РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

Задание № 1
ОСОБЕННОСТИ КОНЕЧНОРАЗРЯДНОЙ АРИФМЕТИКИ

1.1. Сложить в четырехразрядной арифметике, сохраняющей только четыре знака в мантиссе и отбрасывающей без округления остальные знаки, числа, верные в написанных знаках, найти абсолютную и относительную погрешности суммы. Сравнить относительную погрешность суммы с относительными погрешностями слагаемых.

1. $0{,}9999 \times 10^{3} + 0{,}0002 \times 10^{2} + 0{,}0001 \times 10^{1}$.
2. $0{,}0999 \times 10^{4} + 0{,}0002 \times 10^{5} + 0{,}0003 \times 10^{-1}$.
3. $0{,}9909 \times 10^{7} + 0{,}9002 \times 10^{6} + 0{,}\ 0005 \times 10^{5}$.
4. $0{,}0007 \times 10^{-3} + 0{,}9902 \times 10^{-1} + 0{,}1005 \times 10^{-2}$.
5. $0{,}8809 \times 10^{-20} + 0{,}9902 \times 10^{-21} + 0{,}6005 \times 10^{-22}$.
6. $0{,}9989 \times 10^{0} + 0{,}9000 \times 10^{-3} + 0{,}0005 \times 10^{-2}$.
7. $0{,}0909 \times 10^{-8} + 0{,}9001 \times 10^{-7} + 0{,}9005 \times 10^{-5}$.
8. $0{,}9989 \times 10^{1} + 0{,}9900 \times 10^{0} + 0{,}3006 \times 10^{-1}$.
9. $0{,}7909 \times 10^{-6} + 0{,}9000 \times 10^{-7} + 0{,}3005 \times 10^{-8}$.
10. $0{,}1234 \times 10^{-9} + 0{,}9904 \times 10^{-8} + 0{,}1007 \times 10^{-10}$.
11. $0{,}7659 \times 10^{4} + 0{,}9009 \times 10^{3} + 0{,}9905 \times 10^{2}$.
12. $0{,}9979 \times 10^{1} + 0{,}9082 \times 10^{-5} + 0{,}4009 \times 10^{-8}$.
13. $0{,}9888 \times 10^{-4} + 0{,}9002 \times 10^{3} + 0{,}7785 \times 10^{0}$.
14. $0{,}9999 \times 10^{-11} + 0{,}9999 \times 10^{-12} + 0{,}9999 \times 10^{-13}$.
15. $0{,}1234 \times 10^{0} + 0{,}1233 \times 10^{-1} + 0{,}\ 1232 \times 10^{-2}$.
16. $0{,}0001 \times 10^{7} + 0{,}0002 \times 10^{10} + 0{,}4000 \times 10^{9}$.
17. $0{,}9612 \times 10^{-15} + 0{,}9902 \times 10^{-16} + 0{,}8007 \times 10^{-17}$.
18. $0{,}1490 \times 10^{-17} + 0{,}9001 \times 10^{-16} + 0{,}8004 \times 10^{-18}$.
19. $0{,}9123 \times 10^{-6} + 0{,}12392 \times 10^{-4} + 0{,}9999 \times 10^{-5}$.

20. $0{,}1909 \times 10^5 + 0{,}9002 \times 10^6 + 0{,}9005 \times 10^4$.
21. $0{,}0349 \times 10^{12} + 0{,}9007 \times 10^{10} + 0{,}9005 \times 10^{11}$.
22. $0{,}7007 \times 10^2 + 0{,}990510^0 + 0{,}9907 \times 10^1$.
23. $0{,}9001 \times 10^7 + 0{,}9002 \times 10^9 + 0{,}8885 \times 10^8$.
24. $0{,}5577 \times 10^4 + 0{,}9782 \times 10^5 + 0{,}8005 \times 10^3$.
25. $0{,}9979 \times 10^7 + 0{,}9042 \times 10^3 + 0{,}0007 \times 10^2$.

1.2. Найти в четырехразрядной арифметике разность чисел, верных в написанных знаках, и вычислить относительную погрешность разности. Сравнить относительную погрешность разности с относительными погрешностями уменьшаемого и вычитаемого.

1. $0{,}9998 \times 10^{-3} - 0{,}9997 \times 10^{-3}$.
2. $0{,}7844 \times 10^4 - 0{,}7842 \times 10^4$.
3. $0{,}2223 \times 10^7 - 0{,}2222 \times 10^7$.
4. $0{,}1007 \times 10^{-3} - 0{,}1004 \times 10^{-3}$.
5. $0{,}1809 \times 10^{-20} - 0{,}1809 \times 10^{-20}$.
6. $0{,}1579 \times 10^{-10} - 0{,}1577 \times 10^{-10}$.
7. $0{,}0909 \times 10^{-8} - 0{,}0908 \times 10^{-8}$.
8. $0{,}9989 \times 10^0 - 0{,}9986 \times 10^0$.
9. $0{,}1909 \times 10^{-6} - 0{,}1907 \times 10^{-6}$.
10. $0{,}1234 \times 10^{-9} - 0{,}1231 \times 10^{-9}$.
11. $0{,}7659 \times 10^{-4} - 0{,}7660 \times 10^{-4}$.
12. $0{,}9979 \times 10^{-5} - 0{,}9980 \times 10^{-5}$.
13. $0{,}9888 \times 10^{-4} - 0{,}9890 \times 10^{-4}$.
14. $0{,}1999 \times 10^{-11} - 0{,}1997 \times 10^{-11}$.
15. $0{,}5234 \times 10^0 - 0{,}5233 \times 10^0$.
16. $0{,}1001 \times 10^{-7} - 0{,}1002 \times 10^{-7}$.
17. $0{,}9612 \times 10^{-15} - 0{,}9614 \times 10^{-15}$.
18. $0{,}1490 \times 10^{-17} - 0{,}1491 \times 10^{-17}$.
19. $0{,}9123 \times 10^{-6} - 0{,}9125 \times 10^{-6}$.
20. $0{,}1909 \times 10^{-5} - 0{,}1910 \times 10^{-5}$.
21. $0{,}0349 \times 10^{-12} - 0{,}0350 \times 10^{-12}$.
22. $0{,}7007 \times 10^{-2} - 0{,}7008 \times 10^{-2}$.
23. $0{,}9001 \times 10^{-7} - 0{,}9002 \times 10^{-7}$.
24. $0{,}5577 \times 10^{-4} - 0{,}5578 \times 10^{-4}$.
25. $0{,}1997 \times 10^{-7} - 0{,}1999 \times 10^{-7}$.

Задание № 2
ПОГРЕШНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ ФУНКЦИИ

2.1. Вычислить значение функции трех переменных $z = z(x_1, x_2, x_3)$ при заданных значениях аргументов x_1, x_2, x_3, считая их верными в написанных знаках.

2.2. Оценить абсолютную и относительную погрешности результата, указать верные знаки в вычисленном значении функции.

2.3. Экспериментально оценить число обусловленности задачи по отношению к погрешности верного в написанных знаках аргумента x_1, полагая, что x_2 и x_3 точные числа.

1. $z(x_1, x_2, x_3) = 5x_1^4 + 2x_1^2x_2x_3 - 4x_1^3x_2^2 - 2x_1$;
   $x_1 = 1{,}001$; $x_2 = 0{,}025$; $x_3 = 10{,}001$.
2. $z(x_1, x_2, x_3) = -x_1 + \sqrt{x_1^2 - x_2x_3}$;
   $x_1 = -10$; $x_2 = 4{,}3$; $x_3 = 1{,}1$.
3. $z(x_1, x_2, x_3) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^3}$;
   $x_1 = -18{,}1$; $x_2 = 1{,}4$; $x_3 = 40{,}01$.
4. $z(x_1, x_2, x_3) = \sqrt[3]{e^{x_1} - e^{x_2}\sqrt{x_3}}$;
   $x_1 = 1{,}02$; $x_2 = 1{,}01$; $x_3 = 4{,}14$.
5. $z(x_1, x_2, x_3) = x_1^3 + 2x_2^2 - 4x_3^3x_2^2$;
   $x_1 = 1{,}05$; $x_2 = 0{,}25$; $x_3 = 2{,}01$.
6. $z(x_1, x_2, x_3) = \dfrac{x_1 + x_2^2}{x_3}$;
   $x_1 = 3{,}28$; $x_2 = 0{,}932$; $x_3 = 1{,}132$.
7. $z(x_1, x_2, x_3) = x_2x_3 + x_2x_1 + x_3x_1$;
   $x_1 = 2{,}104$; $x_2 = 1{,}935$; $x_3 = 0{,}845$.
8. $z(x_1, x_2, x_3) = \dfrac{2^{\sqrt{x_1}} + 3^{\sqrt{x_3}}}{x_3}$;
   $x_1 = 3{,}18$; $x_2 = 4{,}21$; $x_3 = 5{,}13$.
9. $z(x_1, x_2, x_3) = \ln x_1 \sin(x_2 + x_3)$;
   $x_1 = 3{,}4$; $x_2 = 5{,}95$; $x_3 = 3{,}80$.
10. $z(x_1, x_2, x_3) = \ln(\sin(x_3) + x_2) - x_1$;
    $x_1 = 2{,}0$; $x_2 = 1{,}0$; $x_3 = 3{,}14$.
11. $z(x_1, x_2, x_3) = x_3 \ln\sqrt{x_1^2 + x_2^2}$;
    $x_1 = -3{,}1$; $x_2 = 4{,}05$; $x_3 = 40{,}01$.
12. $z(x_1, x_2, x_3) = x_1^{x_2} + x_2^{x_3}$;
    $x_1 = 3{,}0$; $x_2 = 2$; $x_3 = 2{,}01$.

13. $z(x_1, x_2, x_3) = \cos\left(\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^3}\right)$;
$x_1 = -1{,}1$; $x_2 = 2{,}14$; $x_3 = 3{,}201$.
14. $z(x_1, x_2, x_3) = e^{x_1} \ln(x_1^2 + x_3^3)$;
$x_1 = -0{,}5$; $x_2 = 2{,}05$; $x_3 = 1{,}01$.
15. $z(x_1, x_2, x_3) = \dfrac{x_1^3 - x_2^2}{x_3 + x_2}$;
$x_1 = 2{,}28$; $x_2 = 0{,}9$; $x_3 = 1{,}132$.
16. $z(x_1, x_2, x_3) = \dfrac{x_1^2 + x_2^2}{x_3 + x_2^2}$;
$x_1 = 1{,}48$; $x_2 = 1{,}8$; $x_3 = 1{,}1$.
17. $z(x_1, x_2, x_3) = \sqrt{\dfrac{x_1^2 + x_2}{x_3}}$;
$x_1 = 1{,}41$; $x_2 = 22{,}\ 8$; $x_3 = 1{,}1$.
18. $z(x_1, x_2, x_3) = \sqrt{(x_2 - x_1)(x_3 - x_2)}$;
$x_1 = 0{,}25$; $x_2 = 10{,}8$; $x_3 = 25{,}11$.
19. $z(x_1, x_2, x_3) = \sqrt{\dfrac{x_1^2 - x_3}{x_3 - x_2}}$;
$x_1 = 5{,}41$; $x_2 = 0{,}08$; $x_3 = 1{,}1$.
20. $z(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2^2 + x_3^3$;
$x_1 = 0{,}4$; $x_2 = 2{,}8$; $x_3 = 1{,}5$.
21. $z(x_1, x_2, x_3) = x_3\sqrt{x_1^2 + x_2^2}$;
$x_1 = 3{,}11$; $x_2 = 4{,}08$; $x_3 = 5{,}1$.
22. $z(x_1, x_2, x_3) = x_2 x_3^2 + x_1^3$;
$x_1 = 1{,}4$; $x_2 = 2{,}8$; $x_3 = 4{,}2$.
23. $z(x_1, x_2, x_3) = \sqrt{x_1^2 x_2^2 + x_3 x_2^3}$;
$x_1 = 2{,}11$; $x_2 = 4{,}18$; $x_3 = 7{,}1$.
24. $z(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 e^{x_2 x_3^2}$;
$x_1 = 10{,}4$; $x_2 = 0{,}5$; $x_3 = 4{,}1$.
25. $z(x_1, x_2, x_3) = (x_1^2 + x_3^2)\operatorname{arctg}\left(\sqrt{x_2}\right)$;
$x_1 = 1{,}4$; $x_2 = 4{,}001$; $x_3 = 2{,}5$.

Задание № 3
НАХОЖДЕНИЕ КОРНЕЙ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ

Локализовать корни. Найти решение нелинейного уравнения методами бисекции, простых итераций, Ньютона с точностью $\varepsilon = 0{,}001$.

1. $\ln(x - x^2) - x\sqrt{x} + 2 = 0.$
2. $x^2 + e^{-x} - 2 = 0.$
3. $(x - 2)^2 - \ln x = 0.$
4. $(e^x - 1) - \dfrac{1}{x} = 0.$
5. $e^x + x - 1 = 0.$
6. $e^x - \sqrt{2 - x^2} = 0.$
7. $\sqrt{x + 1} - 2\sin x = 0.$
8. $\sqrt{9 - x^2} - e^x - 1 = 0.$
9. $x^2 + 2x + e^{-(x+1)} - 1 = 0.$
10. $\ln x - 2 + x = 0.$
11. $\ln(2x - x^2) - \sqrt{x} + 2 = 0.$
12. $x^2 - x\ln x - 3x + 1 = 0.$
13. $e^x - 3\sqrt{x} = 0.$
14. $\log_{0,5} x - \sqrt{x} = 0.$
15. $\lg(1 - x^2) - e^{-x} - 2 = 0.$
16. $x^3 - \log_{0,5} x = 0.$
17. $5x^2 - 10x - e^{-x} = 0.$
18. $x^2 - 0{,}2x - e^{\cos x} + 1{,}01 = 0.$
19. $2\cos x - \ln x = 0.$
20. $e^{\cos x} - \dfrac{1}{\sqrt{x}} = 0.$
21. $e^x - x - 2 = 0.$
22. $2(x + 1)^2 + \sin(x - 1) - 1 = 0.$
23. $\sqrt{x - 2} - \ln x = 0.$
24. $2 - x^2 - \lg x = 0.$
25. $e^x - 5\sqrt{x} = 0.$

Задание № 4

ОЦЕНКА ЧИСЛА ОБУСЛОВЛЕННОСТИ ДЛЯ ЗАДАЧИ НАХОЖДЕНИЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Коэффициенты основной матрицы системы точны, а правые части верны в написанных знаках. Не решая системы, априорно оценить относительную погрешность решения:

$$\begin{cases} (N+1)x_1 + (N+2)x_2 + (N+3)x_3 = 2N+5, \\ \left(N + \dfrac{1001+N}{1000}\right)x_1 + (N+2{,}001)x_2 + (N+3{,}005)x_3 = 2N+5{,}006, \\ (N+0{,}9999)x_1 + (N+1{,}9999)x_2 + (N+2{,}9002)x_3 = 2N+4{,}9001. \end{cases}$$

Задание № 5
МЕТОД ГАУССА С ВЫБОРОМ ГЛАВНОГО ЭЛЕМЕНТА

Дважды решить систему уравнений методом Гаусса: первый раз без выбора главного (ведущего) элемента, второй раз — с выбором главного элемента. Все вычисления производить в пятизначной арифметике, сохраняющей только пять значащих цифр и отбрасывающей лишние знаки без округления. После каждого действия демонстрировать отбор нужных значащих цифр:

$$\begin{cases} -\dfrac{N+2}{1000}x_1 + 6x_2 = 6 + \dfrac{N+2}{1000}, \\ \left(2{,}5 + \dfrac{N+2}{1000}\right)x_1 + 5x_2 = 2{,}5 - \dfrac{N+2}{1000}. \end{cases}$$

Задание № 6
МЕТОД ПРОСТЫХ ИТЕРАЦИЙ ДЛЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

6.1. Привести данную систему к виду, когда сходится метод простых итераций.

6.2. Априорно оценить число итераций, необходимых для достижения точности решения 10^{-3}.

6.3. Решить систему до заданной точности методом простых итераций. В промежуточных вычислениях удерживать пять знаков после десятичной точки:

$$\begin{cases} (20N+15{,}1)x_1 + (3N+4)x_2 + (5N+7)x_3 = 30N + 29{,}1, \\ x_1 + (10{,}5+N)x_2 + (N+0{,}01)x_3 = 2N + 1{,}02, \\ (N-1{,}9)x_1 + (N+4{,}002)x_2 + (16+4N)x_3 = 9\mathrm{N} + 30{,}1. \end{cases}$$

Задание № 7
ОДНОМЕРНАЯ БЕЗУСЛОВНАЯ МИНИМИЗАЦИЯ

Дана функция $F(x) = x^2 - 2(N+5{,}001)x + \dfrac{1}{x^4 + (N+1)x^2 + 10}$.

7.1. Показать, что на отрезке $[N + 2;\, N + 8]$ находится только один локальный минимум (или одно наименьшее значение).

7.2. Найти локальный минимум или наименьшее значение данной функции на отрезке $[N + 2;\, N + 8]$ с точностью до 10^{-2} методом золотого сечения.

7.3. Оценить интервал неопределенности локального минимума или наименьшего значения, принадлежащего отрезку $[N + 2; N + 8]$, если все расчеты проводятся с точностью до 10^{-8}.

7.4. Оценить относительную погрешность найденного локального минимума или наименьшего значения по отношению к относительной погрешности коэффициента при x в первой степени (т. е. $-2(N + 5{,}001)$, считая, что последняя равна 10%).

Задание № 8
МНОГОМЕРНАЯ БЕЗУСЛОВНАЯ МИНИМИЗАЦИЯ

Методом градиентного спуска найти минимум следующей функции: $F(x_1, x_2) = ax_1^2 + bx_2^2 + cx_1 + dx_2 + N + 5$ с точностью 10^{-4}, $a = N + 1$, $b = -(N + 2)/10$, $c = (N + 2)/100$, $d = (N + 2)/10$. Начальный шаг выбрать равным 0,05. Начальное приближение выбрать таким: $x_1^{(0)} = 0, x_2^{(0)} = 0$.

Задание № 9
КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Для данной системы пяти точек: $A_1(-2; -2N - 1)$, $A_2(-1; -N + 1)$, $A_3(0; N + 4)$, $A_4(1; -N - 1)$, $A_5(2; 3N + 1)$:

1) подобрать по методу наименьших квадратов линейную $y = a_0 + a_1x$ и квадратичную $y = b_0 + b_1x + b_2x^2$ зависимости и оценить средние квадратические отклонения;

2) на одном рисунке на отрезке $x \in [-2; 2]$ крестиком отметить табличные точки, пунктиром изобразить участок прямой $y = a_0 + a_1x$ и сплошной линией — участок параболы $y = b_0 + b_1x + b_2x^2$.

Задание № 10
МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ, В КОТОРОМ УЧИТЫВАЮТСЯ ПОГРЕШНОСТЬ ФУНКЦИИ И ПОГРЕШНОСТЬ НЕЗАВИСИМОГО АРГУМЕНТА

Обработать данные таблицы по методу наименьших квадратов, в котором учитываются погрешности функции и погрешности независимого аргумента.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Вариант 1

R	8,0	9,0	10,0	11,0	30,0
T	20,3	21,5	22,1	20,5	19,8

Вариант 2

R	5,0	6,0	7,0	8,0	25,0
T	24,4	25,8	26,5	24,6	24,0

Вариант 3

R	5,1	6,2	7,3	8,4	25,0
T	12,3	13,7	14,4	12,5	9,2

Вариант 4

R	4,1	5,0	6,0	9,2	20,1
T	10,3	11,4	12,0	10,3	7,5

Вариант 5

R	10,0	11,1	12,0	14,2	25,1
T	10,3	11,4	12,1	10,5	8,0

Вариант 6

R	2,0	4,0	6,0	7,0	18,0
T	9,2	10,1	11,0	9,0	8,1

Вариант 7

R	3,0	5,0	7,0	8,0	22,1
T	8,1	9,2	10,1	8,3	7,5

Вариант 8

R	4,0	5,0	6,0	9,0	27,0
T	15,3	16,5	17,1	15,5	14,9

Вариант 9

R	6,0	7,0	8,1	10,2	30,0
T	14,3	15,6	16,7	14,2	13,0

Вариант 10

R	2,0	3,0	4,0	5,0	26,0
T	14,3	15,2	16,5	14,5	13,8

Вариант 11

R	3,0	4,0	5,0	7,0	18,0
T	12,1	13,2	14,0	12,0	11,9

Вариант 12

R	6,0	7,0	8,0	10,0	32,1
T	14,1	15,3	16,2	14,0	13,5

Вариант 13

R	3,5	4,6	5.5	6,5	20,0
T	10,1	11,2	12,0	10,0	9,6

Вариант 14

R	2,0	3,0	4,0	6,0	20,0
T	9,1	10,3	11,0	9,0	8,8

Вариант 15

R	4,1	5,4	6,7	8,2	24,0
T	10,1	11,2	12,0	10,0	9,8

Вариант 16

R	5,1	6,2	7,5	8,0	20,0
T	15,0	16,1	17,2	15,2	14,8

Вариант 17

R	4,0	6,0	8,0	9,0	30,0
T	14,2	15,3	16,1	14,0	13,7

Вариант 18

R	1,0	2,0	4,0	6,0	18,0
T	9,0	10,1	11,2	8,9	8,7

Вариант 19

R	1,5	2,5	3,5	5,5	20,5
T	8,1	9,2	10,3	8,0	7,8

Вариант 20

R	2,0	4,0	6,0	9,0	30,0
T	16,2	17,5	18,7	16,1	15,5

Вариант 21

R	2,2	4,2	5,2	7,0	25,5
T	15,5	16,7	17,9	15,4	15,0

Вариант 22

R	3,0	4,0	5,0	7,0	20,0
T	14,0	15,3	16,1	13,7	13,0

Вариант 23

R	2,0	3,0	4,0	7,0	20,0
T	12,1	13,2	14,4	12,2	11,7

Вариант 24

R	1,0	2,0	3,0	4,0	20,0
T	8,1	9,2	10,3	8,2	7,7

Вариант 25

R	1,6	2,7	4,0	7,0	25,0
T	7,0	8,4	9,2	7,4	6,6

Задание № 11
ИНТЕРПОЛЯЦИЯ

Для данной системы пяти точек $A_1(-2; -2N-1)$, $A_2(-1; -N+1)$, $A_3(0; N+4)$, $A_4(1; -N-1)$, $A_5(2; 3N+1)$ построить интерполяционный многочлен Лагранжа $L_4(x)$. Вычислить $L_4(1,5)$. По первым четырем точкам построить интерполяционный полином $L_3(x)$ и найти $L_3(1,5)$. Оценить приближенно погрешность для $L_3(1,5)$ по формуле $R_3(1,5) \approx |L_4(1,5) - L_3(1,5)|$.

Задание № 12
ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

12.1. Вычислить интеграл $\int\limits_a^b f(x)dx$ дважды: первый раз с шагом $h = 0,1$, второй раз с шагом $h = 0,2$, используя формулы:

а) центральных прямоугольников;

б) трапеций;

в) Симпсона.

12.2. Оценить погрешность всех результатов, пользуясь правилом Рунге:

1. $\int\limits_0^2 arctg(x^2)dx$. 2. $\int\limits_1^3 \frac{\sin x^2}{x^2}dx$. 3. $\int\limits_{0,5}^{2,5} \cos(\sqrt{x})dx$.

4. $\int\limits_0^2 \sin(\sqrt{x})dx$. 5. $\int\limits_{0,1}^{2,1} \frac{\sin 5x}{x}dx$. 6. $\int\limits_0^2 e^{-0,1x^2}dx$.

7. $\int\limits_{0,1}^{2,1} \frac{\ln(1+x^2)}{x} dx$. 8. $\int\limits_{1}^{3} x\, arctg\sqrt{x} dx$. 9. $\int\limits_{0}^{2} xe^{-\sqrt{x}} dx$.

10. $\int\limits_{0}^{2} \sin(x^2) dx$. 11. $\int\limits_{0}^{2} \cos(x^2) dx$. 12. $\int\limits_{0}^{2} e^{\sin x} dx$.

13. $\int\limits_{0}^{2} \sqrt{x}\cos(\sqrt{x}) dx$. 14. $\int\limits_{0}^{2} \sqrt{x}\sin(\sqrt{x}) dx$. 15. $\int\limits_{0}^{2} e^{\cos x} dx$.

16. $\int\limits_{0}^{2} \sqrt{1+x^3} dx$. 17. $\int\limits_{0}^{2} \sqrt[3]{1+x^2} dx$. 18. $\int\limits_{0}^{2} \sqrt{x} e^x dx$.

19. $\int\limits_{0}^{2} \cos(e^{-x}) dx$. 20. $\int\limits_{0}^{2} \sqrt{1+e^x} dx$. 21. $\int\limits_{0}^{2} \sqrt{2+\sin x} dx$.

22. $\int\limits_{0}^{2} \sqrt{3+\cos x} dx$. 23. $\int\limits_{0}^{2} x\sqrt{4+\sin x} dx$. 24. $\int\limits_{0}^{2} x\sqrt{2+x^3} dx$.

25. $\int\limits_{0}^{2} \sqrt{\sin x} dx$.

Задание № 13
ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ

Численно решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения $y' = f(x, y(x))$, $x \in [x_0, b]$, $y(x_0) = y_0$ на заданном отрезке $x \in [x_0, b]$ вначале с шагом $h = 0,2$, затем с шагом $h = 0,1$:

а) методом Эйлера;

б) найти точное решение;

в) для пункта *а* оценить погрешности с помощью правила Рунге;

г) на одном рисунке построить графики точного решения и найденного приближенного решения;

д) сформулировать задачу Коши для абсолютной погрешности решения $\Delta_{y(x)}$ по отношению к Δ_{y0} — абсолютной погрешности величины начального условия y_0. Считать, что начальное значение Δ_{y0} равно 5% от y_0. Найти точное решение этой задачи и решение методом Рунге–Кутта второго порядка точности:

1. $y' = \frac{y}{x} + x^2$, $x \in [x_0 = 1; b = 2]$, $y(x_0) = 1$.
2. $y' = \frac{y}{x} + x^3$, $x \in [x_0 = 0,5; b = 1,5]$, $y(x_0) = 0,1$.
3. $y' = -xy - x^3$, $x \in [x_0 = 0,5; b = 1,5]$, $y(x_0) = 1,1$.

4. $y' = y\operatorname{ctg}x + 2x\sin x$, $x \in [x_0 = \pi/2;\ b = \pi/2 + 1]$, $y(x_0) = 1$.

5. $y' = \dfrac{y}{x+2} + 2x + x^2$, $x \in [x_0 = 0; b = 1]$, $y(x_0) = 2$.

6. $y' = \dfrac{(2x-1)y}{x^2} + 1 + x^2$, $x \in [x_0 = 2; b = 3]$, $y(x_0) = 1$.

7. $y' = -2xy - 2x^3$, $x \in [x_0 = 1;\ b = 2]$, $y(x_0) = 3$.

8. $y' = \dfrac{y}{x} + 5x\cos x$, $x \in [x_0 = \pi/5; b = \pi/5 + 1]$, $y(x_0) = 1$.

9. $y' = -xy - x^4$, $x \in [x_0 = 1;\ b = 2]$, $y(x_0) = 2$.

10. $y' = -y\operatorname{tg}x + \cos^2 x$, $x \in [x_0 = 0;\ b = 1]$, $y(x_0) = 1$.

11. $y' = \dfrac{3y}{x} + x^3e^x$, $x \in [x_0 = 1; b = 2]$, $y(x_0) = e$.

12. $y' = -\dfrac{2y}{x} + x^{-2}$, $x \in [x_0 = 3; b = 4]$, $y(x_0) = 1$.

13. $y' = 4xy + x$, $x \in [x_0 = 1;\ b = 2]$, $y(x_0) = 0{,}75$.

14. $y' = -2xy + 2xe^{-x^2}$, $x \in [x_0 = 1; b = 2]$, $y(x_0) = 5$.

15. $y' = -y\operatorname{tg}x + \sin 2x$, $x \in [x_0 = \pi/4;\ b = \pi/4 + 1]$, $y(x_0) = 1$.

16. $y' = -\dfrac{3y}{x} + \dfrac{2}{x^3}$, $x \in [x_0 = 1; b = 2]$, $y(x_0) = 3$.

17. $y' = \dfrac{2x(x-y)}{1+x^2}$, $x \in [x_0 = 0; b = 1]$, $y(x_0) = 5$.

18. $y' = \dfrac{y}{x} - \dfrac{2\ln x}{x}$, $x \in [x_0 = e; b = e + 1]$, $y(x_0) = \dfrac{1}{e}$.

19. $y' = \dfrac{2y}{x+1} + (x+1)^3$, $x \in [x_0 = 0; b = 1]$, $y(x_0) = 2$.

20. $y' = \dfrac{y}{x} + 9x^3$, $x \in [x_0 = 2; b = 3]$, $y(x_0) = 1$.

21. $y' = \dfrac{y}{x} + x\sqrt{x}$, $x \in [x_0 = 1; b = 2]$, $y(x_0) = 1$.

22. $y' = -\dfrac{y}{x} + \dfrac{(x+1)e^x}{x}$, $x \in [x_0 = 1; b = 2]$, $y(x_0) = e$.

23. $y' = -\dfrac{y}{x} - \dfrac{\cos x}{x}$, $x \in [x_0 = \pi/4; b = \pi/2]$, $y(x_0) = 1$.

24. $y' = \dfrac{y}{x} + x^2\sqrt{x}$, $x \in [x_0 = 1; b = 2]$, $y(x_0) = 4$.

25. $y' = \dfrac{y}{x} + \sqrt[3]{x}$, $x \in [x_0 = 1; b = 2]$, $y(x_0) = 1$.