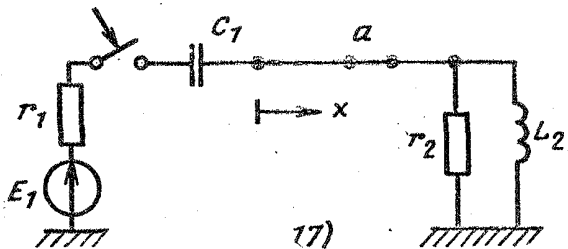
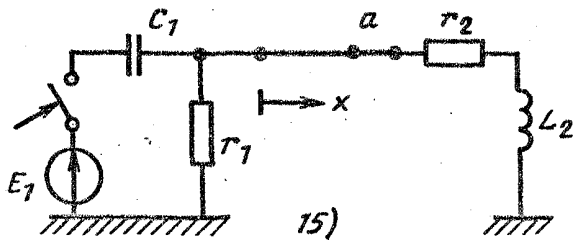
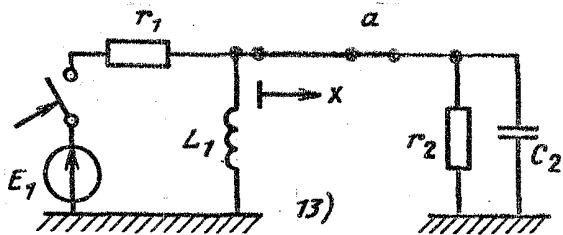
9

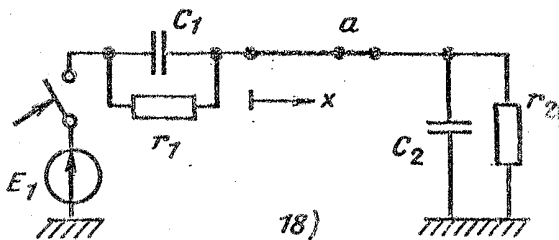
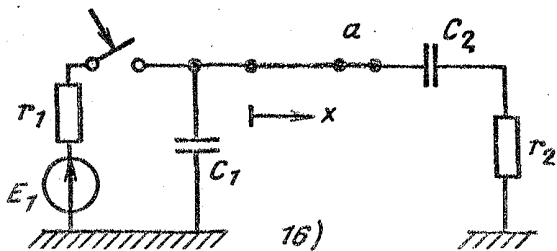
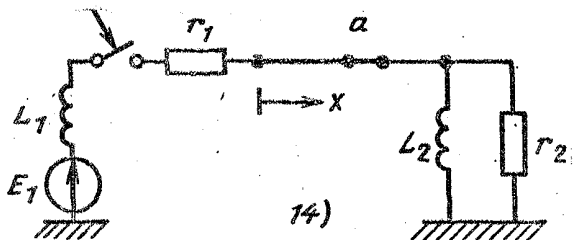


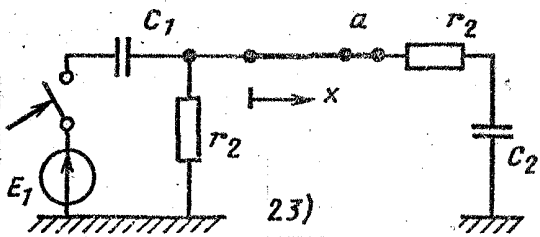
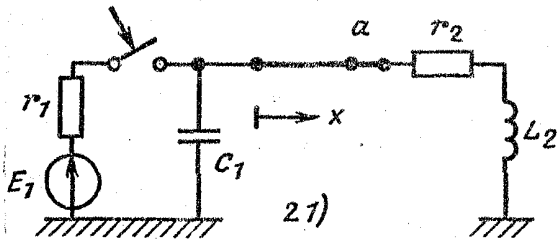
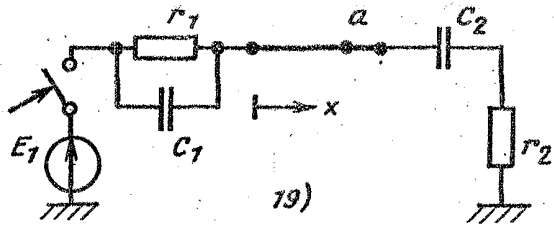


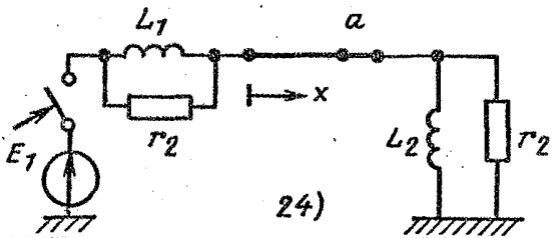
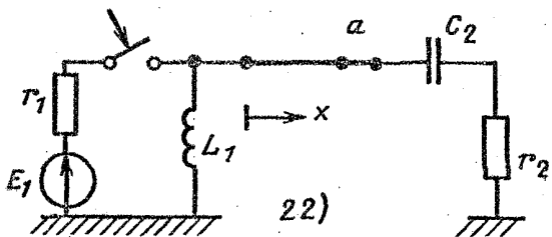
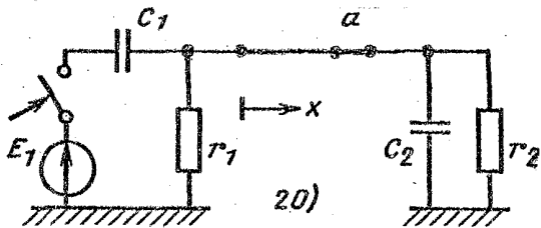


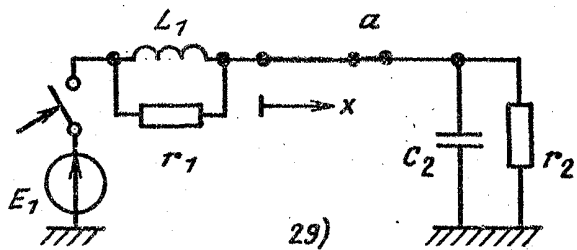
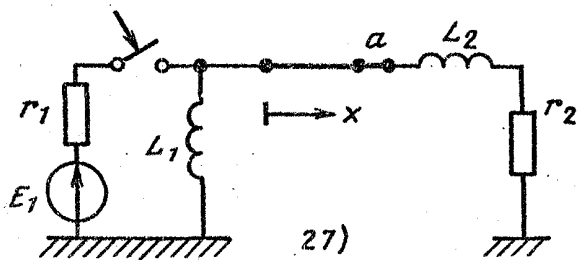
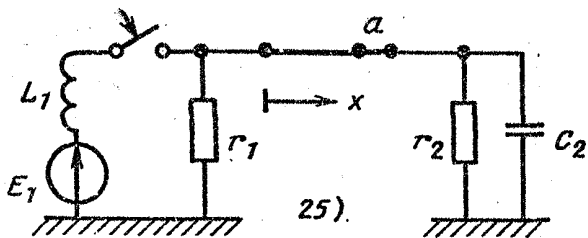


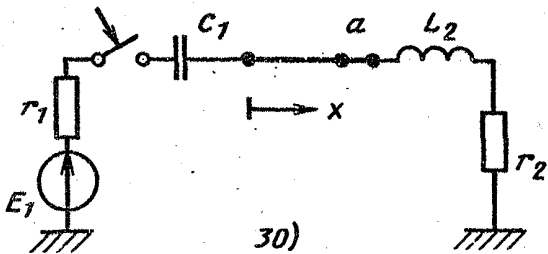
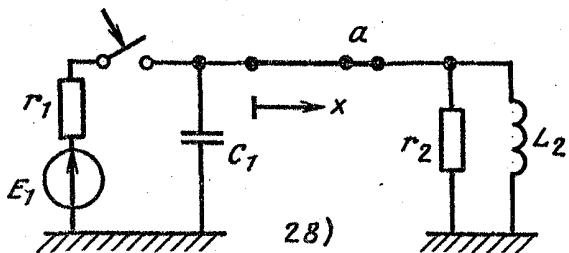
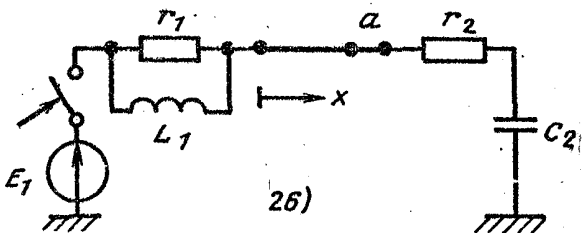












Числовые значения параметров схем

| Номер груп- пы | x_g | l | x_a | t_1 | r_1 | L_1 | C_1 | r_2 | L_2 | C_2 |
|----------------------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | Ом | км | км | мс | Ом | Гн | мкФ | Ом | Гн | мкФ |
| 1 | 320 | 1200 | 900 | 7,0 | 305 | 1,2 | 13,0 | 340 | 0,50 | 5,0 |
| 2 | 270 | 1800 | 1500 | 11,0 | 260 | 1,5 | 24,0 | 280 | 0,75 | 9,0 |
| 3 | 450 | 300 | 200 | 1,9 | 420 | 0,4 | 2,0 | 475 | 0,15 | 0,7 |
| 4 | 350 | 900 | 500 | 5,0 | 325 | 0,8 | 9,0 | 365 | 0,30 | 3,8 |
| 5 | 390 | 600 | 450 | 3,5 | 400 | 0,9 | 5,0 | 360 | 0,35 | 2,0 |
| 6 | 300 | 1500 | 1100 | 8,0 | 310 | 1,3 | 18,0 | 285 | 0,80 | 7,5 |
| 7 | 450 | 2100 | 1800 | 12,0 | 500 | 1,6 | 30,0 | 400 | 0,90 | 10,0 |

1. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В цепях с распределенными параметрами, типичными представителями которых являются длинные линии, также как и в цепях с сосредоточенными параметрами с накопителями электрической энергии, при включении или отключении какого-либо участка цепи, источника энергии или приемника возникают переходные процессы.

Переходные процессы в цепях с распределенными параметрами обладают рядом особенностей, не свойственных цепям с сосредоточенными параметрами. Изменение токов и напряжений в цепях с распределенными параметрами происходит не одновременно во всех частях цепи. Процесс изменения тока и напряжения, начавшийся в каком-либо месте цепи, распространяется вдоль линии, захватывая постепенно все ее участки. Вдоль воздушных неискажающих линий и линий без потерь эти изменения распространяются со скоростью света; в кабель-

ных линиях скорость распространения волн приблизительно в два раза меньше.

Таким образом, особенностью переходных процессов в цепях с распределенными параметрами является зависимость изменения переходных величин не только от времени, но и от расположения этих точек в линии, т.е. напряжения и токи в таких цепях являются функциями двух переменных.

Вследствие этого переходные процессы в цепях с распределенными параметрами описываются дифференциальными уравнениями в частных производных:

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = r_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t}, \quad -\frac{\partial i}{\partial x} = g_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial t},$$

где r_0, g_0, L_0, C_0 - известные первичные параметры линии с распределенными параметрами - соответственно активное продольное сопротивление, проводимость изоляции между проводами, индуктивность и емкость линии на единицу длины;

x - координата рассматриваемой точки линии, отсчитываемая от источника энергии.

Ограничимся рассмотрением переходных процессов в линиях без потерь. У таких линий $r_0 = 0, g_0 = 0$. Уравнения для линий без потерь принимают вид

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = L_0 \frac{\partial i}{\partial t}, \quad -\frac{\partial i}{\partial x} = C_0 \frac{\partial u}{\partial t}.$$

Их решением являются функции

$$u(x, t) = f_1(x - vt) + f_2(x + vt) = u_{\text{наг}} + u_{\text{отр}},$$

$$i(x, t) = \frac{1}{z_B} [f_1(x - vt) - f_2(x + vt)] = \frac{u_{\text{наг}}}{z_B} - \frac{u_{\text{отр}}}{z_B} = i_{\text{наг}} - i_{\text{отр}},$$

где $z_B = \sqrt{L_0/C_0}$ - волновое сопротивление линии;

$v = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$ - волновая скорость, численно равная фазовой скорости.

В приведенном решении составляющие $u_{\text{пад}}, i_{\text{пад}}$ являются напряжением и током волны, распространяющейся вдоль линии в положительном направлении, т.е. от начала линии (от источника) к концу (к нагрузке). Эта волна называется падающей. Члены $u_{\text{отр}}, i_{\text{отр}}$ представляют собой напряжение и ток отраженной волны, распространяющейся вдоль линии от ее конца (от нагрузки) к началу (к источнику).

Вид функций f_1 и f_2 определяется условиями в начале и конце линии, т.е. параметрами источника энергии, а также видом и параметрами тех сосредоточенных элементов, которые имеются в начале и конце линии. Для определения функции f_1 необходимо выполнить расчет электромагнитных процессов в начале линии; для определения f_2 - в конце линии.

1.1. Расчет напряжения и тока падающей волны в начале линии

Наиболее просто определяются напряжение и ток падающей волны в линии без потерь при подключении ее непосредственно к идеальному источнику постоянной ЭДС - источнику постоянного напряжения U . В этом случае напряжение падающей волны равно напряжению источника $u_{\text{пад}} = U$, а ток $i_{\text{пад}} = \frac{u_{\text{пад}}}{Z_B} = \frac{U}{Z_B} = I$.

По линии распространяется электромагнитная волна с прямоугольным фронтом.

При подключении к линии без потерь источника энергии с ЭДС E и внутренним сопротивлением r_0 падающая волна также имеет прямоугольный фронт, однако напряжение волны меньше ЭДС источника на величину падения напряжения на внутреннем сопротивлении источника

$$u_{\text{пад}} = E - r_0 i_{\text{пад}}$$

Так как $i_{\text{пад}} = \frac{u_{\text{пад}}}{Z_B}$, то, решая совместно эти два уравнения, получим

$$i_{\text{пад}} = \frac{E}{r_0 + Z_B}, \quad u_{\text{пад}} = Z_B i_{\text{пад}} = \frac{E Z_B}{r_0 + Z_B}$$

Сложнее обстоит дело при наличии в начале линии накопителей электрической энергии — индуктивностей и емкостей. В связи с возникшим переходным процессом напряжение в начале линии изменяется во времени; падающие волны напряжения и тока имеют при этом не прямоугольный фронт, а более сложную форму.

В общем случае можно считать, что источник энергии с ЭДС $e(t)$ подключается к линии через пассивный четырехполюсник "П" с сосредоточенными параметрами (рис. 1.1). С его помощью можно учесть все сосредоточенные r, L, C элементы, подключенные к входным зажимам линии. Это могут быть устройства, подключаемые к линии с целью уменьшения токов возможных коротких замыканий, элементы фильтров; с помощью этого четырехполюсника можно учесть и внутреннее сопротивление источника энергии и т.д.

Рассмотрим явления, происходящие в начале переходного процесса, когда вдоль линии начинает распространяться падающая волна, а отраженная волна еще не появилась ($u_{отр} = 0$). В этом случае для зажимов 1-1', принадлежащих одновременно и пассивному четырехполюснику, и линии, можно записать

$$u(t, x=0) = u_{пад.1}(t) = Z_B i_{пад.1}(t).$$

Из этого соотношения следует, что эквивалентная схема для определения напряжения и тока падающей волны в начале линии (до прихода к началу линии отраженной волны) состоит из пассивного четырехполюсника "П", к

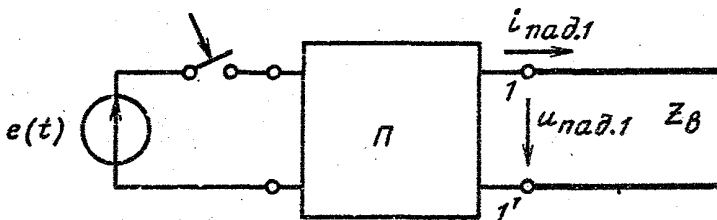


Рис. 1.1

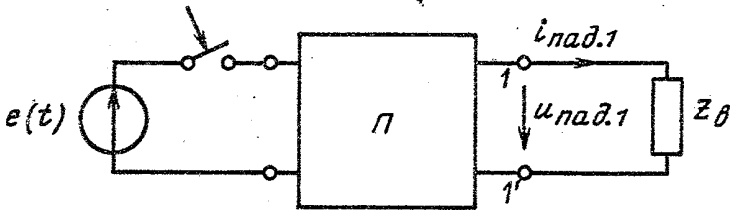


Рис. 1.2

входу которого подключается источник энергии $e(t)$, а к выходу — резистор, сопротивление которого равно волновому сопротивлению линии Z_B (рис. 1.2).

Следует подчеркнуть, что напряжение и ток падающей волны (а также и отраженной волны) возникают не сразу во всех точках линии. После подключения линии к источнику энергии сначала появляется только падающая волна. В момент включения ($t=0$) волна начинает распространяться от источника энергии ($x=0$) вдоль линии к ее концу.

На той части линии, по которой уже прошел фронт падающей волны, напряжение равно напряжению падающей волны. Оно будет определяться только падающей волной до прихода в эти точки линии отраженной волны. В общем случае на тех участках линии, где имеются и падающая, и отраженная волны, как было показано выше, напряжение и ток определяются наложением падающей и отраженной волн друг на друга:

$$u = u_{\text{пад}} + u_{\text{отр}}, \quad i = i_{\text{пад}} - i_{\text{отр}}.$$

1.2. Расчет напряжения и тока в конце линии. Определение напряжения и тока отраженной волны

При набегании по линии без потерь падающей электромагнитной волны на конец линии в зависимости от характера и параметров элементов, включенных в конце линии, возможны три различных случая в формировании отраженной волны:

а) согласованная нагрузка в конце линии ($r_2 = Z_B$).

В том случае, если в конце линии отсутствуют накопители энергии, а включено лишь сопротивление, численно равное волновому сопротивлению ($r_2 = Z_B$), отраженная волна не возникает; энергия, доставляемая в конец линии падающей электромагнитной волной, полностью поглощается нагрузкой. Напряжение на нагрузке и ее ток равны напряжению и току падающей волны

$$U_2 = U_{\text{пад}} , \quad i_2 = i_{\text{пад}} ;$$

б) резисторная нагрузка в конце линии ($r_2 \neq Z_B$).

В том случае, если в конце линии отсутствуют накопители энергии, а имеющееся резисторное сопротивление r_2 не равно волновому сопротивлению линии Z_B ($r_2 \neq Z_B$), при набегании на конец линии падающей волны возникает отраженная волна, которая уносит к началу линии часть энергии, доставленной к концу линии падающей волной. При этом отраженная волна напряжения (тока) имеет ту же форму, что и падающая волна.

Для определения напряжения U_2 и тока i_2 нагрузки, а также для расчета напряжения и тока отраженной волны ($U_{\text{отр}}$, $i_{\text{отр}}$) обычно используется вспомогательная схема — схема Петерсена.

При резисторной нагрузке для определения напряжения на ней можно использовать также операторный коэффициент преломления, который в данном случае (резисторная нагрузка линии без потерь) является действительным числом

$$M(p) = \frac{2 Z_2(p)}{Z_2(p) + Z_B} = \frac{2 r_2}{r_2 + Z_B} = m ,$$

$$U_2 = m U_{\text{пад}} , \quad i_2 = \frac{U_2}{r_2} , \quad U_{\text{отр}} = U_2 - U_{\text{пад}} , \quad i_{\text{отр}} = \frac{U_{\text{отр}}}{Z_B} .$$

Отраженные волны напряжения и тока можно определить и с помощью операторного коэффициента отражения, который при резисторной нагрузке линии без потерь также является действительным числом

$$N(p) = \frac{Z_2(p) - Z_g(p)}{Z_2(p) + Z_g(p)} = \frac{r_2 - \tilde{z}_g}{r_2 + \tilde{z}_g} = n,$$

$$u_{отр} = n u_{пад}, \quad i_{отр} = \frac{u_{отр}}{\tilde{z}_g}.$$

Отметим, что в случае холостого хода и короткого замыкания, когда энергия, доставляемая к концу линии падающими волнами напряжения и тока, полностью отражается, коэффициент отражения равен соответственно

$$n_{\lambda\lambda} = 1, \quad n_{\kappa\kappa} = -1, \quad \text{а коэффициент преломления} \\ m_{\lambda\lambda} = 2, \quad m_{\kappa\kappa} = 0.$$

Отметим, также, что в случае согласованной нагрузки в конце линии, рассмотренном в п. "а", коэффициент отражения $n = 0$, а коэффициент преломления $m = 1$. Это означает, что при согласованной нагрузке отраженная волна не возникает, и напряжение на нагрузке равно напряжению падающей волны;

в) в конце линии имеются накопители энергии.

Наличие в конце линии одного или нескольких накопителей энергии при набегании на конец линии падающей волны предопределяет возникновение нового переходного процесса. В связи с этим возникает отраженная волна, форма которой отличается от формы падающей волны¹.

Для определения напряжения на нагрузке можно использовать операторный коэффициент преломления. Здесь, в отличие от предыдущего случая, необходимо выполнить все преобразования в полном объеме

$$M(p) = \frac{2 Z_2(p)}{Z_2(p) + Z_g(p)}, \quad u_{пад}(t) = U_{пад}(p), \quad U_2(p) = M(p) \cdot U_{пад}(p),$$

¹ Единственным исключением является случай параллельного соединения ветвей r_2', L и r_2'', C , настроенных на безразличный резонанс $r_2' = r_2'' = \sqrt{L/C} = r_2$. В этом случае отраженная волна либо не возникает ($r_2 = \tilde{z}_g$), либо возникшая отраженная волна имеет ту же форму, что и падающая волна ($r_2 \neq \tilde{z}_g$).

$$U_2(p) = u_2(t), \quad I_2(p) = \frac{U_2(p)}{Z_2(p)}, \quad I_2(p) = i_2(t) \quad \text{и т. д.}$$

Для определения напряжения и тока отраженных волн можно использовать операторный коэффициент отражения

$$N(p) = \frac{Z_2(p) - Z_B(p)}{Z_2(p) + Z_B(p)}, \quad u_{\text{наг}}(t) = U_{\text{наг}}(p),$$

$$U_{\text{отр}}(p) = N(p) \cdot U_{\text{наг}}(p), \quad U_{\text{отр}}(p) = u_{\text{отр}}(t), \quad i_{\text{отр}}(t) = \frac{u_{\text{отр}}(t)}{Z_B}.$$

Однако наибольшее распространение для расчета переходного процесса в конце линии и для определения напряжения и тока отраженной волны получил метод, основанный на составлении вспомогательной расчетной схемы - схемы Петерсена.

1.2.1. Общий метод определения напряжения и тока отраженной волны

Выше рассматривалась однородная линия с нагрузкой на ее конце. В практике часты случаи, когда однородность линии нарушена - к линии подключены элементы с сосредоточенными параметрами (как в поперечном направлении - между проводами, так и в продольном - в рассечку линии), присоединены линии с различными волновыми сопротивлениями, могут быть узлы параллельного включения нескольких линий. Для определения напряжений и токов отраженных от неоднородности волн существует общий метод, который применим при любой схеме соединения или разветвления цепи.

Пусть вдоль однородной линии без потерь с волновым сопротивлением Z_B распространяется падающая волна произвольной формы, напряжение и ток которой $u_{\text{наг}}$ и

$i_{\text{наг}} = \frac{u_{\text{наг}}}{Z_B}$. Электромагнитная волна падает на какую-либо неоднородность: на стык линий с разными волновыми сопротивлениями (рис. 1.3, а), на развилку линий (рис. 1.3, б) или на какой-либо узел (рис. 1.3, в).

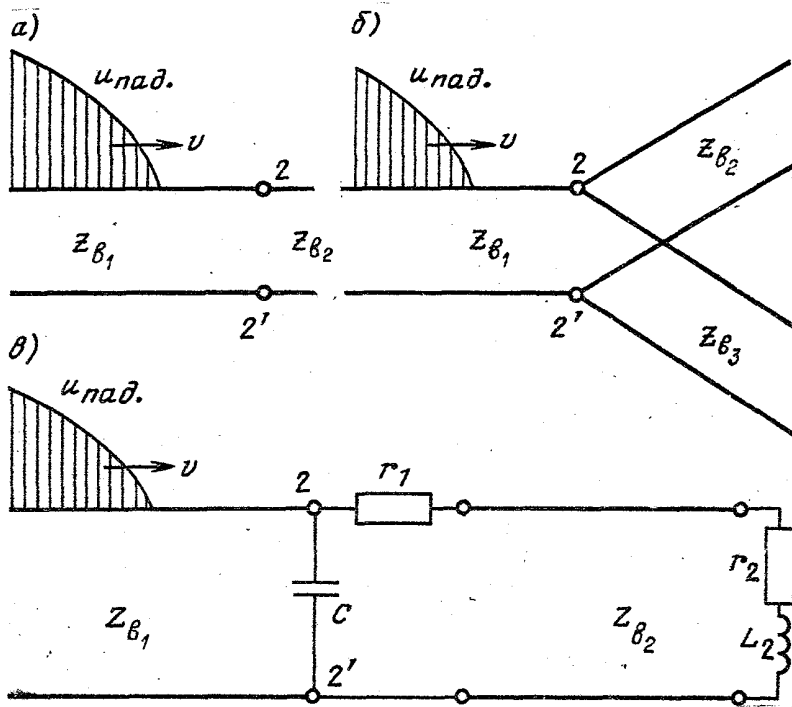


Рис. 1.3

Во всех случаях часть схемы, присоединенную к линии в точках 2-2', можно рассматривать как пассивный двухполюсник (рис. 1.4), напряжение u_2 и ток i_2 которого представляют в общем случае некоторые функции времени.

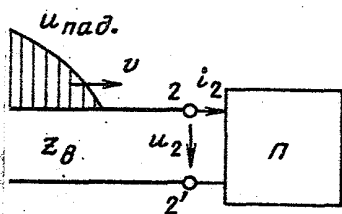


Рис. 1.4

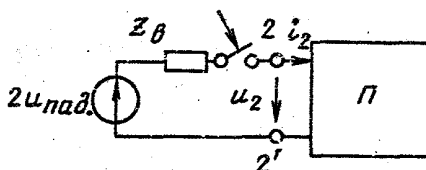


Рис. 1.5

Так как зажимы двухполюсника 2-2' относятся и к линии, то в общем случае напряжение на этих зажимах представляет собой сумму напряжений падающей и отраженных волн, а ток равен разности токов волн:

$$U_2 = U_{\text{пад}} + U_{\text{отр}},$$

$$i_2 = i_{\text{пад}} - i_{\text{отр}} = \frac{U_{\text{пад}} - U_{\text{отр}}}{Z_B}.$$

Решая совместно эти уравнения, получим

$$2U_{\text{пад}} = U_2 + Z_B i_2.$$

Полученное выражение является основным расчетным уравнением для определения напряжения и тока в месте падения волны на неоднородность.

Анализ этого уравнения показывает, что при набегающей электромагнитной волны по линии на неоднородность ток и напряжение в месте неоднородности оказываются такими же, как и при подключении непосредственно к месту неоднородности источника энергии, ЭДС которого равна удвоенному напряжению падающей волны, а внутреннее сопротивление равно волновому сопротивлению линии. На основе этого выражения составляется вспомогательная расчетная электрическая схема - схема Петерсена (рис. 1.5).

При составлении этой вспомогательной схемы в каждом конкретном случае необходимо выполнить следующие правила:

1) все сосредоточенные элементы, имеющиеся в месте рассматриваемой неоднородности, остаются на своих местах (с этого начинается составление схемы Петерсена);

2) линии, примыкающие к месту неоднородности, заменяются сопротивлениями, численно равными волновым сопротивлениям линий;

3) полученная схема включается на удвоенное напряжение падающей волны $2U_{\text{пад}}$;

4) отсчет времени начинается обычно с момента замыкания рубильника в схеме Петерсена, что соответствует моменту прихода падающей волны к месту неоднородности. Время, затраченное падающей волной на про-

хождение линии от ее начала до места неоднородности, при необходимости учитывается позднее - в полученных выражениях отраженной и преломленной волн. Вспомогательные схемы для случаев, показанных на рис. 1.3, приведены на рис. 1.6.

В результате расчета вспомогательных схем определяются напряжение u_2 и ток i_2 . Так как $u_2 = u_{\text{пад}} + u_{\text{отр}}$, $i_2 = i_{\text{пад}} - i_{\text{отр}}$, то легко определяются напряжение и ток отраженной волны в конце линии:

$$u_{\text{отр}} = u_2 - u_{\text{пад}} = u_{\text{отр.2}},$$

$$i_{\text{отр}} = i_{\text{пад}} - i_2 = i_{\text{отр.2}},$$

или $i_{\text{отр.2}} = -(i_2 - i_{\text{пад}})$.

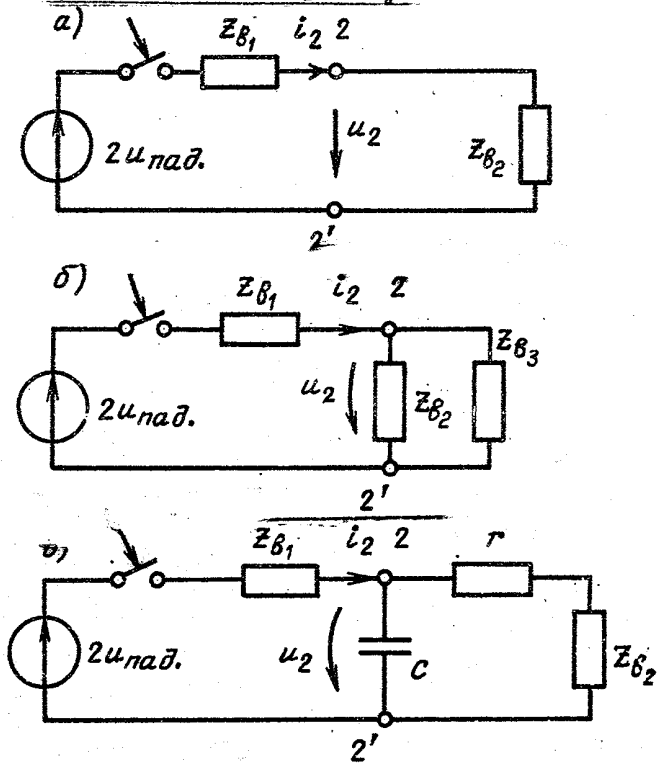


Рис. 1.6

1.3. Распределение напряжения и тока вдоль линии

В результате расчета первой вспомогательной схемы (см. рис. 1.2) получаем напряжение и ток падающей волны в начале линии $u_{наг.1}(t) = u_{наг}(t, x=0)$, $i_{наг.1}(t) = i_{наг}(t, x=0)$. Процесс изменения напряжения и тока, начавшись в начале линии, распространяется вдоль линии с волновой скоростью v , которая для линий без потерь равна скорости света. Так как в линиях без потерь волны при распространении вдоль линии не изменяют своей формы и величины, то для определения напряжения и тока падающей волны в любой произвольной точке линии необходимо учесть лишь задержку во времени, равную времени хода падающей волны от начала линии до рассматриваемой точки линии. Напряжение и ток падающей волны в произвольной точке x линии удобно представить в следующем виде:

$$u_{наг}(t, x) = u_{наг.1}\left(t - \frac{x}{v}\right), \quad i_{наг}(t, x) = i_{наг.1}\left(t - \frac{x}{v}\right),$$

причем

$$i_{наг}(t, x) = \frac{u_{наг}(t, x)}{Z_0}$$

Очевидно, что полученные выражения имеют физический смысл лишь при $t \geq \frac{x}{v}$. В противном случае (при $x > vt$) $u_{наг} = 0$, $i_{наг} = 0$: падающая волна еще не дошла до этих точек линии.

Аналогично обстоит дело и с отраженной волной напряжения и тока. В любой произвольной точке линии, стоящей на расстоянии $y = l - x$ от конца линии, напряжение и ток отраженной волны будут изменяться по тем же законам, что и в конце линии, но с задержкой во времени на y/v , необходимой для прохождения волной расстояния y от конца линии до рассматриваемой точки.

Кроме того, необходимо еще учесть задержку во времени ℓ/v , которая учитывает время прохождения падающей волной всей линии (см. четвертый пункт правил Петерсена).

/ Таким образом

$$u_{отр}(t, y) = u_{отр2}(t - \frac{\ell}{v} - \frac{y}{v}),$$

$$i_{отр}(t, y) = i_{отр2}(t - \frac{\ell}{v} - \frac{y}{v}),$$

причем

$$i_{отр}(t, y) = \frac{u_{отр}(t, y)}{z_B}.$$

Очевидно, что полученные выражения имеют физический смысл при $t \geq \frac{\ell}{v} + \frac{y}{v}$.

Действительные напряжение и ток в любой произвольной точке линии в любой момент времени

$$\begin{aligned} u(t, x) &= u_{наг}(t, x) + u_{отр}(t, y) = \\ &= u_{наг.1}(t - \frac{x}{v}) + u_{отр.2}(t - \frac{\ell}{v} - \frac{y}{v}), \end{aligned} \quad (*)$$

$$\begin{aligned} i(t, x) &= i_{наг}(t, x) - i_{отр}(t, y) = \\ &= i_{наг.1}(t - \frac{x}{v}) - i_{отр.2}(t - \frac{\ell}{v} - \frac{y}{v}), \end{aligned}$$

причем в общем случае

$$i(t, x) \neq \frac{u(t, x)}{z_B}$$

Полученные выражения можно использовать для расчета распределения напряжения и тока вдоль линии в заданный фиксированный момент времени t_1 .

$$u(t_1, x) = u_{наг.1}(t_1 - \frac{x}{v}) + u_{отр.2}(t_1 - \frac{\ell}{v} - \frac{y}{v}),$$

$$i(t_1, x) = i_{наг.1}(t_1 - \frac{x}{v}) - i_{отр.2}(t_1 - \frac{\ell}{v} - \frac{y}{v}).$$

Очевидно, что первые члены этих выражений имеют физический смысл для точек линии с координатами $x \leq vt_1$, а вторые члены - для точек линии с координатами $y \leq vt_1 - \ell$, где y - расстояние от конца линии до исследуемой точки линии.

1.4. Изменение во времени напряжения и тока в фиксированной точке линии

Если в выражениях (X) зафиксировать координату x , приняв, например $x = x_a$, то получим функции изменения во времени напряжения и тока в данной фиксированной точке линии с координатой $x = x_a$:

$$u(t, x_a) = u_{наг.1} \left(t - \frac{x_a}{v} \right) + u_{отр.2} \left(t - \frac{l}{v} - \frac{y_a}{v} \right),$$

$$i(t, x_a) = i_{наг.1} \left(t - \frac{x_a}{v} \right) - i_{отр.2} \left(t - \frac{l}{v} - \frac{y_a}{v} \right),$$

где $y_a = l - x_a$ - расстояние от конца линии до исследуемой точки.

Очевидно, что первые члены данных выражений имеют физический смысл при $t \geq \frac{x_a}{v}$, а вторые члены - при $t \geq \frac{l}{v} + \frac{y_a}{v}$. В противном случае эти члены равны нулю - соответствующие волны напряжения и тока еще не достигли исследуемой точки линии.

2. ПРИМЕР РАСЧЕТА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ, СОДЕРЖАЩЕЙ ДЛИННУЮ ЛИНИЮ

В соответствии с заданием требуется рассчитать переходные процессы в электрической цепи (рис. 2.1).

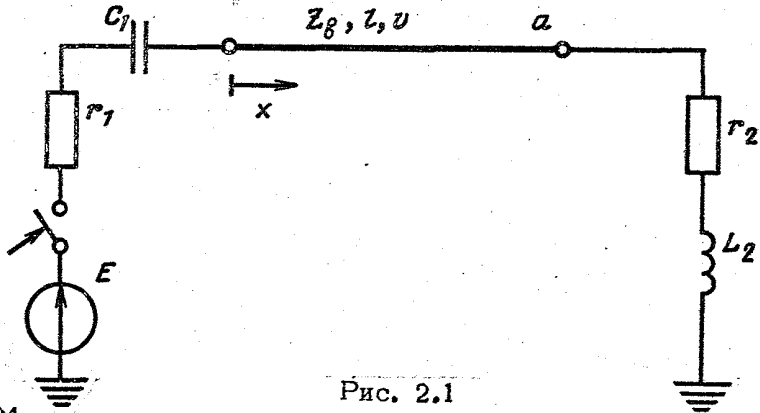


Рис. 2.1

Исходные данные для расчета: $\chi_B = 400 \text{ Ом}$, $l = 450 \text{ км}$, $x_a = 300 \text{ км}$, $v = 3 \cdot 10^5 \text{ км/с}$, $E = 100 \text{ кВ}$, $r_1 = 600 \text{ Ом}$, $C_1 = 1,0 \text{ мкф}$, $r_2 = 100 \text{ Ом}$, $L_2 = 1,0 \text{ Гн}$, $t_1 = 2,5 \text{ мс}$.

2.1. Расчет напряжения и тока падающей волны в начале линии

В соответствии с теоретическими положениями п.1.1 составим эквивалентную электрическую схему для расчета напряжения и тока падающей волны в начале линии (рис. 2.2). В этой схеме $E = 100 \text{ кВ}$, $r_1 = 600 \text{ Ом}$, $C_1 = 1,0 \text{ мкф}$, $\chi_B = 400 \text{ Ом}$.

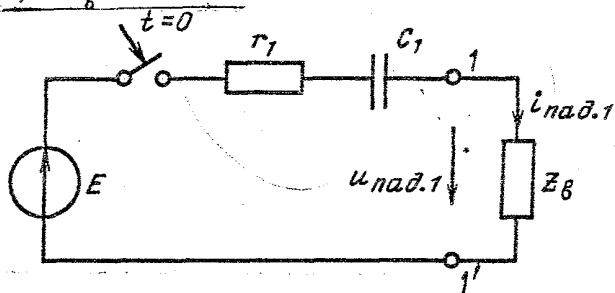


Рис. 2.2

В схеме присутствуют все сосредоточенные элементы, подключенные к входным зажимам линии. Линия представлена в схеме сосредоточенным активным сопротивлением, равным волновому сопротивлению линии χ_B . Сосредоточенные элементы r_2 и L_2 , включенные в конце линии (см. рис. 2.1), в эквивалентной схеме не должны присутствовать, так как они не оказывают никакого влияния на процесс формирования первой падающей волны. Их влияние на процессы в начале линии начнется лишь в момент времени $t = \frac{2l}{v}$, т.е. тогда, когда к началу линии придет отраженная от конца линии электромагнитная волна.

В полученной схеме (см. рис. 2.2) искомые напряжения и ток падающей волны являются напряжением и током элемента χ_B .

В соответствии с теорией переходных процессов в линейных цепях с сосредоточенными параметрами для эквивалентной схемы можно сразу записать решение:

$$i_{наг.1} = \frac{E}{r_1 + Z_g} e^{-\frac{t}{(r_1 + Z_g)C_1}} = \frac{100 \cdot 10^3}{500 + 400} e^{-\frac{t}{(600 + 400)10^{-6}}} = 100 e^{-1000t},$$

$$u_{наг.1} = Z_g i_{наг.1} = 400 \cdot 100 e^{-1000t} = 40 \cdot 10^3 e^{-1000t}.$$

Таким образом,

$$u_{наг.1}(t) = u_{наг}(t, x=0) = 40 \cdot 10^3 e^{-1000t},$$

$$i_{наг.1}(t) = i_{наг}(t, x=0) = 100 e^{-1000t}.$$

В любой другой точке линии с координатой x в соответствии с п. 1.3:

$$u_{наг}(t, x) = 40 \cdot 10^3 e^{-1000(t - \frac{x}{v})}$$

$$i_{наг}(t, x) = 100 e^{-1000(t - \frac{x}{v})}$$

2.2. Расчет напряжения и тока в конце линии

Расчет напряжения и тока отраженной волны

В соответствии с теоретическими положениями, изложенными в п. 1.2, составим эквивалентную расчетную схему для определения отраженных волн - схему Петерсена (рис. 2.3). В этой схеме $u(t) = 2 u_{наг.1}(t) = 80 \cdot 10^3 e^{-1000t}$, $Z_g = 400$ Ом, $r_2 = 100$ Ом, $L_2 = 1,0$ Гн. Коммутация в схеме, согласно п. 1.2, происходит в момент $t = 0$.

В полученной схеме необходимо определить $u_2(t)$ и $i_2(t)$, являющиеся напряжением и током нагрузки и в то же время реальными (истинными), т.е. с учетом отраженной волны, напряжением и током в конце линии.

Расчет переходного процесса в полученной цепи с сосредоточенными параметрами можно выполнить одним из известных методов: классическим, операторным, методом интеграла Дюамеля, путем применения операторных коэффициентов преломления и отражения.

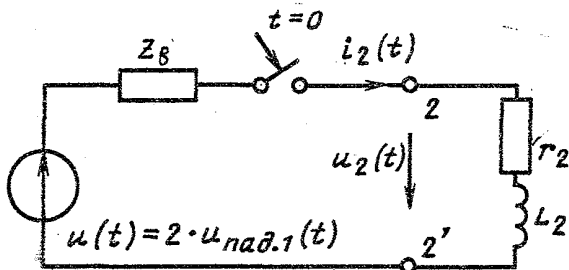


Рис. 2.3

2.2.1. Расчет переходного процесса методом интеграла Дюамеля

Применим формулу интеграла Дюамеля

$$i_2(t) = u(0) \cdot g(t) + \int_0^t u'(\tau) \cdot g(t-\tau) d\tau.$$

Для рассматриваемой задачи:

$$u(0) = 2 u_{наг.1}(0) = 80 \cdot 10^3,$$

$$u'(t) = (80 \cdot 10^3 e^{-1000t})' = -80 \cdot 10^6 e^{-1000t} \text{ В/с},$$

$$u'(\tau) = -80 \cdot 10^6 e^{-1000\tau}.$$

Для определения переходной проводимости $g(t)$ цепи (см. рис. 2.3) необходимо определить $i(t)$ в этой цепи при ее включении на постоянное напряжение $u(t) = U = 1 \text{ В}$. Тогда, согласно определению, переходная проводимость $g(t)$ численно равна току $i(t)$:

$$g(t) = \frac{1}{Z_B + r_2} - \frac{1}{Z_B + r_2} e^{-\frac{Z_B + r_2}{L_2} t} =$$

$$= \frac{1}{400+100} - \frac{1}{400+100} e^{-\frac{400+100}{1} t} =$$

$$= 2 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3} e^{-500t},$$

$$g(t-\tau) = 2 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3} e^{-500(t-\tau)}.$$

Подставим полученные выражения в формулу интеграла Дюамеля и проведем необходимые операции (интегрирование, подстановку пределов):

$$i_2(t) = 80 \cdot 10^3 (2 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3} e^{-500t}) + \int_0^t (-80 \cdot 10^6 e^{-1000\tau}) \times \\ \times [2 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3} e^{-500(t-\tau)}] d\tau = 160 e^{-500t} - 160 e^{-1000t}$$

Найдем напряжение $u_2(t)$:

$$u_2(t) = u(t) - z_g i_2(t) = 80 \cdot 10^3 e^{-1000t} - 400 (160 e^{-500t} - 160 e^{-1000t}) = \\ = 144 \cdot 10^3 e^{-1000t} - 64 \cdot 10^3 e^{-500t}$$

Отметим, что напряжение $u_2(t)$ можно было бы определить и таким способом:

$$u_2(t) = r_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

Найдем напряжение и ток отраженной волны в конце линии. Так как

$$u_2(t) = u_{\text{наг.2}}(t) + u_{\text{отр.2}}(t),$$

$$\text{то } u_{\text{отр.2}}(t) = u_2(t) - u_{\text{наг.2}}(t) = 144 \cdot 10^3 e^{-1000t} - 64 \cdot 10^3 e^{-500t} - \\ - 40 \cdot 10^3 e^{-1000t} = 104 \cdot 10^3 e^{-1000t} - 64 \cdot 10^3 e^{-500t}$$

Ток отраженной волны в конце линии

$$i_{\text{отр.2}}(t) = \frac{u_{\text{отр.2}}(t)}{z_g} = \frac{104 \cdot 10^3 e^{-1000t} - 64 \cdot 10^3 e^{-500t}}{400} = 260 e^{-1000t} - 160 e^{-500t}$$

Ток отраженной волны можно было бы найти иначе. Так как

$$i_2(t) = i_{\text{наг.2}}(t) - i_{\text{отр.2}}(t),$$

$$\text{то } i_{\text{отр.2}}(t) = i_{\text{наг.2}}(t) - i_2(t) = 100 e^{-1000t} - (160 e^{-500t} - 160 e^{-1000t}) = \\ = 260 e^{-1000t} - 160 e^{-500t}$$

2.2.2. Расчет переходного процесса операторным методом

Составим эквивалентную операторную схему (рис.2.4). В этой схеме $i_2(0) = 0$; в индуктивности L_2 до

коммутации тока не было (см. рис. 2.3).

Так как $u(t) = 2 u_{наг.1}(t) = 80 \cdot 10^3 e^{-1000t}$, то операторное изображение этого напряжения (см. таблицу соответствий [1, 2]).

$$U(p) = 80 \cdot 10^3 \frac{1}{p+1000} \text{ В.с.}$$

Операторное изображение тока находим по закону Ома в операторной форме

$$\begin{aligned} I_2(p) &= \frac{U_2(p) + L_2 i_2(0)}{z_B + r_2 + pL_2} = \\ &= \frac{U(p)}{z_B + r_2 + pL_2} = \frac{80 \cdot 10^3 \frac{1}{p+1000}}{p+500} = \\ &= 80 \cdot 10^3 \frac{1}{(p+1000)(p+500)}. \end{aligned}$$

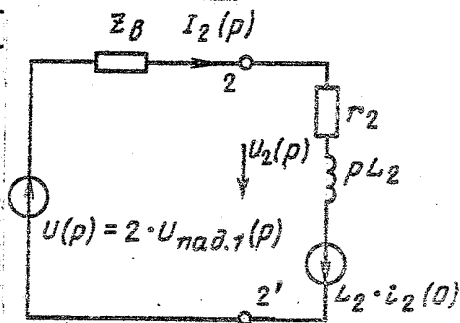


Рис. 2.4

Используя таблицу соответствий, находим оригинал тока $i_2(t)$

$$\begin{aligned} I_2(p) &= 80 \cdot 10^3 \frac{1}{(p+1000)(p+500)} = 80 \cdot 10^3 \frac{1}{1000-500} (e^{-500t} - e^{-1000t}) = \\ &= 160 e^{-500t} - 160 e^{-1000t} = i_2(t). \end{aligned}$$

С помощью операторной схемы (см. рис. 2.4) найдем операторное изображение напряжения на нагрузке

$$\begin{aligned} U_2(p) &= U(p) - z_B I(p) = 80 \cdot 10^3 \frac{1}{p+1000} - 400 \cdot 80 \cdot 10^3 \frac{1}{(p+1000)(p+500)} = \\ &= \frac{80 \cdot 10^3 (p+500) - 32 \cdot 10^6}{(p+1000)(p+500)} = \frac{80 \cdot 10^3 p + 8 \cdot 10^6}{(p+1000)(p+500)} = \\ &= 80 \cdot 10^3 \frac{p}{(p+1000)(p+500)} + 8 \cdot 10^6 \frac{1}{(p+1000)(p+500)}. \end{aligned}$$

Находим оригинал этого напряжения по формулам соответствия

$$\begin{aligned}
 u_2(t) &= 80 \cdot 10^3 \frac{1}{1000 - 500} (1000 e^{-1000t} - 500 e^{-500t}) + \\
 &+ 8 \cdot 10^6 \frac{1}{1000 - 500} (e^{-500t} - e^{-1000t}) = \\
 &= 144 \cdot 10^3 e^{-1000t} - 64 \cdot 10^3 e^{-500t}
 \end{aligned}$$

Напряжение и ток отраженной волны в конце линии находим по известным соотношениям

$$\begin{aligned}
 u_{отр} &= u_2 - u_{наг} = 144 \cdot 10^3 e^{-1000t} - 64 \cdot 10^3 e^{-500t} - 40 \cdot 10^3 e^{-1000t} = \\
 &= 104 \cdot 10^3 e^{-1000t} - 64 \cdot 10^3 e^{-500t} = u_{отр.2} \\
 i_{отр} &= \frac{u_{отр}}{Z_g} = \frac{1}{400} (104 \cdot 10^3 e^{-1000t} - 64 \cdot 10^3 e^{-500t}) = \\
 &= 260 e^{-1000t} - 160 e^{-500t} = i_{отр.2}
 \end{aligned}$$

Как видим, операторным методом получены такие же аналитические выражения напряжения и тока, какие были ранее получены методом интеграла Дюамеля.

2.2.3. Определение напряжения и тока в конце линии с помощью операторных коэффициентов отражения и преломления

Определим операторный коэффициент отражения для конца линии

$$N_2(p) = \frac{Z_2(p) - Z_g(p)}{Z_2(p) + Z_g(p)}$$

Для рассматриваемой схемы при последовательном соединении r_2 и L_2 имеем

$$Z_2(p) = r_2 + pL_2$$

Тогда

$$N_2(p) = \frac{r_2 + pL_2 - Z_g}{r_2 + pL_2 + Z_g} = \frac{100 + p - 400}{100 + p + 400} = \frac{p - 300}{p + 500}$$

Операторное изображение напряжения падающей волны

$$U_{наг}(p) = 40 \cdot 10^3 \frac{1}{p + 1000}$$

Находим операторное изображение напряжения отраженной волны для конца линии

$$U_{отр.2}(p) = N_2(p) \cdot U_{наг.1}(p) = \frac{p-300}{p+500} \cdot 40 \cdot 10^3 \frac{1}{p+1000} =$$

$$= \frac{40 \cdot 10^3 p - 12 \cdot 10^6}{(p+1000)(p+500)}.$$

Переходя к оригиналу, получаем

$$U_{отр.2}(p) = 40 \cdot 10^3 \frac{p}{(p+1000)(p+500)} - 12 \cdot 10^6 \frac{1}{(p+1000)(p+500)} \stackrel{C}{=} \\ \stackrel{C}{=} 40 \cdot 10^3 \frac{1}{1000-500} (1000 e^{-1000t} - 500 e^{-500t}) - \\ - 12 \cdot 10^6 \frac{1}{1000-500} (e^{-500t} - e^{-1000t}) = \\ = 104 \cdot 10^3 e^{-1000t} - 64 \cdot 10^3 e^{-500t} = u_{отр.2}(t).$$

Ток отраженной волны

$$i_{отр.2}(t) = \frac{u_{отр.2}(t)}{Z_B} = 260 e^{-1000t} - 160 e^{-500t}.$$

Действительное напряжение и ток в конце линии

$$u_2(t) = u_{наг.2}(t) + u_{отр.2}(t) = 40 \cdot 10^3 e^{-1000t} + 104 \cdot 10^3 e^{-1000t} - 64 \cdot 10^3 e^{-500t} = \\ = 144 \cdot 10^3 e^{-1000t} - 64 \cdot 10^3 e^{-500t},$$

$$i_2(t) = i_{наг.2}(t) - i_{отр.2}(t) = 100 e^{-1000t} - (260 e^{-1000t} - 160 e^{-500t}) = \\ = 160 e^{-500t} - 160 e^{-1000t}.$$

Таким образом, получены те же выражения, что и в пп. 2.2.1 и 2.2.2.

Следует отметить, что возможно определение напряжения на нагрузке с последующим определением напряжения отраженной волны с помощью операторного коэффициента преломления.

$$M(p) = \frac{2Z_2(p)}{Z_2(p) + Z_B(p)} = \frac{2(r_2 + pL_2)}{r_2 + pL_2 + Z_B} = \frac{2p+200}{p+500},$$

$$U_2(p) = M(p) \cdot U_{\text{наг}}(p) = \frac{2p+200}{p+500} \cdot 40 \cdot 10^3 \frac{1}{p+1000} =$$

$$= \frac{80 \cdot 10^3 p + 8 \cdot 10^6}{(p+1000)(p+500)}$$

Оригинал этого выражения был найден в п. 2.2.2.

$$u_2(t) = 144 \cdot 10^3 e^{-1000t} - 64 \cdot 10^3 e^{-500t}$$

Теперь можно найти напряжение и ток отраженной волны

$$u_{\text{отр.2}} = u_2 - u_{\text{наг.2}} = 104 \cdot 10^3 e^{-1000t} - 64 \cdot 10^3 e^{-500t},$$

$$i_{\text{отр.2}} = \frac{u_{\text{отр.2}}}{Z_B} = 260 e^{-1000t} - 160 e^{-500t}$$

и ток нагрузки

$$i_2 = i_{\text{наг.2}} - i_{\text{отр.2}} = 160 e^{-500t} - 160 e^{-1000t}$$

Напомним, что при выполнении всех расчетов п.2.2 отсчет времени начинается от момента замыкания рубильника в схеме 2.2; при этом получены выражения напряжения и тока нагрузки, а также напряжения и тока отраженной волны для конца линии.

Для получения выражений напряжения и тока отраженной волны для любой произвольной точки линии с координатой $y = \ell - x$ необходимо учесть задержки во времени, обусловленные конечной скоростью распространения волн вдоль линии:

$$u_{\text{отр}}(t, y) = 104 \cdot 10^3 e^{-1000(t - \frac{\ell}{v} - \frac{y}{v})} - 64 \cdot 10^3 e^{-500(t - \frac{\ell}{v} - \frac{y}{v})},$$

$$i_{\text{отр}}(t, y) = 260 e^{-1000(t - \frac{\ell}{v} - \frac{y}{v})} - 160 e^{-500(t - \frac{\ell}{v} - \frac{y}{v})}$$

2.3. Расчет распределения напряжения и тока вдоль линии

В соответствии с теоретическими положениями, изложенными в п. 1.3, и результатами расчета конкретного примера распределение напряжения и тока вдоль ли-

нии в зависимости от времени определяется следующими выражениями:

$$u(t, x) = u_{\text{наг}}(t, x) + u_{\text{отр}}(t, y) = \\ = 40 \cdot 10^3 e^{-1000(t - \frac{x}{v})} + 104 \cdot 10^3 e^{-1000(t - \frac{\ell}{v} - \frac{y}{v})} - 64 \cdot 10^3 e^{-500(t - \frac{\ell}{v} - \frac{y}{v})},$$

$$i(t, x) = i_{\text{наг}}(t, x) - i_{\text{отр}}(t, y) = \\ = 100 e^{-1000(t - \frac{x}{v})} - 260 e^{-1000(t - \frac{\ell}{v} - \frac{y}{v})} + 160 e^{-500(t - \frac{\ell}{v} - \frac{y}{v})}.$$

В фиксированный момент времени t_1 распределение напряжения и тока вдоль линии будет следующим:

$$u(t_1, x) = 40 \cdot 10^3 e^{-1000(t_1 - \frac{x}{v})} + 104 \cdot 10^3 e^{-1000(t_1 - \frac{\ell}{v} - \frac{y}{v})} - 64 \cdot 10^3 e^{-500(t_1 - \frac{\ell}{v} - \frac{y}{v})},$$

$$i(t_1, x) = 100 e^{-1000(t_1 - \frac{x}{v})} - 260 e^{-1000(t_1 - \frac{\ell}{v} - \frac{y}{v})} + 160 e^{-500(t_1 - \frac{\ell}{v} - \frac{y}{v})}.$$

Прежде чем проводить расчеты напряжений и токов в линии, определим, какие участки линии к моменту времени t_1 заняты падающей волной и какие участки линии заняты отраженной волной. Очевидно, что к моменту времени $t_1 = 2,5$ мс вся линия окажется под воздействием падающей волны, так как для прохождения этой волной всей линии необходимо время

$$\frac{\ell}{v} = \frac{300}{300000} = 10^{-3} \text{ с} = 1 \text{ мс} < t_1 = 2,5 \text{ мс}.$$

Фронт отраженной волны к моменту времени $t = t_1$ пройдет по линии от ее конца по направлению к началу линии расстояние

$$y_{\text{фр.отр}} = vt_1 - \ell = 3 \cdot 10^5 \cdot 2,5 \cdot 10^{-3} - 450 = 300 \text{ км}.$$

Следовательно, напряжение и ток отраженной от конца линии волны следует определять на участке линии от точки с координатой $y = 300$ км ($x = \ell - y = 150$ км) до ее конца ($y = 0$, $x = 450$ км).

Для точки линии с координатами $x = 300$ км ($y = 150$ км) получим:

$$u_{\text{наг}}(t_1 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}, x = 300 \text{ км}) = 40 \cdot 10^3 e^{-1000(2,5 \cdot 10^{-3} - \frac{300}{300000})} =$$

$$= 40 \cdot 10^3 e^{-0,5} = 40 \cdot 10^3 \cdot 0,223 = 8,92 \cdot 10^3 \text{ В} = 8,92 \text{ кВ},$$

$$i_{\text{наг}}(t_1 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}, x = 300 \text{ км}) = \frac{u_{\text{наг}}(t_1 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}, x = 300 \text{ км})}{Z_B} = \frac{8,92 \cdot 10^3}{400} = 22,3 \text{ А},$$

$$u_{\text{отр}}(t_1 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}, y = 150 \text{ км}) = 104 \cdot 10^3 e^{-1000(2,5 \cdot 10^{-3} - \frac{450}{300000} - \frac{150}{300000})} - 64 \cdot 10^3 e^{-500(2,5 \cdot 10^{-3} - \frac{450}{300000} - \frac{150}{300000})} =$$

$$= 104 \cdot 10^3 e^{-0,5} - 64 \cdot 10^3 e^{-0,25} = 13,16 \cdot 10^3 \text{ В} = 13,16 \text{ кВ},$$

$$i_{\text{отр}}(t_1 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}, y = 150 \text{ км}) = \frac{u_{\text{отр}}(t_1 = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}, y = 150 \text{ км})}{Z_B} = \frac{13,16 \cdot 10^3}{400} = 32,9 \text{ А},$$

$$u = u_{\text{наг}} + u_{\text{отр}} = 8,92 + 13,16 = 22,08 \text{ кВ},$$

$$i = i_{\text{наг}} - i_{\text{отр}} = 22,3 - 32,9 = -10,6 \text{ А}.$$

Аналогичные расчеты выполнены для нескольких других точек линии; их результаты сведены в табл. 2.

Т а б л и ц а 2

Результаты расчетов напряжений и токов в линии ($t = 2,5 \text{ мс}$)

| $x,$ км | $y = l - x,$ км | $u_{\text{наг}},$ кВ | $i_{\text{наг}},$ А | $u_{\text{отр}},$ кВ | $i_{\text{отр}},$ А | $u =$ $= u_{\text{наг}} + u_{\text{отр}},$ кВ | $i =$ $= i_{\text{наг}} - i_{\text{отр}},$ А |
|------------|--------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|---|--|
| 0 | 450 | 3,28 | 8,2 | 0 | 0 | 3,28 | 8,2 |
| 149,999 | 300,001 | 5,41 | 13,5 | 0 | 0 | 5,41 | 13,5 |
| 150 | 300 | 5,41 | 13,5 | 40,000 | 100,0 | 45,41 | -86,5 |
| 300 | 150 | 8,92 | 22,3 | 13,16 | 32,9 | 22,08 | -10,6 |
| 450 | 0 | 14,72 | 36,8 | -0,51 | -1,3 | 14,21 | 38,1 |

На рис. 2.5 приведены графики изменения действительных напряжения и тока вдоль линии, а также нап-

ряжения и тока падающей и отраженной воли (пунктир).
 Причем, для удобства построения и большей наглядности график тока отраженной волны изображен с переменной знака, т.е. изображен график $-i_{отр}(t, x)$
 Действительный ток в линии

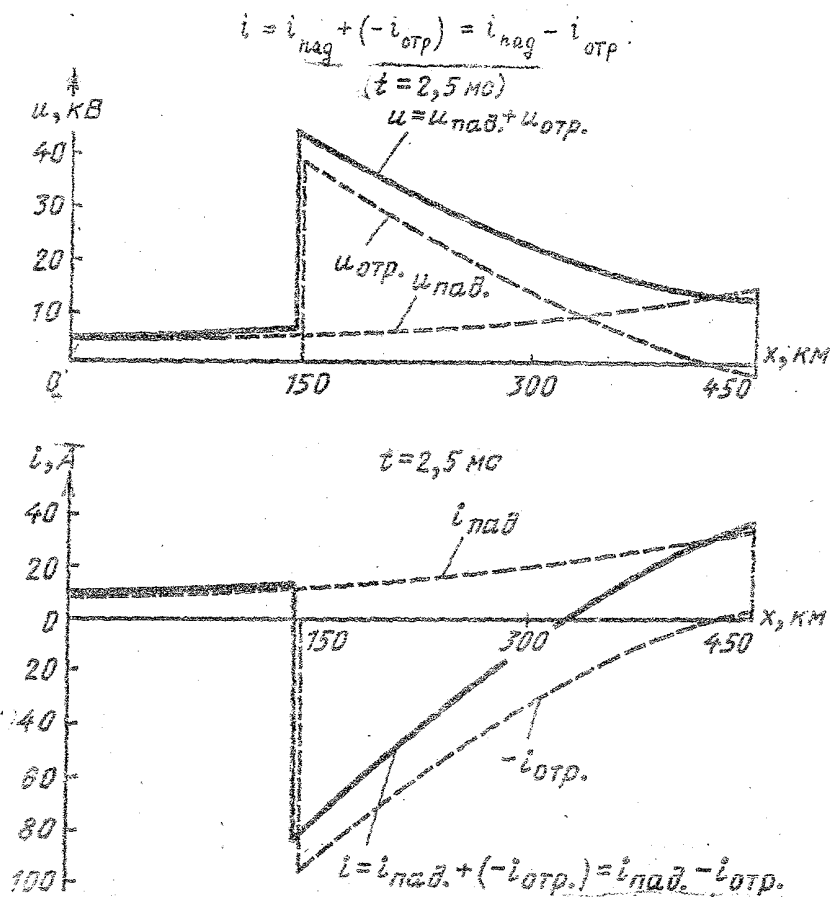


Рис. 2.5

2.4. Расчет изменения во времени напряжения и тока в фиксированной точке линии

В соответствии с теоретическими положениями, изложенными в п. 1.4, и результатами расчета конкретного

примера искомые зависимости определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned}
 u(t, x_a) &= u_{\text{пад}}(t, x_a) + u_{\text{отр}}(t, y_a) = \\
 &= 40 \cdot 10^3 e^{-1000(t - \frac{x_a}{v})} + 104 \cdot 10^3 e^{-1000(t - \frac{l}{v} - \frac{y_a}{v})} - \\
 &= 64 \cdot 10^3 e^{-500(t - \frac{l}{v} - \frac{y_a}{v})} \\
 i(t, x_a) &= i_{\text{пад}}(t, x_a) - i_{\text{отр}}(t, y_a) = \\
 &= 100 e^{-1000(t - \frac{x_a}{v})} - 260 e^{-1000(t - \frac{l}{v} - \frac{y_a}{v})} + 160 e^{-500(t - \frac{l}{v} - \frac{y_a}{v})},
 \end{aligned}$$

где $x_a = 300$ км, $y_a = l - x_a = 150$ км.

Определим, для каких интервалов времени следует проводить расчеты напряжений и токов падающей и отраженной волн.

Очевидно, что фронт падающей волны достигает исследуемой точки линии, находящейся на расстоянии $x_a = 300$ км от начала линии, в момент времени $t_{\text{фр.пад}} = \frac{x_a}{v} = \frac{300}{300000} = 10^{-3}$ с = 1 мс.

Следовательно, в точке "а" при $t < 1$ мс $u_{\text{пад}} = 0$, $i_{\text{пад}} = 0$. Фронт отраженной волны достигнет этой же точки "а" в момент

$$t_{\text{фр.отр}} = \frac{l}{v} + \frac{y_a}{v} = \frac{l}{v} + \frac{l - x_a}{v} = 2 \cdot 10^{-3}$$
 с = 2 мс.

Таким образом, для исследуемой точки "а" расчеты напряжения и тока падающей волны следует проводить от момента $t_{\text{фр.пад}} = 1$ мс до заданного момента времени $t_1 = 2,5$ мс, а отраженной волны - с момента времени $t_{\text{фр.отр}} = 2,0$ мс до заданного момента времени $t_1 = 2,5$ мс.

Выполним указанные расчеты для момента времени $t = 2,25$ мс.

$$\begin{aligned}
 u_{\text{пад}}(t=2,25 \cdot 10^{-3} \text{ с}, x_a=300 \text{ км}) &= 40 \cdot 10^3 e^{-1000(2,25 \cdot 10^{-3} - \frac{300}{300000})} = \\
 &= 40 \cdot 10^3 e^{-1,25} = 40 \cdot 10^3 \cdot 0,286 = 11,44 \cdot 10^3 \text{ В} = 11,44 \text{ кВ},
 \end{aligned}$$

$$i_{\text{наг}}(t=2,25 \cdot 10^{-3} \text{ с}, x_a=300 \text{ км}) = \frac{u_{\text{наг}}(t=2,25 \cdot 10^{-3} \text{ с}, x=300 \text{ км})}{Z_B} =$$

$$= \frac{11,44 \cdot 10^3}{400} = 28,6 \text{ А},$$

$$u_{\text{отр}}(t=2,25 \cdot 10^{-3} \text{ с}, y_a=150 \text{ км}) = 104 \cdot 10^3 e^{-1000(2,25 \cdot 10^{-3} - \frac{450}{300000} - \frac{150}{300000})} -$$

$$- 64 \cdot 10^3 e^{-500(2,25 \cdot 10^{-3} - \frac{450}{300000} - \frac{150}{300000})} =$$

$$= 104 \cdot 10^3 e^{-4,25} - 64 \cdot 10^3 e^{-0,425} = 24,52 \cdot 10^3 \text{ В} = 24,52 \text{ кВ}.$$

$$i_{\text{отр}}(t=2,25 \cdot 10^{-3} \text{ с}, y_a=150 \text{ км}) = \frac{u_{\text{отр}}(t=2,25 \cdot 10^{-3} \text{ с}, y_a=150 \text{ км})}{Z_B} =$$

$$= \frac{24,52 \cdot 10^3}{400} = 61,3 \text{ А}$$

Аналогичные расчеты выполнены для других моментов времени внутри вышеопределенных интервалов; результаты всех расчетов сведены в табл. 3.

Т а б л и ц а 3

Результаты расчетов напряжений и токов в точке "А", находящейся на расстоянии 300 км от начала линии (150 км от конца линии)

| $t,$ мс | $u_{\text{наг}},$ кВ | $i_{\text{наг}},$ А | $u_{\text{отр}},$ кВ | $i_{\text{отр}},$ А | $u =$ $= u_{\text{наг}} + u_{\text{отр}},$ кВ | $i =$ $= i_{\text{наг}} - i_{\text{отр}},$ А |
|------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|------------------------|---|--|
| < 1,0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1,0 | 40,00 | 100,0 | 0 | 0 | 40,00 | 100,0 |
| 1,5 | 24,24 | 60,6 | 0 | 0 | 24,24 | 60,6 |
| 2,0(-) | 14,72 | 36,8 | 0 | 0 | 14,72 | 36,8 |
| 2,0(+) | 14,72 | 36,8 | 40,0 | 100,0 | 54,72 | -63,2 |
| 2,25 | 11,44 | 28,6 | 24,52 | 61,3 | 35,96 | -32,7 |
| 2,5 | 8,92 | 22,3 | 13,16 | 32,9 | 22,08 | -10,6 |

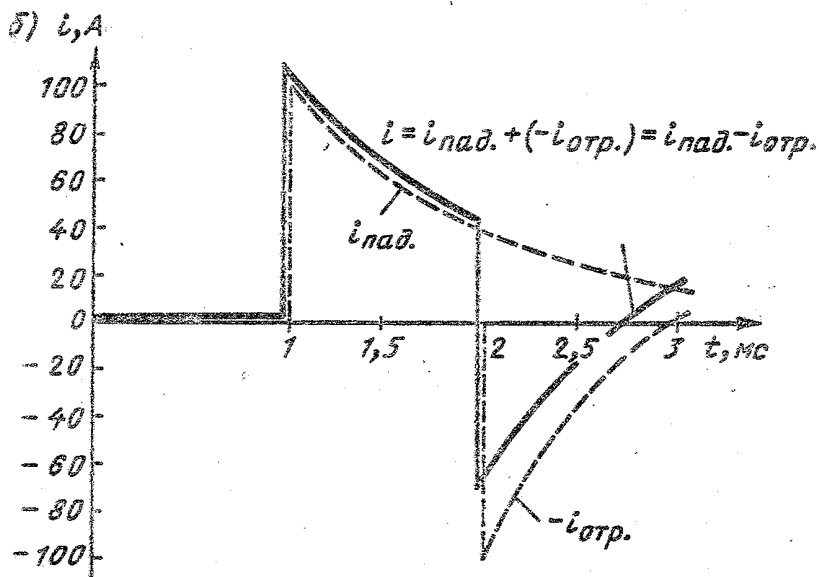
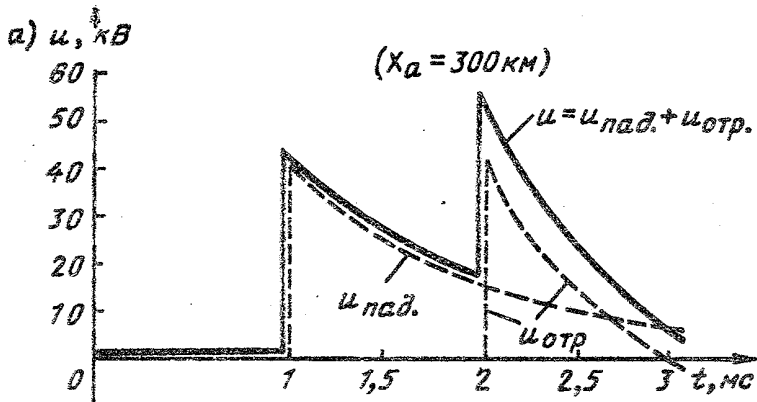


Рис. 2.6

На рис. 2.6 приведены графики изменения во времени действительных напряжения и тока в точке "Q" линии, а также напряжения и тока падающей и отраженной волн (пунктир). Графики тока отраженной волны изображены с изменением знака.

В заключение отметим, что современные методы расчета переходных процессов в линиях большой протяженности с потерями при наличии различных нелинейностей (поверхностный эффект, потери на корону и т.д.) изложены в [4].

С п и с о к л и т е р а т у р ы

1. Теоретические основы электротехники. Т.1. Основы теории линейных цепей / Под ред. П.А.Ионкина. - М.: Высш. шк., 1976. - 544 с.
 2. Основы теории цепей / Г.В.Зевеке, П.А.Ионкин, А.В.Нетушил, С.В.Страхов. - М.: Энергия, 1975. - 752 с.
 3. Сборник задач с решениями по теоретическим основам электротехники. Ч. 1У. / С.П.Власов, В.С.Воротников, Н.А.Горохова, Л.Г.Сегал / Под ред. В.Ф.Климова. - М.: Изд. МИИТ, 1983. - 124 с.
 4. И.Р. К а р а е в Переходные процессы в линиях большой протяженности. - М.: Энергия, 1978. - 192 с.
-

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| Предисловие | 3 |
| Задание. Расчет переходных процессов в электрической цепи, содержащей длинную линию . . | 5 |
| 1. Основные теоретические положения | 11 |
| 1.1. Расчет напряжения и тока падающей волны в начале линии | 19 |
| 1.2. Расчет напряжения и тока в конце линии. Определенные напряжения и тока отраженной волны | 15 |
| 1.3. Распределение напряжения и тока вдоль линии | 22 |
| 1.4. Изменение во времени напряжения и тока в фиксированной точке линии | 24 |
| 2. Пример расчета переходных процессов в электрической цепи, содержащей длинную линию . . . | 24 |
| 2.1. Расчет напряжения и тока падающей волны в начале линии | 25 |
| 2.2. Расчет напряжения и тока в конце линии . Расчет напряжения и тока отраженной волны | 26 |
| 2.3. Расчет распределения напряжения и тока вдоль линии | 32 |
| 2.4. Расчет изменения во времени напряжения и тока в фиксированной точке линии | 35 |
| Список литературы | 39 |
