

ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

4.1. Явление электромагнитной индукции

Явление возникновения электрического тока в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока, охватываемого этим контуром, называется электромагнитной индукцией.

Оно было открыто Джозефом Генри (наблюдения выполнены в 1830г., результаты опубликованы в 1832г.) и Майклом Фарадеем (наблюдения выполнены и результаты опубликованы в 1831г.).

Рассмотрим эксперименты Майкла Фарадея с двумя вставленными друг в друга катушками (рис. 4.1). В этих экспериментах наружная катушка постоянно подсоединена к амперметру, а внутренняя, через ключ, - к батарее. *Индукционный ток в наружной катушке наблюдается:*

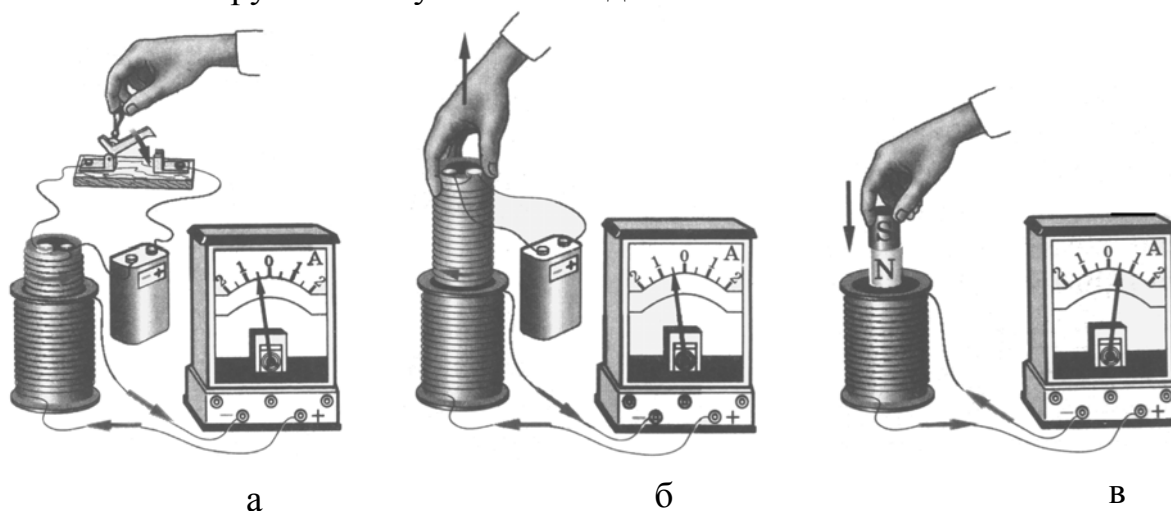


Рис. 4.1

- при замыкании и размыкании цепи внутренней катушки, неподвижной относительно наружной (рис. 4.1а);
- при перемещении внутренней катушки с постоянным током относительно наружной (рис. 4.1б);
- при перемещении относительно наружной катушки постоянного магнита (рис. 4.1в).

Фарадей показал, что во всех случаях возникновения индукционного тока во внешней катушке меняется магнитный поток через нее. На (рис. 4.2) внешняя катушка изображена одним витком. В первом случае (рис. 4.2а) при замыкании цепи по внутренней катушке идет ток, возникает (меняется) магнитное поле и соответственно магнитный поток через внешнюю катушку. Во втором

(рис. 4.2б) и третьем (рис. 4.2в) случаях магнитный поток через внешнюю катушку меняется за счет изменения в процессе движения расстояния от нее до внутренней катушки с током, или до постоянного магнита.

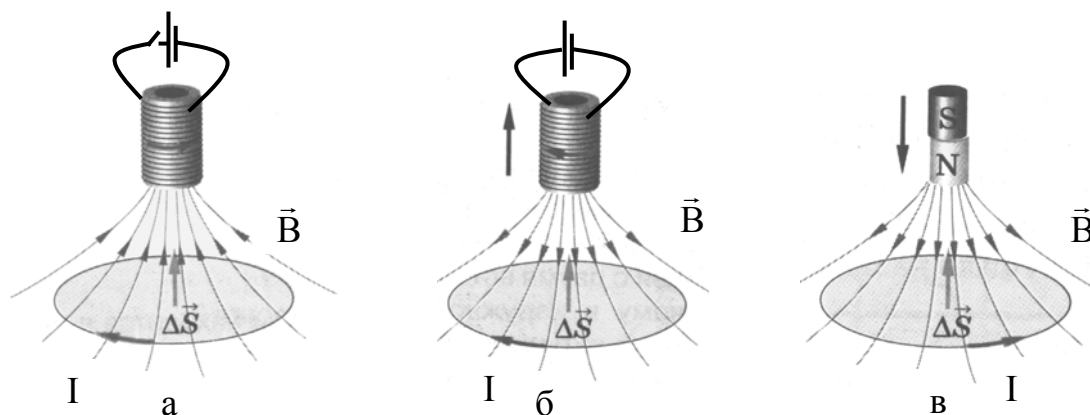


Рис. 4.2

В 1834 г. Эмилий Христианович Ленц экспериментально установил правило, позволяющее определить направление индукционного тока: *индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать причине, его вызывающей; индукционный ток всегда имеет такое направление, что приращение созданного им магнитного потока и приращение магнитного потока, вызвавшее этот индукционный ток, противоположны по знаку.* Это правило носит название *правило Ленца*.

Сам Фарадей, открыв и исследовав явление электромагнитной индукции, не сформулировал его закон. Формулировку закона, близкую к современной, дал Джеймс Кларк Максвелл в 1873г.

При изучении процесса протекания постоянного тока в контуре, установлено, что кроме кулоновских сил на заряженные частицы внутри источника тока действуют сторонние (т.е. не кулоновские) силы, определяемые через совершаемую ими работу. В этом случае *эдс (электродвижущая сила) контура - величина, численно равная работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда внутри источника тока (2.4),* при этом знак эдс зависит от выбора направления перемещения заряда. Если сторонние силы действуют на электрические заряды по всему контуру, то эдс контура определяется величиной, численно равной работе по перемещению единичного положительного заряда *по всему замкнутому контуру.*

При возникновении индукционного тока на заряды проводника не действуют кулоновские силы, т.к. к внешней катушке не подключен источник электрического поля (рис.4.1). Следовательно, причина существования тока в ней – действие сторонних сил, и закон электромагнитной индукции можно сформулировать в следующем виде: *эдс электромагнитной индукции в контуре ε_i равна взятой со знаком минус скорости изменения со временем магнитного потока через поверхность, ограниченную этим контуром*

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt} . \quad (4.1)$$

Здесь $d\Phi = \vec{B}d\vec{S}$ – скалярное произведение вектора магнитной индукции \vec{B} и вектора участка поверхности $d\vec{S}$. Вектор $d\vec{S} = \vec{n}dS$, где \vec{n} – единичный вектор ($n = 1$) нормали к бесконечно малому участку поверхности площадью dS . ЭДС индукции в выражении (4.1) берется *вдоль положительного направления обхода по контуру*, которое связано с выбором направления нормали к поверхности, ограниченной контуром. В соответствии с определением, (см. глава 3, раздел 3.14) магнитный поток Φ через поверхность, площадью S

$$\Phi = \int_S \vec{B}d\vec{S} = \int_S \vec{B}\vec{n}dS$$

зависит от времени, если со временем меняется:

- *площадь поверхности S ;*
- *модуль вектора магнитной индукции B ;*
- *угол между векторами \vec{B} и нормалью \vec{n} .*

Если замкнутый контур (катушка) состоит из N витков, то суммарный поток через поверхность, ограниченную таким сложным контуром, называется *потокосцеплением* и определяется как

$$\Psi = \sum_{i=1}^N \Phi_i,$$

где Φ_i – магнитный поток через i виток и

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} \quad (4.2)$$

Если все витки одинаковые, то $\Psi = N\Phi$ и

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d(N\Phi)}{dt} = -N\frac{d\Phi}{dt} \quad (4.3)$$

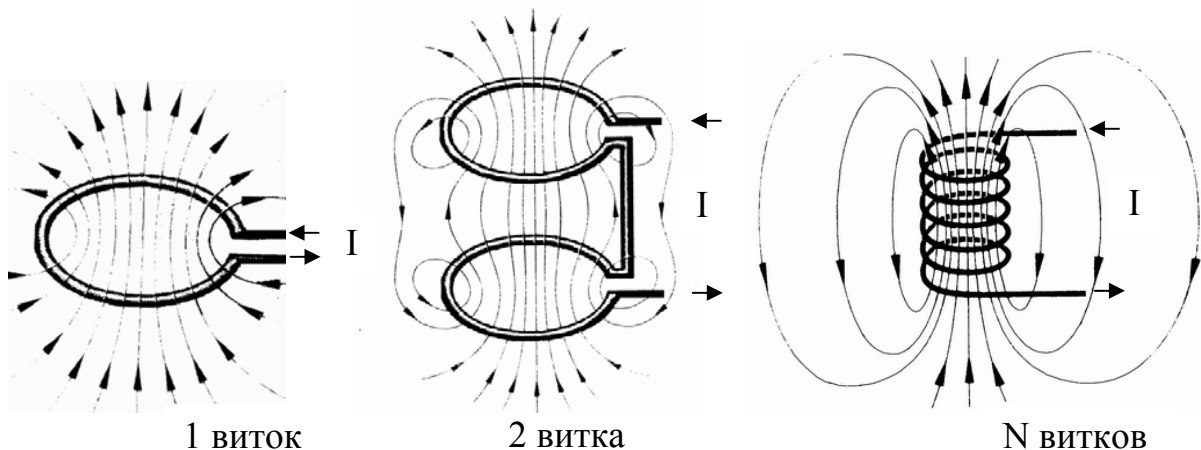


Рис. 4.3

Будем считать, что закон Ома для замкнутой цепи, определенный для постоянного тока, применим и для переменного тока. (Далее будет уточнено, при каких условиях это справедливо). Тогда индукционный ток в контуре, имеющем сопротивление R , равен

$$I_i = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{1}{R} \frac{d\hat{O}}{dt}. \quad (4.4)$$

Соотношение (4.4) позволяет определить не только величину, но и направление индукционного тока. Если значения эдс и, следовательно, индукционного тока, положительные величины, то ток направлен вдоль положительного направления обхода по контуру, если отрицательные – в противоположную сторону. Напомним, что направление положительного обхода определяется при выборе нормали к поверхности, ограниченной контуром.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Может ли меняться со временем магнитный поток, если \vec{B} , \vec{n} и S не зависят от времени?
2. Сформулируйте закон электромагнитной индукции, дайте определение эдс и потокосцепления.
3. Сформулируйте правило Ленца.
4. Если контур непроводящий, то может ли возникнуть в нем эдс индукции? Индукционный ток?

Примеры решения задач

Задача 4.1

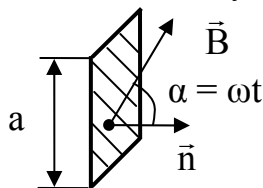
Найти зависимость магнитного потока Φ от времени через плоскую поверхность, площадью $S = a^2$, если поле однородно и модуль вектора магнитной индукции $B = bt$, угол между \vec{B} и нормалью к поверхности \vec{n} меняется по закону $\alpha = \omega t$.

Дано: $B = bt$;

$$S = a^2;$$

$$\alpha = \omega t.$$

Найти: Φ .



На рисунке представлено взаимное расположение вектора магнитной индукции \vec{B} и вектора нормали к поверхности \vec{n} . Согласно (глава 3, раздел 3.14) магнитный поток через поверхность

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S \vec{B} \vec{n} dS = \int_S B \cos \alpha dS.$$

Модуль вектора магнитной индукции $B = bt$ и $\cos \alpha = \cos \omega t$ не зависят от пространственных координат, и их можно вынести из-под знака интеграла. Тогда

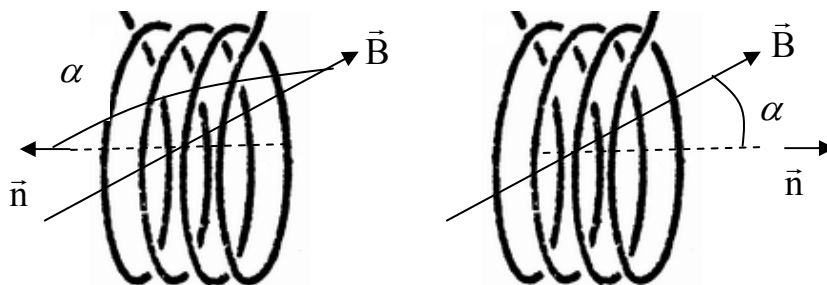
$$\Phi = B \cos \omega t \int_S dS = B \cos \omega t S = Ba^2 \cos \omega t.$$

Ответ: $\Phi = ba^2 t \cos \omega t$.

Задача 4.2

Соленоид (катушка индуктивности) диаметром $d = 4$ см, имеющий $N = 500$ витков, помещен в однородное магнитное поле, индукция которого изменяется со скоростью $dB/dt = 1$ мТл/с. Угол между осью соленоида и вектором магнитной индукции $\alpha = 45^\circ$. Определить модуль эдс $|\varepsilon_i|$ индукции, возникающей в соленоиде.

Дано: $d = 4 \text{ см} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ м}$;
 $N = 500$;
 $dB/dt = 1 \text{ м Тл/с} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Тл/с}$;
 $\alpha = 45^\circ$.
 Найти: $|\varepsilon_i|$.



Единичная нормаль \vec{n} к плоскости, ограниченной одним витком, параллельна оси соленоида и составляет с вектором \vec{B} угол $\alpha = 135^\circ$ или $\alpha = 45^\circ$. Так как поверхность плоская, а поле, в которое помещен соленоид однородное, то магнитный поток через один виток определяется как

$$\Phi = \int_S B \cos \alpha dS = B \cos \alpha \int_S dS = BS \cos \alpha.$$

Используя формулу (4.3), имеем

$$|\varepsilon_i| = N \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = N \left| \frac{d(BS \cos \alpha)}{dt} \right| = N \frac{dB}{dt} \frac{\pi d^2}{4} \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Здесь учтено, что $S = \pi d^2/4$, а $\cos 45^\circ = -\cos 135^\circ = \sqrt{2}/2$. Подставляя численные значения, получаем

$$|\varepsilon_i| = 0,44 \text{ мВ}.$$

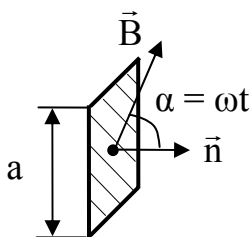
Ответ: $|\varepsilon_i| = 0,44 \text{ мВ}$.

Задача 4.3

В однородном магнитном поле, модуль вектора магнитной индукции меняется по закону $B = B_0(\cos \omega t)^2$ ($B_0 = 0,1 \text{ Тл}$, $\omega = 4 \text{ рад/с}$), помещена квадратная рамка со стороной $a = 50 \text{ см}$, причем нормаль к ней образует с направлением поля угол $\alpha = 45^\circ$. Определите эдс индукции ε_i в момент времени $t = 5 \text{ с}$.

Дано: $B = B_0(\cos \omega t)^2$;
 $B_0 = 0,1 \text{ Тл}$;
 $\omega = 4 \text{ рад/с}$;
 $a = 50 \text{ см} = 0,5 \text{ м}$;
 $\alpha = 45^\circ$;
 $t = 5 \text{ с}$.

Найти: ε_i .



Так как рамка плоская и магнитное поле однородно, то вектор \vec{B} в любой момент времени одинаков для любой точки плоскости рамки и составляет с ней один и тот же угол. Поэтому выражение $B \cos \alpha$ не зависит от координат, и его можно вынести за знак интеграла, т.е.

$$\Phi = \int_S B \cos \alpha dS = B \cos \alpha \int_S dS = BS \cos \alpha = B_0 (\cos \omega t)^2 a^2 \cos \alpha.$$

Согласно закону электромагнитной индукции (4.1)

$$\varepsilon_i = -d\Phi/dt = -d(B_0 a^2 \cos \alpha (\cos \omega t)^2)/dt = -B_0 a^2 \cos \alpha (d(\cos \omega t)^2/dt) = B_0 \omega a^2 \cos \alpha \sin 2\omega t.$$

Подставляя численные значения, получим ($\cos 45^\circ = \sqrt{2}/2$) $\varepsilon_i = 53 \text{ мВ}$.

Ответ: $\varepsilon_i = 53 \text{ мВ}$.

4.2. Природа явления электромагнитной индукции

Рассмотрим возникновение эдс индукции в движущихся в постоянном однородном магнитном поле проводнике и контуре; в покое в переменном однородном магнитном поле, контуре.

Движущийся проводник в постоянном и однородном магнитном поле

Пусть проводник длиной L движется с постоянной скоростью \vec{v} в постоянном однородном магнитном поле с индукцией \vec{B} так, что ось проводника, вектор магнитной индукции и направление движения взаимно перпендикулярны (рис. 4.4). Вместе с проводником в магнитном поле движутся находящиеся в нем положительные и отрицательные заряды (ток переноса). Тогда на каждый заряд q действует сила Лоренца (3.21)

$$\vec{F}_L = q [\vec{v}\vec{B}], \quad (4.5)$$

где $[\vec{v}\vec{B}]$ – векторное произведение векторов скорости проводника и магнитной индукции. В соответствии с правилом левой руки (для положительных зарядов)

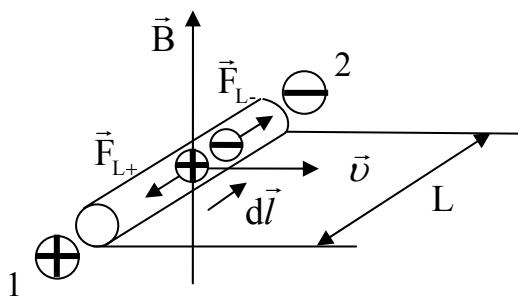


Рис. 4.4

или определением векторного произведения (с учетом знака перед ним) сила Лоренца направлена вдоль проводника и заставляет перемещаться заряды разного знака в противоположные стороны. Так как отрицательные заряды – электроны – являются свободными, то в проводнике возникнет кратковременный ток проводимости электронов, направление которого, по определению, совпадает с направлением

«движения» положительных зарядов. (На кратковременный ток, текущий по проводнику, будет дополнительно действовать сила Ампера (3.24), направленная в сторону, обратную направлению скорости проводника. Для нашего рассмотрения она не существенна, так как перпендикулярна току проводимости и поэтому на рис. 4.4 не изображена).

В результате протекания тока возникает пространственное разделение зарядов – на одном конце проводника накапливается положительный заряд, а на другом – отрицательный (рис. 4.4). Это, в свою очередь, приводит к появлению электрического поля между концами проводника, направленного от + к –. Тогда на движущиеся заряды кроме силы Лоренца действует противоположно направленная электрическая сила. Очевидно, что процесс разделения зарядов (ток) закончится тогда, когда сумма сил, действующих на электрон, станет равной нулю т.е.

$$\vec{F}_{L-} + \vec{F}_Q = 0$$

или $F_{L_} = F_Q$ ($\vec{F}_{L_} \updownarrow \vec{F}_Q$). Из определения напряженности электрического поля \vec{E} и силы Лоренца \vec{F}_L следует, что

$$\begin{aligned}\vec{F}_Q &= -e\vec{E}, \\ \vec{F}_{L_} &= -e[\vec{v}\vec{B}],\end{aligned}\tag{4.6}$$

где e – модуль заряда электрона. Приравнявая модули электрической силы $F_Q = eE$ и силы Лоренца $F_{L_} = e\nu B \sin \alpha$, где α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} , получаем

$$eE = e\nu B \sin \alpha$$

или

$$E = \nu B \sin \alpha.$$

Так как вектор магнитной индукции по условию перпендикулярен вектору скорости, то $\alpha = \pi/2$. Тогда

$$E = \nu B.\tag{4.7}$$

Рассчитаем разность потенциалов между положительным (точка 1) и отрицательным (т. 2) концами проводника (рис. 4.4). Учитывая, что (глава 1, раздел 1.6)

$$d\varphi = -\vec{E}d\vec{l},$$

имеем

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_2^1 d\varphi = -\int_1^2 d\varphi = \int_1^2 \vec{E}d\vec{l} = \int_0^L \vec{E}d\vec{l} = \int_0^L E_l dl = \int_0^L E \cos \beta dl,$$

где β – угол между векторами \vec{E} и $d\vec{l}$. Вектор $d\vec{l}$ направлен вдоль направления интегрирования от т.1 к т.2. Вектор \vec{E} направлен от + к –, т.е. от точки 1 к точке 2. Следовательно, $\beta = 0$. Подставляя (4.7) в выражение для разности потенциалов, получаем

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_0^L E dl = \nu B \int_0^L dl = \nu B \Big|_0^L = \nu BL.\tag{4.8}$$

Представим действие силы Лоренца как действие сторонней силы, обуславливающей возникновение некоторой эдс, и запишем закон Ома для неоднородного участка цепи (2.37–2.39)

$$\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{12} = IR.\tag{4.9}$$

Так как разделение зарядов закончилось, то тока в проводнике уже нет ($I = 0$) и

$$\varepsilon_{12} = -(\varphi_1 - \varphi_2) = -\nu BL.\tag{4.10}$$

Знак минус означает, что сторонняя сила (Лоренца) заставляет «перемещаться» положительные заряды от точки 2 к точке 1, т.е. противоположно направлению интегрирования. Таким образом, возникновение эдс индукции при движении проводника в постоянном магнитном поле объясняется действием силы Лоренца.

Примеры решения задач

Задача 4.4

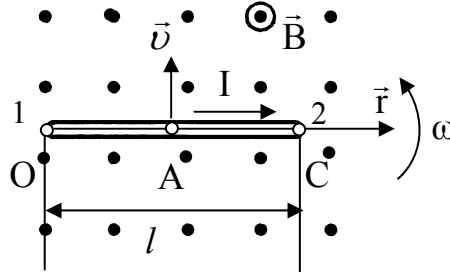
В однородном магнитном поле ($B = 0,02$ Тл) вокруг оси, параллельной линиям индукции, вращается тонкий однородный стержень длиной $l = 40$ см. Ось вращения перпендикулярна стержню и проходит через один из его концов. Угловая скорость вращения $\omega = 10$ рад/с. Найти разность потенциалов между концом стержня, через который проходит ось, и его серединой, между серединой и свободным концом стержня.

Дано: $B = 0,02$ Тл;

$l = 40$ см = $0,4$ м;

$\omega = 10$ рад/с.

Найти: $\varphi_0 - \varphi_A$, $\varphi_A - \varphi_C$.



При вращении стержня вокруг оси, проходящей через точку O , вместе с ним движутся положительные и отрицательные заряды. Направление их движения совпадает с направлением линейных скоростей точек стержня \vec{v} . В магнитном поле на движущиеся заряды действует сила Лоренца, направленная для отрицательных зарядов по правилу левой руки (с учетом знака) от т.2 к т.1. В результате возникает электрический ток проводимости, текущий соответственно от точки 1 к точке 2. Ток приводит к разделению зарядов. При этом в первой точке накапливается отрицательный заряд, а во второй – положительный. Следствием разделения зарядов является появление электрического поля с напряженностью \vec{E} , направленной от $+$ к $-$, т.е. от т.2 к т.1. В результате на движущиеся заряды действуют силы электрического поля в направлении, противоположном направлению действия сил Лоренца. Движение зарядов в стержне прекращается, когда модули действующих сил станут равными, т.е.

$$F_{L_+} = F_Q.$$

Так как для вращательного движения $v = \omega r$ и угол α между вектором скорости каждой точки стержня, направленной перпендикулярно стержню, и вектором \vec{B} равен $\pi/2$, то модуль вектора \vec{E} определяется соотношением (4.7)

$$E = v B = \omega r B \quad (1)$$

Разность потенциалов между двумя точками стержня по определению равна

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_2^1 d\varphi = - \int_1^2 d\varphi = \int_1^2 \vec{E} d\vec{r}, \quad (2)$$

где вектор \vec{r} направлен от точки 1 к точке 2. Так как вектор напряженности электрического поля \vec{E} направлен от точки 2 к точке 1, то потенциал электрического поля φ возрастает вдоль направления \vec{r} (глава 1, раздел 1.6). Следовательно, $\varphi_0 - \varphi_A$ и $\varphi_A - \varphi_C$ - отрицательны. Подставляя (1) в (2), имеем

$$\begin{aligned} \varphi_0 - \varphi_A &= \int_O^A E \cos \pi dr = - \int_O^A \omega B r dr = - \int_0^{l/2} \omega B r dr = - \frac{\omega B}{2} r^2 \Big|_0^{l/2} = - \frac{\omega B}{8} l^2 = -4 \text{ мВ}, \\ \varphi_A - \varphi_C &= \int_A^C E \cos \pi dr = - \int_A^C \omega B r dr = - \int_{l/2}^l \omega B r dr = - \frac{\omega B}{2} r^2 \Big|_{l/2}^l = -3 \frac{\omega B}{8} l^2 = -12 \text{ мВ}. \end{aligned}$$

(В процессе существования кратковременного тока проводимости вдоль стержня на него в

магнитном поле будет действовать сила Ампера, направленная в сторону, обратную направлению вектора скорости \vec{v} . Так как по условию задачи ω постоянна, то никакого влияния на распределение зарядов вдоль проводника она не оказывает).

Ответ: $\varphi_0 - \varphi_A = -4 \text{ мВ}$, $\varphi_A - \varphi_C = -12 \text{ мВ}$.

Движение части контура в постоянном и однородном магнитном поле

Пусть прямоугольный контур, находящийся в однородном магнитном поле,

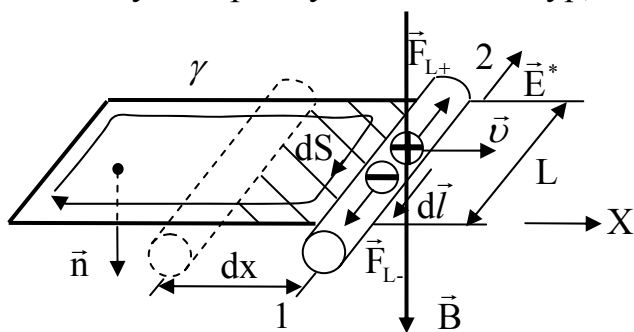


Рис. 4.5

перпендикулярном его плоскости, имеет подвижную проводящую перемычку длиной L , которая движется вправо вдоль оси X со скоростью \vec{v} , перпендикулярно своей оси. Выберем нормаль \vec{n} к ограниченной контуром плоской поверхности площадью S вдоль направления вектора \vec{B} (рис. 4.5). В соответствии с выбором нормали к поверхности определим положительное направление обхода контура – по часовой стрелке. Бесконечно малый магнитный поток $d\Phi$ через бесконечно малый участок поверхности площадью $dS = Ldx$ в этом случае равен

Вместе с перемычкой в магнитном поле движутся положительные и отрицательные заряды (ток переноса). Так как положительные заряды неподвижны относительно перемычки, то рассмотрим воздействие магнитного поля только на отрицательные заряды. На каждый электрон действует сила Лоренца

$$d\Phi = \vec{B} d\vec{S} = \vec{B} \vec{n} dS = B \cos 0 dS = B dS.$$

Вместе с перемычкой в магнитном поле движутся положительные и отрицательные заряды (ток переноса). Так как положительные заряды неподвижны относительно перемычки, то рассмотрим воздействие магнитного поля только на отрицательные заряды. На каждый электрон действует сила Лоренца

$$\vec{F}_{L-} = -e [\vec{v} \vec{B}]. \quad (4.11)$$

Ее направление можно определить по правилу левой руки с учетом знака заряда или определения векторного произведения с учетом минуса перед ним. В обоих случаях получаем направление силы Лоренца \vec{F}_{L-} – от т.2 к т.1. Под действием этой силы электроны начнут перемещаться по перемычке «вниз» и, по определению, «вверх» потечет индукционный ток проводимости. Перераспределившиеся заряды на поверхности проводника создадут электрическое поле, которое возбudit ток и в остальных неподвижных частях контура. (Кроме силы Лоренца, действующей на заряды перемычки и направленной вдоль нее, на ток проводимости, текущий по всему контуру, действует сила Ампера, сжимающая неподвижную часть контура и тормозящая движение перемычки. Для нашего рассмотрения она не существенна, так как перпендикулярна току проводимости и на рис. 4.5 не изображена.) Таким образом, роль сторонней силы, заставляющей перемещаться электроны, играет сила Лоренца. Тогда можно ввести

напряженность поля этой сторонней силы. По определению напряженность поля силы, действующей на электрический заряд, равна

$$\vec{E}^* = \frac{\vec{F}_L}{q} = -\frac{\vec{F}_{L-}}{e} = \frac{\vec{F}_{L+}}{e} = [\vec{v}\vec{B}].$$

Из сравнения этого выражения с (4.11) следует, что вектор \vec{E}^* противоположен вектору \vec{F}_{L-} , т.е. направлен от т.1 к т.2. Работа силы Лоренца по перемещению произвольного положительного заряда q' вдоль замкнутого контура γ и эдс равны, соответственно

$$A = \oint_{\gamma} \vec{F}_{L+} d\vec{l} = \oint_{\gamma} q' \vec{E}^* d\vec{l} = q' \oint_{\gamma} \vec{E}^* d\vec{l}$$

и

$$\varepsilon_i = \frac{A}{q'} = \oint_{\gamma} \vec{E}^* d\vec{l}. \quad (4.12)$$

Правая часть последнего интеграла называется *циркуляция вектора* напряженности сторонней силы по замкнутому контуру. Так как существующая только на участке $1 \rightarrow 2$ напряженность \vec{E}^* , постоянна и антипаралельна $d\vec{l}$, то

$$\vec{E}^* d\vec{l} = E^* dl \cos \pi = -E^* dl$$

и

$$\varepsilon_i = \oint_{\gamma} \vec{E}^* d\vec{l} = -E^* \int_1^2 dl = -E^* L.$$

Так как $\vec{v} \perp \vec{B}$, то $E^* = |[\vec{v}\vec{B}]| = vB \sin(\pi/2) = vB$ и эдс индукции имеет вид

$$\varepsilon_i = -E^* L = -vBL. \quad (4.13)$$

Учтем, что $v_x = \frac{dx}{dt}$ и т.к. $\vec{v} \uparrow \uparrow X$, то $v_x = v$. Следовательно,

$$-vBL = -BL \frac{dx}{dt} = -B \frac{Ldx}{dt} = -\frac{BdS}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (4.14)$$

Сравнивая выражения (4.13) и (4.14), получаем

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Можно показать, что это уравнение справедливо для *любого контура, движущегося произвольным образом в постоянном и неоднородном магнитном поле*. Таким образом, возникновение эдс индукции при произвольном движении незамкнутого проводника и замкнутого контура в постоянном однородном и неоднородном магнитных полях объясняется действием силы Лоренца. Заметим, что такая схема получения электрического тока лежит в основе всех индукционных генераторов, в которых ротор с обмоткой движется (вращается) в магнитном поле.

Примеры решения задач

Задача 4.5

Две замкнутые металлические шины, расстояние между которыми $a = 30$ см, со скользящей проводящей перемычкой, которая может двигаться без трения, находятся в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл, перпендикулярном плоскости контура. Перемычка массой $m = 5$ г скользит по шинам вниз с постоянной скоростью $v = 0,5$ м/с. Определить сопротивление R перемычки, пренебрегая сопротивлением остальной части контура.

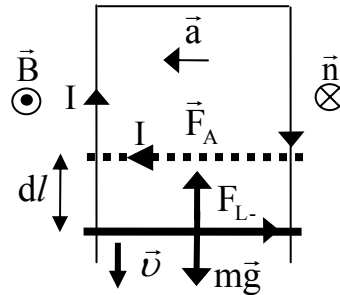
Дано: $a = 30$ см $= 0,3$ м;

$B = 0,1$ Тл;

$m = 5$ г $= 5 \cdot 10^{-3}$ кг;

$v = 0,5$ м/с.

Найти: R .



При движении перемычки вниз вместе с ней в магнитном поле движутся и находящиеся в перемычке положительные и отрицательные заряды, т.е. имеет место ток переноса. В результате этого на заряды вдоль перемычки действует сила Лоренца и возникает индукционный ток проводимости, направленный по движению положительных зарядов, т.е. справа налево. В магнитном поле на проводник с током, длиной a , действует сила Ампера (3.24)

$$\vec{F}_A = I[\vec{a}\vec{B}],$$

где $|\vec{a}| = a$, и направление вектора \vec{a} совпадает с направлением тока. По условию задачи $\vec{B} \perp \vec{a}$. Следовательно, сила Ампера направлена вверх и ее модуль

$$F_A = IaB\sin(\pi/2) = IaB.$$

Отсюда

$$I = \frac{F_A}{aB}.$$

Так как по условиям задачи перемычка движется с постоянной скоростью, то сумма сил, приложенных к перемычке, равна нулю, т.е.

$$\vec{F}_A + m\vec{g} = 0 \quad \text{и} \quad F_A = mg.$$

Тогда

$$I = \frac{mg}{aB}.$$

Выберем за положительное направление обхода контура направление тока, текущего по перемычке справа налево. По правилу правого винта определяем, что нормаль к плоскости контура направлена от нас за плоскость контура и угол между векторами \vec{n} и \vec{B} равен π . По закону электромагнитной индукции (4.1)

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BS\cos\pi)}{dt} = B\frac{dS}{dt} = B\frac{d(al)}{dt} = Ba\frac{dl}{dt} = Bav,$$

где dl - путь, пройденный перемычкой за время dt , $v = dl/dt$. Выражая из (4.2) R , получаем ($I = I_i$)

$$R = \frac{\varepsilon_i}{I} = \frac{Bav}{mg}aB = \frac{B^2a^2v}{mg} = 9,2 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R = 9,2$ Ом.

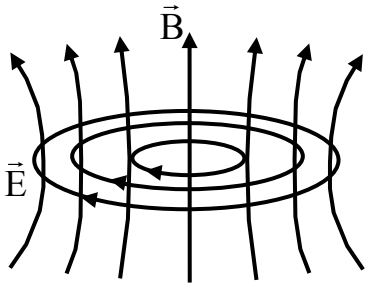
Неподвижный контур в переменном магнитном поле

На покоящиеся электрические заряды действуют только электрические силы, созданные другими зарядами, а на движущиеся – электрические, созданные зарядами, и магнитные, созданные движущимися зарядами или токами (глава 3, раздел 3.1). Так как контур не находится в электрическом поле зарядов и покоится, то ни электрические ни магнитные силы на заряды, находящиеся в контуре, действовать не могут. Но по закону электромагнитной индукции в контуре, находящемся в переменном магнитном поле, возникает индукционный ток. Максвелл предположил, что переменное, т.е. изменяющееся во времени магнитное поле, приводит к появлению в пространстве некоторого электрического поля, для которого выполняется закон электромагнитной индукции, т.е.

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

или

$$\oint_{\gamma} \vec{E}^* d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (4.15)$$



где \vec{E}^* - напряженность не кулоновского (т.е. не созданного зарядами) электрического поля. Левая часть выражения (4.15) есть *циркуляция вектора* напряженности \vec{E}^* некоторого электрического поля, возбуждаемого в пространстве переменным магнитным полем, и она отлична от нуля. Ранее показано, что *циркуляция вектора* напряженности \vec{E} электрического поля зарядов по произвольному замкнутому контуру γ (глава 1, раздел 1.4)

Рис. 4.6

$$\oint_{\gamma} \vec{E} d\vec{l} = 0,$$

т.е. поле вектора \vec{E} - *потенциально*. Следовательно, введенное Максвеллом электрическое поле, в отличие от электрического поля зарядов, не является потенциальным. Оно, как и магнитное поле, является *вихревым*. (глава 3, раздел 3.7). Силовые линии такого вихревого электрического поля (рис. 4.6) - замкнутые кривые вокруг линий вектора магнитной индукции переменного магнитного поля. Учитывая, что поток магнитной индукции

$$\Phi = \int_s \vec{B} d\vec{S},$$

подставим это выражение в (4.15). Тогда

$$\oint_{\gamma} \vec{E}^* d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \left(\int_s \vec{B} d\vec{S} \right)$$

Так как контур неподвижен, то S не меняется со временем (переменным является только вектор магнитной индукции) и можно поменять последовательность интегрирования и дифференцирования т.е.

$$\oint_{\gamma} \vec{E}^* d\vec{l} = - \int_S \frac{d\vec{B}}{dt} d\vec{S}. \quad (4.16)$$

В общем случае явление электромагнитной индукции объясняется *двумя независимыми друг от друга причинами: действием силы Лоренца магнитного поля и электрической силы вихревого электрического поля.*

Вопросы и задания для самопроверки

1. На какие движущиеся или покоящиеся электрические заряды действует сила Лоренца?
2. Чему равна и как направлена сила Лоренца по отношению к направлению скорости движения заряда и вектора магнитной индукции?
3. Направление тока связано с направлением упорядоченного движения каких зарядов?
4. Почему поле вектора \vec{E} называют потенциальным?
5. Сформулируйте закон Ома для замкнутой цепи.
6. Как связана разность потенциалов и напряженность электрического поля?
7. Почему электрическое поле, порожденное переменным магнитным полем, не является потенциальным?
8. Как связаны модули угловой и линейной скорости?
9. Может ли постоянное магнитное поле порождать электрическое, например, при изменении размеров контура?

Примеры решения задач

Задача 4.6

Кольцо из алюминиевого провода с удельным сопротивлением $\rho = 26 \text{ нОм}\cdot\text{м}$ помещено в переменное однородное магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Диаметр кольца $D = 30 \text{ см}$, диаметр провода $d = 2 \text{ мм}$. Определить скорость dB/dt изменения магнитного поля, если сила индукционного тока в кольце $I = 1 \text{ А}$.

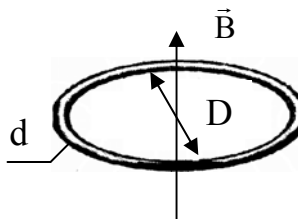
Дано: $\rho = 26 \text{ нОм}\cdot\text{м} = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$;

$D = 30 \text{ см} = 0,3 \text{ м}$;

$d = 2 \text{ мм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$;

$I = I = 1 \text{ А}$.

Найти: dB/dt .



Запишем закон электромагнитной индукции без учета знака в виде

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Так как $D \gg d$, то площадь плоскости, ограниченной кольцом, $S = \pi D^2/4$. По условиям задачи эта плоскость ортогональна вектору магнитной индукции, т.е. вектор нормали к плоскости или параллелен вектору магнитной индукции ($\alpha = 0$) или антипараллелен ($\alpha = \pi$). В любом случае, так как поле однородно, поток равен

$$\Phi = \int_S B \cos \alpha dS = B \cos \alpha \int_S dS = BS \cos \alpha$$

и

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d(BS \cos \alpha)}{dt} = - S \cos \alpha \frac{dB}{dt} = \mp S \frac{dB}{dt} = \mp \frac{\pi D^2}{4} \frac{dB}{dt}. \quad (1)$$

Здесь $(-)$ соответствует углу $\alpha = 0$, $(+)$ – $\alpha = \pi$. Для индукционного тока по закону Ома (4.4) имеем

$$\varepsilon_i = I_i R. \quad (2)$$

Сопротивление R определим через длину, площадь сечения и удельное сопротивление кольца

$$R = \rho \frac{l}{s} = 4\rho \frac{\pi D}{\pi d^2} = 4\rho \frac{D}{d^2}. \quad (3)$$

Подставляя (3) в (2), имеем

$$\varepsilon_i = I_i \left(4\rho \frac{D}{d^2} \right). \quad (4)$$

Приравняем (4) и (1), получаем

$$\mp \frac{\pi D^2}{4} \frac{dB}{dt} = 4\rho \frac{D}{d^2} I.$$

Тогда

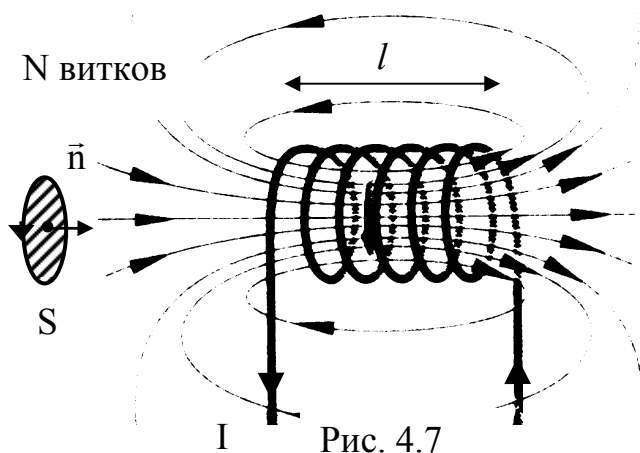
$$\frac{dB}{dt} = \mp 16 \frac{I\rho}{\pi d^2 D} = \mp 0,11 \text{ Тл/с}.$$

Ответ: $dB/dt = \mp 0,11 \text{ Тл/с}$.

4.3. Индуктивность. Самоиндукция

Если в пространстве, где находится проводящий контур с током I , нет ферромагнетиков, то вектор магнитной индукции \vec{B} (см. закон Био-Савара - Лапласа (3.4)), а значит и поток вектора магнитной индукции Φ через контур пропорционален силе тока $\Phi \sim I$, и можно ввести коэффициент пропорциональности

$$\Phi = LI. \quad (4.17)$$



Здесь L – *индуктивность* контура. Впервые ее ввел В. Томпсон (Кельвин) в 1853г. Можно показать, что индуктивность всегда положительна и зависит только от формы и размеров контура, а также от магнитных свойств окружающей среды. Единица измерения индуктивности- *генри* (Гн).

$$[\text{Гн}] = [\text{Вб}]/[\text{А}].$$

Для примера найдем, пренебрегая краевыми эффектами, индуктивность длинного соленоида объемом $V=Sl$,

числом витков на единицу длины $n_l = \frac{N}{l}$, магнитной проницаемостью вещества внутри соленоида - μ . Здесь S - площадь поверхности одного витка, l - длина соленоида и N - общее число витков (рис. 4.7). В пренебрежении краевыми эффектами магнитное поле в длинном соленоиде однородно и модуль его вектора магнитной индукции (глава 3, раздел 3.6)

$$B = \mu\mu_0 \frac{N}{l} I = \mu\mu_0 n_l I. \quad (4.18)$$

Выбирая вектор нормали к плоскости витка в соответствии с направлением тока получаем, что он *сонаправлен* вектору магнитной индукции, и для магнитного потока через каждый виток соленоида, имеем

$$\Phi = BS \cos 0 = \mu\mu_0 n_l IS. \quad (4.19)$$

Магнитный поток Ψ , пронизывающий N одинаковых витков, (*потокосцепление*) определяется соотношением

$$\Psi = N\Phi = N\mu\mu_0 n_l IS = \mu\mu_0 n_l^2 l S = \mu\mu_0 n_l^2 VI.$$

Тогда, индуктивность соленоида равна (4.17)

$$L = \frac{\Psi}{I} = \mu\mu_0 n_l^2 V = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} S. \quad (4.20)$$

При изменении силы тока в произвольном контуре меняется вектор магнитной индукции, а значит и магнитный поток через этот контур. Следовательно, в нем самом должна наводиться ЭДС, которая называется *ЭДС самоиндукции* ε_s .

Явление возникновения индукционного электрического тока в замкнутом проводящем контуре при изменении тока в нем называется самоиндукцией. Так как $\Phi = LI$, то

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt}.$$

Если при изменении тока в контуре его индуктивность не меняется (т.е. не меняется конфигурация контура и нет ферромагнитной среды), то

$$\varepsilon_s = -\frac{d(LI)}{dt} = -L \frac{dI}{dt}. \quad (4.21)$$

Используя закон Ома, получим выражение для тока самоиндукции

$$I_s = \frac{\varepsilon_s}{R} = -\frac{1}{R} \frac{d\hat{O}}{dt} = -\frac{L}{R} \frac{dI}{dt}. \quad (4.22)$$

Знак минус в (4.21) и (4.22) показывает, что ЭДС «вызывает» индукционный ток, направленный против изменения первоначального тока в соответствии с правилом Ленца. ЭДС самоиндукции противодействует первоначальному току, когда он увеличивается и поддерживает его, когда он уменьшается. Определим на примере одного витка с током направление индукционного тока исходя из выражения для тока самоиндукции (4.22).

Выберем за положительное направление обхода контура направление протекания первоначального тока I в нем (белая стрелка вниз) т.е. $I > 0$. Тогда вектор нормали \vec{n} направлен слева - направо (рис. 4.8). Вектор магнитной индукции \vec{B} такого витка с током также направлен в эту

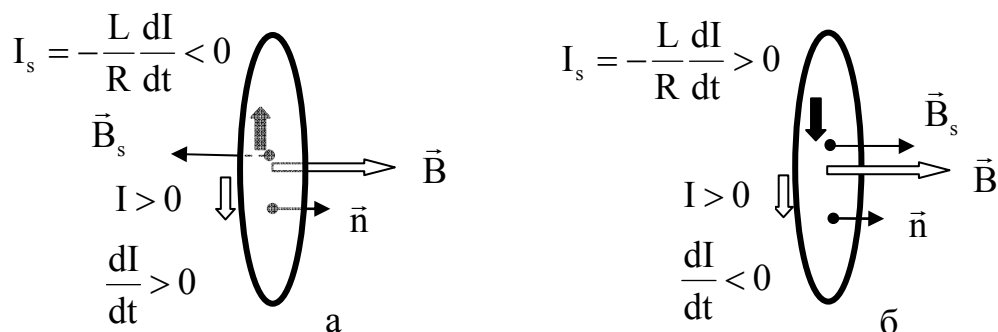


Рис. 4.8

сторону (белая стрелка вправо) и, следовательно, так как \vec{B} и \vec{n} сонаправлены, магнитный поток первоначального тока через плоскость, ограниченную контуром, положителен.

Пусть первоначальный ток возрастает, т.е. $\frac{dI}{dt} > 0$ (рис. 4.8а). Тогда ток самоиндукции $I_s = -\frac{L}{R} \frac{dI}{dt} < 0$ (черная стрелка вверх). Таким образом, в соответствии с правилом Ленца индукционный ток отрицателен. Это значит, что он направлен в сторону, обратную направлению первоначального тока, и мешает первоначальному току возрастать. При таком направлении тока самоиндукции его вектор магнитной индукции \vec{B}_s составляет угол π с вектором нормали к контуру, а магнитный поток через плоскость ограниченную контуром - отрицателен.

Пусть первоначальный ток уменьшается, т.е. $\frac{dI}{dt} < 0$ (рис. 4.8б). Тогда ток самоиндукции $I_s = -\frac{L}{R} \frac{dI}{dt} > 0$ (черная стрелка вниз). Таким образом, в соответствии с правилом Ленца индукционный ток положителен. Это означает, что он направлен по направлению первоначального тока и мешает первоначальному току уменьшаться, т.е. поддерживает его. При таком направлении тока самоиндукции его вектор магнитной индукции \vec{B}_s сонаправлен вектору нормали к контуру, а магнитный поток через плоскость ограниченную контуром - положителен.

Вопросы и задания для самопроверки

1. От каких характеристик контура и окружающей среды зависит его индуктивность?
2. В каких единицах в системе СИ измеряется индуктивность?
3. Если зависимость от времени эдс батареи контура линейная, то является ли линейной зависимость от времени индукционного тока в этом контуре?
4. Возникнет ли эдс самоиндукции и индукционный ток в разомкнутом контуре ?
5. Дайте определение явления самоиндукции.
6. Запишите выражение для потокосцепления соленоида, состоящего из N витков.
7. Зависит ли индуктивность контура от силы тока в нем?

4.4. Переходные процессы при размыкании и замыкании цепи

Характерные проявления явления самоиндукции наблюдаются при размыкании и замыкании тока в электрической цепи.

Исчезновение тока при размыкании цепи

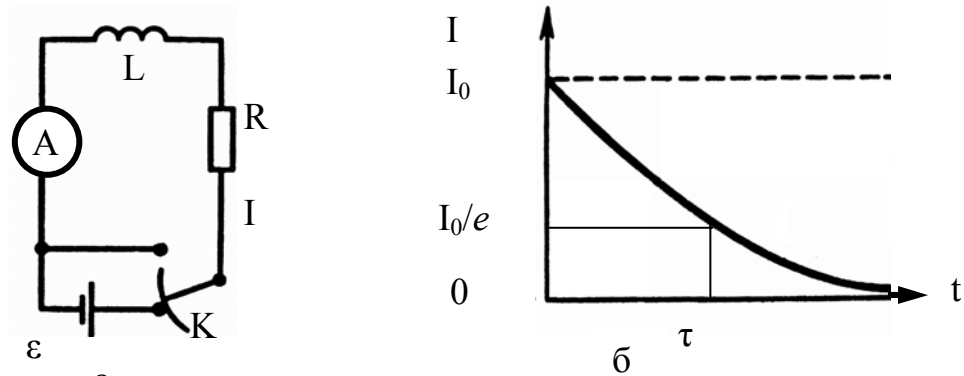


Рис. 4.9

Пусть цепь состоит из источника тока с эдс ε и нулевым внутренним сопротивлением, резистора с сопротивлением R , катушки индуктивности с постоянной индуктивностью L и ключа K . Первоначально ключ находится в нижнем положении (рис. 4.9а), и в цепи течет ток

$$I_0 = \frac{\varepsilon}{R}.$$

В момент $t = 0$ повернем ключ по направлению движения часовой стрелки из нижнего положения в верхнее и отключим цепь от источника. Ток через индуктивность начнет убывать. Это приведет к возникновению эдс самоиндукции

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt},$$

которая противодействует, по правилу Ленца, убыванию тока. Так как это единственное эдс, которое действует в цепи, то в каждый момент времени ток в контуре - это ток самоиндукции

$$I = I_s = \frac{\varepsilon_s}{R}$$

или

$$RI = \varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}.$$

Преобразуем это выражение к виду

$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt.$$

За время от 0 до t ток изменится от I_0 до I . Проинтегрируем правую и левую часть в указанных пределах.

$$\int_{I_0}^I \frac{dI'}{I'} = - \int_0^t \frac{R}{L} dt'.$$

Взяв интегралы, получим

$$\ln I' \Big|_{I_0}^I = - \frac{R}{L} t' \Big|_0^t$$

или

$$\ln I - \ln I_0 = - \frac{R}{L} (t - 0) = - \frac{R}{L} t.$$

Так как разность логарифмов равна логарифму отношения, то

$$\ln(I/I_0) = - \frac{Rt}{L}.$$

Потенцируя это уравнение, получаем

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\frac{Rt}{L}}$$

или

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad (4.23)$$

где $\tau = \frac{L}{R}$ – *время релаксации*, т.е. время, в течение которого, считая от момента размыкания цепи, сила тока уменьшается в e раз. Зависимость (4.23) представлена на рис. 4.9б.

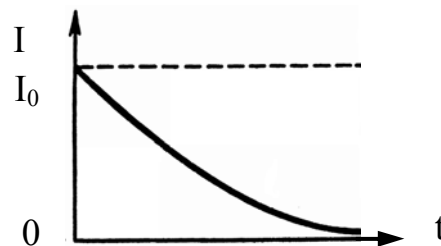
Примеры решения задач

Задача 4.7

Соленоид (катушка индуктивности) диаметром $d = 3$ см имеет однослойную обмотку из плотно прилегающих друг к другу витков алюминиевого провода с удельным сопротивлением $\rho = 26$ нОм·м и диаметром $d_1 = 0,3$ мм. По соленоиду течет ток $I_0 = 0,5$ А. Определить количество электричества q , протекшее по соленоиду, если его закоротить.

Дано: $d = 3$ см $= 3 \cdot 10^{-2}$ м;
 $\rho = 26$ нОм·м $= 2,6 \cdot 10^{-8}$ Ом·м;
 $d_1 = 0,3$ мм $= 3 \cdot 10^{-4}$ м;
 $I_0 = 0,5$ А.

Найти: q .



При коротком замыкании соленоида он будет отключен от источника питания. Это вызовет уменьшение тока через соленоид и, как следствие, возникновение явления самоиндукции в нем. Согласно уравнению (4.23)

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0 e^{-\frac{R}{L} t}.$$

По определению

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Следовательно,

$$dq = Idt.$$

Проинтегрируем правую часть равенства от 0 до ∞ , а левую соответственно от 0 до q

$$\int_0^q dq' = \int_0^{\infty} Idt$$

или

$$q = \int_0^{\infty} I_0 e^{-\frac{R}{L}t} dt = -I_0 \frac{L}{R} \int_0^{\infty} e^{-\frac{R}{L}t} d(-\frac{R}{L}t) = -I_0 \frac{L}{R} e^{-\frac{R}{L}t} \Big|_0^{\infty} = -I_0 \frac{L}{R} (0 - 1) = I_0 \frac{L}{R}.$$

Согласно (4.20)

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} S.$$

Здесь $l = Nd_1$ – длина соленоида, $S = \pi d^2/4$ – площадь его поперечного сечения (не витка). Длина проволоки, из которой сделан соленоид $l_1 = \pi dN$. Площадь поперечного сечения проволоки – $S_1 = \pi d_1^2/4$ и ее сопротивление $R = \rho l_1/S_1 = 4\rho dN/d_1^2$. Следовательно,

$$q = I_0 \frac{L}{R} = I_0 \frac{\mu_0 N \pi d^2 d_1^2}{4 d_1 \rho 4 d N} = I_0 \frac{\mu_0 \pi d d_1}{16 \rho} = 42,7 \text{ мкКл.}$$

Ответ: q = 2,7 мкКл.

Появление тока при замыкании цепи

Пусть в той же схеме первоначально ключ находится в верхнем положении, и в цепи тока нет. В момент $t = 0$ (рис.4.10а) повернем ключ против направления движения часовой стрелки из верхнего положения в нижнее и подключим цепь к источнику тока. В результате ток в цепи начинает нарастать и возникнет эдс самоиндукции, противодействующая этому нарастанию.

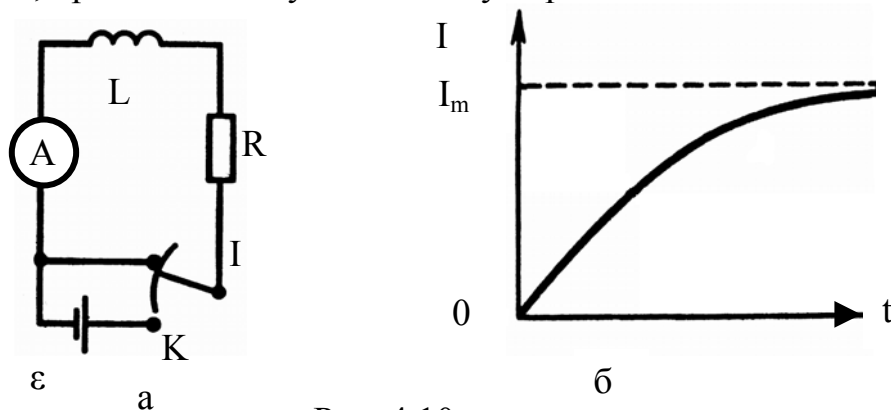


Рис. 4.10

Согласно закону Ома для замкнутой неоднородной цепи с несколькими источниками эдс

$$IR = \varepsilon + \varepsilon_s = \varepsilon - L \frac{dI}{dt}.$$

Преобразуем это выражение к виду

$$R(I - \frac{\varepsilon}{R}) = -L \frac{dI}{dt}$$

или

$$\frac{dI}{I - \frac{\varepsilon}{R}} = -\frac{R}{L} dt.$$

Добавим постоянное слагаемое под знак дифференциала в левую часть уравнения

$$\frac{d(I - \frac{\varepsilon}{R})}{I - \frac{\varepsilon}{R}} = \frac{d(\frac{\varepsilon}{R} - I)}{\frac{\varepsilon}{R} - I} = -\frac{R}{L} dt. \quad (4.24)$$

За время от 0 до t ток изменяется от 0 до I , а выражение, стоящее под дифференциалом, – от $\frac{\varepsilon}{R}$ до $\frac{\varepsilon}{R} - I$. Проинтегрируем правую и левую часть (4.24) в указанных пределах.

$$\int_{\frac{\varepsilon}{R}}^{\frac{\varepsilon}{R} - I} \frac{d(\frac{\varepsilon}{R} - I')}{\frac{\varepsilon}{R} - I'} = -\int_0^t \frac{R}{L} dt'.$$

В результате имеем

$$\ln(\frac{\varepsilon}{R} - I) - \ln(\frac{\varepsilon}{R}) = \ln(\frac{\frac{\varepsilon}{R} - I}{\frac{\varepsilon}{R}}) = -\frac{Rt}{L}.$$

Потенцируя, получаем

$$\frac{\frac{\varepsilon}{R} - I}{\frac{\varepsilon}{R}} = e^{-\frac{R}{L}t}.$$

Пусть $I_m = \frac{\varepsilon}{R}$ и $\tau = \frac{L}{R}$. Тогда выражение зависимости тока от времени принимает (рис. 4.10б) вид

$$I - I_m = I_m e^{-\frac{t}{\tau}}$$

или

$$I(t) = I_m (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}). \quad (4.25)$$

Очевидно, что $I_m = \frac{\varepsilon}{R}$ – максимальный ток, установившийся в цепи при $t \rightarrow \infty$, а τ – время установления тока, т.е. время, считая от момента замыкания, в течение которого сила тока достигает значения в $(e-1)/e$ раз меньше максимально.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Почему при размыкании и замыкании электрического контура ток спадает и нарастает не мгновенно?
2. Через какое время ток при замыкании контура с индуктивностью достигнет максимума?
3. Чему равно время релаксации?

4. Через какое время ток при размыкании цепи с индуктивностью уменьшится до нуля?
5. С какой механической характеристикой тела можно сравнить индуктивность?
6. С одинаковым ли ускорением падает маленький полосовой магнит через вертикально стоящую катушку при замкнутой и разомкнутой обмотке катушки?

Примеры решения задач

Задача 4.8

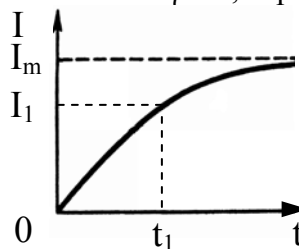
Катушку индуктивности $L = 0,6$ Гн подключают к источнику тока. Определите сопротивление катушки, если за время $t_1 = 3$ с сила тока через катушку достигает $\eta = 0,8$ предельного значения.

Дано: $L = 0,6$ Гн;

$t_1 = 3$ с;

$\eta = 0,8$.

Найти: R



В результате подключения катушки индуктивности к источнику тока по ней пойдет переменный ток, который будет наводить в катушке ток самоиндукции. Результирующий ток равен

$$I(t) = I_m(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = I_m(1 - e^{-\frac{R}{L}t}).$$

Так как

$$I_1 = I(t_1) = \eta I_m,$$

то

$$\eta I_m = I_m(1 - e^{-\frac{R}{L}t_1}).$$

Сократим левую и правую часть на I_m и преобразуем выражение к виду

$$1 - \eta = e^{-\frac{R}{L}t_1}$$

Логарифмируя его, получаем

$$\ln(1 - \eta) = \ln e^{-\frac{R}{L}t_1} = -\frac{R}{L}t_1.$$

Тогда

$$R = -L \frac{\ln(1 - \eta)}{t_1} = -\frac{0,6 \ln 0,2}{3} = 322 \text{ мОм}.$$

Ответ: $R = 322$ мОм.

4.5. Взаимная индукция

Явление возникновения индукционного тока в одном замкнутом проводящем контуре при изменении тока в другом называется взаимной индукцией.

Рассмотрим два неподвижных контура с сопротивлениями R_1 и R_2 , расположенные достаточно близко друг от друга. Если в первом контуре течет ток I_1 , то магнитное поле \vec{B}_1 этого тока создает магнитный поток Φ_{21} через поверхность

второго контура, пропорциональный, как следует из закона Био-Савара-Лапласа (3.4), току I_1 т.е.

$$\Phi_{21} = L_{21}I_1. \quad (4.26)$$

Если магнитный поток зависит от времени, то во втором контуре возникает эдс индукции ε_{21}

$$\varepsilon_{21} = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -\frac{d(L_{21}I_1)}{dt}$$

и течет индукционный ток

$$I_{21} = \frac{\varepsilon_{21}}{R_2} = -\frac{d(L_{21}I_1)}{R_2 dt}.$$

Если во втором контуре течет ток I_2 , то магнитное поле \vec{B}_2 этого тока создает магнитный поток Φ_{12} через поверхность первого контура, пропорциональный току I_2 , т.е.

$$\Phi_{12} = L_{12}I_2. \quad (4.27)$$

Если магнитный поток зависит от времени, то в первом контуре возникает эдс индукции ε_{12}

$$\varepsilon_{12} = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -\frac{d(L_{12}I_2)}{dt}$$

и течет индукционный ток

$$I_{12} = \frac{\varepsilon_{12}}{R_1} = -\frac{d(L_{12}I_2)}{R_1 dt}.$$

Если L_{21} и L_{12} не зависят от времени, то

$$\varepsilon_{21} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}, \quad I_{21} = -\frac{L_{21}}{R_2} \frac{dI_1}{dt}, \quad (4.28)$$

$$\varepsilon_{12} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}, \quad I_{12} = -\frac{L_{12}}{R_1} \frac{dI_2}{dt}.$$

Введенные выше коэффициенты пропорциональности L_{21} и L_{12} называются *взаимными индуктивностями контуров*. Взаимная индуктивность численно равна магнитному потоку сквозь один из контуров, создаваемому единичным током в другом контуре. Взаимные индуктивности зависят только от взаимной конфигурации контуров и магнитной проницаемости среды. Размерность коэффициентов - *генри* (Гн). В отличие от индуктивности L коэффициенты взаимной индукции могут быть как положительными, так и отрицательными. Несложно показать, что справедлива *теорема взаимности: в отсутствие ферромагнитной среды взаимные индуктивности контуров одинаковы* т.е.

$$L_{12} = L_{21}.$$

Смысл этой теоремы состоит в том, что при пропускании одного и того же по величине тока $I = I_1 = I_2$ через любой из двух контуров магнитный поток через другой контур всегда будет одним и тем же, т.е. $\Phi_{21} = L_{21}I = L_{12}I = \Phi_{12}$. Отметим, что на явлении взаимной индукции основано действие трансформаторов.

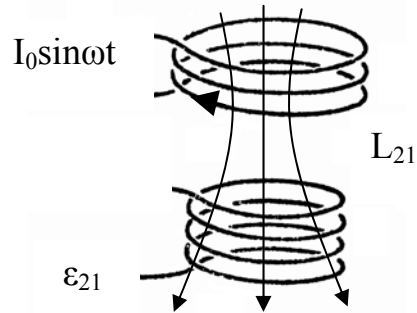
Примеры решения задач

Задача 4.9

Две катушки имеют взаимную индуктивность $L_{12} = L_{21} = 5$ мГн. В первой катушке ток изменяется по закону $I_1 = I_0 \sin \omega t$, где $I_0 = 10$ А, $\omega = 2\pi/T$, $T = 0,02$ с. Найти ε_{21} , индуцируемую во второй катушке, и наибольшее значение этой ЭДС $\varepsilon_{21\max}$.

Дано: $L_{12} = L_{21} = 5$ мГн;
 $I_1 = I_0 \sin \omega t$, $\omega = 2\pi/T$;
 $I_0 = 10$ А;
 $T = 0,02$ с.

Найти: ε_{21} , $\varepsilon_{21\max}$.



Согласно (4.28) ($I_1 = I$)

$$\varepsilon_{21} = -L_{21} \frac{dI}{dt}.$$

По условию задачи

$$I_1 = I_0 \sin \omega t.$$

Тогда

$$\varepsilon_{21} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt} = -L_{21} \omega I_0 \cos \omega t = -15,7 \cos(100\pi t) \text{ В}.$$

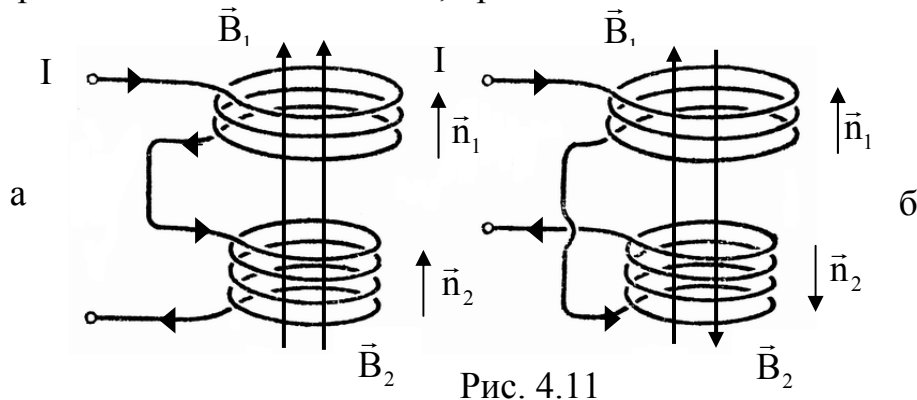
Ответ: $\varepsilon_{21} = -15,7 \cos(100\pi t) \text{ В}$, $\varepsilon_{21\max} = 15,7 \text{ В}$.

Индуктивность соединения катушек

В общем случае катушки могут быть соединены *последовательно* (через обе катушки течет один и тот же ток) и *параллельно* (одно и то же напряжение приложено к обеим катушкам). Если магнитный поток, который создает ток одной катушки в месте расположения другой положителен, т.е. направления векторов магнитной индукции от разных катушек в месте расположения каждой из них совпадают, то говорят, что катушки соединены *согласованно*. Если магнитный поток, который создает ток одной катушки в месте расположения другой отрицателен, т.е. направления векторов магнитной индукции от разных катушек в месте расположения каждой из них обратные, то говорят, что катушки соединены *встречно*. Рассчитаем для примера индуктивность системы катушек, соединенных *последовательно согласованно* (рис. 4.11а) и *последовательно встречно* (рис. 4.11б).

Пусть система состоит из двух катушек с собственной индуктивностью L_1 и L_2 , по которым течет ток I . Обозначим через Φ_1 – *собственный* магнитный поток (потокосцепление первой катушки), Φ_2 – *собственный* магнитный поток (потокосцепление второй катушки), Φ_{12} – *несобственный* магнитный поток,

созданный второй катушкой через витки первой, и Φ_{21} – *несобственный* магнитный поток, созданный первой катушкой через витки второй. По принципу суперпозиции индуктивность системы определяется полным потокоцеплением, т.е. суммарным магнитным потоком, пронизывающим все витки системы.



Выберем в соответствии с правилом правого винта направление векторов нормали к поверхностям, ограниченным витками катушки по которым идет ток: вращательное движение правого винта совпадает с направлением тока (направление положительного обхода), а поступательное дает направление вектора нормали. В соответствии с этим же правилом определим направление *собственных* векторов магнитной индукции в катушках: вращательное движение правого винта совпадает с направлением тока, а поступательное дает направление вектора магнитной индукции. В результате получаем параллельность векторов нормали и магнитной индукции и, как следствие, положительность *собственных* магнитных потоков Φ_1 и Φ_2 , т.к. $\vec{B}_1 \vec{n}_1 > 0$ и $\vec{B}_2 \vec{n}_2 > 0$. Индуктивности этих катушек L_1 и L_2 , определяемые из выражений

$$\Phi_1 = L_1 I \quad \Phi_2 = L_2 I,$$

и также положительны. *Несобственные* магнитные потоки могут быть положительными и отрицательными в зависимости от угла между вектором магнитной индукции одной катушки в месте расположения витков другой и вектора нормали к виткам другой катушки. Если катушки соединены *согласовано* (рис.4.11 а), то *несобственные* потоки положительны, т.к. $\vec{B}_1 \vec{n}_2 > 0$ и $\vec{B}_2 \vec{n}_1 > 0$. Тогда

$$\Phi_{21} = \Phi_{12} = L_{12} I = L_{12} I = M I.$$

Если катушки соединены *встречно* (рис.4.11 б), то *несобственные* потоки отрицательны, т.к. $\vec{B}_1 \vec{n}_2 < 0$ и $\vec{B}_2 \vec{n}_1 < 0$. Тогда

$$\Phi_{21} = \Phi_{12} = L_{12} I = L_{12} I = - M I,$$

где $M = |L_{12}| = |L_{21}|$. В общем случае индуктивность всей системы равна

$$L = \frac{\Phi_{\Sigma}}{I} = \frac{\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_{12} + \Phi_{21}}{I} = \frac{L_1 + L_2 \pm 2M}{I} I = L_1 + L_2 \pm 2M. \quad (4.30)$$

Вопросы и задания для самопроверки

1. Дайте определение явления взаимной индукции.
2. В чем смысл теоремы взаимности?
3. От чего зависят коэффициенты взаимной индукции и в каких единицах они измеряются?
4. Изобразите на рисунке параллельное и последовательное соединение катушек.
5. Как направлены векторы магнитной индукции от двух разных катушек в месте расположения каждой из них, если катушки включены встречно; согласованно?
6. Какие магнитные потоки вносят вклад в магнитный поток всей системы, состоящей из двух последовательно соединенных катушек?

4.6. Энергия магнитного поля

Рассмотрим процесс замыкания цепи в контуре с источником тока с эдс ε , резистором с сопротивлением R и катушкой индуктивности с индуктивностью L на основании закона сохранения энергии. При замыкании в контуре начинает возрастать ток и возникает эдс самоиндукции ε_s . Согласно закону Ома для неоднородной цепи с несколькими источниками эдс

$$IR = \varepsilon + \varepsilon_s$$

или

$$\varepsilon = IR - \varepsilon_s. \quad (4.31)$$

Так как эдс численно равна работе сторонних сил по перенесению единичного положительного заряда по замкнутому контуру, то работа источника тока по перенесению заряда dq по этому контуру равна

$$dA = \varepsilon dq. \quad (4.32)$$

По определению

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (4.33)$$

Тогда, подставляя (4.33) и (4.31) в (4.32), получим

$$dA = \varepsilon Idt = (IR - \varepsilon_s)Idt = I^2 R dt - \varepsilon_s Idt. \quad (4.33)$$

Согласно закону Джоуля-Ленца (2.60-2.61)

$$dQ = I^2 R dt, \quad (4.34)$$

где dQ – количество тепла, выделившееся в проводнике с сопротивлением R при прохождении по нему тока I за время dt . Обозначим

$$dA^{\text{доп}} = -\varepsilon_s Idt. \quad (4.35)$$

Тогда, подставляя (4.34) и (4.35) в (4.33), получим

$$dA = dQ + dA^{\text{доп}}.$$

Учитывая, что

$$\varepsilon_s = - \frac{d\Phi}{dt},$$

перепишем выражение для dA в виде

$$dA = dQ + \frac{d\Phi}{dt} Idt = dQ + Id\Phi.$$

В процессе замыкания цепи ток I растет со временем. Следовательно, растет со временем его магнитный поток через собственный контур $\Phi = LI$, т.е. $d\Phi > 0$. Значит и $dA^{\text{доп}} = I d\Phi > 0$. Тогда $dA > dQ$. Таким образом, источник тока за время dt совершает работу dA , превышающую количество выделяемого в контуре джоулева тепла dQ , т.к. источник должен «проталкивать» ток по цепи, не только преодолевая сопротивление проводника, но и сопротивление сторонних сил, мешающих току возрастать, из-за возникновения эдс самоиндукции. Учитывая, что

$$d\Phi = LdI,$$

перепишем (4.35) в виде

$$dA^{\text{доп}} = LI dI. \quad (4.36)$$

Любая работа есть мера изменения какой-либо энергии, поэтому

$$dW = dA^{\text{доп}},$$

где dW – бесконечно малое изменение энергии, связанное с совершением бесконечно малой работы $dA^{\text{доп}}$. Проинтегрируем левую часть уравнения (4.36) от 0 до $A^{\text{доп}}$, а правую от 0 до I

$$\int_0^{A^{\text{доп}}} dA^{\text{доп}} = \int_0^I LI' dI'.$$

Так как $\int x dx = \frac{x^2}{2} + \text{const}$, то

$$A^{\text{доп}} = \frac{LI^2}{2}. \quad (4.37)$$

В начальный момент замыкания цепи $I = 0$ и магнитного поля в контуре нет ($\vec{B} = 0$). В любой последующий момент времени в контуре есть ток ($I \neq 0$) и магнитное поле ($\vec{B} \neq 0$), созданное током. При этом источник тока совершает некоторую дополнительную работу, которая и идет на создание магнитного поля. Величина этой работы равна изменению магнитной энергии. Таким образом, энергия магнитного поля контура с индуктивностью L , по которому течет ток I с учетом выражения (4.17), равна

$$W = \frac{LI^2}{2} = \frac{1}{2} I\Phi = \frac{\Phi^2}{2L}. \quad (4.38)$$

Выражение для энергии контура с током впервые получено В.Томпсоном (Кельвином) в 1853г.

Выразим энергию магнитного поля через вектор магнитной индукции \vec{B} . Для этого рассмотрим однородное поле длинного соленоида. Подставляя выражения для I и L из (4.20) и (4.18)

$$I = \frac{Bl}{\mu\mu_0 N} ; \quad L = \mu\mu_0 \frac{N^2 V}{l^2}.$$

в выражение (4.38), получим

$$W = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V = \frac{\vec{B}\vec{H}}{2} V, \quad (4.39)$$

где $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0}$ – напряженность магнитного поля (3.44). Так как магнитное поле длинного соленоида однородно, то плотность магнитной энергии

$$w = \frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\vec{B}\vec{H}}{2}. \quad (4.40)$$

Обобщим выражение для плотности магнитной энергии (4.40) на случай неоднородного поля и запишем в общем виде выражение для энергии магнитного поля W , заключенного в объеме V

$$W = \int_V w dV = \int_V \frac{B^2}{2\mu\mu_0} dV = \int_V \frac{\vec{B}\vec{H}}{2} dV. \quad (4.41)$$

Примеры решения задач

Задача 4.10

Индуктивность соленоида $L = 0,4$ мГн при длине $l = 1$ м и площади поперечного сечения $S = 20$ см². Определить силу тока I в соленоиде, при которой объемная плотность энергии магнитного поля внутри него равна $w = 0,1$ Дж/м³.

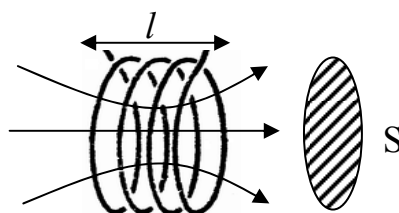
Дано: $l = 1$ м;

$$S = 20 \text{ см}^2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2;$$

$$L = 0,4 \text{ мГн} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ Гн};$$

$$w = 0,1 \text{ Дж/м}^3.$$

Найти: I .



Согласно выражению (4.38) и (4.40)

$$w = W/V = W/S l = L I^2 / 2 S l.$$

Следовательно,

$$I = \sqrt{\frac{2 w S l}{L}} = 1 \text{ А}.$$

Ответ: $I = 1 \text{ А}$.

Энергия двух магнито-связанных катушек индуктивности

Если катушки не соединены, то можно говорить только о *согласованном* и *встречном* включении катушек.

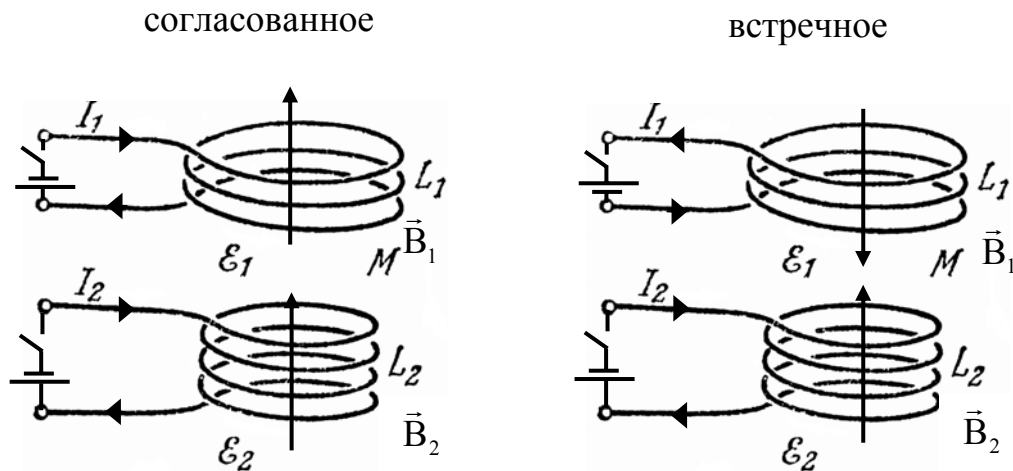


Рис. 4.12

Рассмотрим две рядом расположенных катушки (контура) (рис. 4.12) с индуктивностями L_1 и L_2 , сопротивлениями R_1 и R_2 , к которым подключены источники питания ε_1 и ε_2 с нулевыми внутренними сопротивлениями. Замкнем одновременно обе катушки. В каждом из них начнет устанавливаться свой ток и, следовательно, появится эдс самоиндукции ε_{s1} и ε_{s2} и взаимоиנדукции ε_{12} и ε_{21} . Таким образом, в катушках действуют:

1 катушка

ε_1 – эдс источника тока катушки

$\varepsilon_{s1} = -L_1 \frac{dI_1}{dt}$ – эдс самоиндукции

$\varepsilon_{12} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}$ – эдс взаимоиנדукции

2 катушка

ε_2 – эдс источника тока катушки

$\varepsilon_{s2} = -L_2 \frac{dI_2}{dt}$ – эдс самоиндукции

$\varepsilon_{21} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}$ – эдс взаимоиנדукции

Запишем закон Ома для замкнутой цепи каждой из двух магнитно-связанных катушек

$$I_1 R_1 = \varepsilon_1 + \varepsilon_{1s} + \varepsilon_{12}$$

$$I_2 R_2 = \varepsilon_2 + \varepsilon_{2s} + \varepsilon_{21}$$

Дополнительная работа, совершаемая источниками постоянной эдс ε_1 и ε_2 против эдс индукции и самоиндукции, идет на «создание» магнитного поля. По аналогии с расчетом дополнительной работы против эдс самоиндукции для одного контура запишем выражение для бесконечно малой дополнительной работы двух катушек как сумму бесконечно малых работ каждой из катушек против эдс самоиндукции и взаимоиנדукции:

$$dA^{\text{доп}} = -\varepsilon_{s1}I_1dt - \varepsilon_{l2}I_2dt - \varepsilon_{s2}I_2dt - \varepsilon_{21}I_1dt.$$

Подставляя явные выражения для ε_{s1} , ε_{l2} , ε_{s2} и ε_{21} и сокращая dt , получим

$$dA^{\text{доп}} = L_1I_1dI_1 + L_{12}I_1dI_2 + L_2I_2dI_2 + L_{21}I_2dI_1.$$

Обозначим одинаковые (по теореме взаимности) коэффициенты взаимоиндукции как

$$L_{12} = L_{21} = \pm M,$$

где использование знака $+$ или $-$ зависит от того, включены катушки *согласовано* или *встречно*. Тогда бесконечно малое изменение магнитной энергии

$$\begin{aligned} dW = dA^{\text{доп}} &= L_1I_1dI_1 \pm M(I_1dI_2 + I_2dI_1) + L_2I_2dI_2 = \\ &= d\left(\frac{L_1I_1^2}{2}\right) \pm d(MI_1I_2) + d\left(\frac{L_2I_2^2}{2}\right). \end{aligned} \quad (4.42)$$

Интегрируя левую и правую часть выражения (4.42) ($\int_0^x dx = x$), получаем значение суммарной магнитной энергии системы магнито-связанных катушек (контуров)

$$W = \frac{L_1I_1^2}{2} + \frac{L_2I_2^2}{2} \pm MI_1I_2. \quad (4.43)$$

Первые два слагаемых называются *собственными магнитными энергиями токов* I_1 и I_2 , а последнее – *взаимной магнитной энергией* обоих токов. В отличие от собственной энергии, взаимная энергия токов, как и коэффициенты взаимной индукции, может быть и отрицательной и положительной.

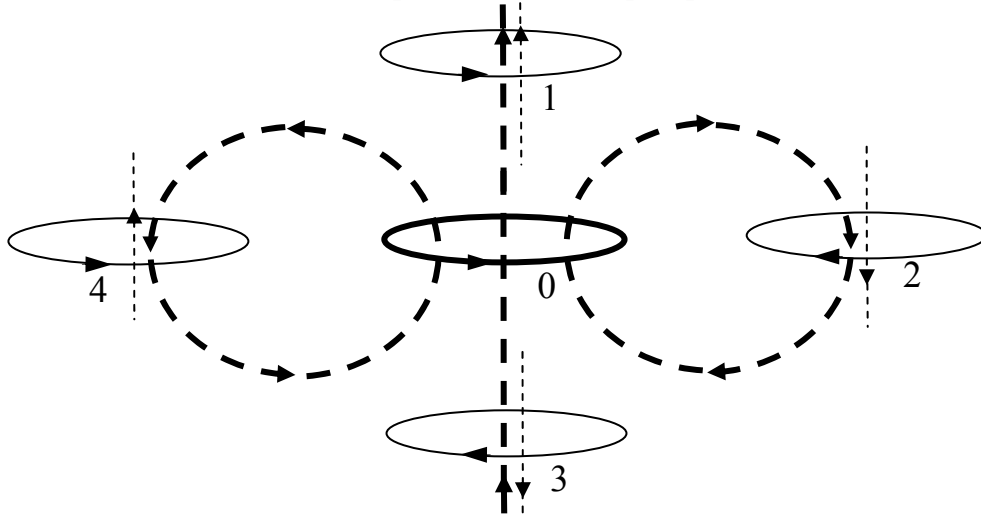
Вопросы и задания для самопроверки

1. Сформулируйте закон Джоуля-Ленца.
2. Дайте определение силы тока.
3. На что идет работа источника силы тока в процессе установления тока?
4. Может ли работа источника тока против эдс самоиндукции быть отрицательной?
5. Чему равна энергия и плотность магнитного поля?
6. Что такое согласованное и встречное включение катушек?
7. Запишите закон Ома для каждой из двух взаимодействующих катушек.
8. Что такое собственная энергия и взаимная энергия токов?
9. Может ли суммарная магнитная энергия двух катушек быть меньше суммы магнитных энергий этих катушек по отдельности?

Примеры решения задач

Задача 4.11

Определить знаки коэффициентов взаимной индукции центрального (0) и окружающих его (1,2,3,4) витков с током, если они расположены в пространстве следующим образом:



Жирными линиями на рисунке изображен виток с током (0) и его силовые линии (пунктир), тонкими линиями - витки с током (1,2,3,4) и их силовые линии (пунктир), проходящие через центры этих витков. Силовые линии витка (0) в области витков (1,2) совпадают по направлению с собственными силовыми линиями последних. Так как в любой точке пространства, через которую проходит силовая линия, ее направление совпадает с направлением собственного вектора магнитной индукции, то вектора магнитной индукции витков (0) и (1), (0) и (2) также совпадают по направлению. Следовательно, $L_{01} > 0$ и $L_{02} > 0$. Силовые линии витка (0) в области витков (3,4) противоположны по направлению с собственными силовыми линиями этих витков. Следовательно, $L_{03} < 0$ и $L_{04} < 0$.

Ответ: $L_{01} > 0$, $L_{02} > 0$, $L_{03} < 0$, $L_{04} < 0$.

4.7. Использование явления электромагнитной индукции

Трансформатор

Трансформатор - устройство для преобразования одного переменного напряжения в другое.

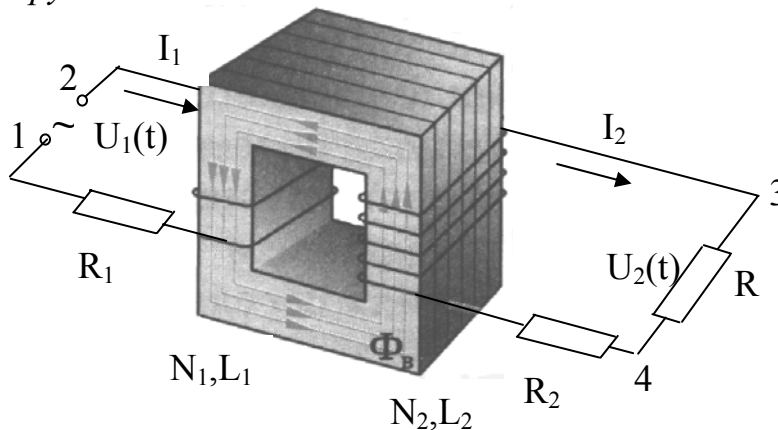


Рис. 4.13

Трансформатор представляет собой стальной сердечник, собранный из тонких пластин, изготовленных из специальной стали, кольцеобразной или прямоугольной формы, на который намотано не менее двух обмоток из электропровода (рис.4.13). К зажимам 1,2 первой (первичной) обмотки сопротивлением R_1 , состоящей из N_1 витков, прикладывается переменное (косинусоидальное) напряжение $U_1(t) = \varepsilon(t)$, источником которого является некоторая эдс (сеть, генератор переменного тока). Со второй (вторичной) обмотки сопротивлением R_2 , состоящей из N_2 витков, с зажимов 3,4, между которыми подключена нагрузка сопротивлением R , снимается переменное напряжение $U_2(t)$. Сердечник трансформатора играет роль концентратора магнитного поля, т.к. в нем сосредоточены практически все силовые линии поля. На рис.4.13 они изображены замкнутыми направленными кривыми, идущими по стальному сердечнику. Очевидно, что *каждый виток первичной и вторичной обмотки пронизывает один и тот же магнитный поток* т.е. $\Phi_1 = \Phi_2$, где Φ_1 и Φ_2 – магнитные потоки через единичный виток соответствующих обмоток.

Если в первичной обмотке протекает переменный ток $I_1(t)$, то в первичной и вторичной обмотках возникают эдс самоиндукции и эдс взаимной индукции

$$\begin{aligned}\varepsilon_{1s} &= -L_1 \frac{dI_1}{dt} & \varepsilon_{12} &= -L_{12} \frac{dI_2}{dt} \\ \varepsilon_{2s} &= -L_2 \frac{dI_2}{dt} & \varepsilon_{21} &= -L_{21} \frac{dI_1}{dt}.\end{aligned}\tag{4.44}$$

Тогда

$$\begin{aligned}\varepsilon_{1s} + \varepsilon_{12} &= -\frac{d\Psi_1}{dt}, \\ \varepsilon_{2s} + \varepsilon_{21} &= -\frac{d\Psi_2}{dt},\end{aligned}\tag{4.45}$$

где

$$\Psi_1 = L_1 I_1 + L_{12} I_2 \text{ и } \Psi_2 = L_2 I_2 + L_{21} I_1$$

– суммарные потоки (потокосцепление) через соответственно первичную и вторичную обмотки. Запишем для обеих обмоток закон Ома для неоднородной цепи:

$$I_1 R_1 = \varepsilon + \varepsilon_{1s} + \varepsilon_{12} \tag{4.46}$$

$$I_2 (R_2 + R) = \varepsilon_{2s} + \varepsilon_{21} \tag{4.47}$$

Исследуем энергетический баланс трансформатора. Умножим (4.46) на I_1 , (4.47) на I_2 и сложим полученные уравнения

$$I_1^2 R_1 + I_2^2 (R_2 + R) = \varepsilon I_1 + \varepsilon_{1s} I_1 + \varepsilon_{12} I_1 + \varepsilon_{2s} I_2 + \varepsilon_{21} I_2$$

или

$$\varepsilon I_1 = I_1^2 R_1 + I_2^2 (R_2 + R) - (\varepsilon_{1s} I_1 + \varepsilon_{12} I_1 + \varepsilon_{2s} I_2 + \varepsilon_{21} I_2).$$

Учтем, что $U_2 = I_2 R$ и $P_{\text{н}} = U_2 I_2 = I_2^2 R$ – напряжение и мощность на нагрузке, $P = \varepsilon I_1 -$

мощность генератора (сети). Подставляя явные выражения из (4.44), получим

$$P = P_{\text{н}} + I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + (L_{11} \frac{dI_1}{dt} I_1 + L_{12} \frac{dI_2}{dt} I_1 + L_{21} \frac{dI_1}{dt} I_2 + L_{22} \frac{dI_2}{dt} I_2)$$

или

$$P = P_{\text{н}} + I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + \frac{dW}{dt}, \quad (4.48)$$

где $W = \frac{L_{11} I_1^2}{2} + L_{12} I_1 I_2 + \frac{L_{22} I_2^2}{2}$ – энергия магнитного поля трансформатора (4.43).

Таким образом, энергия потребляемая трансформатором от генератора (сети) выделяется на нагрузке, рассеивается в первичной и вторичной обмотках в виде джоулева тепла и переходит в энергию магнитного поля. Так как для любого момента времени

$$\Phi_2 = \Phi_1, \quad (4.49)$$

то

$$\frac{d\Phi_2}{dt} = \frac{d\Phi_1}{dt}. \quad (4.50)$$

Производные по времени от потокосцепления первичной и вторичной обмоток соответственно равны

$$\frac{d\Psi_2}{dt} = N_2 \frac{d\Phi_2}{dt} \quad (4.51)$$

$$\frac{d\Psi_1}{dt} = N_1 \frac{d\Phi_1}{dt}.$$

Из (4.50) и (4.51) следует, что

$$\frac{1}{N_2} \frac{d\Psi_2}{dt} = \frac{1}{N_1} \frac{d\Psi_1}{dt} \quad (4.52)$$

Подставляя в (4.52) явные выражения для производных по времени от потокосцеплений из (4.45), получаем

$$-(\varepsilon_{2s} + \varepsilon_{21})N_1 = -(\varepsilon_{1s} + \varepsilon_{12})N_2 \quad (4.53)$$

Перепишем (4.46), (4.47) в виде

$$\begin{aligned} -(\varepsilon_{1s} + \varepsilon_{12}) &= \varepsilon - I_1 R_1 \\ -(\varepsilon_{2s} + \varepsilon_{21}) &= I_2 (R_2 + R) \end{aligned}$$

и заменим соответственно ЭДС индукции и самоиндукции обеих обмоток в выражении (4.53). Тогда

$$I_2 (R_2 + R) N_1 = (\varepsilon - I_1 R_1) N_2.$$

Если сопротивление первичной обмотки мало

$$R_1 \approx 0,$$

то

$$I_2 (R_2 + R) N_1 = \varepsilon N_2. \quad (4.54)$$

Подадим на первичную обмотку косинусоидальное напряжение. Тогда из (4.54) следует, что ток во вторичной обмотке $I_2(t)$ изменяется синфазно с эдс генератора в первичной обмотке $\varepsilon(t)$, т.к. они связаны через константу. Поэтому соотношение (4.54) справедливо и для амплитудных значений I_{2m} и ε_m . С учетом того, что

$$U_2 = I_2 R \text{ и } U_1 = \varepsilon$$

получим

$$\frac{I_{2m} R_2 + U_{2m}}{U_{1m}} = \frac{N_2}{N_1}, \quad (4.55)$$

Если поделить амплитудные значения в числителе и знаменателе дроби на $\sqrt{2}$, то дробь от этого не изменится. Следовательно, соотношение (4.55) справедливо и при замене амплитудных значений на действующие I_{1d} , U_{1d} , I_{2d} , U_{2d} (глава 5), которые в $\sqrt{2}$ раз меньше амплитудных, т.е.

$$\frac{I_{2d} R_2 + U_{2d}}{U_{1d}} = \frac{N_2}{N_1}. \quad (4.56)$$

Если сопротивление нагрузки R много больше сопротивления вторичной обмотки R_2 , т.е.

$$R \gg R_2 \text{ (} U_{2d} = I_{2d} R \gg I_{2d} R_2 \text{),}$$

то

$$\frac{U_{2d}}{U_{1d}} = \frac{N_2}{N_1}. \quad (4.57)$$

Таким образом, *во сколько раз число витков во вторичной обмотке меньше (больше) числа витков в первичной, во столько же раз действующее напряжение во вторичной обмотке меньше (больше) действующего напряжения в первичной.*

В технике *коэффициентом трансформации* k называется отношение большего числа витков к меньшему числу. В физике *коэффициент трансформации* k определяется как отношение числа витков N_1 первичной обмотки к числу витков N_2 вторичной, т.е.

$$k = \frac{N_1}{N_2}. \quad (4.58)$$

Если трансформатор *понижающий*, то первичная обмотка состоит из большего числа витков ($N_1 > N_2$), а если *повышающий* – из меньшего ($N_1 < N_2$).

Переменный ток, текущий в первичной обмотке из-за приложенного к ней переменного напряжения, вызывает индукционные токи не только в обеих обмотках трансформатора, но и в стальном сердечнике (токи *Фуко*). Для уменьшения потерь энергии, вызванных этими токами, сердечник ламинируют, т.е. изготавливают из тонких, изолированных друг от друга пластин. Изолирующее покрытие ограничивает индукционный ток в пределах одного слоя и потери

мощности в трансформаторе составляют порядка 2-3% мощности источника в первичной обмотке.

Можно показать, что *средние значения за период колебаний мощности развиваемой генератором $\langle P \rangle$ и потребляемой нагрузкой $\langle P_n \rangle$ практически равны*, где

$$\langle P \rangle = \frac{I_{1m} U_{1m}}{2}$$

$$\langle P_n \rangle = \frac{I_{2m} U_{2m}}{2}.$$

Таким образом

$$\frac{I_{1m} U_{1m}}{2} = \frac{I_{2m} U_{2m}}{2}$$

или, если все переменные поделить на $\sqrt{2}$,

$$\frac{I_{1d} U_{1d}}{2} = \frac{I_{2d} U_{2d}}{2}.$$

С учетом (4.57) получаем

$$\frac{I_{1d}}{I_{2d}} = \frac{U_{2d}}{U_{1d}} = \frac{N_2}{N_1}. \quad (4.59)$$

Примеры решения задач

Задача 4.12

Трансформатор с коэффициентом трансформации $k = N_1/N_2 = 5$ понижает действующее напряжение сети $U_{1d} = 220$ В до действующего напряжения $U_{2d} = 8$ В. При этом сила тока во вторичной обмотке $I_{2d} = 6$ А. Пренебрегая потерями энергии в первичной обмотке, определить сопротивление вторичной обмотки трансформатора.

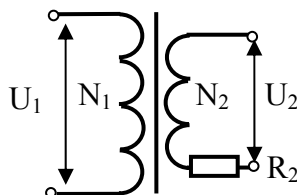
Дано: $k = N_1/N_2 = 5$;

$U_{1d} = 220$ В;

$U_{2d} = 8$ В;

$I_{2d} = 6$ А.

Найти: R_2 .



Из (4.57) и (4.59) следует, что

$$k = N_1/N_2 = U_{1d}/(U_{2d} + I_{2d}R_2).$$

Определим сопротивление вторичной обмотки

$$R_2 = (U_{1d}/k - U_{2d})/I_{2d} = (220/5 - 8)/6 = 6 \text{ Ом}.$$

Ответ: $R_2 = 6$ Ом.

Генератор переменного тока

Рассмотрим устройство (рис. 4.14) простейшего генератора переменного тока. Он состоит из двигателя, прикрепленной к его валу рамки АКCD и токосъемных колец М и L, с которыми находятся в постоянном электрическом контакте щетки Р и Q, через которые ток передается по проводам на нагрузку R (лампочка). Рамка находится в постоянном магнитном поле \vec{B} и ее пронизывает

магнитный поток

$$\Phi = \int_S B \cos \alpha dS = B \cos \alpha \int_S dS = BS \cos \alpha,$$

где α – угол между вектором нормали к плоскости рамки \vec{n} и \vec{B} . Пусть рамка вращается с постоянной угловой скоростью ω . Тогда

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} \quad \text{или} \quad d\alpha = \omega dt.$$

Интегрируя это равенство, получим

$$\alpha = \omega t + \alpha_0,$$

где α_0 – значение угла, определяющее положение рамки в начальный момент времени. Выберем этот момент так, чтобы $\alpha_0 = 0$. Подставим $\alpha = \omega t$ в Φ

$$\Phi = BS \cos \alpha = BS \cos \omega t.$$

Согласно закону электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(BS \cos \alpha)}{dt} = -BS \frac{d(\cos \omega t)}{dt} = BS \omega \sin \omega t = \varepsilon_m \sin \omega t,$$

где $\varepsilon_m = BS\omega$. Тогда по закону Ома для замкнутой цепи индукционный ток в рамке определяется соотношением

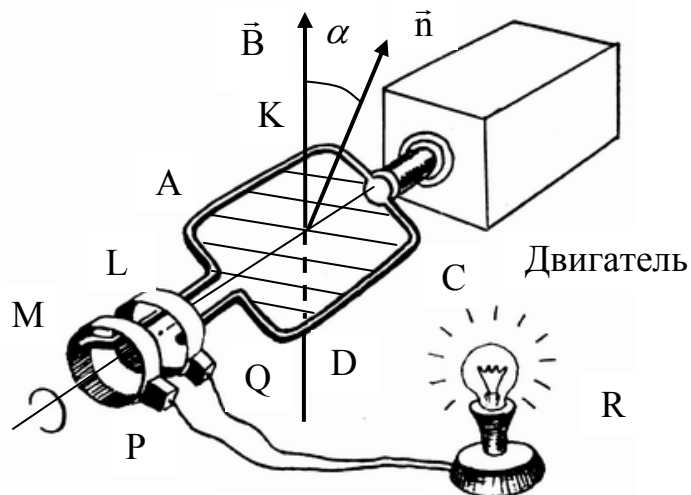


Рис. 4.14

$$I = I_i = \frac{\varepsilon_i}{R + r} = \frac{\varepsilon_m}{R + r} \sin \omega t,$$

где R и r – сопротивление нагрузки и всех подводящих электрический ток проводников, рамки, контактов между кольцами и щетками.

На практике рамка состоит не из одного, а из множества витков, соединенных последовательно. Магнитное поле, необходимое для работы генератора, получают с помощью электромагнита, питаемого выпрямленным током от того же генератора. На это затрачивается часть вырабатываемой генератором электрической энергии.

Электродвигатель

Известно, что на проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера. Следовательно, если отсоединить рамку от двигателя и подать на нее через щетки Р и Q ток от какого-либо внешнего источника, то в магнитном поле к рамке будет приложен момент сил Ампера, и она начнет вращаться (рис. 4.15а). В результате такого вращения в определенный момент рамка проходит положение (рис. 4.15 б) устойчивого равновесия, когда нормаль \vec{n} к ее плоскости, связанная правилом правого винта с направлением тока в ней, устанавливается параллельно вектору магнитной индукции \vec{B} . В этом положении механический момент сил Ампера, приложенных к рамке, равен нулю. Так как рамка обладает механической инерцией, то ее угловая скорость в этот момент не равна нулю, и она проскакивает это положение. Но возникающий в результате отклонения от устойчивого положения равновесия момент сил должен вернуть ее обратно и вращение рамки прекратится. Существуют разные способы

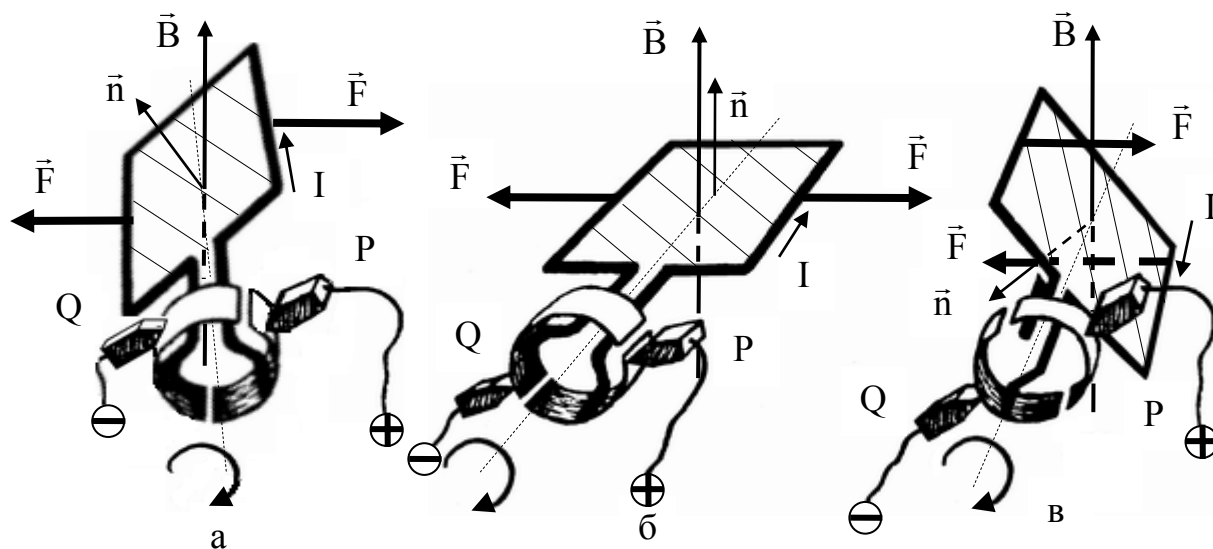


Рис. 4.15

сделать движение рамки непрерывным. Например, используя разрезанные на две части щетки, по которым скользят токосъемные кольца. Когда нормаль к рамке становится параллельной вектору магнитной индукции, и рамка по инерции проскакивает это положение равновесия, то из-за разреза колец в этот момент меняется направление тока в рамке (рис. 4.15 б, в) и возникает момент сил Ампера, продолжающий вращать рамку в прежнем направлении. Другой способ заставить рамку двигаться непрерывно – изменение скачком в моменты равновесия не направления тока в рамке, а направления вектора магнитной индукции. Это достигается расположением по окружности вокруг рамки набора электромагнитов. Очередной магнит включается (а предыдущий выключается) в тот момент, когда нормаль к рамке становится параллельна направлению магнитной индукции предыдущего магнита. Между нормалью к

рамке и новым направлением магнитной индукции возникает ненулевой угол и, следовательно, на рамку действует ненулевой момент сил Ампера. В результате возникает непрерывное движение рамки с частотой “вращения” магнитного поля электромагнитов.

Различие между электродвигателем и генератором состоит в том, что в электродвигателе при пропускании в магнитном поле по рамке электрического тока возникает ее вращение, а в генераторе наоборот - при вращении рамки в магнитном поле в ней возникает электрический ток.

Фактически это одно и то же устройство. Это свойство используется, например, в электровозах: при подъемах и при ускоренном движении двигатель электровоза потребляет энергию из электрической сети, на спусках и при торможении, когда электровоз движется по инерции, двигатель превращается в генератор, который вырабатывает энергию и возвращает ее обратно в сеть.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Объясните физические принципы работы трансформатора.
2. Почему трансформатор изготавливают из тонких изолированных пластин?
3. Какую роль играет сердечник трансформатора?
4. Почему трансформатор изготавливают с малым сопротивлением обмоток?
5. Дайте определение повышающего и понижающего трансформатора.
6. Объясните принцип работы генератора переменного тока.
7. Почему во вращающейся рамке возникает электрический ток?
8. Объясните принцип работы электродвигателя.
9. Почему рамка с током поворачивается в магнитном поле?
10. Как направлены векторы магнитной индукции и нормали к плоскости рамки в положении устойчивого равновесия?
11. В чем состоит различие между электродвигателем и генератором тока?

4.8. Передача электроэнергии на расстояние

Электрическая энергия чаще всего производится вблизи источников какого-либо вида топлива. Поэтому возникает необходимость в передаче энергии потребителю на большие расстояния от места производства (рис. 4.16). При большой длине линии передач ее электрическое сопротивление становится значительным. Это приводит к большим потерям мощности в подводящих проводах.

Если известна мощность источника тока в цепи P , напряжение на полюсах источника U ($P = UI$, где I – ток в цепи), то потеря мощности на сопротивлении подводящих проводов r определяется соотношением

$$P_Q = I^2 r = \frac{P^2}{U^2} r.$$

Очевидно, что при одной и той же мощности источника (генератора) P потери мощности тем меньше, чем больше передаваемое напряжение U (напряжение на полюсах источника).

Схема передачи энергии потребителю

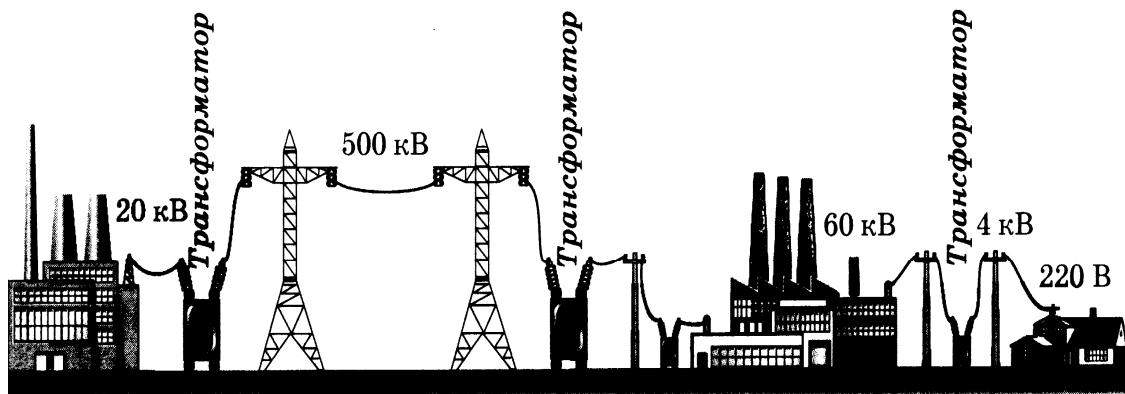


Рис. 4.16

Обычные генераторы переменного тока на электростанциях вырабатывают напряжение, не превышающее 20 кВ. При более высоких напряжениях резко возрастает возможность электрического пробоя изоляции в обмотке (катушке) и других частях генератора. Далее на крупных электростанциях ставят повышающие трансформаторы до 500 кВ и передают электрическую энергию по линиям. Однако напряжение в линии передач ограничено: при слишком высоком напряжении между проводами возникают разряды, приводящие к потерям энергии. Для использования электроэнергии на промышленных предприятиях необходимо с помощью понижающего трансформатора понизить напряжение до 60 кВ. Дальнейшее снижение напряжения до 4 кВ необходимо для энерго-распределения по местным сетям. Менее мощные трансформаторы снижают напряжение до 220 В для использования индивидуальными потребителями.

Вопросы и задания для самопроверки

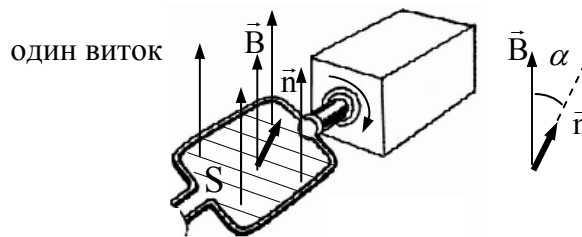
1. Почему повышение напряжения, передаваемого в линии электропередачи, уменьшает потерю мощности в подводящих проводах?
2. Для чего в линиях передач используют повышающие и понижающие трансформаторы?
3. С чем связано ограничение повышения напряжения в линиях электропередач?

Примеры решения задач

Задача 4.13

Магнитная индукция поля между полюсами двухполюсного генератора $B = 1$ Тл. Ротор имеет $N = 140$ витков (площадь каждого витка $S = 500 \text{ см}^2$). Определить частоту ν вращения якоря, если он вращается с постоянной угловой скоростью ω , и максимальное значение эдс $\varepsilon_m = 220 \text{ В}$.

Дано: $B = 1$ Тл;
 $N = 140$;
 $S = 500 \text{ см}^2 = 5 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2$;
 $\varepsilon_m = 220 \text{ В}$.
 Найти: ν .



Угол между вектором \vec{B} и нормалью к плоскости витка \vec{n} $\alpha = \omega t$. Считаем магнитное поле в генераторе однородным ($\vec{B} = \text{const}$). Тогда магнитный поток через площадь одного витка, равен

$$\Phi = \int_S B \cos \alpha dS = B \cos \alpha \int_S dS = BS \cos \omega t.$$

Магнитный поток через N витков (потокосцепление)

$$\Psi = N\Phi = NBS \cos \omega t.$$

Запишем выражение для модуля эдс индукции

$$|\varepsilon_i| = \left| -d\Phi/dt \right| = \left| d(NBS \cos \alpha)/dt \right| = NBS\omega \left| \sin \omega t \right| = \varepsilon_m \left| \sin \omega t \right|.$$

Здесь $\varepsilon_m = NBS\omega$. Так как $\omega = 2\pi\nu$, то

$$\nu = \omega/2\pi = \varepsilon_m/2\pi NBS = 5 \text{ Гц}.$$

Ответ: $\nu = 5 \text{ Гц}$.

Основные положения

- **Электромагнитная индукция** – явление возникновения электрического тока в замкнутом проводящем контуре при изменении магнитного потока, охватываемого этим контуром.
- **Закон электромагнитной индукции** – эдс электромагнитной индукции в контуре численно равна взятой со знаком минус скорости изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную этим контуром

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$
 где Φ – магнитный поток.
- **Индукционный ток** – $I_i = \frac{\varepsilon_i}{R}$, где R – сопротивление контура.
- **Правило Ленца** – индукционный ток всегда направлен так, чтобы противодействовать причине, его вызывающей; индукционный ток всегда имеет такое направление, что приращение созданного им магнитного потока и приращение магнитного потока, вызвавшее этот индукционный ток, противоположны по знаку.
- **Теорема взаимности** – $L_{21} = L_{12}$, где L_{21} и L_{12} – взаимные индуктивности двух контуров.
- **Согласованное включение катушек** – включение, при котором направление векторов магнитной индукции от разных катушек в месте расположения каждой из них одинаково.
- **Встречное включение катушек** – включение, при котором направление векторов магнитной индукции от разных катушек в месте расположения каждой из них противоположно.
- **Трансформатор** – устройство, для преобразования одного переменного напряжения в другое.
- **Коэффициент трансформации k** – отношение числа витков первичной обмотки к числу витков вторичной обмотки.
- **Генератор переменного тока** – устройство, преобразующее механическую энергию в электрическую.
- **Электрический двигатель** – устройство, преобразующее электрическую энергию в механическую.

- **Индуктивность контура** L – отношение магнитного потока через поверхность, ограниченную контуром проводника, к силе тока в нем.

$$L = \frac{\Phi}{I}.$$

Единица измерения индуктивности
[Гн] = [Вб]/[А].

- **Индуктивность соленоида** L –

$$L = \mu\mu_0 n^2 V,$$

где n - число витков на единицу длины соленоида, V - объем соленоида.

- **Самоиндукция** - явление возникновения индукционного тока в замкнутом проводящем контуре при изменении тока в нем.

- **ЭДС самоиндукции** – $\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}$,

где L - индуктивность контура, I - ток, создаваемый источником тока контура.

- **Ток самоиндукции** – $I_s = -\frac{L}{R} \frac{dI}{dt}$,

где R – сопротивление контура.

- **Взаимоиндукция** – явление возникновения индукционного тока в одном замкнутом проводящем контуре при изменении тока в другом

- **Энергия магнитного поля контура с током** –

$$W = \frac{LI^2}{2} = \frac{1}{2} I\Phi = \frac{\Phi^2}{2L}.$$

- **Плотность энергии магнитного поля** – энергия единицы объема

$$w = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} = \frac{\vec{B}\vec{H}}{2},$$

где \vec{B} и \vec{H} – вектора магнитной индукции и напряженности магнитного поля.

- **Энергия неоднородного магнитного поля в объеме V** –

$$W = \int_V \frac{B^2}{2\mu\mu_0} dV = \int_V \frac{\vec{B}\vec{H}}{2} dV.$$

- **Магнитная энергия двух катушек с током** –

$$W = \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} \pm M I_1 I_2,$$

где I_1 и I_2 - токи в первой и второй катушках, L_1 , L_2 и $M = |L_{12}| = |L_{21}|$ – индуктивности двух катушек и модуль коэффициента взаимоиנדукции; знак (+) в формуле соответствует согласованному включению, знак (–) встречному.

Обозначения, используемые в главе 4

\vec{B}	- вектор индукции магнитного поля токов.
\vec{H}	- вектор напряженности магнитного поля токов.
\vec{E}^*	- вектор напряженности поля сторонних сил.
\vec{E}	- вектор напряженности электрического поля системы зарядов.
φ	- потенциал электрического поля системы зарядов.
Φ	- поток вектора магнитной индукции.
Ψ	- потокосцепление.
\vec{n}	- вектор нормали к поверхности, ограниченной контуром.
γ	- обозначение замкнутого контура.
U	- напряжение.
I	- сила тока.

R	- электрическое сопротивление проводника,
ρ	- удельное сопротивление проводника,
A	- работа,
Q	- количество тепла,
P	- мощность,
\mathcal{E}	- электродвижущая сила (эдс),
\mathcal{E}_i	- эдс индукции,
\mathcal{E}_s	- эдс самоиндукции,
\mathcal{E}_{12}	- эдс взаимной индукции,
W	- энергия магнитного поля,
w	- плотность энергии магнитного поля,
ω	- циклическая частота вращения,
F_L	- сила Лоренца,
q	- электрический заряд,
F_Q	- сила Кулона,
e	- модуль заряда электрона.
e	- основание натурального логарифма,
L	- индуктивность катушки (контура),
L_{12}	- коэффициент взаимной индукции катушек (контуров),
M	- модуль коэффициента взаимной индукции,
τ	- время релаксации; время установления тока,
k	- коэффициент трансформации.

Тесты для электронного экзамена

Т4.1 Магнитный поток Φ через поверхность S по определению равен:

- 1) $\int_S B d\vec{s}$ 2) $\int_S \vec{B} d\vec{s}$ 3) $\int_S \vec{B} ds$ 4) $\int_S (\vec{B})^2 d\vec{s}$ 5) $\int_S B ds$

Т4.2 Скалярное произведение двух векторов \vec{a} и \vec{b} по определению равно (α - угол между векторами):

- 1) ab 2) $ab \sin \alpha$ 3) $-ab \sin \alpha$ 4) $ab \cos \alpha$ 5) $ab \cos 2\alpha$

Т4.3 Размерность выражения $B\Phi^{1/2}$, где B - магнитная индукция, Φ – магнитный поток, равна

- 1) $[B\phi^{3/2}].[M]$ 2) $[T\phi^{3/2}].[M]$ 3) $[B\phi^{1/2}].[M^{1/2}]$ 4) $[T\phi^{1/2}].[M]$ 5) $[B\phi^{1/2}].[M^2]$

Т4.4 Если индукция магнитного поля $B = 100$ Тл, площадь контура $S = 20$ м², угол между нормалью к контуру и вектором магнитной индукции $\alpha = 60^\circ$, то магнитный поток Φ через контур равен?

- 1) 1000 Вб 2) 2000 Вб 3) 1730 Вб 4) 2730 Вб 5) 3000 Вб

T4.5 Магнитный поток через контур не меняется, если меняется:

- 1) площадь контура
- 2) модуль вектора магнитной индукции
- 3) направление вектора магнитной индукции
- 4) сопротивление контура
- 5) угол между нормалью к контуру и вектором магнитной индукции

T4.6 Закон электромагнитной магнитной индукции определяется соотношением?

- 1) $\varepsilon_i = \frac{d\hat{O}}{dt}$ 2) $\varepsilon_i = \frac{d^2\hat{O}}{dt^2}$ 3) $\varepsilon_i = -\frac{d\hat{O}}{dt}$ 4) $I_i = \frac{d\Phi}{Rdt}$ 5) $I_i = -\frac{d\Phi}{Rdt}$

T4.7 Если Φ – магнитный поток через каждый виток, то потокосцепление контура Ψ , состоящего из N одинаковых витков, равно?

- 1) $N\Phi$ 2) Φ/N 3) N/Φ 4) $N\Phi^{1/2}$ 5) $(N\Phi)^{1/2}$

T4.8 В контуре не возникает эдс индукции, если меняется:

- 1) индукция магнитного поля
- 2) площади контура
- 3) угол между нормалью к контуру и вектором магнитной индукции
- 4) магнитный поток через контур
- 5) температура контура

T4.9 В контуре, находящемся в постоянном магнитном поле, не возникает эдс индукции, если контур:

- 1) движется поступательно 2) вращается 3) расширяется 4) колеблется 5) не движется

T4.10 В неподвижном контуре, находящемся в магнитном поле, не возникает эдс индукции, если магнитное поле со временем?

- 1) не меняется 2) возрастает 3) убывает 4) исчезает 5) возникает

T4.11 От какой физической величины зависит знак магнитного потока?

- 1) от площади контура, по которому течет ток
- 2) от силы тока, создающего магнитное поле
- 3) от модуля вектора магнитной индукции
- 4) от знака зарядов, создающих электрическое поле
- 5) от угла между векторами магнитной индукции и нормали к поверхности контура

T4.12 Знак эдс индукции контура связан с:

- 1) сопротивлением контура
- 2) силой тока в контуре
- 3) выбором положительного направления обхода по контуру
- 4) величиной магнитного потока через контур
- 5) модулем магнитной или электрической силы, действующей на заряды контура

T4.13 Если зависимость магнитного потока через контур от времени $\Phi = st^2$, то эдс индукции ε_i равна?

- 1) $-2st$ 2) $2st$ 3) $-2st^2$ 4) $-st^2$ 5) $2st^2$

T4.14 Если сопротивление замкнутого контура $R = 2 \text{ Ом}$, зависимость магнитного потока от времени $\Phi = 4\sin\pi t \text{ Тл}$, то сила индукционного тока I_i в момент времени $t = 2\text{с}$ равна:

- 1) $-4\pi \text{ , А}$ 2) $2\pi \text{ , А}$ 3) $4\pi \text{ , А}$ 4) $-2\pi^2 \text{ , А}$ 5) $-2\pi \text{ , А}$

T4.15 Направление тока взаимной индукции во втором контуре по правилу Ленца зависит от?

- 1) изменения магнитного потока в первом контуре
- 2) величины магнитного потока в первом контуре
- 3) величины силы тока в первом контуре
- 4) величины сопротивления в цепи первого контура
- 5) величины сопротивления в цепи второго контура

T4.16 Модуль векторного произведения векторов $[\vec{a} \vec{b}]$ равен (α - угол между векторами):

- 1) ab 2) $ab \sin \alpha$ 3) $ab \cos \alpha$ 4) $ab \alpha$ 5) $ab \tan \alpha$

T4.17 Сила Лоренца, действующая в магнитном поле с индукцией \vec{B} на движущуюся со скоростью \vec{v} частицу с зарядом q , равна

- 1) $\vec{F}_L = I[\vec{v} \vec{B}]$ 2) $\vec{F}_L = q(\vec{v} \vec{B})$ 3) $\vec{F}_L = q[\vec{v} \vec{B}]$ 4) $\vec{F}_L = -q[\vec{v} \vec{B}]$ 5) $\vec{F}_L = q[\vec{v} \vec{B}]$

T4.18 Сила Лоренца \vec{F}_L , действующая в магнитном поле с индукцией \vec{B} на движущуюся со скоростью \vec{v} заряженную частицу, направлена

- 1) $\vec{F}_L \uparrow \downarrow \vec{B}$ 2) $\vec{F}_L \uparrow \uparrow \vec{v}$ 3) $\vec{F}_L \perp \vec{v}$ 4) $\vec{F}_L \uparrow \uparrow \vec{B}$ 5) $\vec{F}_L \uparrow \downarrow \vec{v}$

T4.19 Если известно, что \vec{F}_1 и \vec{F}_2 равны, то какое соотношение, из приведенных ниже, неверно ?

- 1) $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$ 2) $2\vec{F}_1 = 2\vec{F}_2$ 3) $\vec{F}_1 \uparrow \uparrow \vec{F}_2$ 4) $\vec{F}_1 \uparrow \downarrow \vec{F}_2$ 5) $F_1 = F_2$

T4.20 Если электрическое поле, создано системой зарядов, то разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ двух точек этого в общем случае неоднородного поля равна (\vec{E} – вектор напряженности электрического поля, $d\vec{l}$ – бесконечно малый вектор перемещения)

- 1) $\int_1^2 \vec{E} d\vec{l}$ 2) $-\int_1^2 \vec{E} d\vec{l}$ 3) $\int_2^1 \vec{E} d\vec{l}$ 4) $\int_1^2 E dl$ 5) $\int_2^1 E dl$

T4.21 Направление тока в проводнике совпадает с направлением упорядоченного движения каких частиц?

- 1) положительных 2) отрицательных 3) нейтральных 4) безмассовых 5) магнитных

T4.22 Работа A любой силы \vec{F} по перемещению тела по некоторой замкнутой траектории γ равна ($d\vec{l}$ – бесконечно малый вектор перемещения):

- 1) $A = \oint_{\gamma} \vec{F} d\vec{l}$ 2) $A = -\oint_{\gamma} \vec{F} d\vec{l}$ 3) $A = \oint_{\gamma} \vec{F} \cos \alpha d\vec{l}$ 4) $A = \oint_{\gamma} \vec{F} d\vec{l}$ 5) $A = \oint_{\gamma} \vec{l} d\vec{F}$

T4.23 Взаимосвязь между вектором силы \vec{F} , действующей на заряд q , помещенный в электрическое поле, величиной заряда и вектором напряженности \vec{E} , определяется соотношением :

- 1) $\vec{E} = \vec{F}/q$ 2) $\vec{F} = \vec{E}/q$ 3) $\vec{F} = -q\vec{E}$ 4) $\vec{E} = q\vec{F}$ 5) $q = \vec{E}\vec{F}$

T4.24 Взаимосвязь между эдс ε , работой сторонних сил A по переносу положительного заряда q и величиной этого заряда определяется соотношением :

- 1) $\varepsilon = -\frac{q}{A}$ 2) $\varepsilon = \sqrt{\frac{A}{q}}$ 3) $\varepsilon = -\frac{A}{q}$ 4) $\varepsilon = \frac{A}{q}$ 5) $\varepsilon = \frac{q}{A}$

T4.25 Проекция скорости тела на ось X равна:

- 1) $v_x = \frac{dx}{dt}$ 2) $v_x = \frac{dt}{dx}$ 3) $v_x = \frac{d^2x}{dt^2}$ 4) $v_x = \sqrt{\frac{dx}{dt}}$ 5) $v_x^2 = \frac{dx}{dt}$

T4.26 Если подвижная часть контура, перемычка, длиной l за бесконечно малое время dt перемещается перпендикулярно самой себе со скоростью v , то изменение площади контура ds равно:

- 1) ldt 2) $lvdt$ 3) tdv 4) $dvdl$ 5) vd/dt

T4.27 Если в однородном магнитном поле с индукцией B движется проводник длиной l со скоростью v , направленной перпендикулярно магнитному полю и оси проводника, то модуль эдс индукции ε определяется соотношением:

- 1) Bvl^2 2) $-Bvl$ 3) Bvl 4) Bv 5) $Bv^2 l$

T4.28 Если проводящий контур движется в магнитном поле, то сторонними силами для него являются силы:

- 1) тяготения 2) Кулона 3) Лоренца 4) вихревого электрического поля 5) Архимеда

T4.29 Если контур неподвижен, а магнитное поле меняется, то сторонними силами являются силы:

1)упругости 2)Кулона 3)Лоренца 4) вихревого электрического поля 5)Архимеда

T4.30 Если электрическое поле \vec{E} является потенциальным, то:

- 1) $\oint_{\gamma} \vec{E} d\vec{l} = 0$ 2) $\int_S \vec{E} d\vec{s} \neq 0$ 3) $\int_S \vec{E} d\vec{s} = 0$ 4) $\oint_{\gamma} \vec{E} d\vec{l} \neq 0$ 5) $\vec{E}\vec{B} \neq 0$

T4.31 Какое поле из нижеперечисленных является потенциальным?

- 1) электрическое поле неподвижных зарядов
2) магнитное поле токов
3) электрическое поле, порождаемое переменным магнитным полем
4) магнитное поле зарядов
5) поле постоянного магнита

T4.32 Какова размерность индуктивности контура L в системе СИ?

- 1)Вб 2)А·м 3)Гн 4)Вб·А 5)Гн·Вб

T4.33 Зависимость магнитного потока Φ от силы тока I определяется соотношением :

- 1) $\Phi = (LI)^{1/2}$ 2) $\Phi = LI^2$ 3) $\Phi = L^2 I^2$ 4) $\Phi = LI$ 5) $\Phi = L^2 I$

T4.34 Зависимость эдс самоиндукции контура ε_s от индуктивности контура L и силы тока I , текущего по контуру, определяется соотношением:

- 1) $\varepsilon_s = -I \frac{dI}{dt}$ 2) $\varepsilon_s = L \frac{dI}{dt}$ 3) $\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}$ 4) $\varepsilon_s = L \frac{dL}{dt}$ 5) $\varepsilon_s = -\frac{dI}{dt}$

T4.35 Зависимость силы тока самоиндукции I_s от силы тока контура I , индуктивности контура L и его сопротивления R определяется соотношением

- 1) $I_s = -\frac{L}{R} \frac{dI}{dt}$ 2) $I_s = \frac{L}{R} \frac{dI}{dt}$ 3) $I_s = -\frac{R}{L} \frac{dI}{dt}$ 4) $I_s = -\frac{Lt}{R} \frac{dI}{dt}$ 5) $I_s = -\frac{LI}{R} \frac{dI}{dt}$

T4.36 Если сила тока I в проводящем контуре увеличивается, то ток самоиндукции направлен по отношению к направлению тока в контуре:

- 1) по току 2) под углом 90° 3) под углом 30° 4) под углом 45° 5) против тока

T4.37 Если сила тока I в проводящем контуре уменьшается, то ток самоиндукции направлен по отношению к направлению тока в контуре:

- 1) по току 2) под углом 90° 3) под углом 30° 4) под углом 45° 5) против тока

T4.38 Если индуктивность контура $L = 2$ Гн, а сила тока в контуре меняется по закону $I = at$ ($a = 5$ мА/с), то эдс самоиндукции равна:

- 1) 0,1В 2) -0,1В 3) 0,001В 4) 0,01В 5) -0,01В

T4.39 Если число витков длинного соленоида $N = 100$, длина соленоида $l = 10$ см, а площадь сечения $S = 100$ мм², то отношение индуктивности соленоида к магнитной постоянной L/μ_0 равно:

- 1) 10^5 м 2) 10 м 3) 10^3 м 4) 0.1 м 5) 10^2 м

T4.40 Чему равен определенный интеграл $\int_a^b \frac{dx}{x}$?

- 1) $\ln(a/b)$ 2) $\ln a - \ln b$ 3) $\ln(b/a)$ 4) $-\ln(b/a)$ 5) $\ln b + \ln a$

T4.41 Чему равно время релаксации τ контура при его размыкании и замыкании ? (R – сопротивление и L – индуктивность контура) .

- 1) $\frac{L}{R}$ 2) $\frac{R}{L}$ 3) $-\frac{R}{L}$ 4) $\sqrt{\frac{R}{L}}$ 5) $\ln \frac{R}{L}$

T4.42 Время релаксации при размыкании цепи контура с резистором и катушкой индуктивности – это время в течение которого сила тока:

- 1) возрастает в 2 раза 2) уменьшается в 2 раза 3) уменьшается в e раз 4) возрастает в e раз
5) уменьшается до нуля.

T4.43 Через какое время от начала размыкания цепи контура с резистором и катушкой индуктивности сила тока в нем уменьшится до нуля.?

- 1) 0 2) τ , с 3) ∞ 4) e , с 5) $\ln e$, с

T4.44 Временная зависимость силы тока при размыкания цепи контура с резистором и катушкой индуктивности определяется соотношением

- 1) $I(t) = I_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ 2) $I(t) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ 3) $I(t) = I_0 e^{\frac{t}{\tau}}$ 4) $I(t) = I_0(1 - e^{\frac{t}{\tau}})$ 5) $I(t) = I_0 e^{\frac{\tau}{t}}$

T4.45 Если через 0,02 с после начала размыкания сила тока в цепи 1 мА и время релаксации $\tau = 0,01$ с, то сила начального тока равна

- 1) 0,73 мА 2) 0,37 мА 3) 7,4 мА 4) 3,7 мА 5) 73 мА

T4.46 Для катушки индуктивностью $L = 0,1$ Гн и сопротивлением $R = 0,8$ Ом определить отношение силы тока через $t = 30$ мс после отключения катушки от источника и замыкания накоротко к начальной силе тока.

- 1) 0,79 2) 1,27 3) 2,27 4) 3,27 5) 4,27

T4.47 Временная зависимость силы тока при замыкания цепи контура с резистором и катушкой индуктивности определяется соотношением:

- 1) $I(t) = I_m(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ 2) $I(t) = I_m e^{-\frac{t}{\tau}}$ 3) $I(t) = I_m e^{\frac{t}{\tau}}$ 4) $I(t) = I_m(1 - e^{\frac{t}{\tau}})$ 5) $I(t) = I_m e^{\frac{\tau}{t}}$

T4.48 Какую часть от максимальной силы тока составляет сила тока в момент $t = \tau$, где t – время, отсчитываемое от момента замыкания цепи?

- 1) $e/(e-1)$ 2) $1/e$ 3) $e-1$ 4) e 5) $(e-1)/e$

T4.49 Через какой промежуток времени от момента замыкания цепи контура с резистором и катушкой индуктивности сила тока в нем достигает максимума?

- 1) 0 2) τ , с 3) ∞ 4) e , с 5) $\ln e$, с

T4.50 Чему равен ток через 0,01 с после замыкания цепи, если $\tau = 10^{-2}$ с, а $I_m = 2$ мА?

- 1) – 1,26 мА 2) – 0,126 мА 3) 0,126 мА 4) 12,6 мА 5) 1,26 мА

T4.51 Определить, через какой промежуток времени сила тока замыкания достигнет 95% предельного значения, если источник тока замыкают на катушку сопротивлением $R = 12$ Ом и индуктивностью $L = 0,5$ Гн.

- 1) 135 мс 2) 225 мс 3) 125 мс 4) 180 мс 5) 135 мс

T4.52 Размерность коэффициента взаимной индуктивности контуров:

- 1) Вб 2) А·м 3) Гн 4) Вб·А 5) Гн·Вб

T4.53 Теорема взаимности для коэффициентов взаимной индукции определяется соотношением?

- 1) $\Phi_{21} = L_{21}I_1$ 2) $\varepsilon_{12} = -L_1 \frac{dI_2}{dt}$ 3) $L_{12} = L_{21}$ 4) $\varepsilon_{21} = -L_2 \frac{dI_1}{dt}$ 5) $\Phi_{12} = L_{12}I_2$

T4.54 Если две катушки соединены согласованно, то магнитный поток, который создает ток одной катушки в месте расположения другой,:

- 1) отрицателен 2) положителен 3) нулевой 4) отсутствует 5) мнимый

T4.55 Если две катушки соединены согласованно, то вектора магнитной индукции от разных катушек в месте расположения каждой из них:

- 1) сонаправлены
2) противоположны по направлению
3) направлены под углом 90°
4) направлены под углом 30°
5) направлены под углом 45°

T4.56 Если две катушки соединены встречно, то магнитный поток, который создает ток одной катушки в месте расположения другой:

- 1) отрицателен 2) положителен 3) нулевой 4) отсутствует 5) мнимый

T4.57 Если две катушки соединены встречно, то вектора магнитной индукции от разных катушек в месте расположения каждой из них?

- 1) сонаправлены
- 2) противоположны по направлению
- 3) направлены под углом 90°
- 4) направлены под углом 30°
- 5) направлены под углом 45°

T4.58 Если катушки с индуктивностями L_1 и L_2 и модулем коэффициента взаимной индукции M соединены последовательно согласованно, то индуктивность системы катушек равна:

- 1) $L_1 + L_2 - 2M$
- 2) $L_1 - L_2 - M$
- 3) $L_1 + L_2 + 2M$
- 4) $L_1 + L_2 + M$
- 5) $L_1 + L_2 - M$

T4.59 Если катушки с индуктивностями L_1 и L_2 и модулем коэффициента взаимной индукции M соединены последовательно встречно, то индуктивность системы катушек равна:

- 1) $L_1 + L_2 - 2M$
- 2) $L_1 - L_2 - M$
- 3) $L_1 + L_2 + 2M$
- 4) $L_1 + L_2 + M$
- 5) $L_1 + L_2 - M$

T4.60 Зависимость силы тока от заряда dq , прошедшего через сечение проводника за время dt , определяется соотношением

- 1) $-dq/t$
- 2) dq/dt
- 3) dt/dq
- 4) q/dt
- 5) $dqdt$

T4.61 Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме определяется соотношением:

- 1) $dQ = I^2 R dt$
- 2) $dQ = IR dt$
- 3) $dQ = I^2 R^2 dt$
- 4) $dQ = U^2 R dt$
- 5) $dQ = \sqrt{IR} dt$

T4.62 Энергия источника тока в процессе установления тока в неподвижном контуре с индуктивностью идет на преодоление сопротивления проводника и:

- 1) притяжения контура к Солнцу
- 2) притяжения контура к Земле
- 3) атмосферного давления
- 4) сопротивления эдс индукции
- 5) силы трения проводника о поверхность опоры

T4.63 Чему равен неопределенный интеграл $\int x dx$?

- 1) $x^2 + \text{const}$
- 2) $2x + \text{const}$
- 3) $x^2/2 + \text{const}$
- 4) $-x^2 + \text{const}$
- 5) $x^3/3 + \text{const}$

T4.64 Энергия магнитного поля W контура с током не определяется соотношением:

- 1) $\frac{LI^2}{2}$
- 2) $\frac{L^2 I^2}{2}$
- 3) $\frac{1}{2} I \Phi$
- 4) $\frac{1}{2L} \Phi^2$
- 5) $\frac{1}{2} \sqrt{I^2} \Phi$

T4.65 Плотность энергии магнитного поля w , определяется соотношением:

- 1) $\frac{LI^2}{2}$
- 2) $\frac{B^2}{2\mu\mu_0}$
- 3) $\frac{1}{2} I \Phi$
- 4) $\frac{B^2}{2}$
- 5) $\frac{BH \sin \alpha}{2}$

T4.66 Если модуль вектора магнитной индукции возрос в два раза, объемная плотность энергии магнитного поля увеличилась:

- 1) в 2 раза
- 2) в 0,5 раза
- 3) в 4 раза
- 4) в 0,25 раза
- 5) в 1 раз

T4.67 Если ток $I = 1$ мА и индуктивность $L = 2$ Гн, то энергии магнитного поля W равна:

- 1) 100 мкДж
- 2) 0,01 мкДж
- 3) 10 мкДж
- 4) 0,1 мкДж
- 5) 1 мкДж

T4.68 Если катушки с индуктивностями L_1 и L_2 , модулем коэффициента взаимной индукции M и токами I_1 и I_2 соединены согласованно, то энергия системы катушек определяется соотношением:

- 1) $\frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} + MI_1 I_2$
- 2) $\frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} - MI_1 I_2$
- 3) $\frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} \pm \frac{MI_1 I_2}{2}$
- 4) $\frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} - \frac{MI_1 I_2}{2}$
- 5) $\frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} + \frac{MI_1 I_2}{2}$

T4.69 Если катушки с индуктивностями L_1 и L_2 , модулем коэффициента взаимной индукции M и токами I_1 и I_2 соединены встречно, то энергия системы катушек равна:

- 1) $\frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} + M I_1 I_2$ 2) $\frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} - M I_1 I_2$ 3) $\frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} \pm M I_1 I_2$
 4) $\frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} - \frac{M I_1 I_2}{2}$ 5) $\frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} + \frac{M I_1 I_2}{2}$

T4.70 Трансформатор – это устройство для:

- 1) преобразования постоянного тока в переменный ток
- 2) преобразования переменного напряжения в постоянное напряжение
- 3) преобразования одного переменного напряжения в другое
- 4) преобразования одного постоянного напряжения в другое
- 5) преобразования тока в напряжение

T4.71 Чему равен коэффициент трансформации k , если N_1 – число витков в первичной обмотке, а N_2 – число витков во вторичной обмотке?

- 1) N_2 / N_1 2) $N_1 N_2$ 3) $(N_2 / N_1)^2$ 4) $(N_1 / N_2)^2$ 5) N_1 / N_2

T4.72 Как связано отношение числа витков в первичной к числу витков во вторичной обмотках (N_1/N_2) с отношением U_{1d} (действующее значение входного напряжения) к U_{2d} (действующее значение выходного напряжения), если сопротивлением обмоток можно пренебречь?

- 1) $\frac{U_{1d}}{U_{2d}}$ 2) $\frac{U_{2d}}{U_{1d}}$ 3) $(\frac{U_{1d}}{U_{2d}})^2$ 4) $(\frac{U_{2d}}{U_{1d}})^2$ 5) $\frac{U_{1d}}{U_{2d}^2}$

T4.73 Как связано отношение числа витков в первичной к числу витков во вторичной обмотках (N_1/N_2) с отношением I_{1d} (действующее значение силы входного тока) к I_{2d} (действующее значение силы выходного тока), если сопротивлением обмоток можно пренебречь?

- 1) $\frac{I_{2d}}{I_{1d}}$ 2) $\frac{I_{1d}}{I_{2d}}$ 3) $(\frac{I_{2d}}{I_{1d}})^2$ 4) $(\frac{I_{1d}}{I_{2d}})^2$ 5) $|I_{1d} I_{2d}|$

T4.74 Генератор переменного тока – это устройство для:

- 1) преобразования постоянного тока в переменный
- 2) получения переменного тока
- 3) преобразования переменного тока в постоянный
- 4) преобразования одного постоянного напряжения в другое
- 5) преобразования тока в напряжение

T4.75 В генераторе происходит:

- 1) вращение рамки в магнитном поле, при пропускании по ней электрического тока
- 2) вращение рамки в потенциальном электрическом поле при пропускании по ней электрического тока
- 3) вращение рамки в магнитном поле за счет ее нагревания
- 4) вращение рамки в магнитном поле за счет силы тяжести
- 5) протекание электрического тока по рамке, при ее вращении в магнитном поле

T4.76 Электродвигатель – это устройство для:

- 1) преобразования механической энергии в электрическую
- 2) преобразования электрической энергии в механическую
- 3) создания магнитного поля
- 4) создания электрического поля
- 5) преобразования магнитной энергии в электрическую

T4.77 В электродвигателе происходит:

- 1) вращение рамки в магнитном поле, при пропускании по ней электрического тока
- 2) вращение рамки в потенциальном электрическом поле при пропускании по ней электрического тока

3) вращение рамки в магнитном поле за счет ее нагревания

4) вращение рамки в магнитном поле за счет силы тяжести

5) протекание электрического тока по рамке, при вращении ее в магнитном поле

T4.78 Если U - напряжение на линии передач, P - передаваемая по линии мощность, r – сопротивление линии передач, то мощность потерь P_Q при передаче энергии определяется зависимостью:

1) $P_Q = \frac{U^2}{P^2} r$ 2) $P_Q = \frac{P^2}{U^2} r$ 3) $P_Q = \frac{P^2}{U^2} r^2$ 4) $P_Q = \frac{P^2}{U} r$ 5) $P_Q = \frac{P}{U} r$

T4.79 Если число витков в первичной и вторичной обмотках равно $N_1 = 100$, $N_2 = 200$, а действующее напряжение в первичной обмотке равно $U_{1d} = 127$ В, то действующее напряжение U_{2d} на вторичной обмотке равно:

1) 127 В 2) 63,5 В 3) 254 В 4) 31,75 В 5) 508 В

T4.80 Если число витков в первичной и вторичной обмотках равно $N_1 = 100$, $N_2 = 200$, а сила действующего тока в первичной обмотке равно $I_{1d} = 127$ мА, то сила действующего тока I_{2d} во вторичной обмотке равна:

1) 127 мА 2) 63,5 мА 3) 254 мА 4) 31,75 мА 5) 508 мА

Задачи для контрольных работ

4.1

В однородном постоянном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл движется проводник длиной $l = 10$ см. Скорость движения проводника $v = 15$ м/с и направлена перпендикулярно к магнитному полю и оси проводника. Найти модуль $|\mathcal{E}|$ индуцированной в проводнике эдс.

4.2

Катушка диаметром $D = 10$ см, состоящая из $N = 500$ витков проволоки, находится в магнитном поле, вектор магнитной индукции которого перпендикулярен плоскости витка. Найти модуль $|\mathcal{E}_{\text{ср}}|$ средней эдс индукции, возникающей в этой катушке, если индукция магнитного поля B увеличивается за время $\Delta t = 0,1$ с на $\Delta B = 2$ Тл.

4.3

Скорость самолета с реактивным двигателем $v = 720$ км/ч. Найти модуль $|\mathcal{E}|$ эдс индукции, возникающую в крыльях, если модуль вертикальной составляющей индукции магнитного поля земли $B = 50$ мкТл и размах крыльев самолета $l = 12,5$ м.

4.4

В постоянном однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,05$ Тл, вращается стержень длиной $l = 1$ м с угловой скоростью $\omega = 20$ рад/с. Ось вращения проходит через конец стержня и параллельна магнитному полю. Найти модуль $|\mathcal{E}|$ эдс индукции, возникающей в стержне.

4.5

Круговой проволочный виток площадью $S = 0,01 \text{ м}^2$ находится в однородном постоянном магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл. Плоскость витка перпендикулярна к направлению магнитного поля. Найти модуль $|\mathcal{E}_{\text{ср}}|$ средней эдс индукции, возникающей в витке при выключении поля в течение времени $t = 10$ мс.

4.6

В однородном постоянном магнитном поле с индукцией $B = 0,8$ Тл, равномерно вращается рамка с угловой скоростью $\omega = 15$ рад/с. Площадь рамки $S = 150 \text{ см}^2$. Ось вращения находится в плоскости рамки и составляет угол $\beta = 90^\circ$ с направлением магнитного поля. Найти максимальную эдс индукции \mathcal{E}_{max} во вращающейся рамке.

4.7

Горизонтальный стержень длиной $l = 1\text{ м}$ вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов. Ось вращения параллельна магнитному полю, с индукцией $B = 50\text{ мТл}$. При какой частоте вращения стержня ω разность потенциалов на концах этого стержня $U = 1\text{ мВ}$?

4.8

Внутри соленоида длиной $l = 20\text{ см}$ и площадью поперечного сечения $S = 30\text{ см}^2$ помещен проволочный виток такой же площади, плоскость которого перпендикулярна вектору магнитной индукции соленоида. Обмотка соленоида имеет $N = 320$ витков, и по нему идет ток $I = 3\text{ А}$. Чему равен модуль $|\varepsilon_{\text{нд}}|$ средней эдс индуцируемой в помещенном в соленоид витке, когда ток в соленоиде спадает до нуля в течение времени $t = 1\text{ мс}$?

4.9

Длинный соленоид индуктивностью $L = 4\text{ мГн}$ содержит $N = 600$ витков. Площадь поперечного сечения соленоида $S = 20\text{ см}^2$. Определить магнитную индукцию поля внутри соленоида, если сила тока I , протекающего по его обмотке равна 6 А .

4.10

Две длинные катушки с индуктивностями $L_1 = 0.64\text{ Гн}$ и $L_2 = 0.04\text{ Гн}$ намотаны на общий сердечник. Считая их длины и поперечные сечения одинаковыми, найти отношения числа витков N_1 первой из них к числу витков N_2 второй.

4.11

Катушка длиной $l = 20\text{ см}$ и площадью поперечного сечения $S = 9\text{ см}^2$ состоит из $N = 400$ витков. Найти индуктивность катушки без сердечника L_1 и с сердечником L_2 , если магнитная проницаемость материала сердечника $\mu = 400$.

4.12

Обмотка соленоида состоит из N витков медной проволоки, поперечное сечение которой $S = 1\text{ мм}^2$. Длина соленоида $l = 25\text{ см}$; его активное сопротивление $R = 0,2\text{ Ом}$, удельное сопротивление $\rho_{\text{Cu}} = 17\text{ нОм/м}$. Найти индуктивность соленоида L .

4.13

Катушка длиной $l = 20\text{ см}$ и диаметром $D = 3\text{ см}$ состоит из $N = 400$ витков. По катушке идет ток $I = 2\text{ А}$. Найти индуктивность L катушки и магнитный поток Φ , пронизывающий площадь одного витка.

4.14

Сколько витков проволоки диаметром $d = 0,6\text{ мм}$ имеет однослойная обмотка катушки, индуктивностью $L = 1\text{ мГн}$ и диаметром $D = 4\text{ см}$, если витки плотно прилегают друг к другу?

4.15

Имеется проводящий прямоугольный контур с движущейся перемычкой длиной $l = 10\text{ см}$. Вектор нормали к плоскости контура составляет с направлением вектора индукции однородного постоянного магнитного поля с $B = 50\text{ мТл}$ угол $\alpha = 120^\circ$. Перемычка движется с постоянной скоростью $v = 10\text{ м/с}$, оставаясь параллельной самой себе. Сопротивление контура считать неизменным и равным $R = 2\text{ Ом}$. Найти эдс индукции и ток в контуре.

4.16

Соленоид длиной $l = 50\text{ см}$ и площадью поперечного сечения $S = 2\text{ см}^2$ имеет индуктивность $L = 0,2\text{ мГн}$. При каком токе I объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида $w = 1\text{ мДж/м}^3$?

4.17

Сколько витков имеет катушка, индуктивностью $L = 1\text{ мГн}$, если при токе через катушку в $I = 1\text{ А}$ ее поток через любой виток $\Phi = 2\text{ мВб}$?

4.18

Площадь поперечного сечения соленоида, намотанного на металлический сердечник, $S = 1\text{ см}^2$, его длина $l = 10\text{ см}$, диаметр проволоки – $d = 3\text{ мм}$. Найти магнитную проницаемость μ материала

сердечника, если индуктивность соленоида $L = 0,44$ Гн.

4.19

Катушка индуктивности с $L = 0,6$ Гн подключена к источнику тока. Определите сопротивление катушки, если за время $t = 3$ с сила тока через катушку достигнет $\eta = 0,8$ предельного значения.

4.20

Проволочное кольцо радиусом $r = 10$ см лежит на горизонтальной поверхности. Какое количество электричества Q протечет по кольцу, если его повернуть с одной стороны на другую? Сопротивление R кольца равно 1 Ом. Вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли $B = 50$ мкТл.

4.21

В магнитном поле с индукцией $B = 0,017$ Тл, помещена квадратная рамка из медной проволоки с площадью поперечного сечения проволоки $s = 1$ мм². Площадь рамки $S = 25$ см². Нормаль к плоскости рамки параллельна магнитному полю, удельное сопротивление $\rho_{Cu} = 17$ нОм/м. Какое количество электричества q пройдет по контуру рамки при исчезновении магнитного поля?

4.22

В магнитном поле с индукцией $B = 0,05$ Тл, помещена катушка, состоящая из $N = 200$ витков проволоки. Сопротивление катушки $R = 40$ Ом; площадь поперечного сечения $S = 12$ см². Катушка помещена так, что ее ось составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с направлением магнитного поля. Какое количество электричества q пройдет по катушке при исчезновении магнитного поля?

4.23

Круговой контур радиусом $r = 2$ см помещен в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,2$ Тл. Плоскость контура перпендикулярна направлению магнитного поля. Сопротивление контура $R = 1$ Ом. Какое количество электричества q пройдет через катушку при повороте ее на угол $\alpha = 90^\circ$?

4.24

Электрическая лампочка с сопротивлением $R = 10$ Ом подключается через дроссель к аккумулятору с $\mathcal{E} = 12$ В. Индуктивность дросселя $L = 2$ Гн, сопротивление $r = 1$ Ом. Через какое время t после включения лампочка загорится, если она начинает заметно светиться при напряжении на ней $U = 6$ В?

4.25

Определить, сколько витков проволоки, вплотную прилегающих друг к другу, диаметром $d = 0,5$ мм с изоляцией ничтожной толщины надо намотать на непроводящий цилиндр диаметром $D = 1,5$ см, чтобы получить однослойную катушку индуктивностью $L = 100$ мкГн?

4.26

Во сколько раз уменьшится ток в катушке с индуктивностью $L = 0,2$ Гн и сопротивлением $R = 1,64$ Ом через время $t = 0,05$ с после того, как отключена батарея и катушка замкнута накоротко?

4.27

Через какое время t после подключения к катушке с индуктивностью $L = 0,144$ Гн и сопротивлением $R = 10$ Ом батареи потечет ток I , равный I_m/n ($n = 2$), где I_m – установившийся ток?

4.28

Построить график зависимости отношения I/I_m в контуре с сопротивлением $R = 2$ Ом и индуктивностью $L = 0,2$ Гн от времени t прошедшего с момента включения в цепь эдс, для интервала $0 \leq t \leq 0,5$ с через каждую $0,1$ с.

4.29

Квадратная рамка площадью $S = 25$ см² из медной проволоки сечением $s = 1$ мм² помещена в магнитное поле, индукция которого меняется по закону $B = B_0 \sin \omega t$, где $B_0 = 0,01$ Тл, $T = 0,02$ с, удельное сопротивление $\rho_{Cu} = 17$ нОм/м. Плоскость рамки перпендикулярна к направлению маг-

нитного поля. Найти зависимость от времени t и наибольшее значение: а) магнитного потока $\Phi(t)$, пронизывающего рамку; б) эдс индукции $\varepsilon(t)$; в) тока $I(t)$, текущего по рамке.

4.30

Через катушку с индуктивностью L , течет ток, изменяющийся со временем по закону $I = I_0 \sin \omega t$. Найти зависимость от времени t : а) эдс самоиндукции ε ; б) энергии W магнитного поля катушки.

4.31

Две катушки имеют взаимную индуктивность $L_{12} = 5$ мГн. В первой катушке ток изменяется по закону $I = I_0 \sin \omega t$, где $I_0 = 10$ А, $T = 0,02$ с. Найти зависимость эдс $\varepsilon_2(t)$, индуцируемой во второй катушке, и ее наибольшее значение $\varepsilon_{2\max}$.

4.32

Соленоид диаметром $d = 4$ см, имеющий $N = 500$ витков, помещен в магнитное поле, индукция которого изменяется со скоростью $dB/dt = 1$ мТл/с. Между осью соленоида и вектором магнитной индукции угол $\alpha = 45^\circ$. Определить $|\varepsilon|$ модуль эдс индукции, возникающей в соленоиде.

4.33

В магнитное поле, изменяющееся по закону $B = B_0 \cos \omega t$ ($B_0 = 0,1$ Тл, $\omega = 4$ рад/с), помещена квадратная рамка со стороной $a = 50$ см. Нормаль к рамке образует с направлением поля угол $\alpha = 45^\circ$. Определить эдс индукции в момент времени $t = 5$ с.

4.34

Кольцо из алюминиевого провода ($\rho_{Al} = 26$ нОм·м, диаметр провода $d = 2$ мм, диаметр кольца $D = 30$ см) помещено в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определить скорость изменения магнитного поля dB/dt , если ток в кольце $I = 1$ А.

4.35

Плоскость проволочного витка площадью $S = 100$ см² и сопротивлением $R = 5$ Ом, находящегося в однородном магнитном поле с индукцией $B = 10$ Тл, перпендикулярна линиям магнитной индукции. При повороте витка в магнитном поле через виток прошло $Q = 12,6$ мКл. Определить угол поворота витка φ .

4.36

В однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,3$ Тл помещена прямоугольная рамка с подвижной стороной, длиной $l = 15$ см. Определить модуль $|\varepsilon|$ эдс индукции, если подвижная сторона рамки перемещается перпендикулярно линиям магнитной индукции вдоль оси X по закону $x(t) = x_0 + vt$, где $v = 10$ м/с.

4.37

В катушке длиной $l = 0,5$ м, диаметром $d = 5$ см и числом витков $N = 1500$ ток равномерно увеличивается со скоростью $dI/dt = 0,2$ А/с. На катушку надето проволочное кольцо сопротивлением $R = 5$ Ом такого же диаметра. Определить модуль силы тока индукции I_i в кольце.

4.38

Катушка диаметром $d = 2$ см, содержащая один слой плотно прилегающих друг к другу $N = 500$ витков алюминиевого провода сечением $s = 1$ мм², помещена в магнитное поле. Ось катушки параллельна линиям индукции. Магнитная индукция поля изменяется со скоростью $dB/dt = 1$ мТл/с. Определить тепловую мощность P , выделяющуюся в катушке, если ее концы замкнуть накоротко. Удельное сопротивление алюминия $\rho_{Al} = 26$ нОм·м.

4.39

В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 50$ рад/с вокруг вертикальной оси стержень длиной $l = 0,4$ м. Определить модуль $|\varepsilon|$ эдс индукции, если ось вращения проходит через конец стержня параллельно линиям магнитной индукции.

4.40

В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,02$ Тл равномерно вращается вокруг вертикальной оси горизонтальный стержень длиной $l = 0,5$ м. Ось вращения проходит через конец стержня параллельно линиям магнитной индукции. Определить число оборотов в секунду ν , при котором на концах стержня возникает разность потенциалов $U = 0,1$ В.

4.41

В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,2$ Тл равномерно с частотой $\nu = 600$ мин⁻¹ вращается рамка, площадью $S = 100$ см², содержащая $N = 1200$ плотно прилегающих друг к другу витков. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить максимальную эдс ε_{\max} , индуцируемую в рамке.

4.42

Магнитная индукция поля между полюсами двухполюсного генератора $B = 1$ Тл. Ротор имеет $N = 140$ витков с площадью $S = 500$ см². Ось вращения лежит в плоскости ротора и перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить частоту вращения якоря ν , если максимальное значение эдс индукции $\varepsilon_{\max} = 220$ В.

4.43

В однородном магнитном поле равномерно вращается с частотой $\nu = 300$ мин⁻¹ прямоугольная рамка площадью $S = 100$ см², содержащая $N = 200$ плотно прилегающих друг к другу витков. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить модуль вектора магнитной индукции B , если максимальная индуцируемая эдс $\varepsilon_{\max} = 12,6$ В.

4.44

В однородном магнитном поле равномерно вращается прямоугольная рамка с частотой $\nu = 600$ мин⁻¹. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям магнитной индукции. Амплитуда индуцируемой в рамке эдс $\varepsilon_{\max} = 3$ В. Определить максимальный магнитный поток Φ_{\max} через рамку.

4.45

Катушка длиной $l = 50$ см и диаметром $d = 5$ см содержит $N = 200$ витков. По катушке течет ток $I = 1$ А. Определить: 1) индуктивность катушки L ; 2) потокосцепление Ψ .

4.46

Длинный соленоид индуктивностью $L = 4$ мГн, площадью поперечного сечения $S = 20$ см² содержит $N = 600$ витков. Определить индукцию B магнитного поля внутри соленоида, если сила тока, протекающего по его обмотке, $I = 6$ А.

4.47

Две длинные катушки с индуктивностями $L_1 = 0,64$ Гн и $L_2 = 0,04$ Гн имеющие одинаковую длину намотаны на общий сердечник. Определить, отношение N_1/N_2 числа витков N_1 первой катушки к числу витков N_2 второй.

4.48

Определить число плотно прилегающих друг к другу витков проволоки, диаметром $d = 0,5$ мм с изоляцией ничтожной толщины, которые надо намотать на картонный цилиндр диаметром $D = 1,5$ см, чтобы однослойная катушка имела индуктивность $L = 100$ мкГн?

4.49

Через катушку с индуктивностью $L = 200$ мГн, протекает ток, изменяющийся по закону $I = a \cos 3t$, где $a = 2$ А. Определить: 1) эдс самоиндукции $\varepsilon(t)$; 2) максимальное значение эдс ε_{\max} .

4.50

В соленоиде без сердечника, содержащем $N = 1000$ витков, при увеличении силы тока магнитный поток через каждый виток увеличился на $\Delta\Phi = 1$ мВб. Определить среднюю эдс самоиндукции $\varepsilon_{\text{ср}}$, возникшую в соленоиде, если изменение силы тока произошло за $\Delta t = 0,1$ с.

4.51

Трансформатор понижает действующее напряжение сети $U_{1d} = 220$ В до действующего напряжения $U_{2d} = 13$ В. При этом действующая сила тока во вторичной обмотке с сопротивле-

нием $R_2 = 7 \text{ Ом}$ $I_{2d} = 6 \text{ А}$. Пренебрегая потерями энергии в первичной обмотке, определить коэффициент трансформации $k = N_1/N_2$.

4.52

Трансформатор понижает действующее напряжение сети $U_{1d} = 220 \text{ В}$ имея коэффициент трансформации $k = 10$. При этом действующая сила тока во вторичной обмотке $I_{2d} = 0,6 \text{ А}$, а сопротивление вторичной обмотки $R_2 = 10 \text{ Ом}$. Пренебрегая потерями энергии в первичной обмотке, определить действующее напряжение U_{2d} во вторичной обмотке.