*Глава 5*

# ПЕРЕМЕННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Основное преимущество переменного тока перед постоянным состоит в том, что с помощью трансформаторов можно просто и экономично как увеличивать, так и уменьшать напряжение с одновременным уменьшением или увеличением силы тока так, что передаваемая по цепи мощность остается практически неизменной.

## 5.1. Квазистационарные токи

Трансформатор, генератор переменного тока, электродвигатель переменного тока - все эти устройства для своей работы используют переменный ток. При описании процессов, протекающих в них, использовался закон Ома и вытекающие из него и закона сохранения заряда правила Кирхгофа, установленные для постоянного тока. Однако эти соотношения остаются справедливыми и для мгновенных значений переменных токов и напряжений, если только они происходят не слишком быстро. Электромагнитное поле распространяется по цепи со скоростью света с = $3\cdot10^8$м/с. Если за время $\tau = \frac{l}{c}$, необходимое для достижения электромагнитным полем самой отдаленной точки цепи, находящейся на расстоянии $l$, сила тока изменяется незначительно, то мгновенные значения силы тока во всех сечениях цепи будут (практически) одинаковыми. Токи, удовлетворяющие такому требованию, называются *квазистационарными*. Для периодически изменяющихся токов условие квазистационарности запишется следующим образом

$$\tau = \frac{l}{c} << T,$$

где $T = 1/\nu$ – период колебаний. Токи промышленной частоты ($\nu$ = 50Гц) квазистационарны для цепей длиной до 100 - 120 км ($\tau \sim 0{,}01T$).

## 5.2. Векторные диаграммы для описания переменных токов и напряжений

Если переменное напряжение изменяется с течением времени по закону синуса или косинуса, то оно представимо в виде функции, описывающей гармонические колебания

$$U(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi_0), \qquad (5.1)$$

где $U_m$ – амплитуда (максимальное значение) напряжения, $\omega$ – круговая частота колебаний, $\varphi_0$ – начальная фаза колебаний. Аргумент косинуса

$$\varphi(t) = \omega t + \varphi_0 \qquad (5.2)$$

называется *фазой колебаний*, причем $\varphi(0) = \varphi_0$. Для наглядного описания гармонических колебаний используется *метод векторных диаграмм*. Согласно этому методу значение колеблющейся величины (5.1) в любой момент времени представляется в виде *вектор-амплитуды*. Модуль этого вектора

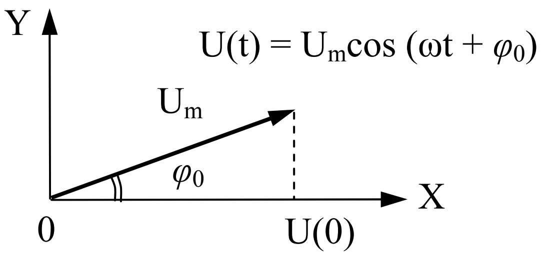



Рис. 5.1

совпадает с величиной амплитуды колебаний $U_m$, угол между вектором и некоторой осью X равен начальной фазе $\varphi_0$ (рис. 5.1). Отметим, что любое синусоидальное колебание можно представить как косинусоидальное с другой начальной фазой $\varphi_0'$, т.к.

$$U_m \sin(\omega t + \varphi_0) = U_m\cos\left(\frac{\pi}{2} - (\omega t + \varphi_0)\right) = U_m\cos\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right) = U_m\cos(\omega t + \varphi_0').$$

Следовательно, данному синусоидальному колебанию можно сопоставить вектор длиной $U_m$, имеющий начальную фазу $\varphi_0' = \varphi_0 - \frac{\pi}{2}$ (рис. 5.2).

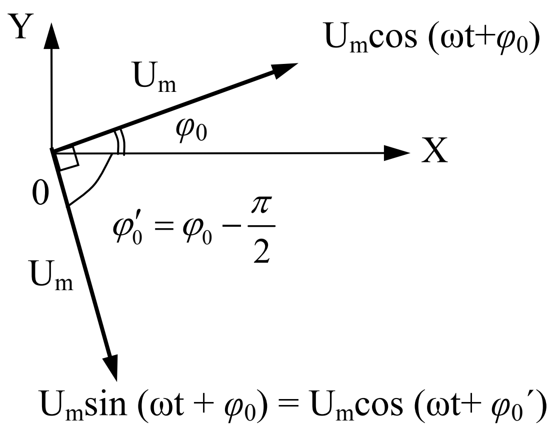



Рис. 5.2

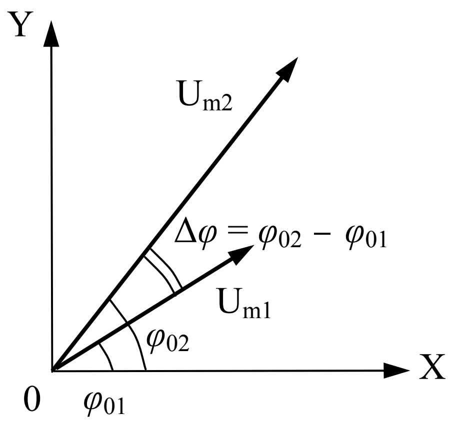



Рис. 5.3

Представим на векторной диаграмме два гармонических колебания с одинаковыми частотами $\omega$, разными амплитудами $U_{m1}$ и $U_{m2}$ и начальными фазами $\varphi_{01}$ и $\varphi_{02}$ (рис. 5.3)

$$U_1(t) = U_{m1}\cos(\omega t + \varphi_{01}),$$
$$U_2(t) = U_{m2}\cos(\omega t + \varphi_{02}).$$

Разность фаз $\Delta\varphi$ между $U_2$ и $U_1$ в любой момент времени определяется соотношением

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_{02}) - (\omega t + \varphi_{01}) = \varphi_{02} - \varphi_{01}$$

и соответствует углу между двумя векторами. Если $\Delta\varphi > 0$, то говорят, что *второе колебание опережает первое по фазе на* $\Delta\varphi$*,* или что *первое колебание на* $\Delta\varphi$ *отстает от второго.* Если $\Delta\varphi < 0$, то наоборот.

## Сложение двух колебаний с одинаковыми частотами методом векторных диаграмм

Рассмотрим сложение двух гармонических колебаний с одинаковыми частотами, но разными амплитудами и начальными фазами. Пусть

$$U_1(t) = U_{1m}\cos\omega t\,,\ \ U_2(t) = U_{2m}\cos(\omega t - \varphi_0)$$

Здесь $\Delta\varphi = -\varphi_0$.Сопоставим каждому из колебаний на векторной диаграмме свой вектор-амплитуду

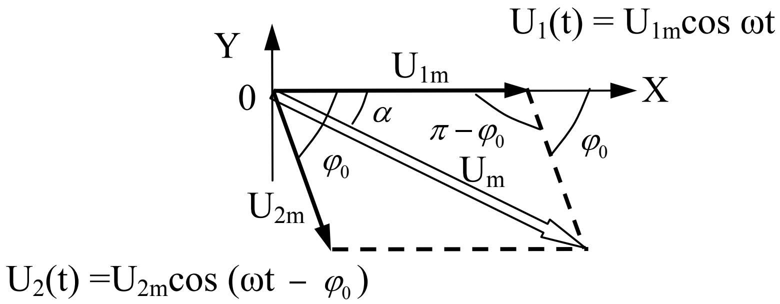



Рис. 5.4

На рис. 5.4 показан вектор-амплитуда, соответствующий *результирующему колебанию*. Он построен *геометрическим сложением* двух исходных векторов-амплитуд и представляет собой диагональ параллелограмма, построенного на этих векторах как на его сторонах. Длина этого вектора, соответствующего амплитуде результирующего колебания и по теореме косинусов равна

$$U_m = \sqrt{U_{1m}^2 + U_{2m}^2 - 2U_{1m}U_{2m}\cos(\pi - \varphi_0)} = \sqrt{U_{1m}^2 + U_{2m}^2 + 2U_{1m}U_{2m}\cos\varphi_0}\ .$$

Начальная фаза результирующего колебания соответствует углу между результирующим вектором и осью OX и равна $-\alpha$ . Напомним, что положительные и отрицательные углы относительно оси X отсчитываются, соответственно, против и по часовой стрелке. По теореме косинусов имеем

$$U_{2m}^2 = U_{1m}^2 + U_m^2 - 2U_{1m}U_m\cos\alpha$$

или

$$\cos\alpha = \frac{U_{1m}^2 + U_m^2 - U_{2m}^2}{2U_{1m}U_m}$$

Подставляя в это выражение найденное ранее $U_m$, получаем

$$\cos\alpha = \frac{U_{1m}^2 + U_{1m}^2 + U_{2m}^2 + 2U_{1m}U_{2m}\cos\varphi_0 - U_{2m}^2}{2U_{1m}\sqrt{U_{1m}^2 + U_{2m}^2 + 2U_{1m}U_{2m}\cos\varphi_0}} = \frac{U_{1m} + U_{2m}\cos\varphi_0}{\sqrt{U_{1m}^2 + U_{2m}^2 + 2U_{1m}U_{2m}\cos\varphi_0}}.$$

Таким образом, результирующее колебание имеет вид

$$U(t) = U_m\cos(\omega t - \alpha)$$

или

$$U(t) = \sqrt{U_{1m}^2 + U_{2m}^2 + 2U_{1m}U_{2m}\cos\varphi_0}\,\cos(\omega t - \arccos\frac{U_{1m} + U_{2m}\cos\varphi_0}{\sqrt{U_{1m}^2 + U_{2m}^2 + 2U_{1m}U_{2m}\cos\varphi_0}}).$$

Таким образом, *в методе векторных диаграмм алгебраическое сложение колебаний заменяется геометрическим сложением их вектор – амплитуд. По результирующему вектору-амплитуде определяется результирующее колебание.*

В общем случае при сложении двух колебаний с разными частотами *углы между соответствующими векторами-амплитудами и осью X равны не начальным фазам, а полным* фазам *этих колебаний* $\varphi_1 = \omega_1 t + \varphi_{01}$ и $\varphi_2(t) = \omega_2 t + \varphi_{02}$.

## Вопросы и задания для самопроверки

1. Дайте определение фазы колебаний.
2. Какой объект в методе векторных диаграмм ставится в соответствие колеблющейся величине?
3. Как связаны косинусоидальные и синусоидальные колебания?
4. Каким способом складываются колебания в методе векторных диаграмм?

## Примеры решения задач

**Задача 5.1**

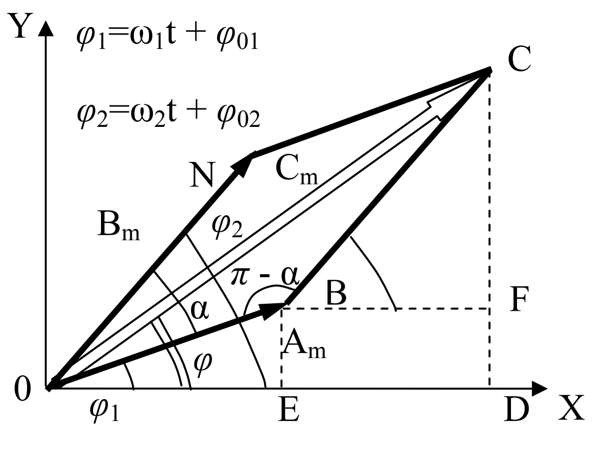
Даны два гармонических колебания $A(t) = A_m\cos(\omega_1 t + \varphi_{01})$ и $B(t) = B_m\cos(\omega_2 t + \varphi_{02})$ с разными амплитудами $A_m$ и $B_m$, частотами $\omega_1$ и $\omega_2$ и начальными фазами $\varphi_{01}$ и $\varphi_{02}$. Определить уравнение результирующего колебания $C(t) = C_m\cos\varphi(t)$.

Дано: $A_m$, $B_m$;

$\varphi_1(t) = \omega_1 t + \varphi_{01}$;

$\varphi_2(t) = \omega_2 t + \varphi_{02}$.

Найти: $C(t) = C_m\cos\varphi(t)$.



Сопоставим каждому из колебаний $A(t) = A_m\cos(\omega_1 t + \varphi_{01})$ и $B(t) = B_m\cos(\omega_2 t + \varphi_{02})$ свой вектор-амплитуду. Для первого колебания этот вектор имеет длину $A_m$ и расположен под углом $\varphi_1(t) = \omega_1 t + \varphi_{01}$ к оси X (вектор 0B). Для второго колебания - длину $B_m$ и угол $\varphi_2(t) = \omega_2 t + \varphi_{02}$ (вектор 0N).Результирующий вектор-амплитуда, равный геометрической сумме двух предыдущих, имеет длину $C_m$ и расположен под некоторым углом $\varphi(t)$ к оси X ( вектор 0C).

Опустим перпендикуляры CD и BE на ось X из точек C и B и перпендикуляр BF из точки B на отрезок CD. $\angle CBF = \angle N0E = \varphi_2$, так как это острые углы с взаимно параллельными сторонами, $\angle B0E = \varphi_1$, CB = 0N, FD = BE, ED = BF т.к. 0NCB и EBFD по построению - параллелограмм и прямоугольник. Определим все катеты прямоугольных треугольников CBF и B0E:

$$CF = CB\sin\angle CBF = 0N\sin\varphi_2 = B_m\sin\varphi_2 ,$$

$$BF = ED = CB\cos\angle CBF = 0N\cos\varphi_2 = B_m\cos\varphi_2 ,$$

$$BE = FD = 0B\sin\angle B0E = A_m\sin\varphi_1 ,$$

$$0E = 0B\cos\angle B0E = A_m\cos\varphi_1 .$$

Рассмотрим прямоугольный треугольник 0CD и определим его гипотенузу 0C и угол $\varphi$ между 0C и осью X.

$$\operatorname{tg}\varphi(t) = \frac{CD}{0D} = \frac{CF + FD}{0E + ED} = \frac{B_m\sin\varphi_2(t) + A_m\sin\varphi_1(t)}{B_m\cos\varphi_2(t) + A_m\cos\varphi_1(t)} =$$

$$= \frac{B_m\sin(\omega_2 t + \varphi_{02}) + A_m\sin(\omega_1 t + \varphi_{01})}{B_m\cos(\omega_2 t + \varphi_{02}) + A_m\cos(\omega_1 t + \varphi_{01})}. \qquad (1)$$

По построению

$$\alpha = (\varphi_2 - \varphi_1).$$

Тогда, по теореме косинусов

$$C_m = \sqrt{A_m^2 + B_m^2 - 2A_m B_m\cos(\pi - \alpha)} = \sqrt{A_m^2 + B_m^2 + 2A_m B_m\cos((\omega_2 - \omega_1)t + \varphi_{02} - \varphi_{01})} \qquad (2)$$

*Отметим, что в общем случае при сложении двух гармонических колебаний с разными частотами результирующее колебание не является гармоническим.*

Рассмотрим частный случай. Пусть равны амплитуды колебаний ($A_m = B_m$) и начальные фазы ($\varphi_{02} = \varphi_{01} = \varphi_0$). Так как

$$\cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1 + \cos\alpha}{2}} , \qquad (3)$$

то

$$C_m = \sqrt{B_m^2 + B_m^2 + 2B_m^2\cos(\omega_2 - \omega_1)t} = 2B_m\sqrt{\frac{1 + \cos(\omega_2 - \omega_1)t}{2}} = 2B_m\cos\frac{(\omega_2 - \omega_1)t}{2}. \qquad (4)$$

Используя соотношения

$$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x + y}{2}\cos\frac{x - y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x + y}{2}\cos\frac{x - y}{2} ,$$

получаем

$$\sin(\omega_1 t+\varphi_0)+\sin(\omega_2 t+\varphi_0)=2\sin(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t+\varphi_0)\cos\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t,$$

$$\cos(\omega_1 t+\varphi_0)+\cos(\omega_2 t+\varphi_0)=2\cos(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t+\varphi_0)\cos\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t.$$

Тогда

$$\varphi(t)=\mathrm{arctg}\frac{\sin(\omega_1 t+\varphi_0)+\sin(\omega_2 t+\varphi_0)}{\cos(\omega_1 t+\varphi_0)+\cos(\omega_2 t+\varphi_0)}=\mathrm{arctg}\frac{2\sin(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t+\varphi_0)\cos\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t}{2\cos(\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t+\varphi_0)\cos\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t}=$$

$$=\mathrm{arctg}(\mathrm{tg}(\frac{\omega_2+\omega_1}{2}t+\varphi_0))=\frac{\omega_2+\omega_1}{2}t+\varphi_0.$$

Ответ: $C(t) = C_m\cos\varphi(t)$,

где $C_m=\sqrt{A_m^2+B_m^2+2A_mB_m\cos((\omega_2-\omega_1)t+\varphi_{02}-\varphi_{01})}$,

$$\varphi(t)=\mathrm{arctg}\frac{B_m\sin(\omega_2 t+\varphi_{02})+A_m\sin(\omega_1 t+\varphi_{01})}{B_m\cos(\omega_2 t+\varphi_{02})+A_m\cos(\omega_1 t+\varphi_{01})}.$$

Если $A_m= B_m$ и $\varphi_{02}=\varphi_{01}=\varphi_0$, то $C(t)=2B_m\cos\frac{(\omega_2-\omega_1)t}{2}\cos(\frac{\omega_2+\omega_1}{2}t+\varphi_0)$

**Задача 5.2**

Определить разность фаз $\Delta\varphi$ двух гармонических колебаний одинаковой частоты ($\omega_1 = \omega_2 = \omega$) и амплитуды ($A_m = B_m$), если амплитуда их результирующего колебания $C_m$ равна амплитуде $A_m$ складываемых колебаний.

Дано: $C_m = A_m = B_m$;

$\varphi_1(t) = \omega t + \varphi_{01}$;

$\varphi_2(t) = \omega t + \varphi_{02}$.

Найти: $\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=\varphi_{02}-\varphi_{01}$.

Используя выражение (2) предыдущей задачи, получаем равенство

$$C_m=\sqrt{A_m^2+B_m^2+2A_mB_m\cos((\omega_2-\omega_1)t+\varphi_{02}-\varphi_{01})}.$$

По условию задачи $C_m = A_m = B_m$ и $\Delta\varphi=\varphi_{02}-\varphi_{01}$, т.е.

$$B_m=\sqrt{\hat{A}_m^2+B_m^2+2\hat{A}_mB_m\cos((\omega_2-\omega_1)t+\varphi_{02}-\varphi_{01})}=\sqrt{2\hat{A}_m^2+2B_m^2\cos(\Delta\varphi)}=$$

$$=B_m\sqrt{2(1+\cos(\Delta\varphi))}=B_m\sqrt{4\frac{1+\cos(\Delta\varphi)}{2}}=2B_m\cos\frac{\Delta\varphi}{2}.$$

Сокращая на $2B_m$, получаем

$$\frac{1}{2}=\cos\frac{\Delta\varphi}{2}.$$

Тогда $\frac{\Delta\varphi}{2}=60°$, а $\Delta\varphi=120°$.

Ответ: $\Delta\varphi=120°$.

### 5.3. Резистор в цепи переменного тока

Пусть в качестве нагрузки генератора переменного тока используется резистор сопротивлением R, и напряжение на генераторе изменяется по закону (рис. 5.5а)

$$\varepsilon(t) = U_m \cos\omega t,$$

где $U_m$ – амплитуда напряжения. Напомним, что напряжение на резисторе по постоянному току равно разности потенциалов электрического поля $\varphi_1 - \varphi_2$ на его концах, где направление от т.1 к т.2 совпадает с направлением тока. При таком определении сопротивление R всегда положительно. Так как в цепи переменного тока его направление периодически меняется, то необходимо выбрать направление положительного обхода контура, например так, как показано на рис.5.5а. Пусть для любого момента времени напряжение на резисторе

$$U(t) = \varphi_1 - \varphi_2 = \varepsilon(t).$$

При таком определении, если $U > 0$ ($\varphi_1 > \varphi_2$), то ток течет от т.1 к т.2, т.е. вдоль направления положительного обхода контура и, следовательно, $I > 0$.Если $U < 0$ ($\varphi_1 < \varphi_2$), то $I < 0$. В соответствии с законом Ома сила тока

$$I(t) = \frac{U(t)}{R} = \frac{U_m \cos\omega t}{R} = I_m \cos\omega t,$$

где $I_m = \dfrac{U_m}{R}$ – амплитуда силы тока. При таком определении сопротивление R всегда положительно. Очевидно (рис.5.5б), что напряжение и сила тока изменяются со временем по косинусоидальному закону с одинаковой фазой (т.е. синфазно). Следовательно, *колебания напряжения и сила тока в резисторе совпадают по фазе в любой момент времени.*

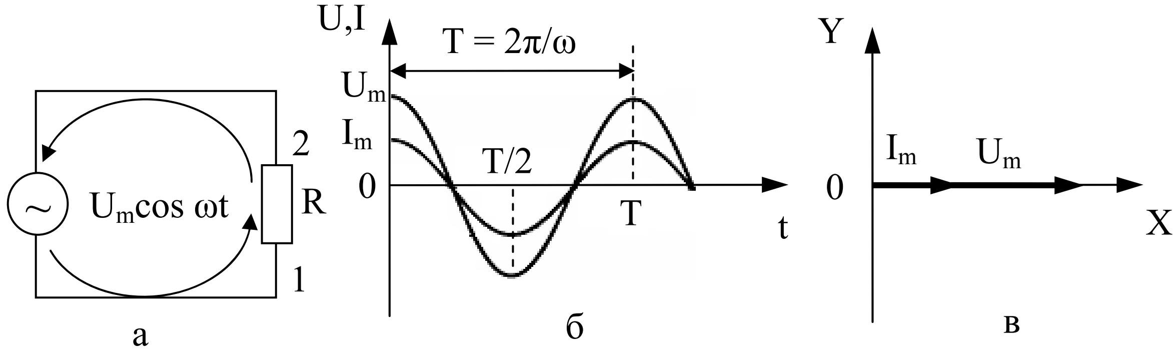



Рис.5.5

В соответствии с методом векторных диаграмм, вектор - амплитуды тока и напряжения имеют нулевую начальную фазу, длины, равные соответствующим амплитудным значениям и направлены по оси X (рис.5.5в).

## Действующие значения силы переменного тока и напряжения

Единица измерения силы тока 1А введена как сила постоянного тока. Возникает вопрос: как связать переменный ток ( в России и Европе его частота – 50 Гц) и постоянный. Среди известных действий электрического тока – химического, магнитного и теплового только последнее не зависит от направления тока. Поэтому решено считать, что *сила переменного тока* 1А *– это такой переменный ток, который выделяет в проводнике такое же количество теплоты за один и тот же временной интервал , что и постоянный ток в* 1А. В соответствии с этим определением вводится понятие действующего значения силы переменного тока: *действующее (эффективное) значение силы переменного тока равно силе постоянного тока, при котором в проводнике выделяется такое же количество теплоты, что и при переменном токе за один и тот же временной интервал*.

Если переменный ток изменяется по гармоническому закону, то в качестве временного интервала выбирают период колебания тока. Рассмотрим выражения для количества энергии $Q_{\sim}$ и $Q_{-}$ , выделяемые на резисторе за время $t = T = \frac{2\pi}{\omega}$ соответственно переменным и постоянным токами, а также средние мощности $\langle P_{\approx}\rangle$ и $\langle P_{=}\rangle$ этих токов. По закону Джоуля-Ленца:

$$Q_{\sim} = \int_0^T I(t)^2 R dt = \int_0^T I_m{}^2 \cos\omega t R dt = I_m{}^2 R \int_0^T \cos^2\omega t dt = \frac{I_m{}^2 R}{2}\int_0^T (1+\cos(2\omega t))dt =$$

$$= \frac{I_m{}^2 R}{2}\left(t\Big|_0^T + \int_0^T \cos 2\omega t dt\right) = \frac{I_m{}^2 R}{2}\left(T + \frac{1}{2\omega}\int_0^T \cos 2\omega t d(2\omega t)\right) = \frac{I_m{}^2 R}{2}\left(T + \frac{\sin 2\omega t\Big|_0^T}{2\omega}\right) =$$

$$= \frac{I_m{}^2 R}{2}\left(T + \frac{\sin\frac{4\pi}{T} t\Big|_0^T}{2\omega}\right) = \frac{I_m{}^2 R}{2}\left(T + \frac{\sin 4\pi - \sin 0}{2\omega}\right) = \frac{I_m{}^2 R}{2} T,$$

$$Q_{-} = I^2 R T,$$

$$\langle P_{\sim}\rangle = \frac{\int_0^T P_{\approx}(t)dt}{T} = \frac{\int_0^T UIdt}{T} = \frac{\int_0^T I^2 R dt}{T} = \frac{Q_{\approx}}{T} = \frac{I_m{}^2 R}{2}, \qquad \langle P_{-}\rangle = I^2 R.$$

Приравнивая соответствующие выражения для Q или P, получаем

$$I_d = I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \qquad (5.3)$$

Следовательно, постоянный ток, значение которого в $\sqrt{2}$ раз меньше амплитудного значения силы переменного тока, выделяет точно такое же количества тепла, что и переменный ток, т.е. *действующее (эффективное) значение силы переменного тока в* $\sqrt{2}$ *раз меньше его амплитуды.*

Аналогично определяется действующее (эффективное) значение переменного напряжения

$$U_d = \frac{U_m}{\sqrt{2}}. \qquad (5.4)$$

Очевидно, что *закон Ома для цепи переменного тока с резистором выполняется для мгновенных, амплитудных и действующих значений тока и напряжения.*

$$R = \frac{U(t)}{I(t)} = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U_d}{I_d}.$$

Отметим, что при измерении переменного тока и напряжения амперметр и вольтметр показывают не амплитудные, а действующие (эффективные) значения. *Элементы цепи, для которых средняя мощность переменного тока не равна нулю, обладают активным сопротивлением*. При этом электрическая энергия необратимо преобразуется в другие виды энергии. Следовательно, *омическое сопротивление* резистора $R$ – *активное сопротивление,* т.к. средняя мощность переменного тока не равна нулю и электрическая энергия при прохождении тока через резистор необратимо преобразуется во внутреннюю (тепло).

***Вопросы и задания для самопроверки***

1. Какие токи называются квазистационарными?
2. Чему равна разность фаз между напряжением и током в резисторе?
3. Дайте определение действующего значения силы переменного тока.
4. Какое значение переменного тока показывает амперметр?
5. Как связаны между собой действующие и амплитудные значения переменного тока и переменного напряжения?
6. Дайте определение активного сопротивления.

## 5.4. Конденсатор в цепи переменного тока

Пусть в качестве нагрузки генератора переменного тока используется конденсатор емкостью C и напряжение на генераторе изменяется по закону (рис. 5.6а)

$$\varepsilon(t) = U_m\cos\omega t$$

Выберем направление положительного обхода контура, например так, как показано на рис.5.6а. Пусть для любого момента времени напряжение на обкладках конденсатора

$$U_C(t) = \varphi_1 - \varphi_2 = \varepsilon(t),$$

где $\varphi_1$ и $\varphi_2$ – потенциалы 1 и 2 обкладки. Тогда, если $I > 0$ (положительные заряды движутся по направлению к первой обкладке), то заряд на первой обкладке увеличивается и $dq_1 > 0$. Так как в этом случае, сколько зарядов прошло через сечение проводника - столько пришло на первую обкладку, то $dq = dq_1$. По определению

$$q_1 = C(\varphi_1 - \varphi_2) = CU_C$$

Тогда

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{dq_1}{dt} = \frac{d(CU_m\cos\omega t)}{dt} = -\omega CU_m\sin\omega t = -I_m\sin\omega t = I_m\cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad (5.5)$$

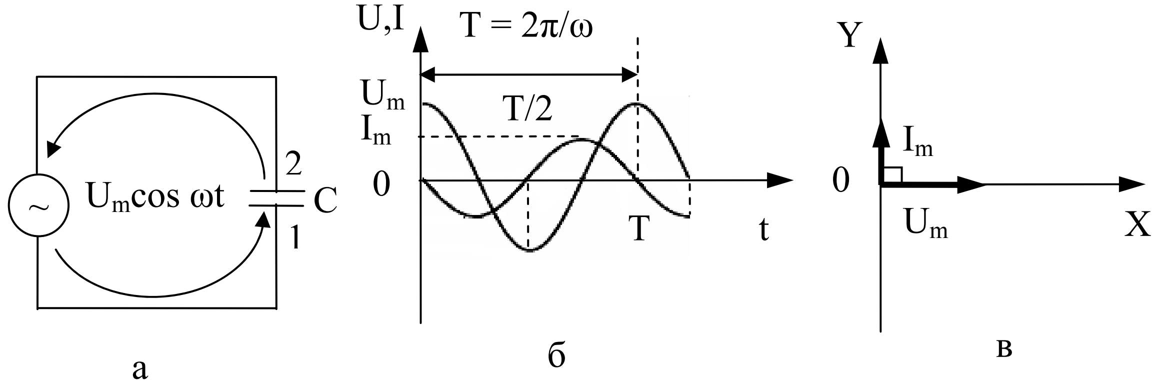


Рис.5.6

где $I_m = \omega C U_m$ – амплитуда колебаний силы тока. Сравниваем выражения для тока I и напряжения U, замечаем, что начальная фаза колебаний напряжения равна нулю, а начальная фаза колебаний силы тока равна $\frac{\pi}{2}$ (рис. 5.6б). Следовательно, *колебания силы тока в цепи конденсатора опережают по фазе колебания напряжения на его обкладках на угол* $\frac{\pi}{2}$.

В соответствии с методом векторных диаграмм, вектор – амплитуда напряжения имеет нулевую начальную фазу и направлен по оси X, а вектор-амплитуда силы тока – начальную фазу $\frac{\pi}{2}$ и направлен по оси Y вверх (рис.5.6в). Мгновенная мощность переменного тока ( индекс ≈ не пишем) определяется выражением

$$P(t) = I\varepsilon = IU_C = -I_m \sin\omega t\, U_m \cos\omega t = -\frac{1}{2} I_m U_m \sin 2\omega t \qquad (5.6)$$

и за время колебаний меняет свой знак. В первую четверть периода (мгновенная мощность изменяется с периодом $2\omega$) $P(t) < 0$, в следующую четверть $P(t) > 0$ , и т.д. Таким образом, во вторую и четвертую четверть периода колебаний переменного тока цепь работает как потребитель, запасая энергию электрического поля, а в первую и третью – в режиме генератора - возвращая запасенную энергию обратно. Среднее значение мощности

$$< P >= \frac{\int_0^T P dt}{T} = -\frac{I_m U_m}{2T}\int_0^T \sin 2\,\omega t dt = 0. \qquad (5.7)$$

*Элементы цепи, для которых средняя мощность переменного тока равна нулю, обладают реактивным сопротивлением*. Для этих элементов разность фаз колебаний силы тока и напряжения составляет по модулю $\frac{\pi}{2}$. Реактивное сопротивление конденсатора называется *емкостным сопротивлением*. Определим *сопротивление конденсатора переменному току* $X_C$ как отношение амплитуды переменного напряжения на конденсаторе к амплитуде силы тока в цепи

(обобщение *закона Ома*)

$$X_C = \frac{U_{Cm}}{I_m} = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U_m}{\omega C U_m} = \frac{1}{\omega C}. \qquad (5.8)$$

Очевидно, что *закон Ома для цепи переменного тока с емкостью выполняется только для амплитудных и действующих значений тока и напряжения, но не выполняется для их мгновенных значений*

$$X_C \neq \frac{U_C(t)}{I(t)} = \frac{\varepsilon(t)}{I(t)}.$$

Размерность $X_C$ – [Ом]. Как следует из (5.8), конденсатор обладает большим сопротивлением для малых частот. Так как постоянный ток не проходит через конденсатор, то его сопротивление бесконечно велико. Следовательно, постоянный ток можно рассматривать как переменный, частота которого $\omega \to 0$.

***Вопросы и задания для самопроверки***

1. На какой угол колебания силы тока в цепи конденсатора опережают колебания напряжения на его обкладках?
2. Чему равна средняя мощность силы тока за время, равное периоду колебаний?
3. Какие элементы цепи обладают реактивным сопротивлением?
4. Дайте определение емкостного сопротивления.
5. Проанализируйте зависимость емкостного сопротивления от частоты колебаний.

***Примеры решения задач***

**Задача 5.3**

К зажимам генератора переменного тока присоединен конденсатор емкостью C = 0,15 мкФ. Определить амплитудное значение напряжения на зажимах генератора $\varepsilon_m$, если амплитудное значение силы тока равно $I_m$ = 3,3 А, а частота $\nu$ = 5 кГц.

Дано: C = 0,15 мкФ = $0{,}15\cdot10^{-6}$ Ф;
$I_m$ = 3,3А;
$\nu$ = 5кГц =$5\cdot10^3$ Гц.
Найти: $\varepsilon_m$.

Амплитудное значение силы тока в цепи в цепи с конденсатором равно

$$I_m = \omega C U_m,$$

где $U_m = \varepsilon_m$. Следовательно,

$$\varepsilon_m = I_m/\omega C = I_m/2\pi\nu C = 3{,}3/2\cdot3{,}1416\cdot5\cdot10^3\cdot0{,}15\cdot10^{-6} = 0{,}7 \text{ кВ}.$$

Ответ: $\varepsilon_m$ = 0,7 кВ.

## 5.5. Катушка индуктивности в цепи переменного тока

Пусть в качестве нагрузки генератора переменного тока используется катушка индуктивностью L (рис. 5.7а) и напряжение на генераторе изменяется по закону

$$\varepsilon(t) = U_m \cos \omega t.$$

Выберем направление положительного обхода контура, например так, как показано на рис.5.7а. Пусть для любого момента времени напряжение на концах катушки индуктивности

$$U_L(t) = \varphi_1 - \varphi_2 = \varepsilon(t).$$

Тогда, если $U > 0$, то и $I > 0$ и наоборот. Так как сила тока в цепи меняется со временем, то в цепи будет наводиться эдс самоиндукции

$$\varepsilon_S = -L\frac{dI}{dt}.$$

По закону Ома для замкнутой неоднородной цепи (генератор играет роль источника тока)

$$\varepsilon + \varepsilon_S = IR.$$

Так как $R = 0$, то

$$-\varepsilon_S = \varepsilon.$$

Следовательно,

$$L\frac{dI}{dt} = U_m\cos\omega t.$$

Перепишем это уравнение в виде

$$dI = \frac{U_m}{L}\cos\omega t\,dt.$$

Проинтегрируем правую часть уравнения от 0 до t, а левую, соответственно, от 0 до I

$$\int_0^I dI' = \frac{U_m}{L}\int_0^t \cos\omega t' dt'.$$

В результате интегрирования получаем

$$I'\Big|_0^I = \frac{U_m}{\omega L}\sin\omega t'\Big|_0^t$$

или

$$I(t) = \frac{U_m}{\omega L}\sin\omega t = I_m\sin\omega t = I_m\cos(\omega t - \frac{\pi}{2}), \qquad (5.9)$$

где $I_m = \dfrac{U_m}{\omega L}$ – амплитуда колебаний силы тока. Отметим, что

$$\varepsilon_S = -L\frac{dI}{dt} = -L\omega I_m\cos\omega t = -U_m\cos\omega t = U_m\cos(\omega t - \pi).$$

Таким образом, если начальная фаза колебаний напряжений равна нулю, то начальная фаза

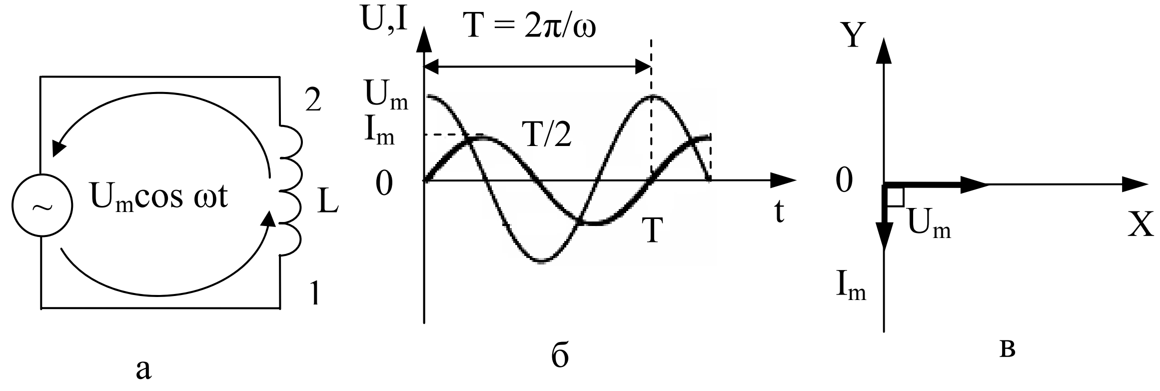



Рис.5.7

колебаний силы тока равна $(-\frac{\pi}{2})$ (рис. 5.7б). Следовательно, *колебания силы тока в катушке индуктивности отстают по фазе от колебаний напряжения на ее концах на угол* $\frac{\pi}{2}$.

В соответствии с методом векторных диаграмм, вектор – амплитуда напряжения имеет нулевую начальную фазу и направлен по оси X, а вектор-амплитуда силы тока – начальную фазу $(-\frac{\pi}{2})$ и направлен по оси Y вниз (рис.5.7в). Мгновенная мощность переменного тока определяется выражением

$$P(t) = I\varepsilon = IU_L = I_m\sin\omega t\, U_m\cos\omega t = \frac{1}{2} I_m U_m \sin 2\omega t \qquad (5.10)$$

и за время колебаний меняет свой знак. В первую четверть периода (мгновенная мощность изменяется с периодом 2ω) $P(t) > 0$, в следующую четверть – $P(t) < 0$, и т.д. Таким образом, в первую и третью четверть периода колебаний переменного тока цепь работает как потребитель, запасая энергию магнитного поля, а во вторую и четвертую – в режиме генератора – возвращая запасенную энергию обратно. Среднее значение мощности

$$\langle P \rangle = \frac{\int_0^T P dt}{T} = -\frac{I_m U_m}{2T}\int_0^T \sin 2\omega t dt = 0. \qquad (5.11)$$

Катушка, так же, как конденсатор, обладает *реактивным сопротивлением*. Реактивное сопротивление катушки индуктивности называется *индуктивным сопротивлением*. Определим *сопротивление катушки переменному* току $X_L$ как отношение амплитуды переменного напряжения на катушке к амплитуде силы тока в ней (обобщение *закона Ома*)

$$X_L = \frac{U_{Lm}}{I_m} = \frac{U_m}{I_m} = \frac{U_m}{U_m}\omega L = \omega L. \qquad (5.12)$$

Очевидно, что *закон Ома для цепи переменного тока с индуктивностью выполняется только для амплитудных и действующих значений тока и напряжения, но не выполняется для их мгновенных значений*

$$X_L \neq \frac{U_L(t)}{I(t)} = \frac{\varepsilon(t)}{I(t)}.$$

Размерность $X_L$ – [Ом]. Катушка индуктивности обладает большим сопротивлением при больших частотах. При $\omega \to 0$ $X_L \to 0$.

Отметим, что понятие *активного сопротивления* шире, чем *омическое сопротивление* резистора в цепи переменного тока. Наличие последнего обуславливает переход энергии тока только во внутреннюю энергию (*тепло*), но возможны и другие превращения этой энергии, например в *световую* в лампах накаливания, *механическую* в электродвигателе, *химическую* в аккумуляторе и т.д.

**Вопросы и задания для самопроверки**

1. На какой угол колебания силы тока в цепи катушки индуктивности отстают от колебания напряжения на концах катушки?
2. Чему равна средняя мощность силы тока за период колебаний?
3. Дайте определение индуктивного сопротивления.
4. Как зависит величина индуктивного сопротивления от частоты колебаний?

**Примеры решения задач**

**Задача 5.4**

К зажимам генератора переменного тока присоединена катушка индуктивностью L = 0,5 Гн. Определить частоту тока ν, если амплитудные значения силы тока и напряжения на генераторе равны соответственно $I_m$ = 3,3А и $\varepsilon_m$ =1,037кВ.

Дано: L = 0,5 Гн;
$I_m$ = 3,3А;
$\varepsilon_m$ =1,037кВ =$1{,}037\cdot10^3$В.
Найти: ν.

Амплитудное значение силы тока в цепи с индуктивностью равно

$$I_m = U_m/\omega L = U_m/2\pi\nu L,$$

где $U_m = \varepsilon_m$. Следовательно,

$$\nu = \varepsilon_m/2\pi L I_m = 1{,}037\cdot10^3/2\cdot3{,}1416\cdot0{,}5\cdot3{,}3 = 100\text{Гц}.$$

Ответ: ν = 100Гц.

## 5.6. Резистор, конденсатор и катушка индуктивности в цепи переменного тока

Пусть в качестве нагрузки генератора переменного тока используется резистор сопротивлением R, конденсатор емкостью C и катушка индуктивностью L (рис. 5.8а). Напряжение на генераторе изменяется по закону

$$\varepsilon(t) = U_m\cos\omega t.$$

В цепи возникает переменный ток с частотой ω, амплитуда которого равна $I_m$, а фаза определяется параметрами цепи R, L и C. Этот ток создаст на активном сопротивлении напряжение $U_R$, амплитуда которого $U_{Rm} = RI_m$, а фаза тока совпадает с фазой напряжения; на катушке индуктивности напряжение $U_L$, амплитуда которого $U_{Lm} = \omega LI_m$ (5.12), а фаза тока отстает от фазы напряжения на угол $\frac{\pi}{2}$ (5.9); на конденсаторе напряжение $U_C$, амплитуда которого $U_{Cm} = \frac{1}{\omega C} I_m$ (5.8), а фаза тока опережает фазу напряжения на угол $\frac{\pi}{2}$ (5.5).

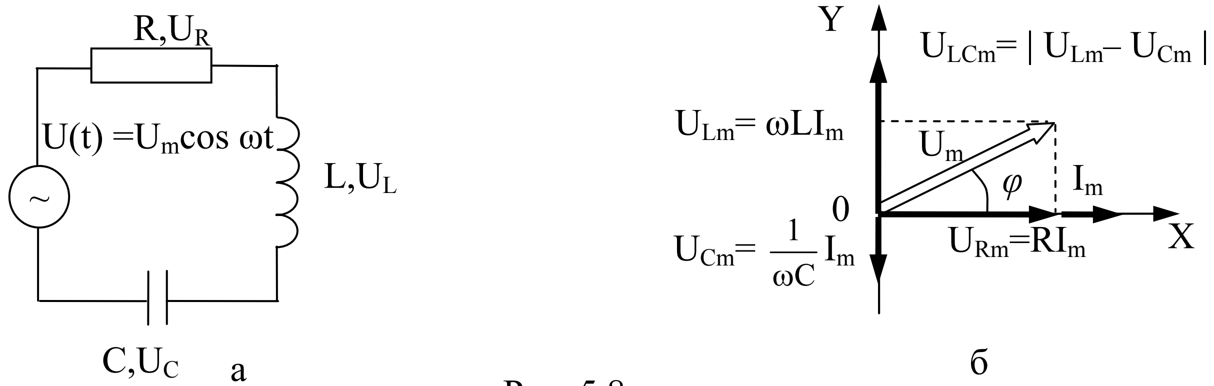


Рис. 5.8

Поэтому на векторной диаграмме вектор-амплитуду, соответствующий величине $U_R$ надо отложить по оси токов, т.е. по оси X (рис.5.8б), вектор-амплитуду, соответствующий напряжению на концах катушки индуктивности $U_L$ , направить вдоль положительного направления оси Y, а вектор-амплитуду, соответствующий напряжению на обкладках конденсатора $U_C$ – вдоль отрицательного направления оси Y. Результирующий вектор-амплитуда, являющийся суммой трех вектор – амплитуд, соответствует напряжению на генераторе ε, т.к. по закону Ома

$$\varepsilon(t) = U(t) = U_R(t) + U_L(t) + U_C(t)$$

Пусть длина результирующего вектор-амплитуды равна $U_m$ и ток в цепи отстает от напряжения на генераторе на угол $\varphi$ (рис.5.8б). По теореме Пифагора для прямоугольного треугольника, гипотенуза которого равна $U_m$ , следует

$$U_{Rm}^2 + (U_{Lm}- U_{Cm})^2 = U_m^2$$

или

$$(RI_m)^2 + [(\omega L - \frac{1}{\omega C}) I_m]^2 = U_m^2,$$

откуда

$$I_m=\frac{U_m}{\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{\omega C})^2}}, \qquad (5.13)$$

$$\mathrm{tg}\,\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Следовательно,

$$I(t) = I_m\cos(\omega t - \varphi)$$

Введем величину $\varphi_0 = -\varphi$. Таким образом, имеем

$$U(t) = U_m\cos\omega t,$$

$$I(t) = I_m\cos(\omega t + \varphi_0),$$

где

$$\varphi_0 = \mathrm{arctg}\frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R}. \qquad (5.14)$$

Величина

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \qquad (5.15)$$

называется *полным сопротивлением* цепи. Величина

$$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} \qquad (5.16)$$

называется *полным реактивным сопротивлением* цепи. Из (5.15-5.16) и (5.13) следует, что

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

и (обобщение *закона Ома*)

$$Z = \frac{U_m}{I_m}.$$

Если частота колебаний генератора переменного тока $\omega$ в цепи с резистором, конденсатором и катушкой индуктивности такова, что:

$\omega L > \frac{1}{\omega C}$ ($\omega > \sqrt{\frac{1}{LC}}$), то $\varphi_0 < 0$ (т.к. tg $\varphi_0 < 0$), т.е. *колебания тока отстают от колебаний напряжения*;

$\omega L < \frac{1}{\omega C}$ ($\omega < \sqrt{\frac{1}{LC}}$), то $\varphi_0 > 0$ (т.к.tg $\varphi_0 > 0$), т.е. *колебания тока опережают колебания напряжение*;

$\omega L = \frac{1}{\omega C}$ ($\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$), то $\varphi_0 = 0$ (т.к. tg $\varphi_0 = 0$),т.е. *ток и напряжение колеблются синфазно*.

Отметим, что при $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ полное реактивное сопротивление X равно нулю, а полное сопротивление Z минимально и равно R. Мгновенная мощность переменного тока в цепи определяется выражением

$$P(t) = IU = I_m\cos(\omega t + \varphi_0)U_m\cos\omega t .$$

Воспользовавшись формулой

$$\cos\alpha\ \cos\beta = \frac{1}{2}\cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2}\cos(\alpha + \beta),$$

перепишем выражение для мгновенной мощности в виде

$$P(t) = \frac{1}{2} I_m U_m \cos\varphi_0 + \frac{1}{2} I_m U_m \cos(2\omega t + \varphi_0).$$

Тогда средняя мощность переменного тока равна

$$\langle P\rangle = \frac{\int_0^T P(t)dt}{T} = \frac{\int_0^T \frac{1}{2} I_m U_m \cos\varphi_0 dt}{T} + \frac{\int_0^T \frac{1}{2} I_m U_m \cos(2\omega t + \varphi_0)dt}{T}$$

$$= \frac{1}{2} I_m U_m \cos\varphi_0 \frac{\int_0^T dt}{T} = \frac{1}{2} I_m U_m \cos\varphi_0,$$

т.к. среднее значение $\cos(2\omega t + \varphi_0)$ равно нулю. Запишем выражение для средней мощности переменного тока через действующие значения тока (5.3) и напряжения (5.4) в цепи

$$\langle P\rangle = I_d U_d \cos\varphi_0. \tag{5.17}$$

Так как

$$\cos\varphi_0 = \sqrt{\frac{1}{1 + tg^2\varphi_0}},$$

то из (5.14) следует, что

$$\cos\varphi_0 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{R}{Z}. \tag{5.18}$$

Величина $\cos\varphi_0$ называется *коэффициентом мощности*. В технике стараются сделать коэффициент мощности как можно больше, так как при малом коэффициенте для получения большой мощности требуется пропускать переменный ток большой силы. При этом возрастают потери в подводящих проводах.

## ***Примеры решения задач***

**Задача 5.5**

В цепь переменного тока напряжением $U_d$ = 220 В и частотой $\nu$ = 50 Гц включена катушка индуктивностью L =10 Гн, конденсатор емкостью C = 3 мкФ и резистор. Определить сопротивление R резистора и действующее значение силы тока в цепи $I_d$, если средняя мощность тока равна $\langle P\rangle$ = 4,4 Вт, а сдвиг фаз между напряжением и током составляет $\varphi_0 = \pi/6$.

Дано: $U_d$ = 220 В;
$\nu$ = 50 Гц;
L = 10 Гн;
C = 3 мкФ = $3\cdot10^{-6}$ Ф;
$\varphi_0 = \pi/6$;
$\langle P\rangle$ = 4,4 Вт.
Найти: R, $I_d$.

По определению (5.18) сдвиг фаз между напряжением и током составляет

$$\cos\varphi_0 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}.$$

Тогда

$$\cos^2\varphi_0 = \frac{R^2}{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

или

$$R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2 = \frac{R^2}{\cos^2\varphi_0}.$$

Преобразуя данное выражение, определим величину R

$$R = \cos\varphi_0 \frac{\left|\omega L - \frac{1}{\omega C}\right|}{\sqrt{1-\cos\varphi_0^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{2\cdot 3{,}1416\cdot 50\cdot 10 - \frac{1}{2\cdot 3{,}1416\cdot 50\cdot 3\cdot 10^{-6}}}{\sqrt{1-\frac{3}{4}}} = 4850\,\text{Ом}.$$

По определению (5.17) мощность в цепи равна

$$\langle P\rangle = I_d U_d \cos\varphi_0.$$

Тогда

$$I_d = \frac{\langle P\rangle}{U_d\cos\varphi_0} = \frac{4{,}4\cdot 2}{220\cdot\sqrt{3}} = 0{,}023\,\text{А}.$$

Ответ: R= 4850 Ом, $I_d$ = 0,023 А.

## Основные положения

- **Квазистационарные токи** – переменные токи, мгновенное значение которых во всех сечениях цепи практически одинаково.
- **Гармоническое колебание** U(t) –

  $$U(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi_0),$$

  где $U_m$ – амплитуда колебания, ω- круговая частота колебаний, $\varphi_0$ – начальная фаза колебаний, $\varphi = \omega t + \varphi_0$ – фаза колебаний.
- **Вектор-амплитуда** колебания – вектор, модуль которого равен значению амплитуды колеблющейся величины $U_m$, а угол между вектором и осью (например X) равен ее фазе $\varphi$ или начальной фазе $\varphi_0$.
- **Метод векторных диаграмм** при сложении колебаний – замена алгебраического сложения колебаний на геометрическое сложение их векторов- амплитуд.
- **Колебания силы переменного тока в цепи с резистором** совпадают по фазе с **колебания напряжения** на нем.
- **Реактивное сопротивление** – сопротивление элементов цепи, для которых средняя мощность переменного тока равна нулю (сопротивления конденсатора и катушки индуктивности).
- **Действующее значение силы переменного тока** $I_d$

  $$I_d = I_m/\sqrt{2},$$

  где $I_m$ – амплитуда силы переменного тока.
- **Действующее значение переменного напряжения** $U_d$

  $$U_d = U_m/\sqrt{2},$$

  где $U_m$ – амплитуда напряжения переменного тока.
- **Полное реактивное сопротивление цепи** X –

  $$X = X_L - X_C = \omega L - 1/\omega C.$$

- **Полное сопротивление цепи** Z –

  $$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}.$$

- **Колебания силы переменного тока в цепи с конденсатором** опережают по фазе **колебания напряжения** на его обкладках на $\pi/2$.
- **Колебания силы переменного тока в цепи с катушкой индуктивности** отстают по фазе от **колебания напряжения** на ее концах на $\pi/2$.
- **Емкостное сопротивление** – сопротивление конденсатора переменному току
$$X_C = U_{Cm}/I_m = 1/\omega C.$$
Единица сопротивления [Ом].
- **Индуктивное сопротивление** – сопротивление катушки индуктивности переменному току
$$X_L = U_{Lm}/I_m = \omega L.$$
Единица сопротивления [Ом].
- **Активное сопротивление** – сопротивление элементов цепи, для которых средняя мощность переменного тока не равна нулю (сопротивление резистора).
- Связь между **амплитудными значениями тока, напряжения на генераторе и полного сопротивления в цепи переменного тока**
$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{U_m}{Z}.$$
- Разница фаз между **колебаниями тока и напряжения в** цепи переменного тока
$$\varphi_0 = \operatorname{arctg}\frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R}.$$
- **Средняя мощность** переменного тока –
$$\langle P \rangle = I_d U_d \cos\varphi_0.$$
- **Коэффициент мощности** –
$$\cos\varphi_0 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} = \frac{R}{Z}.$$

## Обозначения, используемые в главе 5

| | | |
|---|---|---|
| $T$ | - | период колебаний, |
| $\omega$ | - | циклическая частота колебаний, |
| $\nu$ | - | линейная частота колебаний, |
| $\varphi_0$ | - | начальная фаза колебаний, |
| $\varphi$ | - | фаза колебаний, |
| φ | - | потенциал электрического поля, |
| $I_m$ | - | амплитуда колебаний силы переменного тока, |
| $U_m$ | - | амплитуда колебаний напряжения переменного тока, |
| $I_d$ | - | действующее значение силы переменного тока, |
| $U_d$ | - | действующее значение напряжения переменного тока, |
| C,L | - | емкость конденсатора; индуктивность катушки индуктивности, |
| <P> | - | среднее значение мощности, |
| R | - | сопротивление резистора переменному и постоянному току (активное сопротивление), |
| $X_C$ | - | сопротивление конденсатора переменному току,емкостное сопротивление, реактивное сопротивление, |
| $X_L$ | - | сопротивление катушки индуктивности переменному току, индуктивное сопротивление, реактивное сопротивление. |

X - полное реактивное сопротивление цепи переменному току,

Z - полное сопротивление цепи переменному току.

## Тесты для электронного экзамена

**T5.1** Гармонические колебания переменного напряжения определяются соотношением:
1) $U_m \cos(\omega t + \varphi_0)$ 2) $U_m \sin(\omega^2 t + \varphi_0)$ 3) $U_m(\omega t + \varphi_0)$ 4) $U_m \cos^2(\omega t + \varphi_0)$ 5) $U_m \cos(\omega t^2 + \varphi_0)$
**T5.2** Фаза колебания определяется соотношением:
1) $\cos(\omega t + \varphi_0)$ 2) $U_m \cos(\omega t + \varphi_0)$ 3) $U_m$ 4) $\omega t + \varphi_0$ 5) $\omega t^2 + \varphi_0$
**T5.3** Чему равна разность фаз двух гармонических колебаний с одной и той же частотой в любой момент времени в методе векторных диаграмм?
1) модулю $1^{го}$ вектора-амплитуды 2) модулю $2^{го}$ вектор-амплитуды 3) квадрату угла между вектор-амплитудами 4) углу между вектор-амплитудой и осью X 5) углу между вектор-амплитудами
**T5.4** Если частота колебаний переменного тока 100 Гц и ток является квазистацинарным, то чему равна приблизительно предельная длина такой электрической цепи:
1) 60 м 2) 600 м 3) 6 км 4) 60 км 5) 600 км
**T5.5** Напряжение на резисторе от силы тока по фазе:
1) отстает на $\pi/2$ 2) опережает на $\pi/2$ 3) отстает на $\pi$ 4) не отстает 5) опережает на $\pi$
**T5.6** Если сопротивление резистора 100 Ом, амплитуда колебаний напряжения 3 В, то средняя мощность переменного тока за период равна:
1) 45 мВт 2) 450 мВт 3) 4,5 мВт 4) 90 мВт 5) 9 мВт
**T5.7** Действующее значение силы переменного тока меньше его амплитуды в:
1) $\sqrt{3}$ раза 2) $\sqrt{2}$ раза 3) $1/\sqrt{2}$ раза 4) $1/\sqrt{3}$ раза 5) $-\sqrt{2}$ раза
**T5.8** Действующее значение напряжения переменного тока меньше его амплитуды в:
1) $\sqrt{3}$ раза 2) $\sqrt{2}$ раза 3) $1/\sqrt{2}$ раза 4) $1/\sqrt{3}$ раза 5) $-\sqrt{2}$ раза
**T5.9** Активное сопротивление – это сопротивление:
1) емкостное 2) индуктивное 3) трения покоя 4) омическое 5) воды при ее движении

**T5.10** Напряжение на конденсаторе от силы тока по фазе:
1) отстает на $\pi/2$ 2) опережает на $\pi/2$ 3) отстает на $\pi$ 4) не отстает 5) опережает на $\pi$
**T5.11** Средняя мощность переменного тока за период в цепи с конденсатором равна:
1) 0 Вт 2) $\sqrt{2}$ Вт 3) $1/\sqrt{2}$ Вт 4) $-1/\sqrt{2}$ Вт 5) $-\sqrt{2}$ Вт
**T5.12** Какой из элементов цепи обладает только активным сопротивлением?
1) катушка индуктивности 2) конденсатор 3) источник тока 4) резистор 5) трансформатор
**T5.13** Сопротивление конденсатора по переменному току определяется соотношением:
1) R 2) $\omega L$ 3) $R/\omega C$ 4) $1/\omega C$ 5) $R\omega L$
**T5.14** Сопротивление конденсатора по постоянному току равно:
1) – 1 Ом 2) 0 Ом 3) $\infty$ Ом 4) 1 Ом 5) 1000 Ом
**T5.15** Если частота колебаний переменного тока 100 рад/с, емкость 1мкФ, то сопротивление конденсатора по переменному току равно:
1) 10 кОм 2) 1 кОм 3) 100 кОм 4) 0,1 кОм 5) 1000 кОм
**T5.16** Напряжение на катушке индуктивности силу тока по фазе:
1) отстает на $\pi/2$ 2) опережает на $\pi/2$ 3) отстает на $\pi$ 4) не отстает 5) опережает на $\pi$
**T5.17** Средняя мощность переменного тока за период в цепи с катушкой индуктивности равна:
1) $\sqrt{5}$ Вт 2) $\sqrt{2}$ Вт 3) 0 Вт 4) $-1/\sqrt{2}$ Вт 5) $-\sqrt{2}$ Вт
**T5.18** Сопротивление катушки индуктивности по переменному току определяется соотношением:
1) R 2) $\omega L$ 3) $R/\omega C$ 4) $1/\omega C$ 5) $R\omega L$
**T5.19** Сопротивление катушки индуктивности по постоянному току равно:
1) – 1 Ом 2) 0 Ом 3) $\infty$ Ом 4) 1 Ом 5) 1000 Ом

**Т5.20** Если частота колебаний тока 100 рад/с, индуктивность контура 1 Гн, то сопротивление контура по переменному току равно:
1) 10 кОм 2) 1 кОм 3) 100 кОм 4) 0,1 кОм 5) 1000 кОм

## Задачи для контрольных работ

**5.1**
Два гармонических колебания с равными частотами колебаний ($\omega_1 = \omega_2 = \omega$) и амплитудами $A_1 = 4$ см и $A_2 = 8$ см имеют разность фаз $\Delta\varphi = 45°$. Определить амплитуду A результирующего колебания.

**5.2**
Амплитуда результирующего колебания, получающегося из сложения двух гармонических колебаний одинаковой частоты ($\omega_1 = \omega_2 = \omega$), имеющих разность фаз $\Delta\varphi = 60°$, равна A = 6 см. Определить амплитуду $A_2$ второго колебания, если $A_1 = 5$ см.

**5.3**
В цепь переменного тока напряжением $U_d = 220$ В и частотой $\nu = 50$ Гц последовательно включены резистор сопротивлением R = 100 Ом, катушка индуктивностью L = 0,5 Гн и конденсатор емкостью C = 10 мкФ. Определить: силу тока $I_d$ в цепи; напряжение $U_{Rd}$ на активном сопротивлении; напряжение $U_{Cd}$ на конденсаторе; напряжение $U_{Ld}$ на катушке индуктивности.

**5.4**
В цепь переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц включена однослойная катушка индуктивности длиной $l = 20$ см, диаметром D = 5 см, содержащая N = 500 витков и имеющая сопротивление R = 1 Ом. Определить отношение величины реактивного сопротивления $X_L$ к величине полного сопротивления цепи Z.

**5.5**
В цепь переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц включена катушка индуктивности длиной $l = 30$ см и площадью поперечного сечения $S = 10$ см$^2$, содержащая N = 1000 витков. Определить активное сопротивление катушки R, если сдвиг фаз между напряжением и током в цепи $\varphi = 30°$.

**5.6**
К зажимам генератора присоединен конденсатор емкостью C = 0,15 мкФ. Определить амплитудное значение $I_m$ силы тока в цепи, если амплитудное значение напряжения на зажимах генератора $U_m = 0{,}7$ кВ, а частота тока - $\nu = 5$ кГц.

**5.7**
В цепь переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц последовательно включены резистор сопротивлением R = 100 Ом и конденсатор емкостью C = 22 мкФ. Определить отношение амплитуды колебания напряжения на конденсаторе $U_{Cm}$ к амплитуде колебания напряжения $U_m$, приложенного к цепи.

**5.8**
Цепь переменного тока состоит из последовательно соединенных катушки индуктивности, конденсатора и резистора. Амплитудное значение суммарного напряжения на катушке и конденсаторе $U_{LCm} = |U_{Lm} - U_{Cm}| = 173$ В, а амплитудное значение напряжения на резисторе - $U_{Rm} = 100$ В. Определить сдвиг фаз в градусах между током и напряжением в цепи.

**5.9**
Цепь переменного тока частотой $\omega = 314$ рад/с состоит из последовательно соединенных катушки индуктивностью L = 0,2 Гн, конденсатора и резистора. Действующее значение суммарного напряжения на катушке индуктивности и конденсаторе $U_{LCд} = |U_{Lд} - U_{Cд}|$ равно нулю. Определить емкость конденсатора C.

**5.10**
В цепь переменного тока напряжением $U_d = 220$ В и частотой $\nu = 50$ Гц включена катушка индуктивности с активным сопротивлением R. Сдвиг фаз между напряжением и током на катушке составляет $\varphi_0 = \pi/6$. Определить индуктивность катушки L, если средняя мощность тока на ней $\langle P \rangle = 445$ Вт.