Глава 6

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

6.1. Собственные электромагнитные колебания

Электромагнитными колебаниями называются колебания электрических зарядов, токов и физических величин, характеризующих электрические и магнитные поля.

Колебания называются периодическими, если значения физических величин, изменяющихся в процессе колебаний, повторяются через равные промежутки времени.

Простейшим типом периодических колебаний являются гармонические колебания. Гармонические колебания описываются уравнениями

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$$

или

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_1)\,.$$

Различают колебания зарядов, токов и полей, неразрывно связанных друг с другом, и колебания полей, существующих в отрыве от зарядов и токов. Первые имеют место в электрических цепях, вторые – в электромагнитных волнах.

Колебательным контуром называется электрическая цепь, в которой могут происходить электромагнитные колебания.

Колебательным контуром служит любая замкнутая электрическая цепь, состоящая из конденсатора емкостью C, катушки индуктивности с индуктивностью L и резистора сопротивлением R, в которой происходят электромагнитные колебания.

Простейший (идеальный) колебательный контур – это соединенные между собой конденсатор и катушка индуктивности. В таком контуре емкость сосредоточена только в конденсаторе, индуктивность – только в катушке и, кроме того, омическое сопротивление контура равно нулю, т.е. нет потерь энергии на тепло.

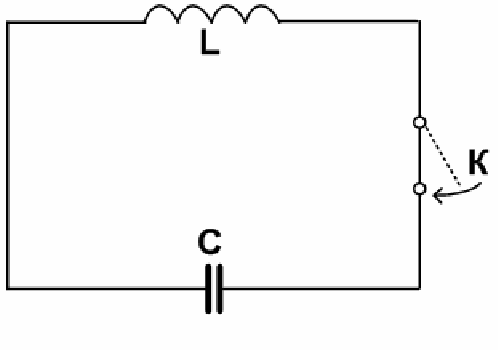


Рис. 6.1

Чтобы в контуре возникли электромагнитные колебания, контур необходимо вывести из состояния равновесия. Для этого достаточно зарядить конденсатор или возбудить ток в катушке индуктивности и предоставить самому себе.

Сообщим одной из обкладок конденсатора заряд $+q_m$. Из-за явления электростатической индукции вторая обкладка конденсатора зарядится отрицательным зарядом $-q_m$. В конденсаторе возникнет электрическое поле с энергией равной (см. главу 1)

$$W_E = \frac{q_m^2}{2C} .$$

Так как катушка индуктивности подсоединена к конденсатору, то напряжения на концах катушки будут равны напряжению между обкладками конденсатора. Это приведет к направленному движению свободных зарядов в контуре. Вследствие этого в электрической цепи контура наблюдается одновременно: ***нейтрализация зарядов на обкладках конденсатора (разрядка конденсатора) и упорядоченное движение зарядов в катушке индуктивности. Упорядоченное движение зарядов в цепи колебательного контура называется разрядным током.***

Из-за явления самоиндукции разрядный ток начнет увеличиваться постепенно. Чем больше индуктивность катушки, тем медленнее растет разрядный ток.

Таким образом, разность потенциалов, приложенная к катушке, ускоряет движение зарядов, а эдс самоиндукции, напротив, тормозит их. Совместное действие *разности потенциалов* и *эдс самоиндукции* приводит к постепенному нарастанию *разрядного тока*. В тот момент, когда конденсатор полностью разрядится, ток в цепи достигнет максимального значения I_m.

Этим завершается первая четверть периода колебательного процесса.

В процессе разрядки конденсатора разность потенциалов на его обкладках, заряд обкладок и напряженность электрического поля уменьшаются, при этом ток через катушку индуктивности и индукция $\vec{B}$ магнитного поля возрастают.

Энергия электрического поля конденсатора постепенно превращается в энергию магнитного поля катушки.

В момент завершения разрядки конденсатора энергия электрического поля будет равна нулю, а энергия магнитного поля достигает максимума (см. главу 4)

$$W_B = \frac{L I_m^2}{2},$$

где L – индуктивность катушки , I_m – максимальный ток в катушке.

Наличие *конденсатора* в цепи контуре приводит к тому, что разрядный ток на его обкладках обрывается, заряды здесь тормозятся и накапливаются. На той обкладке, по направлению к которой течет ток, накапливаются положительные заряды, на другой обкладке – отрицательные. В конденсаторе вновь возникает электростатическое поле, но теперь уже противоположного направления. Это поле тормозит движение зарядов катушки. Следовательно, ток и его магнитное поле начинают убывать. Уменьшение магнитного поля сопровождается возникновением эдс самоиндукции, которая препятствует уменьшению тока и поддерживает его первоначальное направление. Благодаря совместному действию вновь возникшей разности потенциалов и эдс самоиндукции разрядный ток уменьшается до нуля постепенно. Энергия магнитного поля снова переходит в энергию электрического поля. Этим завершается половина периода колебательного процесса. На третьей и четвертой частях описанные процессы повторяются, как на первой и второй частях периода, но в обратном направлении. Пройдя все эти четыре стадии, контур вернется в исходное состояние. Последующие циклы колебательного процесса будут в точности повторяться.

В колебательном контуре периодически изменяются следующие физические величины:

q - заряд на обкладках конденсатора;

U - разность потенциалов на конденсаторе и , следовательно, на концах катушки;

I - разрядный ток в катушке;

$\vec{E}$ - напряженность электрического поля между пластинами конденсатора;

$\vec{B}$ - индукция магнитного поля в катушке индуктивности;

W_E - энергия электрического поля в конденсаторе;

W_B - энергия магнитного поля в катушке индуктивности .

Сопоставляя электромагнитные колебания с механическими, можно обнаружить, что каждой величине, характеризующей механические колебания, соответствует электрическая или магнитная величина, играющая в электромагнитных колебаниях аналогичную роль, а именно: координате x соответствует заряд конденсатора q , скорости V – сила тока I , ускорению a – скорость изменения силы тока $\frac{dI}{dt}$, массе m – индуктивность катушки L, коэффициенту упругости k – величина, обратная емкости конденсатора – $\frac{1}{C}$, потенциальной энергии деформированной пружины $\frac{kx^2}{2}$ – энергия электрического поля $\frac{q^2}{2C}$, кинетической энергии движения тела $\frac{mv^2}{2}$ - энергия магнитного поля $\frac{LI^2}{2}$, коэффициенту трения r – омическое сопротивление R, внешней силе F – электродвижущая сила ε (разность потенциалов U).

Найдем зависимости q , I , ε , W_E , W_B от времени t .

Для нахождения закона изменения заряда $q = q(t)$, необходимо составить для него дифференциальное уравнение и найти его решение .

Так как контур идеальный (т.е. не излучает электромагнитных волн и не выделяет тепло), то его энергия, состоящая из суммы энергии магнитного W_B и электрического W_E полей , остается неизменной в любой момент времени.

$$\left(\frac{LI^2(t)}{2}+\frac{q^2(t)}{2C}\right)=\text{const}.$$

Следовательно, производная от полной энергии контура по времени равна нулю.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{LI^2(t)}{2}+\frac{q^2(t)}{2C}\right)=0, \qquad (6.1)$$

где $I(t)$ и $q(t)$ – мгновенные значения тока и заряда на обкладках конденсатора.

Произведем в уравнении (6.1) дифференцирование по времени.

$$LI\frac{dI}{dt}+\frac{q}{C}\frac{dq}{dt}=0. \qquad (6.2)$$

Заменим в (6.2) $I=\frac{dq}{dt}$, $\frac{dI}{dt}=\frac{d^2q}{dt^2}$ получим

$$L\frac{dq}{dt}\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{q}{C}\frac{dq}{dt}=0, \qquad (6.3)$$

Разделив (6.3) на $L\frac{dq}{dt}$ и обозначив $\frac{1}{LC}=\omega_0^2$, получим дифференциальное уравнение для заряда

$$\frac{d^2q}{dt^2}+\omega_0^2 q=0. \qquad (6.4)$$

Решение уравнения (6.4) описывает изменение заряда на обкладках конденсатора со временем. Для решения уравнения (6.4) воспользуемся методом Эйлера.

По этому методу решение (6.4) выберем в виде $q(t)=Ce^{rt}$, где C - произвольная константа, r - неизвестная константа. Для нахождения этих констант подставим $q(t)=Ce^{rt}$, $\frac{dq}{dt}=Cre^{rt}$, $\frac{d^2q}{dt^2}=Cr^2e^{rt}$ в (6.4), получим тождество:

$$C\, r^2 e^{rt} + \omega_0^2 C e^{rt} \equiv 0 \quad \text{или} \quad C e^{rt}\left(r^2 + \omega_0^2\right) \equiv 0 .$$

Из трех сомножителей $C \neq 0$, $e^{rt} \neq 0$, следовательно, $\left(r^2 + \omega_0^2\right) = 0$. Отсюда вычислим первую константу r

$$r_{1,2} = \pm \sqrt{-\omega_0^2} = \pm i\,\omega_0, \quad \text{где } i \text{ - мнимое число.}$$

Двум значениям корня $r_1 = +i\,\omega_0$, $r_2 = -i\omega_0$, соответствуют два частных решения. Общее решение находится как линейная комбинация двух частных решений:

$$q(t) = C_1^* e^{+i\omega_0 t} + C_2^* e^{-i\omega_0 t} = \left[e^{\pm i\omega_0 t} = \cos\omega_0 t \pm i \sin\omega_0 t \right] =$$

$$C_1^* \cos\omega_0 t + C_1^* i \sin\omega_0 t + C_2^* \cos\omega_0 t - C_2^* i \sin\omega_o t =$$

$$\left(C_1^* + C_2^*\right)\cos\omega_0 t + \left(i\, C_1^* - i\, C_2^*\right)\sin\omega_0 t$$

После введения новые обозначении $C_1^* + C_2^* = C_1$, $i\,C_1^* - i\,C_2^* = C_2$, получим

$$q(t) = C_1 \cos\omega_0 t + C_2 \sin\omega_0 t .$$

Из решения следует, что заряд на обкладках конденсатора изменяется по гармоническому закону. Закон изменения заряда со временем $q(t) = C_1 \cos\omega_0 t + C_2 \sin\omega_0 t$ можно записать в амплитудной форме, а именно

$$q(t) = A \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0\right),$$

где
$$A = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}, \quad \varphi_0 = \operatorname{arctg} \frac{C_1}{C_2} .$$

Константы C_1 и C_2 находят из начальных условий.
При $t = 0$, $q = q_0$, $\frac{dq}{dt} = I_0$, где q_o – начальный заряд на конденсаторе, I_0 - начальное значение разрядного тока.
Подставив начальные условия в уравнения

$$q(t) = C_1 \cos\omega_0 t + C_2 \sin\omega_0 t,$$

$$\frac{dq}{dt} = -C_1\,\omega_0 \sin\omega_0 t + C_2\,\omega_0 \cos\omega_0 t,$$

получим $\qquad C_1 = q_0, \qquad C_2 = \frac{I_0}{\omega_0}.$

Отсюда $\qquad A = q_m = \sqrt{q_0^2 + \frac{I_0^2}{\omega_0^2}}, \quad \varphi_0 = \operatorname{arctg}\frac{q_0\,\omega_0}{I_0}$

Решение уравнения (6.4) имеет вид

$$q(t) = q_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0\right), \tag{6.5}$$

где q_m - амплитудное значение заряда; φ_0 - начальная фаза; ω_0- циклическая частота колебаний, $\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$ - фаза колебаний. Уравнение (6.5) описывает незатухающие колебания при отсутствии сопротивления.

Вывод: *Заряд на обкладках конденсатора изменяется по гармоническому закону. Колебания любой физической величины, описывающей уравнением (6.5), называют собственными колебаниями. Величину* ω_0 *называют собственной циклической частотой колебаний. Период колебаний T – наименьший промежуток времени , по истечении которого физическая величина принимает то же значение и имеет ту же скорость.*

Период и частота собственных колебаний контура вычисляются по формулам:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}, \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Выражение $T = 2\pi\sqrt{LC}$ называют формулой Томсона.

Разделив (6.5) на С, найдем изменения разности потенциалов (напряжения) между обкладками конденсатора со временем

$$U(t) = U_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0\right), \tag{6.6}$$

где $U_m = \frac{q_m}{C}$ - амплитуда напряжения.

Зависимость силы тока от времени определяется соотношением –

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 q_m \sin\left(\omega_0 t + \varphi_0\right) = I_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right), \tag{6.7}$$

где $I_m = \omega_0 q_m$ - амплитуда тока.

Зависимость эдс самоиндукции от времени определяется соотношением

$$\varepsilon_s(t) = -L\frac{dI}{dt} = -L\omega_0^2\, q_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0\right) = \varepsilon_{sm}\cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 - \pi\right),$$

где $\varepsilon_{sm} = L\omega_0^2 q_m$ - амплитуда эдс самоиндукции.

Зависимость энергии электрического поля от времени определяется соотношением

$$W_E = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_m^2}{2C}\cos^2\left(\omega_0 t + \varphi_0\right) = W_{Em}\cos^2\left(\omega_0 t + \varphi_0\right), \qquad (6.8)$$

где $W_{Em} = \dfrac{q_m^2}{2C}$ - максимальное значение энергии электрического поля.

Зависимость энергии магнитного поля от времени определяется соотношением

$$W_B = \frac{LI^2}{2} = \frac{L\omega_0^2 q_m^2}{2}\sin^2\left(\omega_0 t + \varphi_0\right) = W_{Bm}\sin^2\left(\omega_0 t + \varphi_0\right), \qquad (6.9)$$

где $W_{Bm} = \dfrac{L\omega_0^2 q_m^2}{2}$ - максимальное значение энергии магнитного поля.

Поскольку $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC}$, то $W_{Bm} = W_{Em}$.

В выражения для амплитуд всех изменяющихся величин входит амплитуда заряда q_m. Эта величина, а также начальная фаза колебаний φ_0 определяются начальными условиями – зарядом конденсатора и током в контуре в начальный момент времени $t = 0$. Если отсчет времени вести с момента начала разрядки заряда на конденсаторе колебательного контура, то при $t = 0$, $q = q_0$, $I = 0$. Подставив эти значения в (6.5) и (6.7), получим

$$q_0 = q_m\cos\varphi_0 \qquad 0 = \omega_0 q_m \sin\varphi_0,$$

т.к. $\omega_0 \neq 0$, $q_m \neq 0$, то $\varphi_0 = 0$. Подставив $\varphi_0 = 0$ в первое уравнение, получим $q_m = q_0$, т.е. максимальное значение заряда равно первоначальному заряду конденсатора.

Зависимости q, U, I, ε_s, W_E и W_B от времени t приведены на рис 6.2.

Сопоставляя (6.5) – (6.9) , заключаем, что колебания заряда и разности потенциалов совершаются в одинаковых фазах, ток отстает по фазе на $\frac{\pi}{2}$ от разности потенциалов , частота колебаний энергий электрического и магнитного полей в два раза больше частоты колебаний всех других величин.

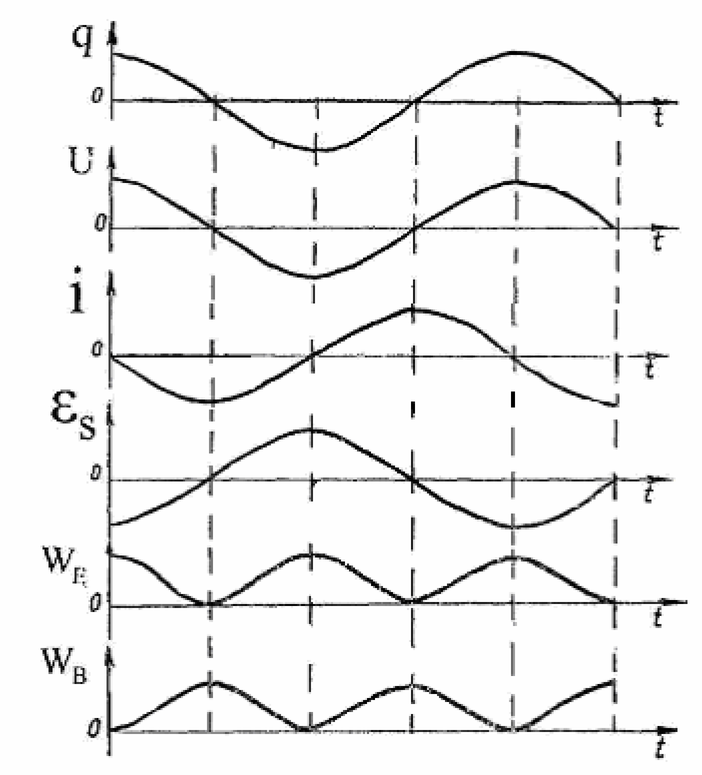


Рис. 6.2

6.2. Затухающие электромагнитные колебания

Реальный колебательный контур обладает омическим сопротивлением. Вследствие этого в таком контуре электромагнитная энергия, запасенная в начале колебаний, постепенно превращается во внутреннюю энергию контура (тепло).В реальном контуре гармонические колебания переходят затухающие.

Затухающие колебания не являются периодическими, так как через конечный промежуток времени физическая величина не принимает то же значение и не имеет ту же скорость. Однако через равные промежутки времени повторяются ***максимальные***, но ***разные*** по абсолютной величине значения физических величин.

Переход от одного максимального значения физической величины до следующего максимального значения по абсолютной величине назовем «размахом» колебания. При затухающих колебаниях эти «размахи» уменьшаются, однако промежуток времени прохождения каждого «размаха» остается постоянным.

Тогда за *условный период затухающих колебаний принимается промежуток времени двух « размахов».*

Найдем уравнение, описывающее затухающие колебания. Для этого составим дифференциальное уравнение собственных затухающих колебаний. Из закона сохранения полной энергии следует, что убыль энергии электрического и магнитного полей контура за единицу времени равна количеству выделенного контуром тепла за это время,

т.е. тепловой мощности тока $P = R\,I^2 = U I = \frac{U^2}{R}$.

$$-\frac{d}{dt}\left(\frac{L I^2(t)}{2} + \frac{q^2(t)}{2C}\right) = R\,I^2(t), \qquad (6.10)$$

где R - сопротивление контура. Произведем в (6.10) дифференцирование по времени и после введения обозначения

$$I = \frac{dq}{dt}, \qquad \frac{dI}{dt} = \frac{d^2 q}{dt^2}$$

получим

$$-L\frac{dq}{dt}\frac{d^2q}{dt^2} - \frac{q}{C}\frac{dq}{dt} = R I^2.$$

Перенесем $R I^2$ в левую часть, умножим обе части уравнения на (-1) и разделим все слагаемые на $L\frac{dq}{dt}$:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = 0.$$

После введения обозначения $\frac{R}{L} = 2\beta$ и $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$, дифференциальное уравнение примет вид

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0. \qquad (6.11)$$

Решение (6.11) описывает изменение заряда на обкладках конденсатора со временем.

Для решения однородного дифференциального уравнения (6.11) воспользуемся методом Эйлера. По этому методу, $q = Ce^{rt}$ есть решение уравнения (6.11), где С – произвольная константа, r – неизвестная константа. Для нахождения этих констант подставим

$$q = C\,e^{rt}, \qquad \frac{dq}{dt} = C\,r\,e^{rt}, \qquad \frac{d^2q}{dt^2} = C\,r^2\,e^{rt}$$

в (6.11), получим тождество:

$$C\,r^2 e^{rt} + 2\,\beta\,C\,r\,e^{rt} + \omega_0^2\,C\,e^{rt} \equiv 0 \quad \text{или} \quad C\,e^{rt}\left(r^2 + 2\,\beta\,r + \omega_0^2\right) \equiv 0.$$

В полученном тождестве один из сомножителей должен равняться нулю. Так как $C \neq 0$, $e^{rt} \neq 0$, следовательно, $\left(r^2 + 2\,\beta\,r + \omega_0^2\right) \equiv 0$.

Из этого уравнения найдем неизвестную константу r

$$r_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}\,.$$

Рассмотрим два случая процесса разрядки конденсатора.

1 случай. Если $\omega_0 \angle \beta$, то корни r_1 и r_2 - действительные. Неравенство означает, что заряд конденсатора через катушку индуктивности убывает без колебательного процесса. Такой процесс называется апериодическим и наблюдается при больших значениях омического сопротивления контура.

2 случай. Если $\omega_0 > \beta$, то корни r_1 и r_2 комплексные и принимают значения

$$r_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{-1\left(\omega_0^2 - \beta^2\right)} = -\beta \pm i\sqrt{\left(\omega_0^2 - \beta^2\right)} = -\beta \pm i\,\omega,$$

где i – мнимое число, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ - циклическая частота затухающего колебания. Процесс разрядки конденсатора колебательный.

Каждому значению корня $r_{1,2}$ соответствует частное решение. Общее решение находится как линейная комбинация двух частных решений:

$$q(t) = C_1^*\,e^{\left(-\beta + i\,\omega\right)t} + C_2^*\,e^{\left(-\beta - i\,\omega\right)t} = C_1^*\,e^{-\beta t}\,e^{i\,\omega t} + C_2^*\,e^{-\beta t}\,e^{-i\,\omega t} =$$

$$= C_1^*\,e^{-\beta t}\left(\cos\omega t + i\sin\omega t\right) + C_2^*\,e^{-\beta t}\left(\cos\omega t - i\sin\omega t\right) =$$

$$= e^{-\beta t}\left[\cos\omega t\left(C_1^* + C_2^*\right) + \sin\omega t\left(i\,C_1^* - i\,C_2^*\right)\right]$$

Переобозначив константы $c_1 = c_1^* + c_2^*$, $c_2 = i\,c_1^* - i\,c_2^*$, получим

$$q(t) = e^{-\beta t}(C_1 \cos\omega t + C_2 \sin\omega t).$$

Так как $C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t = q_{mo} \cos\left(\omega t + \varphi_0\right)$ [*см. (6.5) раздел: собственные колебания*], то

$$q(t) = q_{mo}\, e^{-\beta t} \cos\left(\omega t + \varphi_0\right). \qquad (6.12)$$

Как видно из (6.12), собственные затухающие колебания заряда на конденсаторе не являются гармоническими: амплитуда таких колебаний с течением времени уменьшается по экспоненте

$$A = q_{mo}\, e^{-\beta t}, \qquad (6.12.1)$$

где β - коэффициент затухания.

Разделив (6.12) на емкость конденсатора C, найдем зависимость напряжения на обкладках конденсатора от времени

$$U(t) = U_{mo} e^{-\beta t} \cos\left(\omega t + \varphi_o\right) \qquad (6.13)$$

где U_{mo} - амплитуда разности потенциалов в начальный момент времени.

Циклическая частота затухающих колебаний связана с собственной частотой контура соотношением

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}\,.$$

Условный период затухающих колебаний равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}. \qquad (6.14)$$

На рис 6.3 сплошной линией показана зависимость $q = q\left(t\right)$.

Штриховые линии проведены по тем значениям q ,

где

$$\cos\left(\omega t + \varphi_o\right) = 1.$$

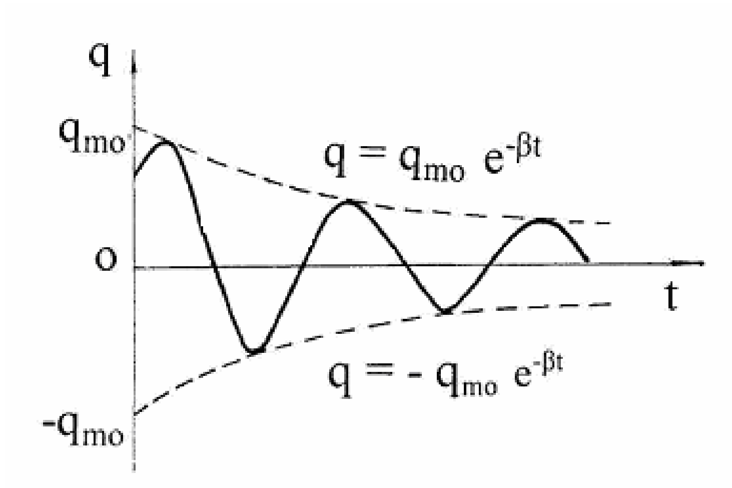


Рис. 6.3

Основные параметры, характеризующие затухающие колебания.

Логарифмическим декрементом затухания называется логарифм отношения двух амплитуд, смещенных по времени на один период.

$$\lambda = \ln \frac{q_{m0}\, e^{-\beta t}}{q_{m0}\, e^{-\beta (t+T)}} = \beta T. \tag{6.15}$$

Временем релаксации τ затухающих колебаний называется время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в e раз.

Из условия
$$\frac{q_{m0}\, e^{-\beta t}}{q_{m0}\, e^{-\beta \left(t+\tau\right)}} = e$$

находим
$$\tau = \frac{1}{\beta} \quad \text{или} \quad \beta = \frac{1}{\tau}.$$

Коэффициент затухания β – это величина, обратная времени τ, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в e раз.

Подставим выражение для β в (6.15), получим: $\lambda = \frac{T}{\tau}$. Так как $\frac{\tau}{T} = N$ - число колебаний, совершаемых за время релаксации, то

$$\lambda = \frac{1}{N}.$$

Логарифмический декремент затухания – величина, обратная числу колебаний, совершаемых за время релаксации.

Если параметры контура таковы, что $\beta^2 > \omega_0^2$, то процесс разрядки конденсатора становится апериодическим, система переходит в равновесное состояние без колебательного процесса. Сопротивление $R_к$, при котором колебательный процесс становится апериодическим, называется критическим.

Из условия $\beta^2 = \omega_0^2$, т.е. $\frac{R_к^2}{4L^2} = \frac{1}{LC}$, находим критическое сопротивление $R_к = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$. При $R \geq R_к$ ($\beta^2 > \omega_0^2$), колебания в контуре невозможны, процесс возвращения системы в состояние равновесия - апериодический.

6.3. Вынужденные электромагнитные колебания

Вынужденные электромагнитные колебания - это колебания, происходящие в колебательном контуре под действием внешней периодической эдс или внешнего периодического напряжения.

Для осуществления вынужденных колебаний колебательный контур подключают к источнику электрической энергии, называемому источником эдс (или источником напряжения). Пусть эдс источника изменяется по гармоническому закону $\varepsilon = \varepsilon_m \cos \Omega t$, где ε_m - амплитуда эдс, Ω - циклическая частота колебаний эдс.

Составим дифференциальное уравнение вынужденных колебаний.

Из закона сохранения энергии следует, что количество выделяемой контуром теплоты за единицу времени $I^2(t)\,R$ происходит не только за счет убыли энергии магнитного и электрического полей, но и за счет работы источника внешней эдс $\varepsilon I(t)$

$$I^2(t)\,R = -\frac{d}{dt}\left(\frac{L\,I^2(t)}{2} + \frac{q^2(t)}{2\,C}\right) + \varepsilon\,I(t),$$

где ε - мгновенное значение эдс. Перенесем слагаемое

$$-\frac{d}{dt}\left(\frac{L\,I^2}{2} + \frac{q^2}{2C}\right)$$

в левую часть уравнения, выразим I и $\frac{dI}{dt}$ через заряд, произведем дифференцирование, разделим все слагаемые на $L\frac{dq}{dt}$ и, использовав обозначения, введенные в параграфе 6.2, получим

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon}{L}$$

или

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon_m}{L}\cos\Omega t.$$

Общее решение этого неоднородного линейного дифференциального уравнения складывается из двух слагаемых: из общего решения однородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0,$$

имеющего вид

$$q_0(t) = q_{mo}e^{-\beta t}\cos\left(\omega t + \varphi_0\right),$$

и частного решения неоднородного дифференциального уравнения

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon_m}{L}\cos\Omega t,$$

имеющего вид

$$q(t) = q_m\cos\left(\Omega t + \varphi_0\right).$$

Так как $q_0(t)$, постепенно исчезают из-за затухания, то со временем в контуре остаются только $q(t)$, вынужденные колебания с неизменной амплитудой и частотой, равной частоте Ω внешнего источника. Установившиеся вынужденные колебания зарядов, напряжения на обкладках конденсатора и тока в цепи контура описываются следующими уравнениями

$$q(t) = q_m\cos\left(\Omega t + \varphi_0\right),$$

$$U(t) = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C}\cos\left(\Omega t + \varphi_0\right) = U_m\cos\left(\Omega t + \varphi_0\right),$$

$$I(t) = \frac{dq}{dt} = -\Omega q_m\sin\left(\Omega t + \varphi_0\right) = I_m\cos\left(\Omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right),$$

где

$$q_m = \frac{\varepsilon_m}{L\sqrt{\left(\omega_0^2 - \Omega^2\right)^2 + 4\beta^2\Omega^2}} \tag{6.16}$$

$$U_m = \frac{\varepsilon_m}{LC\sqrt{\left(\omega_0^2 - \Omega^2\right)^2 + 4\beta^2\Omega^2}} \qquad (6.17)$$

$$I_m = \Omega\frac{\varepsilon_m}{L\sqrt{\left(\omega_0^2 - \Omega^2\right)^2 + 4\beta^2\Omega^2}} \qquad (6.18)$$

есть амплитуды колебания заряда, напряжения и тока в цепи. Начальная фаза φ_0 определяется из выражения

$$\operatorname{tg}\varphi_0 = -\frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}.$$

Подставив $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, $\beta^2 = \frac{R^2}{4L^2}$ в уравнения (6.16), (6.17), (6.18) и преобразовав полученные выражения, получим:

$$q_m = \frac{\varepsilon_m}{\Omega\sqrt{\left(\frac{1}{C\Omega} - L\Omega\right)^2 + R^2}} \qquad (6.19)$$

$$U_m = \frac{\varepsilon_m}{C\Omega\sqrt{\left(\frac{1}{C\Omega} - L\Omega\right)^2 + R^2}} \qquad (6.20)$$

$$I_m = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{\left(\frac{1}{C\Omega} - L\Omega\right)^2 + R^2}} \qquad (6.21)$$

Таким образом, *если внешняя эдс изменяется по гармоническому закону, то вынужденные колебания являются также гармоническими.*

Частота вынужденных колебаний совпадает с частотой Ω внешней эдс.

Амплитуды вынужденных колебаний q_m, U_m, и I_m пропорциональны амплитуде внешней эдс и зависят от ее частоты Ω. При некоторой определенной для данного контура частоте внешнего источника $\Omega_{рез}$ амплитуды колебаний (q_m, U_m, и I_m) достигают максимального значения.

Явление резкого возрастания амплитуды установившихся вынужденных колебаний при приближении частоты внешней периодической эдс *(или внешнего периодического напряжения) к частоте собственных колебаний электрических и магнитных величин получило название электрического резонанса.*

Частоту, при которой амплитуда достигает максимального значения, называют резонансной частотой.

Чтобы найти резонансную частоту $\Omega_{рез}$ для заряда (для напряжения и тока методика нахождения резонансной частоты аналогичная) необходимо исследовать подкоренную функцию (6.16) на экстремум. Для этого возьмем производную от подкоренной функции

$$\varphi(\Omega) = \left(\omega_0^2 - \Omega^2\right)^2 + 4\beta^2\Omega^2$$

по частоте Ω и приравняем ее к нулю.

$$\frac{d\varphi(\Omega)}{d\Omega} = 2\left(-2\Omega\right)\left(\omega_0^2 - \Omega^2\right) + 8\beta^2\Omega = 0.$$

Из полученного равенства найдем значение аргумента Ω, при котором подкоренное выражение будет либо максимальным, либо минимальным

$$-4\Omega\omega_0^2 + 4\Omega^3 + 8\Omega\beta^2 = 4\Omega\left(-\omega_0^2 + \Omega^2 + 2\beta^2\right) = 0.$$

Так как $\Omega \neq 0$, то равенство имеет место только тогда, когда сомножитель

$$\left(-\omega_0^2 + \Omega^2 + 2\beta^2\right) = 0.$$

Отсюда следует

$$\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$

Чтобы выяснить, *максимальное или минимальное* значение принимает функция $\varphi = \varphi(\Omega)$ при значении аргумента $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$, необходимо взять вторую производную от функции $\varphi = \varphi(\Omega)$ и исследовать ее на знак. Если $\frac{d^2\varphi}{d\Omega^2} > 0$, то функция $\varphi = \varphi(\Omega)$ - минимальная, если $\frac{d^2\varphi}{d\Omega^2} < 0$, то функция $\varphi = \varphi(\Omega)$ - максимальная.

$$\frac{d^2\varphi}{d\Omega^2} = -4\,\omega_0^2 + 12\,\Omega^2 + 8\,\beta^2 = \left[\text{так как } \Omega^2 = \omega_0^2 - 2\beta^2\right] =$$

$$= -4\,\omega_0^2 + 12\,\omega_0^2 - 24\,\beta^2 + 8\,\beta^2 = 8\,\omega_0^2 - 16\,\beta^2 = 8\left(\omega_0^2 - 2\,\beta^2\right) = 8\Omega^2$$

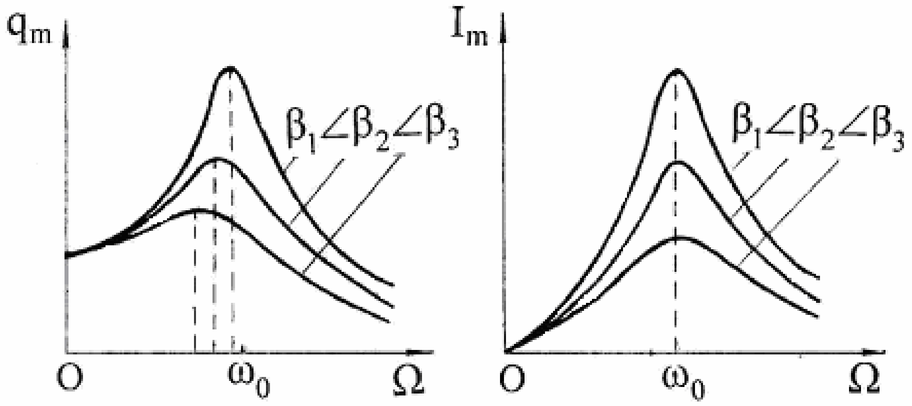
Так как $\frac{d^2\varphi}{d\Omega^2} = 8\,\Omega^2 > 0$, то при частоте $\Omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\,\beta^2}$ функция $\varphi = \varphi(\Omega)$ принимает минимальное значение, следовательно заряд q_m достигнет наибольшего (максимального) значения.

Частоту источника ЭДС, при которой q_m принимает максимальное значение, называют резонансной частотой

$$\Omega_{рез,q} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\,\beta^2} = \sqrt{\frac{1}{L\,C} - \frac{R^2}{2\,L^2}}\,.$$

Из формулы видно, что *резонансная частота для заряда меньше частоты собственных колебаний контур* ω_0 *на величину* $2\,\beta^2$.

Чем меньше β, (т.е. чем меньше омическое сопротивление и больше индуктивность контура), тем больше высота резонансного пика и его «острота». Резонансные кривые для q_m, соответствующие разным значениям β, приведены на рис. 6.4 а.



а б

Рис. 6.4

Резонансную частоту для тока можно найти из (6.21). Амплитуда тока максимальна, когда $\frac{1}{C\,\Omega_{рез}} - L\,\Omega_{рез} = 0$. Отсюда следует

$$\Omega_{рез,I} = \sqrt{\frac{1}{L\,C}} = \omega_0.$$

Резонансная частота для тока совпадает с собственной частотой колебаний контура (6.21)

При $\Omega \to 0$ $I \to 0$; при $\Omega \to \infty$ $I \to 0$.

Равенство тока нулю означает:

1. При подключениях колебательного контура к источнику постоянного напряжения $\Omega = 0$, тока в цепи нет.

2. При подключениях колебательного контура к высокочастотному источнику $\Omega \to \infty$, ток по цепи контура (см. 6.21) уменьшается до нуля.

Резонансные кривые для амплитуды тока приведены на рис. 6.4б.

Явление резонанса используется для выделения из сложного сигнала нужной составляющей при настройке теле-, радиоаппаратуры на нужную длину волны.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Какую роль играют индуктивность и емкость в колебательном контуре ?
2. Какое влияние оказывает активное сопротивление катушки на электромагнитные колебания в контуре ?
3. В каких случаях будет иметь место незатухающие электромагнитные колебания?
4. На что теряется энергия в процессе электромагнитных колебаний в контуре?
5. Для какой цели в колебательный контур включают конденсатор переменной емкости или катушку с переменной индуктивностью?
6. Как влияет коэффициент затухания на период затухающих колебаний?
7. Циклическая частота затухающего колебания ω больше или меньше собственной частоты ω_0?
8. Физический смысл коэффициента затухания β.
9. Физического смысла логарифмического декремента затухания λ.
10. Увеличивается или уменьшается период затухающих колебаний, если увеличивается активное сопротивление контура ?
11. Увеличивается или уменьшается условный период затухающих колебаний при уменьшении емкости конденсатора ?
12. Будут ли происходить периодические колебания, если $\omega_0 < \beta$?
13. Какие процессы наблюдаются, когда выполняются неравенства

$$\Omega \le \omega_0 \text{ и } \omega_0 \le \Omega \text{ ?}$$

14. Почему незатухающие колебания в реальных системах могут быть только вынужденными?
15. Что такое резонансная частота вынужденных колебаний, от чего она зависит?
16. Будет ли изменяться амплитуда вынужденных колебаний со временем при фиксированной частоте возмущающей силы?
17. От чего и как зависит амплитуда вынужденных колебаний?
18. Может ли амплитуда вынужденных колебаний быть бесконечно большой?

6.4. Уравнения Максвелла

Между электрическими зарядами и токами, с одной стороны, и создаваемыми ими электрическими и магнитными полями, с другой, существует связь. Связь существует и между самими электрическими и магнитными полями. При всяком изменении магнитного поля возникает электрическое поле и, наоборот, при всяком изменении электрического поля возникает магнитное поле. Уравнения Максвелла в математической форме отражают все эти связи и все эти процессы. Все определения, изложенные в последующих параграфах, даны для вакуума.

6.4.1. Первое уравнение Максвелла

Первое уравнение Максвелла в является обобщением закона электромагнитной индукции. (Суть утверждения в следующем . При изменении магнитного потока, пронизывающего неподвижный проводящий контур L, в последнем возникает вихревое электрическое поле, которое и создает в контуре эдс индукции).

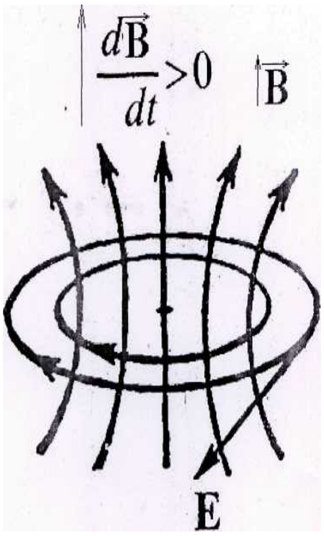


Рис.6.4.1

Максвелл установил, что проводящий контур L в этом процессе не играет принципиальной роли, а является лишь датчиком, обнаруживающим вихревое электрическое поле, существующее независимо от того, имеются или нет проводники в той области пространства, где наблюдается изменяющееся магнитное поле. Первое уравнение Максвелла в значительно шире закона электромагнитной индукции Фарадея, так как под контуром L следует понимать любой мысленно очерченный в пространстве контур.

Переменное магнитное поле создает вихревое электрическое поле.

Запишем данное утверждение в виде математических формул.

Придадим выражению закона электромагнитной индукции Фарадея

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} \tag{6.22}$$

несколько иной вид. Так как контур L замкнутый , то по нему потечет индукционный ток i. Направление этого тока совпадает с направлением вектора напряженности $\vec{E}$ возникшего вихревого электрического поля.
По закону Ома для замкнутой цепи, применительно к контуру L, имеющего активное сопротивление R, можно записать

$$\varepsilon = iR \tag{6.22.1}$$

Вычислим i и R.
Для определения тока i выделим из контура L элемент его длины $\Delta\ell$ и, воспользовавшись законом Ома для участка цепи, запишем

$$i = \frac{\Delta\varphi}{\Delta R},$$

где $\Delta\varphi$ и ΔR - разность потенциалов на концах элемента контура $\Delta\ell$ и его сопротивление соответственно.
Так как

$$\Delta\varphi = E\Delta\ell, \qquad \Delta R = \frac{\rho\Delta\ell}{\Delta S},$$

где ΔS - поперечное сечение контура L, то

$$i = \frac{\Delta\ell\, E\, \Delta S}{\rho\Delta\ell} = \frac{\Delta S\, E}{\rho}.$$

Полное сопротивление контура L равно

$$R = \oint_L \frac{\rho\, d\ell}{\Delta S}.$$

С учетом полученных значений i и R ЭДС электромагнитной индукции запишем в следующей форме

$$\varepsilon = i\,R = \frac{\Delta S\, E}{\rho}\oint_L \frac{\rho\, d\ell}{\Delta S} = \oint_L \vec{E}_{вихр} d\vec{\ell} \tag{6.22.2}$$

С другой стороны

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \left\{ \text{так как} \quad \Phi = \int_S \vec{B}\, d\vec{S} \right\} = -\int_S \frac{d\vec{B}}{dt}\, d\vec{S}\ .$$

Так как индукция $\vec{B} = \vec{B}\,(x, y, z, t)$ - есть функция от многих переменных , то заменив полное производное частным получим

$$\varepsilon = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\, d\vec{S}\ . \qquad (6.22.3)$$

Приравняв правые части уравнении (6.22.2) и (6.22.3) получим
первое интегральное уравнение Максвелла , описывающие процессы, протекающие в конечном объеме за конечный промежуток времени.

$$\oint_L \vec{E}_{вихр} d\vec{l} = -\int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\, d\vec{s}\ . \qquad (6.23)$$

Циркуляция вектора напряженности вихревого электрического поля по произвольному замкнутому контуру L равна по абсолютной величине и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока, сцепленного с контуром L .

Для описания процессов, протекающих в бесконечно малом объеме за бесконечно малый промежуток времени, преобразуем (6.23).

По теореме Стокса

$$\oint_L \vec{E}_{вихр}\, d\vec{l} = \int_S \operatorname{rot}\vec{E}\, d\vec{s}\ . \qquad (6.23.1)$$

Приравняв правые части (6.23) и (6.23.1) получим

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Это есть первое уравнение Максвелла в дифференциальной форме , где символ rot - оператор, называемый ротором, описывающий вихревые процессы и имеющий вид

$$\operatorname{rot}... = \left(\frac{\partial ..}{\partial y} - \frac{\partial ..}{\partial z}\right)\vec{i} + \left(\frac{\partial ..}{\partial z} - \frac{\partial ..}{\partial x}\right)\vec{j} + \left(\frac{\partial ..}{\partial x} - \frac{\partial ..}{\partial y}\right)\vec{k}\ .$$

Применительно к функции $\vec{E} = \vec{E}\left(x, y, z\right)$ символ $\operatorname{rot}\vec{E}$ принимает вид

$$\mathrm{rot}\,\vec{E} = \left(\frac{\partial E_Z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right)\vec{i} + \left(\frac{\partial E_X}{\partial z} - \frac{\partial E_Z}{\partial x} \right)\vec{j} + \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_X}{\partial y} \right)\vec{k}\,.$$

Вывод:

Существуют две разновидности электрического поля - потенциальное электростатическое и не потенциальное вихревое.

Электростатическое поле $\vec{E}_{стат}$ *порождается электрическими зарядами - свободными и поляризационными.*

Вихревое электрическое поле $\vec{E}_{вихр}$ *порождается изменяющимся магнитным полем.*

.

6.4.2. Второе уравнение Максвелла

Второе уравнение Максвелла является обобщением закона полного тока. Максвелл предположил, что переменное электрическое поле так же, как и электрический ток, является источником магнитного поля.

Переменное электрическое поле порождает вихревое магнитное поле.

Рассмотрим конденсатор, к которому приложено переменное напряжение. Это напряжение создает между обкладками конденсатора переменное электрическое поле. Переменное электрическое поле создает в окружающем пространстве магнитное поле так, как если бы между обкладками протекал вполне определенный ток проводимости.

Линии вихревого магнитного поля, порождаемого изменяющимся электрическим полем, замыкаются вокруг линий вектора $\vec{E}$. Направление линий $\vec{B}$ связано с направлением $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ правилом правого буравчика: если поступательное движение острия буравчика совпадает с направлением $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$, то направление вращения рукоятки указывает на направление линий вектора магнитной индукции $\vec{B}$. (см. рис. 6.5)

Пример

1. Если вектор $\vec{E}$, не изменяясь по направлению, растет по модулю, то направление $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ совпадает с направлением $\vec{E}$. Тогда линии вектора $\vec{B}$ лежат в плоскости, перпендикулярной линиям $\vec{E}$, и замыкаются вокруг этих линий по ходу часовой стрелки.
2. Если вектор $\vec{E}$, не изменяясь по направлению, уменьшается по модулю, то направление $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ противоположно направлению линий $\vec{E}$. Тогда линии вектора $\vec{B}$ лежат в плоскости, перпендикулярной линиям $\vec{E}$, и замыкаются вокруг этих линий против хода часовой стрелки.

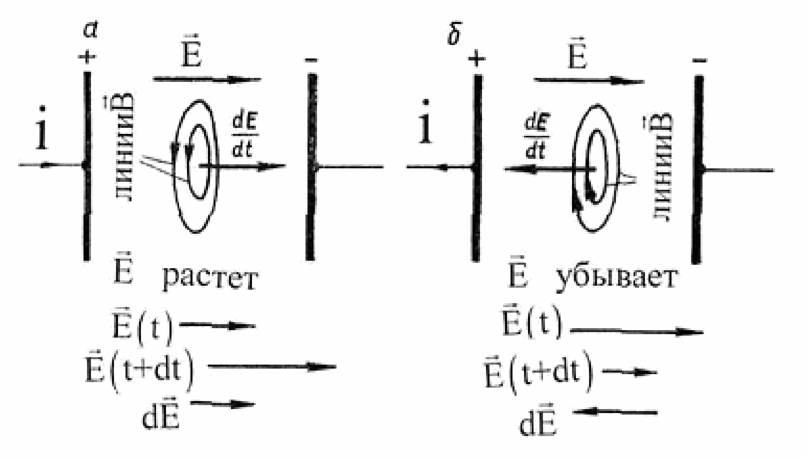


Рис. 6.5

Переменное электрическое поле Максвелл назвал током смещения $I_{см}$. Ток смещения – одно из важных понятий теории электромагнетизма. Во-первых, существенно, что по отношению к магнитному полю ток смещения как бы копирует роль обычного тока проводимости. В теории Максвелла ток проводимости и ток смещения равноправны. Во-вторых, физическая сущность тока смещения в вакууме никак не связана с движением зарядов.

Таким образом, переменное магнитное поле создается:

1. Движущимися электрическими зарядами, т.е. токами проводимости.

2. Изменяющимся электрическим полем, т.е. током смещения.

Запишем данное утверждение в виде математических формул.

Второе интегральное уравнение Максвелла выражает теорему о циркуляции вектора магнитной индукции $\vec{B}$ по произвольному замкнутому контуру L .

Циркуляция вектора магнитной индукции $\vec{B}$ по произвольному замкнутому контуру L равна току проводимости, охватываемому контуром L , сложенному с током смещения (со скоростью изменения потока вектора напряженности $\vec{E}$ электрического поля через произвольную поверхность S, опирающуюся на контур L). Максвелл добавил в правую часть закона полного тока ток смещения $I_{см}$.

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \left(I_{см} + I \right).$$

Ток смещения $$I_{см} = \varepsilon_0 \frac{\partial \Phi_E}{\partial t}.$$

Второе уравнение Максвелла в интегральной форме имеет вид

$$\oint_L \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \Phi_E}{\partial t} + \mu_0 I,$$

где μ_0, ε_0 - магнитная и электрическая постоянные; $\dfrac{\partial \Phi_E}{\partial t}$ - скорость изменения потока вектора напряженности $\vec{E}$ через произвольную поверхность S, опирающуюся на контур L.

Введение токов смещения приводит к тому, что разомкнутые электрические цепи становятся замкнутыми. Токи смещения «проходят» в тех участках, где нет проводников, например, между обкладками заряжающегося или разряжающегося конденсатора.

Токи смещения в отличие от токов проводимости не сопровождаются выделением теплоты (не подчиняются закону Джоуля – Ленца).

Второе уравнение Максвелла в дифференциальной форме имеет вид

$$\operatorname{rot}\vec{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0\vec{J},$$

где c – скорость света, $\vec{J}$ - плотность тока проводимости.

Вихревое магнитное поле $\vec{B}$ порождается изменяющимся электрическим полем $\dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ и токами проводимости.

6.4.3. Третье и четвертое уравнения Максвелла

Третье и четвертое уравнения Максвелла в интегральной форме представляют теорему Гаусса для электрических и магнитных зарядов.

Для электрических зарядов теорема Гаусса имеет вид.

$$\oint_S \vec{E}\,d\vec{S} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} q_i}{\varepsilon_0}.$$

Поток вектора напряженности $\vec{E}$ через произвольную замкнутую поверхность S равен алгебраической сумме электрических зарядов, охватываемых поверхностью S, деленному на ε_0.

Максвелл предположил, что теорема Гаусса справедлива для любого магнитного поля. Отсюда четвертое уравнение Максвелла в интегральной форме имеет вид

$$\oint_S \vec{B}\,d\vec{S} = 0.$$

Поток вектора магнитной индукции $\vec{B}$ через произвольную замкнутую поверхность S равен нулю, так как в природе не существуют магнитных зарядов. Равенство нулю правой части 4 уравнения Максвелла означает, что магнитные силовые линии обязательно непрерывны, т.е. либо замкнуты, либо идут из бесконечности в бесконечность.

Третье и четвертое уравнения Максвелла в дифференциальной форме имеют вид:

$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0},$$

$$\operatorname{div}\vec{B} = 0,$$

где ρ- объемная плотность зарядов. Символ div - оператор, называемый дивергенцией, описывающий расходящиеся или сходящиеся физические процессы и имеющий вид

$$\operatorname{div}... = \frac{\partial ..}{\partial x} + \frac{\partial ..}{\partial y} + \frac{\partial ..}{\partial z}.$$

Применительно к функции $\vec{E} = \vec{E}\left(x,y,z\right)$ символ $\operatorname{div}\vec{E}$ имеет вид

$$\operatorname{div}\vec{E} = \frac{\partial E_X}{\partial x} + \frac{\partial E_Y}{\partial y} + \frac{\partial E_Z}{\partial z}.$$

6.4.4. Электромагнитные волны

Рассмотрим среду, в которой нет электрических зарядов и токов, т.е. $\rho = 0$, $J = 0$. В такой среде $1^{\text{ое}}$ и $2^{\text{ое}}$ уравнения Максвелла будут иметь вид:

$$\operatorname{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \qquad (6.24)$$

$$\operatorname{rot}\vec{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad (6.25)$$

В рассматриваемой среде в точке 0 создадим каким-либо способом электрическое поле $\vec{E}$ (рис. 6.6) Так как нет электрических зарядов, поддерживающих поле $\vec{E}$, то оно будет исчезать. По уравнению (6.25) исчезающее, т.е. изменяющееся электрическое поле $\vec{E}$

$$\left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} < 0\right)$$

создает вихревое магнитное поле $\vec{B}$.

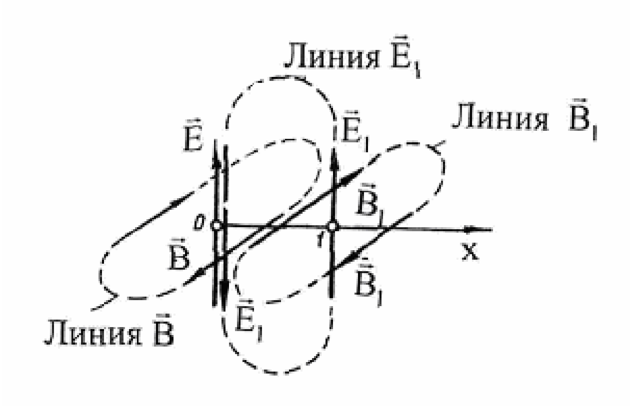


Рис. 6.6

Линии $\vec{B}$ замыкаются вокруг вектора $\vec{E}$ в плоскости, перпендикулярной вектору $\vec{E}$, и совпадают по направлению с направлением движения рукоятки буравчика, если поступательное движение острия буравчика совместить с направлением вектора $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$. В данном случае электрическое поле убывает, следовательно, вектор $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} < 0$ антипараллелен вектору $\vec{E}$. Отсюда следует, что направление линий $\vec{B}$ образует левый винт (по ходу часовой стрелки) относительно вектора $\vec{E}$.

Поскольку в рассматриваемой среде нет токов, поддерживающих поле $\vec{B}$, то оно также будет исчезать. Исчезающее, следовательно, изменяющееся магнитное поле $\left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} < 0\right)$ согласно уравнению (6.24) порождает вихревое электрическое поле $\vec{E}$.

Силовые линии $\vec{E}$ замыкаются вокруг вектора $\vec{B}$ в плоскости, перпендикулярной вектору $\vec{B}$, и совпадают по направлению с направлением движения рукоятки буравчика, если поступательное движение острия буравчика совместить с направлением вектора $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$. В данном случае магнитное поле убывает, следовательно, вектор $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} < 0$, т.е. антипараллелен вектору $\vec{B}$. Если учесть знак минус в уравнении (6.24), то направление силовой линии $\vec{E}$ образует правый винт (против хода часовой стрелки) относительно вектора $\vec{B}$.

Таким образом, в пространстве наблюдается непрерывный процесс превращения электрического поля в магнитное, магнитного поля в электрическое. Электрические и магнитные поля, взаимно превращаясь и поддерживая друг друга, распространяются в пространстве.

Процесс распространения электромагнитного поля в пространстве называют электромагнитной волной.

Поля $\vec{E}$ и $\vec{B}$ в каждой точке электромагнитной волны перпендикулярны друг к другу и к направлению распространения волны, т.е. направлению вектора скорости волны $\vec{v}$ (рис.6.7).Электромагнитные волны являются волнами поперечными. В каждой точке пространства колебания $\vec{E}$ и $\vec{B}$ происходят в одной фазе. Закон изменения векторов $\vec{E}$ и $\vec{B}$ электромагнитной волны определяется характером электромагнитных колебаний в источниках излучения.

Если векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ изменяются по гармоническому закону, то волна называется гармонической.

Скорость распространения волны зависит от диэлектрической ε и магнитной μ проницаемостей среды

$$V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu}}.$$

В вакууме ($\varepsilon = 1$ и $\mu = 1$) скорость распространения волны равна

$$V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 4 \cdot 3.14 \cdot 10^{-7}}} = 3 \cdot 10^8 \ \frac{м}{с}.$$

Видно, что скорость электромагнитной волны совпадает со скоростью света, т.е. свет есть электромагнитная волна. В произвольной среде скорость распространения электромагнитной волны вычисляется по формуле

$$V = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{n},$$

где $\sqrt{\varepsilon \mu}$ есть показатель преломления среды n.

Запишем уравнение электромагнитной волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси x. Пусть в момент времени $t = 0$ (начало отсчета) в направлении, перпендикулярном направлению движения волны, функции $\vec{E}(t)$ и $\vec{B}(t)$ изменяются по закону

$$\vec{E} = \vec{E}_m \sin \omega t \tag{6.26}$$

$$\vec{B} = \vec{B}_m \sin \omega t. \tag{6.27}$$

Запишем эти уравнения в произвольной точке вдоль линии распространения волны на расстояние x от начала отсчета. В заданную точку волна придет с запозданием, равным $\tau = \frac{x}{V}$. Вследствие этого колебания волны в заданной точке должны быть сдвинуты по фазе на величину $\omega \frac{x}{V}$.

Уравнения (6.26 и 6.27) примут вид

$$\vec{E} = \vec{E}_m \sin\left(\omega t - \omega \frac{x}{V}\right), \tag{6.28}$$

$$\vec{B} = \vec{B}_m \sin\left(\omega t - \omega \frac{x}{V}\right) \tag{6.29}$$

где $\vec{E}_m$ и $\vec{B}_m$ - амплитуды векторов $\vec{E}$ и $\vec{B}$; ω - циклическая частота колебании $\vec{E}$ и $\vec{B}$; x - координата точки наблюдения; v - скорость распространения волны. Преобразуем выражение $\omega \frac{x}{V} = \frac{2\pi\nu}{V} x = \frac{2\pi}{VT} x = \frac{2\pi}{\lambda} x = kx$,

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ есть модуль волнового вектора , показывающего на направление распространение волны.

Уравнениям (6.28) и (6.29) обычно придают вид

$$\vec{E} = \vec{E}_m \sin(\omega t - kx),$$
$$\vec{B} = \vec{B}_m \sin(\omega t - kx).$$

С увеличением расстояния от источника излучения электромагнитная волна медленно убывает.

Период волны T – промежуток времени, в течение которого вектор $\vec{E}$ или $\vec{B}$ в электромагнитной волне совершают одно полное колебание.

Частота ν - число полных колебаний $\vec{E}$ и $\vec{B}$ за единицу времени.

Длина волны λ - расстояние, на которое распространяется волна за один период

$$\lambda = VT = \frac{cT}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{\nu\sqrt{\varepsilon\mu}}.$$

На рис. 6.7 изображена « мгновенная фотография » гармонической электромагнитной волны. Видно, что колебания векторов $\vec{E}$ и $\vec{B}$ происходят в одной и той же фазе. $\vec{E}$ и $\vec{B}$ одновременно достигают максимума и одновременно проходят через ноль и взаимно перпендикулярны.

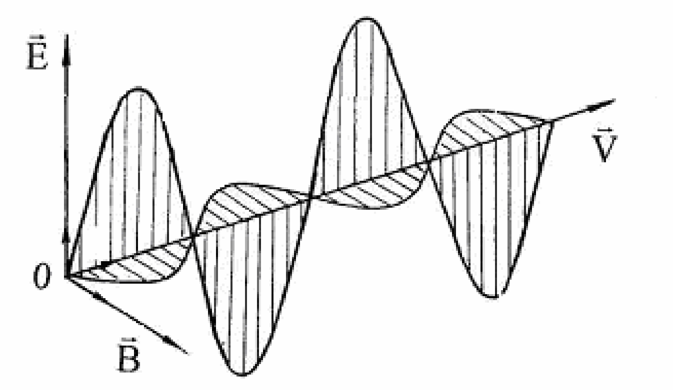


Рис. 6.7

Электромагнитная волна материальна. Она обладает массой, энергией, импульсом. *Энергия электромагнитной волны* складывается из энергии электрического и магнитного полей.

Плотность энергии электрического поля в среде равна

$$\omega_E = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2},$$

плотность энергии магнитного поля -

$$\omega_B = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu},$$

плотность энергии электромагнитной волны –

$$\omega = \omega_E + \omega_B = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0 \mu}.$$

Масса электромагнитной волны, заключенная в некотором объеме V, может быть вычислена по формуле соотношения массы и энергии из теории относительности

$$W = mc^2.$$

Импульс некоторого объема электромагнитной волны равен

$$\vec{p} = m\vec{c},$$

где c – скорость света, m - масса фотонов в заданном объеме.

Электромагнитная волна, встречая на своем пути тела, оказывает на них влияние. Пусть волна падает на поверхность тела. Электрическая составляющая волны вызовет в этом теле ток проводимости (или поляризации).

Магнитная составляющая волны (закон Ампера) будет действовать на этот возбужденный ток с силой $\vec{F}_A$, направление которого совпадает с направлением распространения волны.

По длине электромагнитной волны различают:

- радиоволны
- инфракрасные излучения
- видимый свет
- ультрафиолетовые лучи
- рентгеновские лучи
- гамма излучения

При прохождении электромагнитных волн через среду наблюдаются процессы отражения и преломления волн, явления дифракции, интерференции, дисперсии и поляризации.

Теория Максвелла сыграла выдающуюся роль в развитии физики и электротехники.

Вопросы и задания для самопроверки

1. Почему магнитное поле, обусловленное током смещения в конденсаторе , обнаружить гораздо труднее, чем магнитное поле , обусловленное током проводимости ?
2. Электромагнитная волна является поперечной , продольной или одновременно и поперечной, и продольной ?
3. Какие характеристики электромагнитного поля периодически изменяются в бегущей электромагнитной волне ?
4. Напряженность электрического поля в электромагнитной волне , распространяющейся на север , колеблется в направлении восток – запад. Укажите направление колебаний индукции магнитного поля этой волны?
5. Является ли звук электромагнитной волной? Если нет, то что это за волна?
6. Может ли электромагнитная волна распространятся в абсолютном вакууме?
7. В чем сходство и различие между светом и звуком?
8. Различна ли скорость распространения электромагнитных волн в различных средах ?
9. Изменяется ли частота электромагнитных волн при переходе ее из вакуума в воду?
10. Изменяется ли длина электромагнитной волны при переходе ее из вакуума в стекло?
11. На какое расстояние распространяется волна за один период?
12. В какую энергию переходит энергия электромагнитной волны, падающая на проводник ?
13. Почему энергия электромагнитной волны складывается из энергии электрического и магнитного полей?
14. Обладает ли электромагнитная волна массой, энергией и импульсом?
15. Существуют ли в природе процессы, которые протекали бы быстрее, чем скорость распространения электромагнитных волн в вакууме?
16. Имеют ли начало и конец силовые линии электрического поля, « рожденного» изменяющимся магнитным полем?
17. Почему по замкнутому проводнику, находящемуся в переменном магнитном поле, течет ток?
18. Могут ли движущиеся электрические заряды создавать вихревое магнитное поле?
19. Одинаков или различен механизм возникновения магнитного поля, создаваемого током проводимости и током смещения ?
20. Подчиняется ли ток смещения закону Джоуля – Ленца ?.
21. Как реагируют атомы и ионы диэлектрика, если на него падает электромагнитная волна?
22. Как реагируют свободные электроны в проводнике, если на него падает электромагнитная волна?
23. Почему свободные электроны в проводнике начинают двигаться, если он облучается электромагнитной волной?
24. Почему скорость движения свободных электронов в проводнике, на который падает электромагнитная волна, не параллельна скорости распространения этой волны?

Основные положения

Незатухающие электромагнитные колебания

• **Электромагнитные колебания** - колебания электрических зарядов, токов, физических характеристик электрических и магнитных полей.

• **Колебательный контур** – любая электрическая цепь, в которой могут происходить электромагнитные колебания.

• **Формула Томсона** - $T = 2\pi\sqrt{LC}$, где T- период колебания, L- индуктивность, C – емкость.

• **Собственные колебания** – колебания, происходящие в колебательном контуре при отсутствии активного сопротивления R.

Изменения со временем заряда $q(t)$ на обкладках конденсатора, разности потенциалов $U(t)$ между обкладками конденсатора, разрядного тока $i(t)$ в цепи контура, эдс самоиндукции $\varepsilon(t)$ в катушке индуктивности, описываются гармоническими функциями.

Затухающие электромагнитные колебания

• **Затухающие электромагнитные колебания -** колебания, амплитуда которых с течением времени уменьшается.

• **Апериодический процесс** – процесс возвращения системы , выведенной из состояния равновесия , в исходное состояние без колебания.

• **Условный период затухающих электромагнитных колебаний –**

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}},$$

где L- индуктивность, C – емкость, R– активное сопротивление.

• **Время релаксации затухающих колебаний τ -** время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в e раз.

• **Коэффициент затухания β** – величина, обратная времени τ, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в e раз.

$$\beta = \frac{1}{\tau}$$

• **Логарифмический декремент затухания λ** – величина, обратная числу колебаний, совершаемых за время релаксации.

$$\lambda = \frac{1}{N}$$

Вынужденные электромагнитные колебания

• **Вынужденные электромагнитные колебания -** колебания, происходящие в колебательном контуре под действием внешней периодической эдс или периодического внешнего напряжения.

• **Электрический резонанс** - явление резкого возрастания амплитуды установив-

• **Частота вынужденных электро - магнитных колебаний –** частота внешнего источника эдс.

• **Резонансная частота для тока** $\Omega_{рез.i}$ совпадает с собственной частотой ω_0 кошихся вынужденных колебаний при приближении частоты внешней периодической эдс (или внешнего периодического напряжения) к частоте собственных колебаний электрических и магнитных величин.

- **Резонансная частота** - частота, при которой наблюдается наибольшее значение амплитуды электрических и магнитных величин.

лебательного контура.

Резонансная частота для заряда и напряжения $\Omega_{рез.q}$, $\Omega_{рез.u}$ меньше собственной частоты ω_0 колебательного контура.

Уравнения Максвелла

- **Первое уравнение Максвелла** – переменное магнитное поле создает вихревое электрическое поле.
- **Второе уравнение Максвелла** - переменное электрическое поле и ток проводимости создают вихревые магнитные поля.
- **Третье уравнение Максвелла** – источниками электростатического поля являются неподвижные электрические заряды.
- **Четвертое уравнение Максвелла** – в природе не существуют магнитных зарядов.

Электромагнитные волны

- **Электромагнитные волны** – процесс распространения электромагнитного поля в пространстве. Описываются уравнениями

$$\vec{E} = \vec{E}_m \sin\left(\omega t - k x\right),$$

$$\vec{B} = \vec{B}_m \sin\left(\omega t - k x\right).$$

- **Длина волны** λ - расстояние, на которое волна распространяется за один период.

$$\lambda = V T = \frac{c T}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{c}{\nu\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

- **Энергия электромагнитной волны** - сумма энергии электрического и магнитного полей.

- **Скорость распространения электромагнитных волн в вакууме** равна скорости света

$$V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = C = 3 \cdot 10^8 \ \frac{м}{с}$$

- **Скорость распространения электромагнитных волн в среде** -

$$V = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \ \mu}} = \frac{c}{n},$$

где n – показатель преломления среды.

- **Энергия кванта электромагнитного поля** – $W = m c^2$, где m – масса фотона, c – скорость света.

Обозначения, используемые в главе 6

q	-	электрический заряд
C	-	емкость конденсатора
R	-	активное сопротивление
W_E	-	энергия электрического поля

W_B	-	энергия магнитного поля
L	-	индуктивность контура
I	-	электрический ток
i	-	мнимое число, ток
U	-	напряжение (разность потенциалов)
E	-	напряженность электрического поля
B	-	индукция магнитного поля
к	-	коэффициент упругости
m	-	масса
V	-	скорость
ε	-	электродвижущая сила , относительная диэлектрическая проницаемость
μ	-	относительная магнитная проницаемость
ε_s	-	эдс самоиндукции
ε_m	-	эдс источника тока
t	-	время
ω	-	циклическая частота
φ_0	-	начальный сдвиг фазы
T	-	период
ν	-	частота
β	-	коэффициент затухания
λ	-	логарифмический декремент затухания, длина волны
τ	-	время релаксации
N	-	число колебаний
Ω	-	циклическая частота источника тока
Φ	-	магнитный и электрический потоки
μ_0, ε_0	-	магнитная и электрическая постоянные
ρ	-	объемная плотность заряда
c	-	скорость света

Тесты для электронного экзамена

Незатухающие электромагнитные колебания

Т 6.1

Укажите неверное утверждение

1. В идеальном колебательном контуре активное сопротивление равно нулю.
2. Движение зарядов по катушке индуктивности называют разрядным током.
3. В идеальном колебательном контуре разрядный ток может существовать 10^5 лет.
4. Разрядный ток со временем изменяется по гармоническому закону.
5. Заряд на обкладках конденсатора убывает по экспоненциальному закону.

Т 6.2

Укажите неверное утверждение

1. Максимальное значение энергии электрического поля в конденсаторе равно максимальному значению энергии магнитного поля в катушке индуктивности.
2. Частота колебаний энергий электрического поля в два раза больше частоты колебаний заряда на обкладках конденсатора.

3. Частота колебаний энергий магнитного поля в два раза меньше частоты колебаний разрядного тока.
4. Разрядный ток опережает по фазе эдс самоиндукции на 0.785 радиан.
5. Совместное действие разности потенциалов и эдс самоиндукции приводит к постепенному нарастанию разрядного тока.

Т 6.3
Укажите неверное утверждение
1. Производная от полной энергии идеального колебательного контура по времени равна нулю.
2. Частота колебаний магнитного поля в катушке индуктивности в два раза больше частоты колебаний разрядного тока.
3. Циклическая частота незатухающего колебания ω_0 равна числу колебаний за единицу времени.
4. Выражение $T = 2\pi\sqrt{LC}$ называют формулой Томсона.
5. Изменение заряда со временем опережает по фазе изменение разрядного тока со временем на 1.57 радиан.

Т 6.4
Укажите неверное утверждение
1. Чем больше индуктивность в колебательном контуре, тем больше циклическая частота.
2. Изменение разрядного тока со временем опережает по фазе изменение эдс самоиндукции на $\frac{\pi}{2}$.
3. Изменение разрядного тока происходит синхронно с изменением напряжения на обкладках конденсатора.
4. Если конденсатор зарядить, то в цепи возникнет возрастающий разрядный ток.
5. Переменное магнитное поле, связанное с разрядным током, создает в цепи эдс самоиндукции.

Т 6.5
Укажите неверное утверждение
1. $\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$ - называют фазой колебания, измеряемой с системе СИ в градусах.
2. Чем больше емкость конденсатора в контуре, тем меньше циклическая частота колебания.
3. Минимальное время, в течение которого напряженность электрического поля в конденсаторе, изменяясь, приобретает прежнее значение и направление, называется периодом.
4. Величина эдс самоиндукции зависит от скорости изменения тока в цепи.
5. эдс самоиндукции может или поддерживать основной ток, или препятствовать ему.

Т 6.6
Укажите неверное утверждение
1. При нарастании разрядного тока эдс самоиндукции поддерживает этот ток.
2. Чем больше индуктивность катушки, тем медленнее разряжается конденсатор.
3. Величину, равную числу полных колебаний в единицу времени, называют частотой колебаний.
4. Частота колебаний ν измеряется в герцах.
5. Когда конденсатор разрядится, ток должен был бы упасть до нуля, но эдс самоиндукции в катушке индуктивности по правилу Ленца поддерживает прежнее направление тока - как следствие, конденсатор перезаряжается.

Т 6.7

Укажите неверное утверждение

1. Когда ток прекратится, конденсатор окажется перезаряженным, закончится первая половина периода электромагнитных колебаний.
2. Незатухающими колебаниями называются колебания, происходящие с постоянной во времени амплитудой.
3. Когда разрядный ток через катушку индуктивности достигнет максимального значения, конденсатор разрядится.
4. Когда разрядный ток через катушку индуктивности прекратится, конденсатор окажется перезаряженным.
5. Ток самоиндукции всегда направлен навстречу разрядному току.

Т 6.8

Укажите неверное утверждение

1. Индуктивность катушки – это скалярная физическая величина, численно равная эдс самоиндукции, возникающей в катушке при изменении силы тока в ней за единицу времени.
2. эдс самоиндукции может или поддерживать основной ток, или препятствовать ему.
3. Электроемкость плоского конденсатора в контуре пропорциональна площади пластин, диэлектрической проницаемости среды между пластинами и обратно пропорциональна расстоянию между пластинами.
4. Если в контуре С = 1мкФ, L = 1мкГн, то период колебания равен 6.28 · 10-6 с.
5. Максимальное значение заряда на обкладках конденсатора через 100 периодов уменьшится.

Затухающие электромагнитные колебания

Т 6.9

Укажите неверное утверждение

1. Если сопротивление колебательного контура отлично от нуля, то колебания будут затухающими.
2. Ток самоиндукции всегда направлен навстречу тому току, изменение которого порождает ток самоиндукции.
3. Период затухающих колебаний тем больше, чем больше активное сопротивление контура.
4. $\dfrac{dq}{dt}$ - ток, текущий в контуре.
5. $\dfrac{d^2q}{dt^2}$ - скорость изменения разрядного тока в контуре со временем.

Т 6.10

Укажите неверное утверждение

1. Цепь, состоящую из катушки индуктивности, конденсатора и активного сопротивления, называют реальным колебательным контуром.
2. Если конденсатор зарядить, то в цепи возникнет возрастающий разрядный ток.
3. Переменное магнитное поле, связанное с разрядным током, создает в катушке индуктивности эдс самоиндукции.
4. ЭДС самоиндукции способствует нарастанию разрядного тока.
5. Индуктивность катушки – это скалярная физическая величина, численно равная эдс самоиндукции, возникающей в катушке при изменении силы тока в ней за единицу времени.

Т 6.11

Укажите неверное утверждение

1. Процесс превращения энергии магнитного поля катушки в энергию электрического поля конденсатора и наоборот в колебательном контуре называется электромагнитными колебаниями.
2. Время, в течение которого, изменяясь вектор напряженности электрического поля приобретает прежнее значение и направление, называется периодом.
3. Чем больше индуктивность катушки, тем быстрее разряжается конденсатор.
4. Величину, равную числу полных колебаний в единицу времени, называют частотой колебаний.
5. Частота колебаний измеряется в герцах.

Т 6.12

Укажите неверное утверждение

1. Колебания в реальном контуре будут затухающими, так как часть электромагнитной энергии переходит в джоулево тепло.
2. Циклическая частота – это величина равная числу полных колебаний в единицу времени.
3. Циклическая частота собственных колебаний реального контура вычисляется по формуле

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

4. Логарифмический декремент затухания - величина, обратная числу колебаний, совершаемых за время релаксации.
5. Время релаксации затухающих колебаний – время, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в e раз.

Т 6.13

Укажите неверное утверждение

1. Величина эдс самоиндукции зависит от скорости изменения тока в цепи.
2. эдс самоиндукции может или поддерживать разрядный ток, или препятствовать ему.
3. При нарастании основного тока эдс самоиндукции поддерживает этот ток.
4. Если $\omega_0 \angle \beta$, то не будет происходить перезарядка конденсатора.
5. Условный период затухающих колебаний увеличивается при увеличении емкости контура.

Т 6.14

Укажите неверное утверждение

1 Циклическая частота – это величина, численно равная числу полных колебаний за 6.28 сек.

2. Величина эдс самоиндукции определяется формулой $\varepsilon_S = - L\frac{dI}{dt}$.

3. В реальном контуре амплитудное значение разрядного тока не изменяется.
4. Когда ток разряда через катушку индуктивности достигнет максимального значения, конденсатор разрядится.
5. Когда ток через катушку индуктивности прекратится, конденсатор окажется перезаряженным.

Т 6.15

Укажите неверное утверждение

1. Колебания заряда на пластинах конденсатора и напряжения на катушке индуктивности происходят в противофазе.

2. Дифференциальное уравнение затухающего колебания

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0$$

есть иная форма записи второго закона Ньютона.

3. В реальном колебательном контуре затухающее колебание имеет место только тогда, когда выполняется условие $\beta \angle \omega_0$.

4. Электроемкость плоского конденсатора в контуре пропорциональна площади пластин, диэлектрической проницаемости среды между пластинами и обратно пропорциональна расстоянию между пластинами.

5. Циклическая частота затухающего колебания ω меньше собственной частоты контура ω_0.

Т 6.16

Укажите неверное утверждение

1. Перезарядка конденсатора в колебательном контуре происходит от того, что в его цепь включена катушка индуктивности.

2. эдс самоиндукции всегда препятствует изменению тока в контуре.

3. При убывании разрядного тока в колебательном контуре эдс самоиндукции способствует этому процессу.

4. Когда конденсатор разрядится, ток должен был бы упасть до нуля, но эдс самоиндукции в катушке индуктивности, по правилу Ленца, поддерживает прежнее направление тока - как следствие, конденсатор перезаряжается.

5. Когда ток прекратится, конденсатор окажется перезаряженным, закончится первая половина периода электромагнитных колебаний.

Вынужденные электромагнитные колебания

Т 6.17

Укажите неверное утверждение

1. Явление резкого возрастания тока в цепи при совпадении собственной частоты и частоты вынуждающей эдс называется резонансом.

2. эдс самоиндукции при возрастании тока разряда способствует его возрастанию.

3. Чтобы колебания в контуре стали незатухающими, необходимо включить в цепь контура источник эдс, изменяющийся по гармоническому закону.

4. Изменение заряда на конденсаторе при вынужденных колебаниях описывается уравнением $q(t) = q_m \cos\left(\Omega t + \varphi_0\right)$.

5. При изменении частоты эдс источника, изменяется амплитудное значение тока в контуре.

Т 6.18

Укажите неверное утверждение

1. Для получения незатухающих колебаний в цепь реального колебательного контура включается источник переменного напряжения.

2. Если частота эдс источника равна нулю, то $q_m \neq 0$, а $I_m = 0$.

3. Сопротивление контура в случае вынужденных колебаний зависит от емкости конденсатора, индуктивности катушки, частоты собственных колебаний контура и активного сопротивления.

4. Если $\beta_2 > \beta_1$, то $I_{m1} > I_{m2}$

5. $\Omega \le \omega_0, \omega_0 \le \Omega$ - оба неравенства имеют место.

Т 6.19

Укажите неверное утверждение

1. Чем больше активное сопротивление конура, тем острее резонансные кривые.
2. Напряжение на катушке индуктивности может значительно превысить эдс источника.
3. Колебания заряда на конденсаторе, напряжения на катушке индуктивности и тока в цепи контура сдвинуты по фазе относительно эдс источника.
4. Незатухающими колебаниями называются колебания, происходящие с постоянной во времени амплитудой.
5. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний имеет вид

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\beta\frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{\varepsilon_m}{L}\cos\Omega t$$

Т 6.20

Укажите неверное утверждение

1. Резонансные кривые тем острее, чем меньше активное сопротивление контура.
2. Амплитуда вынужденных колебаний в реальном контуре уменьшается с течением времени.
3. Частота вынужденных колебаний контура равна частоте эдс источника тока.
4. При увеличении частоты эдс источника ток в цепи контура достигает максимума, затем убывает.
5. При убывании тока в контуре ток самоиндукции совпадает с направлением тока в контуре.

Т 6.21

Укажите неверное утверждение

1. β - величина, пропорциональная активному сопротивлению контура.
2. Катушка индуктивности обладает индуктивным сопротивлением.
3. Когда ток разряда через катушку индуктивности достигнет максимального значения, конденсатор разрядится.
4. Когда ток через катушку индуктивности прекратится, конденсатор окажется перезаряженным.
5. ω_0- собственная частота колебательного контура, измеряется в рад/сек.

Т 6.22

Укажите неверное утверждение

1. $$q_m = \frac{\varepsilon_m}{L\sqrt{\left(\omega_0^2 - \Omega^2\right)^2 + 4\beta^2\Omega^2}}$$

2. $$I_m = \frac{\Omega\,\varepsilon_m}{L\sqrt{\left(\omega_0^2 - \Omega^2\right)^2 + 4\beta^2\Omega^2}}$$

3. $$U_m = \frac{\varepsilon_m}{LC\sqrt{\left(\omega_0^2 - \Omega^2\right)^2 + 4\beta^2\Omega^2}}$$

4. $$q_m = \frac{\varepsilon_m}{\Omega\sqrt{\left(\frac{1}{C\,\Omega} - L\Omega\right)^2 + R^2}}$$

5 $$I_m = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{\left(\frac{1}{C\,\Omega} - L\,\Omega\right)^2 + 4\,R^2}}$$

Т 6.23

Укажите неверное утверждение

1. Для того чтобы колебания стали незатухающими, в цепь реального колебательного контура включают источник постоянного эдс.
2. Циклическая частота – число колебаний за 6.28 секунды.
3. Заряд на конденсаторе будет изменяться по закону

$$q(t) = \frac{\varepsilon_m}{\Omega\sqrt{\left(\frac{1}{C\Omega} - L\Omega\right)^2 + R^2}}\cos\left(\Omega t + \varphi_0\right)$$

4. Ток в цепи контура будет изменяться по закону

$$I(t) = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{\left(\frac{1}{C\,\Omega} - L\,\Omega\right)^2 + R^2}}\cos\left(\Omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right)$$

5. Время, в течение которого, изменяясь, вектор напряженности электрическое поле приобретает прежнее значение и направление, называют периодом колебания.

Т 6.24

Укажите неверное утверждение

1. При изменении частоты эдс источника, включенного в цепь колебательного контура, амплитуда тока достигнет максимума, когда частота источника станет равной собственной частоте колебательного контура.
2. Чем больше активного сопротивления контура, тем меньше амплитудное значение тока при резонансе.
3. Амплитуда вынужденных колебаний в реальном контуре уменьшается с течением времени.
4. Величина эдс самоиндукции зависит от скорости изменения тока в цепи.
5. ЭДС самоиндукции может или поддерживать основной ток или препятствовать ему.

Т 6.25

Укажите неверное утверждение

1. Чтобы колебания остались незатухающими, в цепь колебательного контура нужно включить источник тока с эдс, меняющейся по гармоническому закону.

2. Когда разрядный ток прекратится, конденсатор окажется перезаряженным. Время, в течение которого это произойдет, называется периодом электромагнитных колебаний контура.

3. $\frac{dq}{dt}$ - измеряется в $\frac{Кл}{с}$.

4. Условный период колебаний реального контура рассчитывается по формуле

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

5. В зависимости от циклической частоты эдс источника, включенного в цепь колебательного контура, амплитуда колебаний тока в контуре при одном и том же значении ε_m различна.

Уравнения Максвелла. Электромагнитные волны

Т 6.26

Укажите неверное утверждение

1. Процесс распространения электрических и магнитных полей в пространстве называется электромагнитной волной.
2. Разность фаз, равная 2π, соответствует разности хода волн, равной длине волны.
3. Длина волны, частота и скорость распространения волн связаны соотношением $\lambda = V\nu$.
4. Скорость распространения электромагнитных волн в различных средах различна.
5. Вектор $\vec{E}$ (напряженность переменного электрического поля) всегда антипараллелен вектору $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.

Т 6.27

Укажите неверное утверждение

1. В электромагнитной волне векторы $\vec{E}$ и $\vec{B}$ совершают гармонические колебания одной частоты.
2. Вдоль выбранной оси x вектор $\vec{E}$ изменяется по закону

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos\left(\omega t - \omega \frac{x}{v}\right).$$

3. Вдоль выбранной оси x вектор $\vec{B}$ изменяется по закону

$$\vec{B} = \vec{B}_m \cos\left(\omega t - \omega \frac{x}{v}\right).$$

4. Скорость распространения колебаний перпендикулярна плоскостям, содержащим $\vec{E}$ и $\vec{B}$
5. Электромагнитные волны – продольные.

Т 6.28

Укажите неверное утверждение

1. Скорость распространения электромагнитных волн в различных средах различна.
2. Скорость распространения электромагнитных волн в вакууме не зависит от ее частоты.
3. Длина волны λ - расстояние, на которое распространяется волна за один период.
4. Электромагнитная волна, падающая на диэлектрик, не действует на ионы, т.к. они не свободны.
5. Электромагнитная волна, падающая на проводник, действует на свободные электроны.

Т 6.29

Укажите неверное утверждение

1. Если электромагнитная волна упадет на проводник, то свободные заряды проводника начнут двигаться под действием электрического поля волны.
2. Скорость движения свободных электронов в проводнике, на который падает волна, параллельна скорости распространения электромагнитной волны.
3. Токи, возникающие под действием электромагнитных волн в проводнике, являются причиной затухания электромагнитных волн в данной среде.
4. Затухание электромагнитных волн в диэлектриках происходит быстрее, чем в проводниках.
5. Длина электромагнитных волн не изменяется при переходе из вакуума в среду.

Т 6.30

Укажите неверное утверждение

1. Скорость распространения электромагнитных волн в вакууме равна скорости света и вычисляется по формуле

$$V = c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}.$$

2. Скорость распространения электромагнитных волн в среде равна

$$V = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}.$$

3. Электромагнитная волна обладает массой, энергией и импульсом.
4. Электромагнитная волна, встречая на своем пути тела, оказывает на них давление.
5. Циклическая частота колебаний равна числу колебаний в единицу времени.

Т 6.31

Укажите неверное утверждение

1. Природа электромагнитных волн и ультрафиолетовых лучей одинаковая.
2. Энергия электромагнитной волны складывается из энергии электрического и магнитного полей.
3. В природе не существует процессов, которые протекали бы быстрее, чем скорость распространения электромагнитных волн в вакууме.
4. В электромагнитной волне электрическое поле волны не зависит от магнитного поля.
5. Электромагнитная волна обладает массой.

Т 6.32

Укажите неверное утверждение

1. Физический смысл первого уравнения Максвелла - переменное магнитное поле создает вихревое электрическое поле.
2. Формулировка первого уравнения Максвелла в интегральной форме - циркуляция вектора напряженности вихревого электрического поля по произвольному замкнутому контуру L

равна по абсолютной величине и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока, сцепленного с L.
3. Силовые линии электрического поля, рожденного изменяющимся магнитным полем, имеют начало и конец.
4. Если замкнутый проводник находится в переменном магнитном поле, то по проводнику потечет индукционный ток.
5. Индукционный ток в проводнике, возникший вследствие воздействия электромагнитной волны, создает собственное магнитное поле, линий индукции которого могут быть либо параллельны, либо антипараллельны линиям индукции переменного магнитного поля волны.

Т 6.33
Укажите неверное утверждение
1. Переменное электрическое поле порождает вихревое магнитное поле.
2. Переменное электрическое поле называют током смещения.
3. Если нет тока смещения, то второе уравнение Максвелла имеет вид $\mathrm{rot}\,\vec{B} = \mu_0 \vec{J}$.
4. Движущиеся электрические заряды создают вихревое магнитное поле.
5. Вектор $\vec{E}$ (напряженность переменного электрического поля) всегда параллелен вектору $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.

Т 6.34
Укажите неверное утверждение
1. Третье уравнение Максвелла в интегральной форме есть теорема Остроградского-Гаусса для электрических зарядов.
2. Третье уравнение Максвелла в интегральной форме описывает явления, протекающие в конечном объеме за конечный промежуток времени.
3. Третье уравнение Максвелла в дифференциальной форме описывает явления, протекающие в бесконечно малом объеме за бесконечно малый промежуток времени.
4. Ток проводимости и ток смещения подчиняются закону Джоуля – Ленца.
5. Из второго уравнения Максвелла следует, что линии вихревого магнитного поля лежат в плоскости, перпендикулярной вектору напряженности электрического поля.

Задачи для контрольных работ

6.1
В колебательном контуре в одном случае заменили емкость на батарею из n последовательно соединенных таких же конденсаторов, а в другом - на n параллельно соединенных. Найти отношение периодов $T_1:T_2:T_3$ свободных колебаний в этих контурах и указать контуры с максимальным и минимальным периодами.
6.2
В колебательном контуре в одном случае заменили емкость на батарею из n последовательно соединенных таких же конденсаторов, а в другом - на n параллельно соединенных. Найти отношение частот $\nu_1:\nu_2:\nu_3$ свободных колебаний в этих контурах и указать контуры с максимальной и минимальной частотами.
6.3
В колебательном контуре в одном случае заменили емкость на батарею из n последовательно соединенных таких же конденсаторов, а в другом - на n параллельно соединенных. Найти отношение $\varepsilon_1:\varepsilon_2:\varepsilon_3$ энергий этих контуров и указать контуры с максимальной и минимальной энергиями.

6.4

В колебательном контуре в одном случае заменили емкость на батарею из n последовательно соединенных таких же конденсаторов, а в другом - на n параллельно соединенных. Найти отношение максимальных значений токов $I_1:I_2:I_3$ в этих контурах и указать контуры с максимальным и минимальным значениями токов.

6.5

В колебательном контуре в одном случае заменили емкость на батарею из n последовательно соединенных таких же конденсаторов, а в другом - на n параллельно соединенных. Найти отношение максимальных значений напряжений $U_1:U_2:U_3$ в этих контурах и указать контуры с максимальным и минимальным значениями напряжений. Заряды в контурах одинаковые.

6.6

В колебательном контуре в одном случае заменили конденсатор на батарею из n последовательно соединенных конденсаторов емкостью C_1, а в другом - на n параллельно соединенных конденсаторов емкостью C_2. Найти соотношение между емкостями C_1 и C_2, если известно, что энергии колебательных контуров одинаковы.

6.7

В колебательном контуре в одном случае заменили конденсатор на батарею из n последовательно соединенных одинаковых конденсаторов, а в другом - на n параллельно соединенных одинаковых конденсаторов, но с другой емкостью. Найти соотношение между частотами свободных колебаний ν_1 и ν_2, если известно, что энергии колебательных контуров одинаковы.

6.8

Колебательный контур, состоящий из катушки индуктивности и воздушного конденсатора с расстоянием между пластинами d_1 = 4,8 мм, настроен на длину волны λ_1 = 300 м. Не изменяя индуктивности катушки, найти расстояние d_2 между пластинами конденсатора так, чтобы контур оказался настроен на длину волны λ_2 = 240 м.

6.9

Зависимость силы тока от времени в колебательном контуре определяется следующим образом: $I(t) = I_m \cos \omega t$, где $\omega = 10^3$ рад/с. Найти индуктивность L контура, если его электроемкость $C = 10^{-5}$Ф.

6.10

В колебательном контуре с некоторым конденсатором собственные колебания происходят с частотой ν_1= 30 кГц, а с другим - с частотой ν_2 = 40 кГц. Найти частоту ν контура, если эти конденсаторы без изменения индуктивности соединить последовательно.

6.11

Колебательный контур приемника состоит из слюдяного (ε=7) конденсатора с площадью пластин S= 800 см^2, расстоянием между ними d= 1 мм и катушки индуктивности. Найти резонансную длину λ волны контура, если отношение максимальных значений напряжения на пластинах конденсатора и силы тока в катушке $n = 10^2$ В/А.

6.12

Найти длину λ волны излучаемую колебательным контуром, если максимальный заряд на пластинах его конденсатора q_m = 0,1 мкКл и максимальный ток в цепи I_m = 3 А.

6.13

В колебательном контуре к конденсатору присоединили параллельно другой конденсатор в n = 2 раз большей емкости, после чего частота собственных колебаний контура уменьшилась на $\Delta\nu$= 300 Гц. Найти частоты ν_1 и ν_2 колебаний контуров.

6.14

При изменении тока в катушке индуктивности на величину ΔI= 1 А за время Δt = 6 с в ней индуцируется эдс ε= 0,2 мВ. Какую длину λ будет иметь радиоволна, излучаемая генератором, колебательный контур которого состоит из этой катушки и конденсатора емкости С= 14,1 нФ?

6.15

Катушка индуктивностью $L = 3 \cdot 10^{-5}$ Гн, присоединена к плоскому конденсатору с площадью пластин $S = 10^{-2}$ м^2 и расстоянием между ними d= 0,1 мм. Найти диэлектрическую проницаемость ε вещества, заполняющего пространство между пластинами, если резонансная длина волны контура λ= 750 м.

6.16

Найти индуктивность катушки контура, если колебательный контур радиоприемника с конденсатором емкостью 10^{-9} Ф осуществляет прием радиоволн длиной 300 м.

6.17

Один колебательный контур состоит из индуктивности L и трех одинаковых параллельно соединенных между собой конденсаторов, другой - из такой же индуктивности и трех, таких же как в первом, последовательно соединенных конденсаторов. Вычислить отношение периодов колебаний второго к первому контуру.

6.18

Резонансная длина волны колебательного контура 40 м и он состоит из катушки с индуктивностью 1 мкГн и конденсатора с площадью пластин 100 см^2 каждая. Вычислить расстояние между пластинами конденсатора.

6.19

Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью С = 0.025 мкФ и катушки с индуктивностью L = 1.015 Гн. Омическое сопротивление мало. Конденсатору сообщен заряд $q_m = 2.5 \cdot 10^{-6}$ Кл. Записать для данного контура уравнение , описывающее изменение разности потенциалов на обкладках канденсатора.

6.20

Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью С = 0.025 мкФ и катушки с индуктивностью L = 1.015 Гн. Омическое сопротивление мало. Конденсатору сообщен заряд $q_m = 2.5 \cdot 10^{-6}$ Кл. Записать для данного контура уравнение , описывающее изменение силы тока в цепи .

6.21

Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью С = 0.025 мкФ и катушки с индуктивностью L = 1.015 Гн. Омическое сопротивление мало. Конденсатору сообщен заряд $q_m = 2.5 \cdot 10^{-6}$ Кл. Записать для данного контура уравнение , описывающее изменение энергии электрического поля в конденсаторе.

6.22

Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью С = 0.025 мкФ и катушки с индуктивностью L = 1.015 Гн. Омическое сопротивление мало. Конденсатору сообщен заряд $q_m = 2.5 \cdot 10^{-6}$ Кл. Записать для данного контура уравнение , описывающее изменение энергии магнитного поля в в катушке индуктивности

6.23

Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью С = 0.025 мкФ и катушки с индуктивностью L = 1.015 Гн. Омическое сопротивление мало. Конденсатору сообщен заряд $q_m = 2.5 \cdot 10^{-6}$ Кл. Вычислить энергии электрического и магнитного полей в моменты времени $\frac{T}{8}, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}$ сек.

6.24

Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью С = 0.025 мкФ и катушки с индуктивностью L = 1.015 Гн. Омическое сопротивление мало. Конденсатору сообщен заряд

$q_m = 2.5 \cdot 10^{-6}$ Кл. Вычислить значения разности потенциалов на обкладках конденсатора и силы тока в цепи в моменты времени $\frac{T}{8}, \frac{T}{4}, \frac{T}{2}$ сек.

6.25

Уравнение изменения со временем разности потенциалов на обкладках конденсатора в колебательном контуре дано в виде $U = 50\cos 10^4 \pi t$ (В). Емкость конденсатора равна $C = 10^{-7}$ Ф. Вычислить период колебаний, индуктивность контура, длину волны, соответствующую этому контуру.

6.26

Уравнение, описывающее изменения силы тока в колебательном контуре со временем дано в виде $I = -0.02 \sin 400 \pi t$ (А). Индуктивность контура $L = 1$ Гн. Вычислить период колебаний, емкость контура, максимальную разность потенциалов на обкладках конденсатора, максимальные энергии электрического и магнитного полей.

6.27

Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 10^{-9}$ мкФ , катушки индуктивности $L=0.23$ Гн и сопротивления $R = 40$ Ом. Конденсатору сообщен заряд $q = 5.6 \cdot 10^{-4}$ Кл . Вычислить период колебания контура T и логарифмический декремент затухания λ.

6.28

Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 10^{-9}$ мкФ , катушки индуктивности $L=0.23$ Гн и сопротивления $R = 40$ Ом. Конденсатору сообщен заряд $q = 5.6 \cdot 10^{-4}$ Кл . Записать для данного контура уравнение , описывающее изменение разности потенциалов на обкладках конденсатора.

6.29

Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 10^{-9}$ мкФ , катушки индуктивности $L=0.23$ Гн и сопротивления $R = 40$ Ом. Конденсатор заряжен количеством электричества $q = 5.6 \cdot 10^{-4}$ Кл . Записать для данного контура уравнение , описывающее изменение заряда на обкладках конденсатора.

6.30

Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью $C = 2.22 \cdot 10^{-9}$ Ф и катушки, намотанной из медной проволоки диаметром $d = 0.5$ мм. Длина катушки $\ell = 20\,\text{см}$. Вычислить период колебания контура T и логарифмический декремент затухания λ.