Глава 3

Электромагнетизм

Электромагнетизм – раздел физики, изучающий электромагнитное движение материи, её магнитное взаимодействие. Магнитное взаимодействие проявляется в виде сил действующих между движущимися зарядами, и возможно только в магнитном поле.

3.1. Магнитное поле

Проводник с током представляет собой электрически нейтральную систему зарядов, в которой заряды одного знака движутся в одну сторону, а заряды другого знака - в противоположную (либо покоятся). Следовательно, проводник с током не имеет электрического поля. Однако, если поместить вблизи проводника магнитную стрелку, то она повернётся и займёт устойчивое положение. При изменении направления тока в проводнике магнитная стрелка поворачивается в противоположную сторону.

Вращение магнитной стрелки возможно только при действии на неё со стороны проводника, который образует вокруг себя силовое поле, называемое магнитным.

Магнитное поле образуется движущимися зарядами и обнаруживается по повороту магнитной стрелки.

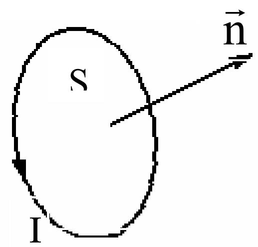


Рис 3.1

Подобно тому, как для исследования электрического поля используется пробный заряд, так и для исследования магнитного поля применяется замкнутый контур малых размеров с током I (пробный контур) (рис.3.1.). Магнитное поле оказывает на пробный контур ориентирующее действие. Контур с током поворачивается по вектору нормали $\vec{n}$, который определяется по *«правилу буравчика» (поступательное движение буравчика совпадает с вектором* $\vec{n}$, *вращательное – с направлением тока в конуре).*

Нормаль, определённая по «правилу буравчика», называется *положительной нормалью.*

Пробный контур в магнитном поле занимает устойчивое положение, в котором его вектор нормали $\vec{n}$ совпадает с направлением магнитного поля. Если контур повернуть на некоторый угол α относительно направления поля, то возникает вращающий момент $\vec{M}$, возвращающий контур в прежнее устойчивое положение. Модуль вращающего момента $\vec{M}$ зависит от угла α между нормалью контура и направлением поля, достигая наибольшего значения $M_{\max}$ при $\alpha = \pi/2$ (при $\alpha = 0$ момент равен нулю).

В одной и той же точке поля на разные пробные контуры при фиксированном угле α действует вращающий момент, который не зависит от формы контура , но пропорционален силе тока I в нём и площади S. Следовательно, действие магнитного поля на плоский контур с током определяется произведением I·S, которое называется *дипольным магнитным моментом* контура и обозначается P_m (аналогично вращающий момент, действующий в электрическом поле на диполь, пропорционален электрическому моменту диполя $\vec{p} = q \cdot \vec{l}$).

Дипольный магнитный момент – векторная величина, совпадающая с направлением вектора положительной нормали контура и численно равна произведению его площади S на ток I в нём.

$$\vec{P}_m = I \cdot S \cdot \vec{n}, \tag{3.1}$$

Модуль магнитного момента измеряется в [А·м^2]

На пробные контуры, различающиеся значением $\vec{P}_m$, в заданной точке поля действуют разные по модулю вращающие моменты M. Однако отношение модулей этих векторов оказывается при фиксированном угле α одним и тем же и определяет модуль *магнитной индукции*.

$$B = \frac{M_{max}}{P_m}, \tag{3.2}$$

где $M_{мах}$ – наибольшее значение вращающего момента контура, когда он повёрнут относительно направления поля на угол $\alpha = \pi/2$.

Магнитная индукция есть векторная величина, модуль которой определяется выражением (3.2), а направление задается равновесным положением положительной нормали контура с током.

Индукция магнитного поля в системе СИ измеряется в [Тл] – тесла.

Тесла – индукция магнитного поля, которое действует на плоский контур с магнитным моментом P_m=1 Ам^2 и создаёт максимальный вращающий момент $M_{вр}$= 1Нм.

Учитывая векторный характер входящих в соотношение (3.2) величин, направление и модуль вращающего момента определяется соотношением

$$\vec{M} = \left[\vec{B} \cdot \vec{P}_m\right], \; M = B \cdot P_m \sin\alpha, \tag{3.3}$$

где α - угол между векторами $\vec{P}_m$ и $\vec{B}$.

Опыт показывает, что для магнитного поля, как и для электрического,, справедлив *принцип суперпозиции: индукция магнитного поля* $\vec{B}$, *образованного несколькими (n) движущимися зарядами (токами) в заданной точке пространства, равна векторной сумме индукций полей B_i, образованных зарядами (токами) в отдельности,*

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^{n} \vec{B}_1.$$

3.2 Линии индукции магнитного поля

Линиями индукции магнитного поля называют линии, касательные к которым совпадают с вектором индукции магнитного поля.

Линии индукции помогают представить картину магнитного поля и определить его величину и направление. Например, линии индукции магнитного поля прямолинейного проводника с током представляют собой концентрические окружности, лежащие в плоскости, перпендикулярной проводнику, центр которых находится на оси проводника (рис. 3.2).

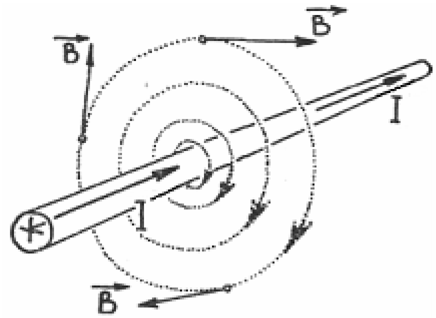


Рис. 3.2.

Линии индукции строят так, что их густота определяет величину вектора $\vec{B}$ в данной точке поля. Направление силовых линий определяется по «правилу буравчика», в котором поступательное движение буравчика совпадает с направлением тока, а вращательное с направлением силовых линий.

Важное свойство линий индукции состоит в том, что они всегда замкнуты или идут из бесконечности и уходят в бесконечность. Поле такого типа называют *вихревым*. Следовательно, *магнитное поле - это вихревое поле*.

Магнитное поле может быть однородным и неоднородным, стационарным и нестационарным.

Однородное поле – это поле, индукция которого во всех точках пространства одинакова, а линии индукции представляют прямые одного направления расположенные на одном расстоянии друг от друга.

Неоднородное поле – это поле, в котором от точки к точке меняется абсолютная величина и направление вектора $\vec{B}$.

Стационарное магнитное поле – это поле, магнитная индукция которого не зависит от времени.

Нестационарное магнитное поле – это поле, магнитная индукция которого зависит от времени.

Вопросы и задания для самопроверки

1. В чем проявляется магнитное взаимодействие?
2. Как определяется направление индукции магнитного поля в заданной точке?
3. От каких параметров зависит модуль вектора индукции магнитного поля?
4. Дайте определение магнитного момента контура с током.
5. Определите момент сил действующих на рамку с током $I = 1$А и площадью S=1м^2 в магнитном поле с В=1Тл, когда угол между векторами $\vec{n}$ и $\vec{B}$ составляет 30º.

Примеры решения задач

Задача 3.1

Плоская катушка, состоящая из N = 20 витков площадью $S = 0{,}3 см^2$ каждый, расположена в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$=0,5 Тл. Плоскость витков катушки составляет угол $\alpha = 135^0$ с вектором индукции. Определить вращающий момент, действующий на катушку, если через витки течет ток I=0,1А.

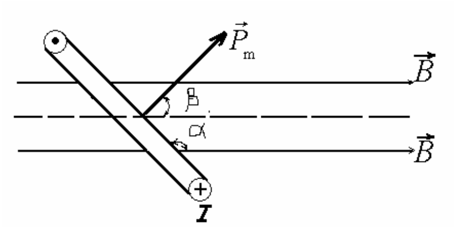
Дано: N = 20;

$S = 0{,}3 см^2 = 0{,}3 \cdot 10^{-4} м^2$;

$\alpha = 135^0$;

$I = 0{,}1A$.

Найти: M.



Катушка с током I создает магнитный момент $P_m = I \cdot SN$, который направлен перпендикулярно плоскости витков катушки. На катушку со стороны магнитного поля действует вращающий момент $\vec{M} = \left[\vec{P}_m \cdot \vec{B}\right]$.

Модуль вращающего момента

$$M = P_m \cdot B \cdot \sin\beta = I \cdot S \cdot N \cdot B \cdot \sin(\alpha - 90), \qquad (1)$$

где $\beta = \alpha - 90$ - угол между векторами $\vec{P}_m$ и $\vec{B}$.

Ответ: $M = I \cdot SNB\sin(\alpha - 90) = 21{,}2 \cdot 10^{-4} H \cdot м$.

Задача 3.2

Магнитный момент катушки равен $P_{кат} = 0{,}2 Ам^2$. Определить силу тока в катушке, если она содержит N=20 витков диаметром d=4 см.

Дано: $P_{кат} = 0{,}2 Ам^2$

N= 20;

D= 4см=0,04м.

Найти: I.

Магнитный момент всей катушки геометрически складывается из магнитных моментов его витков $\vec{P}_в$

$$\vec{P}_{кат} = \sum_{i=1}^{N} \vec{P}_в . \qquad (1)$$

Так как магнитные моменты всех витков направлены согласно правилу “буравчика” вдоль оси катушки, то формулу (1) можно записать в скалярном виде

$$P_{кат} = \sum_{i=1}^{N} P_в = P_в \cdot N .$$

Согласно формулы (3.1) п.3.1 магнитный момент одного витка $P_в$= IS, где S- площадь контура витка. Тогда $P_{кат} = N \cdot I \cdot S$, что позволяет определить силу тока в катушке

$$I = \frac{P_{кат}}{N \cdot S} \qquad (2)$$

Подставим в формулу (2) вместо S ее значение, выраженное через диаметр витка $S = \pi D^2 / 4$

$$I = \frac{4P_{кат}}{N\pi D^2} \qquad (3)$$

Ответ. $I = \frac{4P_{кат}}{N\pi D^2} = 8A$

3.3. Закон Био-Савара – Лапласа

Жан Био и Феликс Савар в 1820г провели исследования магнитных полей проводников с током. Лаплас проанализировал экспериментальные данные и установил, что индукция магнитного поля любого проводника с током I есть векторная сумма индукций полей $d\vec{B}$, создаваемых отдельными элементарными участками проводников $d\vec{l}$ (элементами тока), и соответствует принципу суперпозиции (рис. 3.3).

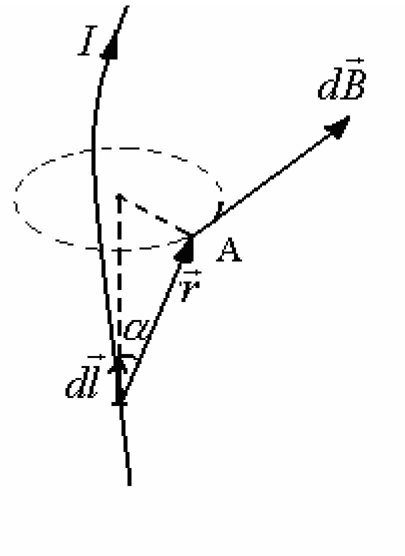


Рис. 3.3

Для вектора индукции магнитного поля $d\vec{B}$ и его модуля Лапласом получена формула, которая носит название *закона Био-Савара – Лапласа*:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I\left[d\vec{l} \cdot \vec{r}\right]}{4\pi r^3}, \; dB = \frac{\mu_0 I dl \sin\alpha}{4\pi r^2}, \qquad (3.4)$$

где $Id\vec{l}$ – элемент тока, $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от элемента тока в расчетную точку А; μ_0 - магнитная постоянная; α - угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$ (рис.3.3).

Исходя из принципа суперпозиции, для определения индукции магнитного поля в заданной точке от всего проводника с током длиной l необходимо проинтегрировать вклады индукций от элементов тока:

$$\vec{B} = \int_l d\vec{B}. \qquad (3.5)$$

3.4 Магнитное поле прямолинейного проводника

Прямолинейные проводники имеют самое широкое распространение. Встречаются короткие и длинные проводники. В первом случае длина проводника, как правило, задана, во втором – не определена и считается бесконечной. Найдём индукцию магнитного поля в точке А, расположенной на расстоянии a от прямолинейного проводника с током I и длиной l.

а) б)

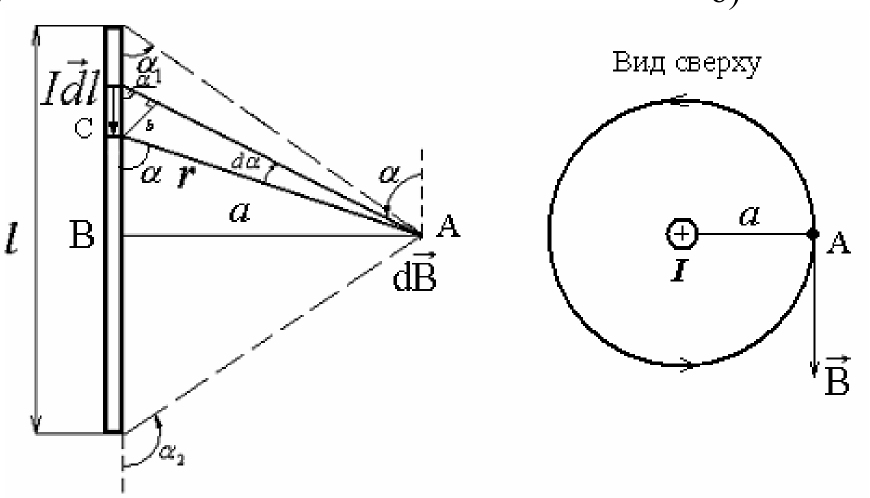


Рис.3.4.

Выделим в проводнике элемент тока (рис.3.4) и по закону Био–Савара–Лапласа определим индукцию магнитного поля от него в точке А:

$$dB = \frac{\mu_0 I dl \sin\alpha}{4\pi r^2}. \qquad (3.6)$$

Так как в точке А все $d\vec{B}$ имеют одинаковые направления (рис.3.4б), то индукция магнитного поля по всей длине проводника определяется интегрированием dB

$$B = \int_l dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_0^l \frac{\sin\alpha \cdot dl}{r^2}. \qquad (3.7)$$

Выразим изменяющиеся величины r и dl через одну угловую переменную α. Ввиду малости угла dα, длина перпендикуляра b, проведенного из конца элемента тока на радиус-вектор $\vec{r}$, равна: b=rdα. Из прямоугольного треугольника ABC модуль радиуса вектора $r = \frac{a}{\sin\alpha}$ (рис.3.4а). Тогда

$$dl = \frac{b}{\sin\alpha};\ dl = \frac{rd\alpha}{\sin\alpha} = \frac{ad\alpha}{\sin^2\alpha}.$$

Подставим полученные значения в формулу (3.7):

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\frac{a\cdot\sin^2\alpha\cdot\sin\alpha d\alpha}{\sin^2\alpha\cdot a^2} = \frac{\mu_0 I}{a4\pi}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2). \tag{3.8}$$

Для бесконечного проводника $\alpha_1 \to 0^0$, а $\alpha_2 \to 180^0$ и, следовательно, в точке *A* индукция магнитного поля

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos 0^0 - \cos 180^0) = \frac{\mu_0 2I}{4\pi a} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}. \tag{3.9}$$

3.5. Магнитное поле на оси кольца с током

Круговые токи встречаются в катушках индуктивности и электромоторах, где проводники уложены в форме колец. Особый интерес представляют величина и направление вектора индукции магнитного поля на оси отдельного кольца с током в точке A, удаленной на расстоянии d от его центра (рис.3.5).

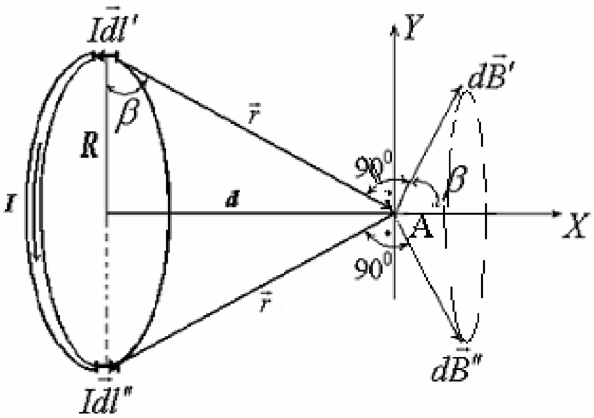


Рис.3.5

Выделим на кольце радиусом R симметричные элементы тока $I\vec{dl}'$ и $I\vec{dl}''$. По закону Био – Савара – Лапласа определим в точке A модуль вектора индукции магнитного поля от элемента тока $I\vec{dl}'$

$$dB' = \frac{\mu_0 Idl'\sin\alpha}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 Idl'}{4\pi r^2},$$

где угол α между векторами $\vec{r}$ и $I\vec{dl}'$ равен 90^0. Такое же значение по модулю индукция магнитного поля в точке А будет иметь от элемента тока $I\vec{dl}''$.
Векторы $d\vec{B}'$ и $d\vec{B}''$ совпадают с касательными к линиям индукции магнитного поля от элементов тока $I\vec{dl}'$ и $I\vec{dl}''$, проведенными через точку А. Проекции векторов $d\vec{B}'$ и $d\vec{B}''$ на ось OY по абсолютной величине равны и обратны по знаку, и поэтому при сложении они взаимно компенсируют друг друга. Следовательно, складываются только проекции векторов $d\vec{B}'$ и $d\vec{B}''$ на ось OX. Тогда модуль индукции магнитного поля в точке А определяется интегрированием по всей длине l кольца:

$$B = \int_l dB_x = \int_l dB \cdot \cos\beta = \int_0^{2\pi R} \frac{\mu_0 I dl \cdot \cos\beta}{4\pi r^2} = \frac{I \cdot \mu_0}{4\pi r^2} \cos\beta \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I \cdot 2\pi R \cdot \cos\beta}{4\pi r^2}.$$

Из рис.3.5 следует, что $\cos\beta = \frac{R}{r}$, а $r^2 = R^2 + d^2$. Тогда индукция магнитного поля на оси кольца с током:

$$B = \frac{\mu_0 I 2\pi R^2}{4\pi\left(R^2 + d^2\right)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I R^2}{2\left(R^2 + d^2\right)^{3/2}} = \frac{\mu_0 P_m}{2\pi\left(R^2 + d^2\right)^{3/2}}. \qquad (3.10)$$

В центре кольца с током, когда $d = 0$, индукция магнитного поля

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu_0 P_m}{2\pi R^3}. \qquad (3.11)$$

3.6 Магнитное поле на оси соленоида конечной длины

Рассмотрим соленоид с числом витков N, радиусом R и длиной L, по которому течет ток I. Выделим на соленоиде на расстоянии x от его левого края бесконечно узкое кольцо шириной dx (рис 3.6).

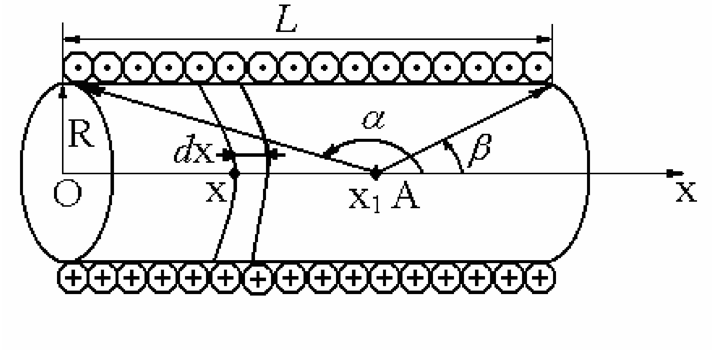


Рис.3.6

Число витков в этом кольце dN=ndx, где $n = \frac{N}{L}$ плотность витков соленоида. Сила тока в выделенном кольце $dI = IdN = Indx$.

Направим ось OX вдоль оси соленоида, выбрав начало координат O на левом краю соленоида. В точке A с координатой x_1, которая отстоит от выделенного кольца с током dI на расстоянии $(x_1 - x)$, модуль магнитной индукции согласно 3.10.

$$dB(x_1) = \frac{\mu_0 dIR^2}{2(R^2 + (x_1 - x)^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

После подстановки $dI = Indx$, получим

$$dB(x_1) = \frac{\mu_0 InR^2 dx}{2(R^2 + (x_1 - x)^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Модуль вектора магнитной индукции $\vec{B}(x)$ в точке A на оси соленоида определяется интегрированием dB(x_1) по всей длине соленоида:

$$B(x_1) = \int_0^L dB(x_1) = \int_0^L \frac{\mu_0 IR^2 dx}{2\left(R^2 + (x_1 - x)^2\right)^{\frac{3}{2}}} =$$

$$= \frac{\mu_0 In}{2}\left(\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + R^2}} - \frac{x_1 - L}{\sqrt{(x_1 - L)^2 + R^2}}\right) = \frac{\mu_0 In}{2}(\cos\beta - \cos\alpha). \qquad (3.12)$$

где α и β - углы между осью соленоида и радиус-вектором, проведенным из рассматриваемой точки к концам соленоида (рис.3.6).

В середине длинного соленоида $x_1 = \frac{L}{2}$ при длине $L >> R$,

$$B = \mu_0 nI.$$

<u>Вопросы и задания для самопроверки</u>

1. В чём заключатся принцип суперпозиции для магнитного поля?
2. Определите понятие элемента тока
3. Напишите в векторной и скалярной форме закон Био-Савара-Лапласа.
4. Как определяется модуль вектора индукции магнитного поля для элемента тока и проводника с током?
5. Определите последовательность расчёта индукции магнитного поля от проводников конечной и бесконечной длины.
6. Определите зависимость модуля индукции магнитного поля кольца радиусом R=1 м и током I=1 А от расстояния d по его оси.
7. Определите индукцию магнитного поля B(x) на оси соленоида для x=2L (рис. 3.6)

Примеры решения задач

Задача 3.3

Два параллельных бесконечно длинных проводника с током $I_1 = I_2 = 60A$ одного направления расположены на расстоянии d=10см. Определить индукцию магнитного поля B в точке A, отстоящей от проводников на расстоянии r_1= 5 см, r_2=12 см.

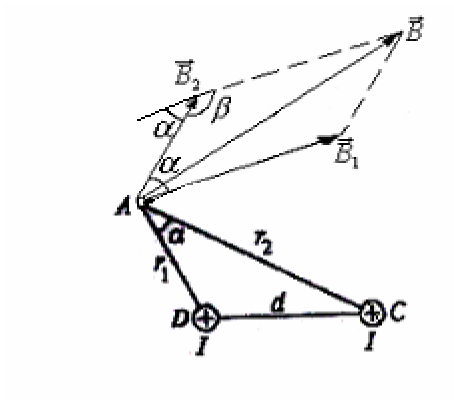
Дано: I= 60A;

d=10 см=0.1м;

r_1=5 см=0.05м;

r_2=12 см=0.12м.

Найти: B.



Определим направления векторов индукции $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ полей, создаваемых каждым проводником в отдельности, и сложим, $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. Модуль вектора индукции $\vec{B}$ найдём по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - 2B_1B_2\cos\beta} \qquad (1)$$

Значение индукции B_1 и B_2 определяются токами I_1, I_2 в проводниках и расстояниями r_1 и r_2 от проводов до точки A: $B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1}, B_2 = \dfrac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2}$.

Подставляя B_1 и B_2 в формулу (1) и вынося $\dfrac{\mu_0}{2\pi}$ за знак корня, получим

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\sqrt{\frac{I_1^2}{r_1^2} + \frac{I_2^2}{r_2^2} - 2\frac{I_1I_2}{r_1r_2}\cos\beta} \qquad (2)$$

Вычислим $\cos\beta$. Из геометрических построений угол $\beta = 180 - \alpha$, следовательно $\cos\beta = -\cos\alpha$ который из треугольника ADC равен:

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2} \qquad (3)$$

После подстановки в формулу (2) вместо cosβ значение -cosα (3) получаем

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r_1 r_2}\sqrt{I_1^2 r_2^2 + I_2^2 r_1^2 + I_1I_2\left(r_1^2 + r_2^2 - d^2\right)}.$$

Ответ: $B = \dfrac{\mu_0}{2\pi r_1 r_2}\sqrt{I_1^2 r_2^2 + I_2^2 r_1^2 + I_1I_2\left(r_1^2 + r_2^2 - d^2\right)} = 31\cdot 10^{-6}$ Тл.

Задача 3.4

Определить индукцию магнитного поля B в точке O, создаваемого током $I = 80A$, в длинном изогнутом проводнике (рис). Радиус кривизны изогнутой части провода $R = 10$ см

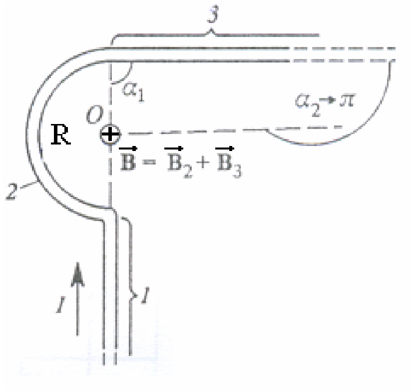
Дано: $I = 80A$;

$R = 10\text{ см} = 0{,}1\,м.$

Найти: B.

Магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке O найдем, используя принцип суперпозиции магнитных полей $\vec{B} = \sum \vec{B}_i$. Разобьем проводник на три части: два прямолинейных проводника 1 и 3, и дугу 2 радиусом R. Тогда

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3,$$



где $\vec{B}_1, \vec{B}_2$ и $\vec{B}_3$ - магнитные индукции поля в точке O, создаваемые током, текущим соответственно на каждом участке проводника.

Так как точка O лежит на оси первого проводника, и α_1, и $\alpha_2 = 0$, то определяя B_1 по формуле (3.8), получим $B_1 = 0$. Тогда

$$\vec{B} = \vec{B}_2 + \vec{B}_3.$$

Учитывая, что векторы $\vec{B}_2$ и $\vec{B}_3$ направлены, в соответствии с правилом буравчика, перпендикулярно плоскости чертежа от нас, геометрическое суммирование заменим алгебраическим

$$B = B_2 + B_3.$$

Магнитную индукцию поля B_2 найдем, используя выражение для магнитной индукции в центре кругового проводника с током I с учетом того, что магнитное поле создается дугой 2

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R}.$$

Магнитную индукцию B_3 найдем, используя формулу (3.8)

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2).$$

В нашем случае $a = R, \alpha_1 = \frac{\pi}{2}\ (\cos\alpha_1 = 0), \alpha_2 = \pi\ (\cos\alpha_2 = -1)$.

Тогда

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}.$$

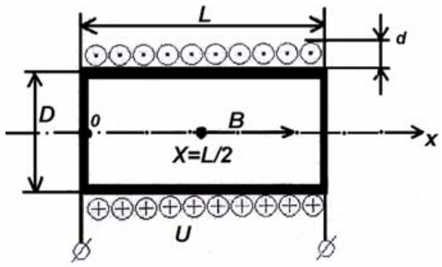
Используя найденные выражения для B_2 и B_3, получим

$$B = B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{4R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\pi + 1) \tag{1}$$

Ответ: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\pi + 1) = 331 \cdot 10^{-6}$ Тл

Задача 3.5

На соленоид длиной L=40см и диаметром D=4см намотан один слой из N витков медной проволоки диаметром d=0,5мм. Соленоид подключили к источнику тока с напряжением U=10В. Определить индукцию B магнитного поля в центре на оси соленоида. Удельное сопротивление меди $\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом $\cdot$ м.



Дано: U = 10В;

L=40см=0,4м;

D=4см=0,04м;

d=0,5мм=$5 \cdot 10^{-4}$м;

$\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м.

Найти: B.

Индукция магнитного поля на оси соленоида, учитывая соотношение (3.12), равна:

$$B(x) = \frac{\mu_0 I n}{2}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + \frac{D^2}{4}}} - \frac{x - L}{\sqrt{(x-L)^2 + \frac{D^2}{4}}}\right). \tag{1}$$

где $x = \frac{L}{2}$, $n = \frac{N}{L}$ – число витков на единице длины соленоида. Так как $N = \frac{L}{d}$, то $n = \frac{1}{d}$.

Сила тока в соленоиде определяется

$$I = \frac{U}{R}. \tag{2}$$

Подставляя в последнюю формулу $R = \rho\frac{l}{S}$, где $l = \pi D \cdot N = \frac{\pi D L}{d}$, $S = \frac{\pi d^2}{4}$, l, ρ - длина и удельное сопротивление медной проволоки, получим:

$$I = \frac{U d^3}{4\rho D L}. \tag{3}$$

Подставим найденное соотношение для силы тока и плотности витков $n = \frac{1}{d}$ в формулу (1) и найдем индукцию магнитного поля на оси соленоида при $x = \frac{L}{2}$

$$B = \frac{\mu_0 U d^2}{8\rho D L}\left(\frac{L/2}{\sqrt{\frac{L^2}{4} + \frac{D^2}{4}}} - \frac{L/2 - L}{\sqrt{\left(\frac{L}{2} - L\right)^2 + \frac{D^2}{4}}}\right) = \frac{\mu_0 U d^2}{4\rho D} \cdot \frac{1}{\sqrt{L^2 + D^2}}. \tag{4}$$

Ответ: $B = \frac{\mu_0 U d^2}{4\rho D} \cdot \frac{1}{\sqrt{L^2 + D^2}} = 2.9 \cdot 10^{-3}$ Тл.

3.7. Циркуляция вектора индукции магнитного поля. Закон полного тока

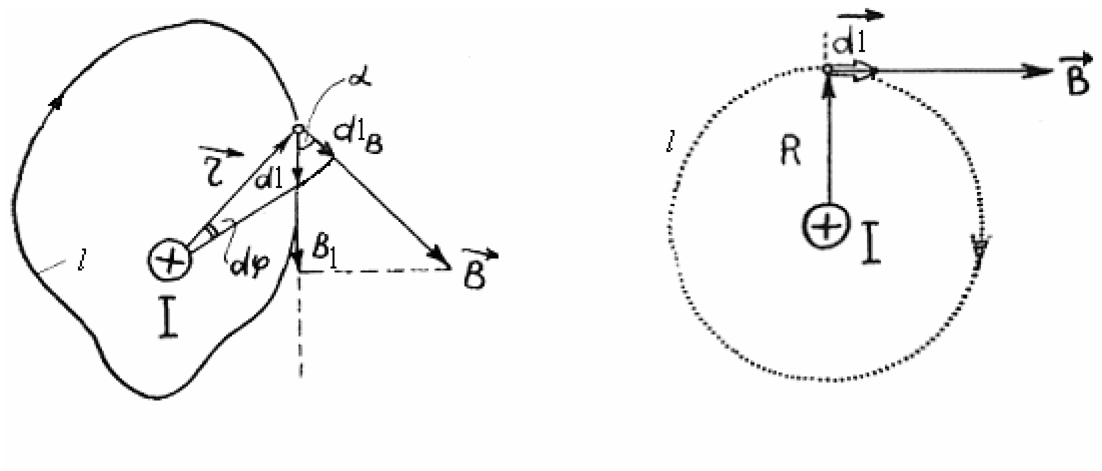
Интеграл $\oint \vec{B} d\vec{l}$ называется *циркуляцией вектора индукции магнитного поля по замкнутому контуру*.

Для определения магнитной индукции с симметричным расположением витков с током вычисляется интеграл $\oint \vec{B} d\vec{l}$ по замкнутому контуру вектора индукции магнитного поля $\vec{B}$.

Найдем интеграл $\oint \vec{B} d\vec{l}$ для контура *l* произвольной формы, лежащего в плоскости, перпендикулярной к бесконечному линейному проводнику с током I (рис. 3.7а)

$$\oint\limits_{l}\vec{B}d\vec{l}=\oint\limits_{l}\vec{B}_l\,d\vec{l}=\oint\limits_{l}B\cos\alpha\,dl,$$

где B_l - проекция вектора $\vec{B}$ на направление обхода проводника с током на участке контура dl.



а б

Рис. 3.7

Из рис. 3.7а следует $dl=\dfrac{dl_B}{\cos\alpha}=\dfrac{rd\varphi}{\cos\alpha}$, где $dl_B=rd\varphi$, т.к. угол $d\varphi$ - бесконечно малый.

Тогда

$$\oint\limits_{l}\vec{B}d\vec{l}=\oint\limits_{l}B\cos\alpha\frac{rd\varphi}{\cos\alpha}=\oint\limits_{l}Brd\varphi=\int\limits_{0}^{2\pi}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}rd\varphi=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\int\limits_{0}^{2\pi}d\varphi=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\cdot 2\pi=\mu_0 I.$$

$$\oint\limits_{l}\vec{B}d\vec{l}=\mu_0 I. \qquad (3.13)$$

Результат интегрирования $\oint\limits_{l}\vec{B}\,d\vec{l}$ не зависит от формы контура. Например, для контура в виде окружности радиусом R (рис. 3.7б) циркуляция вектора индукции магнитного поля прямолинейного проводника с током I равна

$$\oint\limits_{l}\vec{B}\,d\vec{l}=\oint\limits_{l}\vec{B}_l\,d\vec{l}=\oint\limits_{l}\frac{\mu_0 I}{2\pi R}dl=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\oint\limits_{l}dl=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\cdot 2\pi R=\mu_0 I.$$

Пусть теперь произвольный контур l охватывает n проводников с токами различного направления (рис. 3.8),

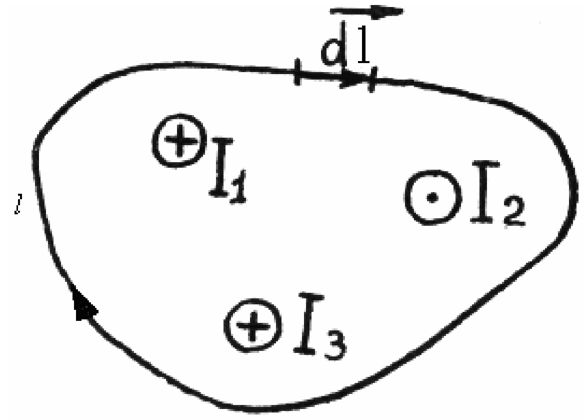


Рис. 3.8

В этом случае, $\oint\limits_l \vec{B}\,d\vec{l} = \oint \sum\limits_{i=1}^{n} \vec{B}_l d\vec{l} = \oint\limits_l B_1 dl + \ldots + \oint\limits_l B_{nl} dl = \mu_0 I_1 + \ldots + \mu_0 I_n = \mu_0 \sum\limits_{l=1}^{n} I_i$,

$$\oint\limits_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i = \mu_0 I_{полн}\,, \qquad (3.14)$$

где $B_{n,l}$ - проекция вектора индукции магнитного поля от n-го проводника с током на участке контура dl, $\sum\limits_{l=1}^{n} I_i = I_{полн}$ - полный ток, охватываемый контуром l.

Ток считается положительным, если направление линий индукции его магнитного поля совпадает с направлением обхода контура и отрицательным, если не совпадает. В случае, указанном на рис. 3.8

$$\oint\limits_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 (I_1 - I_2 + I_3)\,.$$

Соотношение (3.14) называют *законом полного тока.*

Если контур *l* охватывает N проводников с одинаковым током I, тогда в соответствии с равенствами (3.13)

$$\oint\limits_l \vec{B}\,d\vec{l} = \frac{\mu_0 I\,N}{2\pi} \int\limits_0^{2\pi} d\varphi = \frac{\mu_0 I\,N}{2\pi} \cdot 2\pi = \mu_0\,N\,I\,. \qquad (3.15)$$

3.8. Магнитное поле длинного соленоида

Равенство (3.15) можно применить для определения индукции магнитного поля в центре длинного соленоида, когда его длина L>>R (рис 3.6.).

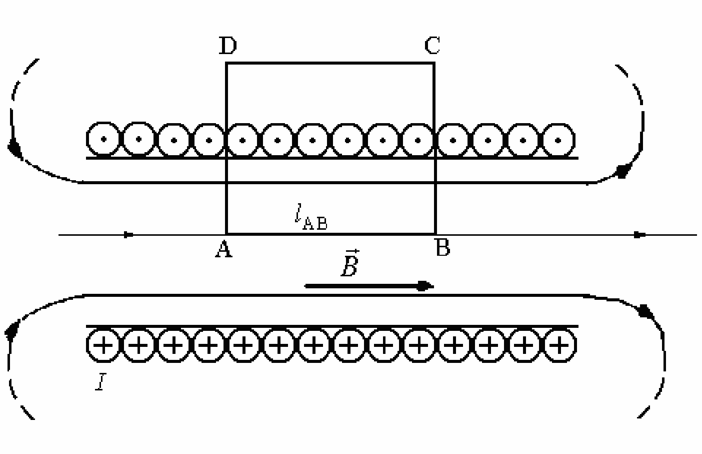


Рис. 3.9

Пусть N_{AB} - число витков на участке AB соленоида (рис 3.9), по которому течет ток I. Для вычисления индукции магнитного поля внутри соленоида запишем закон полного тока для прямоугольного замкнутого контура ABCDA, используя соотношение (3.15)

$$\oint\limits_{ABCDA} \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 N_{AB} I. \tag{3.16}$$

Интеграл $\oint\limits_{ABCDA} \vec{B}d\vec{l}$ можно представить в виде суммы интегралов по участкам контура ABCDA

$$\oint\limits_{ABCDA} \vec{B}d\vec{l} = \int\limits_{AB} \vec{B}d\vec{l} + \int\limits_{BC} \vec{B}d\vec{l} + \int\limits_{CD} \vec{B}d\vec{l} + \int\limits_{DA} \vec{B}d\vec{l} \cdot$$

Первый интеграл в этой сумме равен Bl_{AB}, где l_{AB} – длина участка AB контура. Второй и четвертый интегралы равны нулю, так как вектор $\vec{B}$ перпендикулярен векторам $d\vec{l}_{BC}, d\vec{l}_{DA}$. Третий интеграл можно считать равным нулю, поскольку внешнее магнитное поле длинного соленоида практически отсутствует. Тогда

$$\oint\limits_{ABCDA} \vec{B}d\vec{l} = Bl_{AB}. \tag{3.17}$$

Из сравнения равенств (3.16), (3.17) следует, что

$$Bl_{AB} = \mu_0 N_{AB} I.$$

Решая последнее уравнение, относительно B, получим:

$$B = \mu_0 \frac{N_{AB}}{l_{AB}} I = \mu_0 n I, \tag{3.18}$$

где n - число витков на единице длины соленоида.

Следует отметить, что величина индукции магнитного поля не зависит от положения точки внутри соленоида, так как отрезок AB не обязательно должен лежать на оси соленоида. Поле внутри длинного соленоида однородно, не зависит от формы витков, а направление его индукции параллельно оси соленоида.

3.9 Магнитное поле стержня с током

В стержне радиусом R течет постоянный ток с равномерно распределенной по сечению плотностью тока j . Определим зависимость индукции магнитного поля от расстояния a от оси стержня.

Учитывая, что $j = I/S$, $S = \pi R^2$ запишем полный ток в стержне

$$I = j\pi R^2.$$

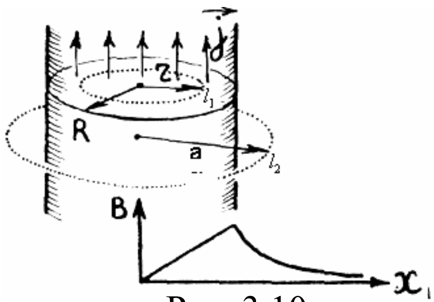


Рис. 3.10

Вычислим модуль вектора индукцию магнитного поля $\vec{B}$ внутри стержня. Для этого рассмотрим контур интегрирования в виде окружности радиусом $r < R$ (рис.3.10). Закон полного тока

$$\oint \vec{B}_{l_1} d\vec{l} = \mu_0 \int_{S_1} j dS, \qquad (3.19)$$

где dS - элемент площади S поперечного сечения стержня радиусом r.

После интегрирования левой и правой части равенства с учетом того, что плотность тока не изменяется, а индукция B в каждой точке контура постоянна по модулю

$$B 2\pi r = \mu_0 j \pi r^2,$$

$$B = \frac{\mu_0 j r}{2} = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{\pi R^2} r.$$

Внутри стержня магнитное поле увеличивается с расстоянием от оси по линейному закону, достигая максимального значения на поверхности.

Для расчета магнитной индукции вне стержня возьмем контур интегрирования l_2 в виде окружности радиусом a>R. Закон полного тока запишем в виде

$$\oint_{l_2} B_{l_2} dl = \mu_0 I.$$

$\oint_{l_2} B_{l_2} dl = B 2\pi a$, так как индукция B в каждой точке контура l_2, постоянна по модулю, следовательно $B 2\pi a = \mu_0 I$, а

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}. \tag{3.20}$$

Из сравнения соотношений (3.20) и (3.9) следует, что вне стержня магнитное поле оказывается таким, как если бы полный ток протекал по оси стержня. Зависимость модуля индукции магнитного поля от расстояния от оси стержня представлена на рис. 3.10.

Вопросы и задания для самопроверки

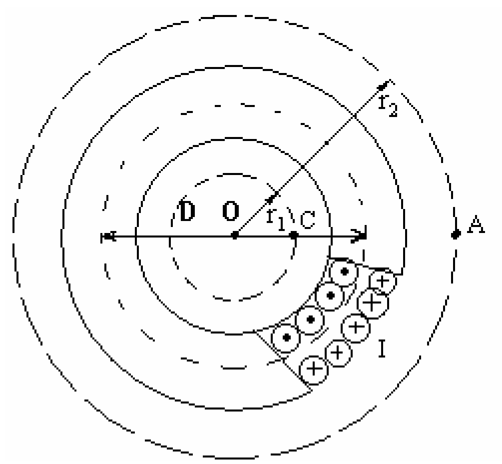
1. Что называют циркуляцией вектора индукции магнитного поля?
2. Дайте определение закона полного тока.
3. Запишите закон полного тока для контура, охватывающего проводник n раз?
4. Запишите закон полного тока для контура, охватывающего n проводников?
5. Определите циркуляцию $\oint \vec{B}d\vec{l}$ по замкнутому контуру в виде равностороннего треугольника, в центре которого, находится проводник с током I.
6. Составьте алгоритм расчета индукции магнитного поля с помощью вычисления интеграла $\oint \vec{B}d\vec{l}$.
7. Определите зависимость индукции магнитного поля от расстояния от оси стержня радиусом 10 см, по которому течёт ток I=1А.

Примеры решения задач

Задача 3.6

По обмотке тороида без сердечника, содержащей N = 2000 витков, течёт ток I = 5А. Определить модуль B вектора магнитной индукции на средней линии тороида, если ее диаметр D=30 см и в точках C и A внутри и вне тороида.

Дано: D = 30см=0,3м;
N = 2000;
I = 5 А.
Найти: B.



Для определения индукции магнитного поля на средней линии тороида вычислим циркуляцию вектора $\vec{B}$ вдоль средней линии, обозначенной на рисунке пунктиром.

Из условия симметрии следует, что линии индукции магнитного поля внутри тороида представляют собой окружности, а модуль $\vec{B}$ в каждой точке линий есть постоянная величина.

$$\oint \vec{B}d\vec{l} = B\int_0^{\pi D} dl = \pi DB, \tag{1}$$

В соответствии с формулой (3.15)

$$\oint \vec{B}d\vec{l} = \mu_0 IN. \tag{2}$$

Приравнивая соотношения (1) и (2), получим:

$$\pi DB = \mu_0 IN.$$

Решим последнее уравнение относительно B,

$$B = \frac{\mu_0 IN}{\pi D}. \qquad (3)$$

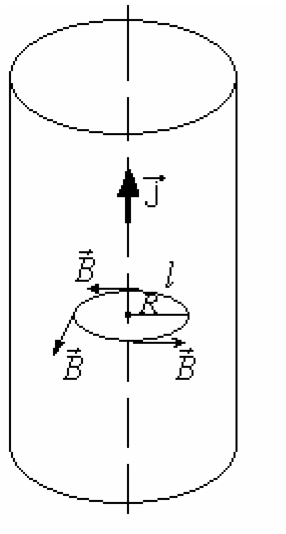
Для определения индукции магнитного поля в точках C и A вычислим циркуляцию вектора $\vec{B}$ по контурам, в виде окружностей, радиусами r_1 и r_2. Циркуляция по окружности радиусом r_1 равна нулю, так как внутри контура нет токов. По окружности радиусом r_2 циркуляция $\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i$ (3.14), где $\sum I_i = NI + (-NI) = 0$, т.к. в сечении обмотки тороида ток меняет направление. Равенство интеграла $\oint \vec{B} d\vec{l}$ нулю возможно только в том случае, если B=0 на всем контуре интегрирования.

Ответ: на средней линии тороида $B = \frac{\mu_0 IN}{\pi D} = 13{,}3 \cdot 10^{-3}$ Тл. В точках C и A B=0.

Задача 3.7

По сечению проводника равномерно распределён ток плотностью $j=2\cdot10^6$ А/м^2.Найти модуль индукции магнитного поля B в точках на окружности радиусом R=5мм, находящейся внутри проводника.

Дано: $j=2\cdot10^6$ А/м^2;
R=5мм$=5\cdot10^{-3}$ м.
Найти: B.



Циркуляция вектора индукции $\vec{B}$ по контуру окружности радиусом R (3.19).

$$\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \int j\, ds = \mu_0 j S, \qquad (1)$$

где S – площадь сечения радиусом R.

Интеграл по окружности радиусом R, с учетом того, что индукция в каждой точке ее постоянна по модулю равен

$$\int_0^{2\pi R} B_{l2} dl = B \cdot 2\pi R. \qquad (2)$$

Приравняем равенства (1) и (2), подставим значение площади сечения $S = \pi R^2$ и решим уравнение относительно B

$$\mu_0 j S = B \cdot 2\pi R, \ \mu_0 j \pi R^2 = B \cdot 2\pi R,$$

$$B = \frac{\mu_0 j R}{2}.$$

Ответ: $B = \frac{\mu_0 j R}{2} = 6.28 \cdot 10^{-3}$ Тл

3.10. Сила Лоренца

Опытным путем установлено, что на заряд q, движущийся со скоростью $\vec{\upsilon}$ в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$, действует сила

$$\vec{F}_л = q[\vec{\upsilon} \cdot \vec{B}] \ . \qquad (3.21)$$

Эта сила была названа *силой Лоренца*. Модуль вектора силы $\vec{F}_л$ определяется

$$F_л = |q| \upsilon B \cdot \sin\alpha, \qquad (3.22)$$

где α - угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$.

Из уравнений (3.21) и (3.22) следует три важных вывода, связанных с величиной и направлением силы $F_л$:

а) сила Лоренца в магнитном поле действует только на *движущиеся заряды*, т. е. если заряд q покоится (υ=0), то $F_л$=0;

б) сила Лоренца $F_л$ всегда *перпендикулярна векторам* $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$, т.е. $\vec{F}_л \perp \vec{\upsilon}$; $\vec{F}_л \perp \vec{B}$ (рис. 3.11). Векторы $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$. лежат в плоскости S, а сила $\vec{F}_л$ перпендикулярна этой плоскости. *Направление силы* $F_л$ *зависит от знака заряда* q и от взаимного расположения векторов $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$. Изменение знака заряда приводит к смене направления силы Лоренца на противоположное.

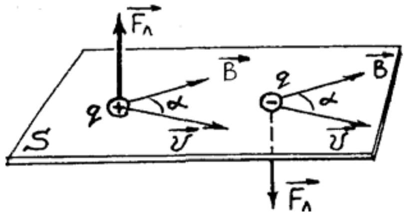


Рис. 3.11

в) модуль силы Лоренца зависит от угла α между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$, $F_л \sim \sin\alpha$ (рис. 3.12). В частности, если $\alpha = 0°$ или $\alpha = 180°$, то $F_л = 0$. Это означает, что на заряды, движущиеся вдоль линий магнитного поля $(\vec{\upsilon} \parallel \vec{B})$, не действует сила $F_л$. *Магнитное поле действует только на заряды, движущиеся под некоторым углом к его линиям индукции.*

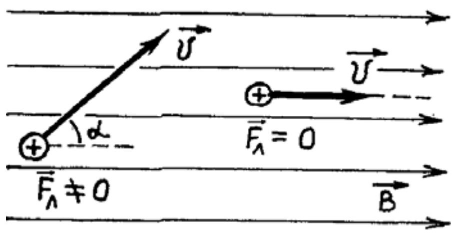


Рис. 3.12

Направление силы Лоренца можно определить *по правилу левой руки*: *левую руку располагают так, чтобы силовые линии индукции входили в ладонь, четыре вытянутых пальца указывали направление движения* ***положительного*** *заряда, тогда отогнутый на* 90^0 *большой палец указывает направление силы Лоренца* (рис.3.13).

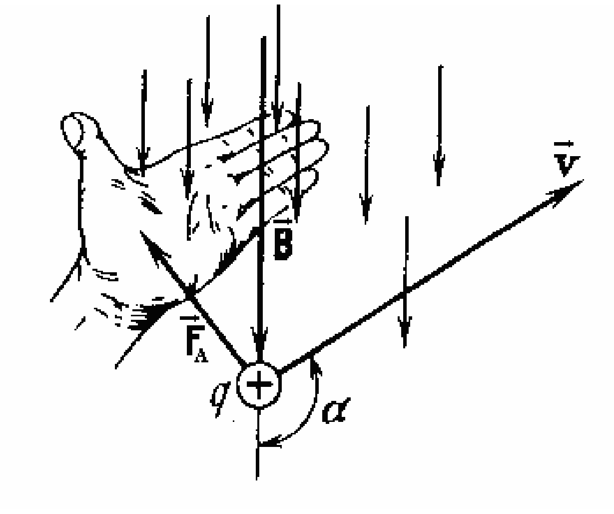


Рис. 3.13

3.11. Закон Ампера

Если проводник с током I находится в магнитном поле, то на каждый его электрон (носитель тока) действует сила Лоренца

$$\overrightarrow{F_Л} = -e \cdot \left[\vec{\upsilon} \cdot \vec{B}\right],$$

где e – модуль заряда электрона, $\vec{\upsilon}$ – скорость направленного движения электрона в электрическом поле проводника.

Сила Лоренца, действуя на носители тока в проводнике, перемещает его в магнитном поле. Найдем направление и модуль этой силы.

Выделим в проводнике с током I (рис.3.14.) элемент тока $d\vec{l}$, а силу, действующую на него, представим в виде

$$d\vec{F} = -S \cdot dl \cdot n \cdot e \cdot \left[\vec{\upsilon} \cdot \vec{B}\right],$$

де S – площадь поперечного сечения проводника, n- число носителей тока в единице объема проводника, S·dl·n – число носителей тока в объеме проводника длиной dl.

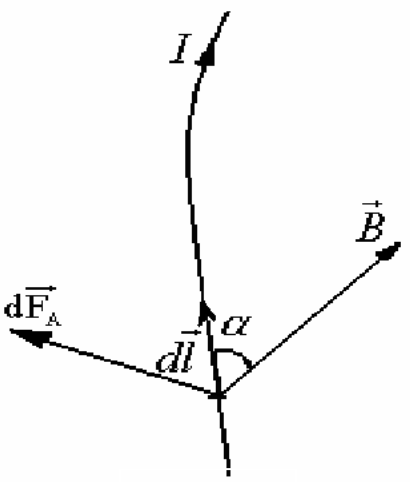


Рис 3.14

Произведение величин $-n \cdot e \cdot \vec{\upsilon}$ - есть плотность тока $\vec{j}$, которая по модулю равна заряду, протекающему через единичное сечение проводника в единицу времени. В связи с этим последнее равенство можно записать в виде

$$d\vec{F} = Sdl\left[\vec{j} \cdot \vec{B}\right]$$

Так как направления векторов $\vec{j}$ и $\vec{dl}$ совпадают и, следовательно, $dl \cdot \vec{j} = j \cdot d\vec{l}$, то

$$d\vec{F} = S\,j\,\left[d\vec{l} \cdot \vec{B}\right] = I \cdot \left[d\vec{l} \cdot \vec{B}\right], \tag{3.23}$$

где $I = jS$ по определению плотности тока.

Соотношение (3.23) установлено экспериментально Ампером и носит название *закона Ампера.* Сила $d\vec{F}$ называется силой Ампера и обозначается $d\vec{F}_A$.

Модуль вектора силы Ампера

$$dF_A = I \cdot dl \cdot B \cdot \sin\alpha, \tag{3.24}$$

где α - угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{B}$.(рис.3.14)

Элементарная сила $d\vec{F_A}$ направлена перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы $d\vec{l}$ и $\vec{B}$. Сила, действующая на проводник длиной l, определяется в результате интегрирования $d\vec{F}_A$ по всей длине проводника

$$\vec{F}_A = \int_l d\vec{F}_A \ .$$

Направление силы Ампера можно определить *по правилу левой руки*.

Левую руку располагают так, чтобы силовые линии магнитного поля входили в ладонь, четыре вытянутых пальца указывали направление тока в проводнике, тогда отогнутый на 90^0 *большой палец указывает направление силы Ампера* (рис. 3.15).

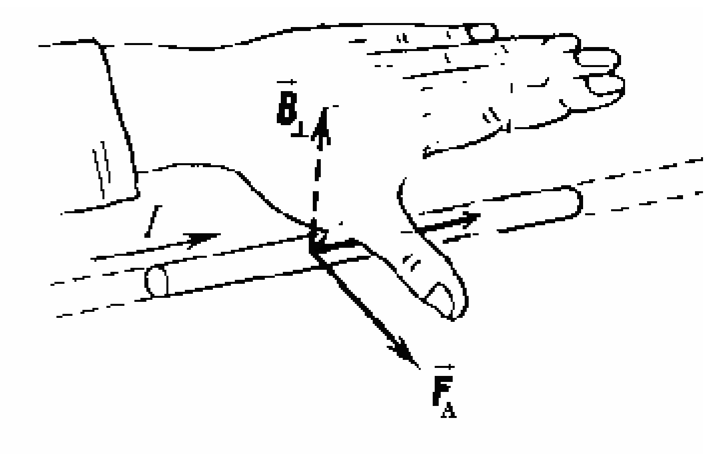


Рис. 3.15

3.12. Магнитное взаимодействие параллельных проводников с током

Магнитное взаимодействие проводников с током впервые обнаружил в 1820 году французский физик Андре Мари Ампер (1775-1836 г.)

Рассмотрим взаимодействие двух параллельных бесконечно длинных проводников с токами I_1 и I_2, находящихся на расстоянии r (рис.3.16).

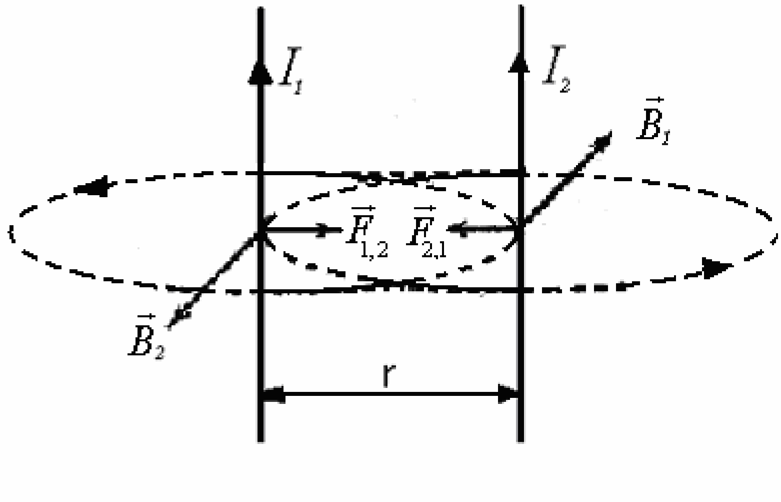


Рис 3.16

Если пропустить через проводники токи одного направления, то они притягиваются. Проводники отталкиваются, если в них текут токи разного направления.

Взаимодействие проводников объясняется действием магнитного поля одного проводника на ток второго. Сила, действующая на участок первого проводника длиной l со стороны второго

$$F_{1,2} = \frac{\mu_0 I_2 \cdot I_1}{2\pi \cdot r} \cdot l, \qquad (3.25)$$

Учитывая, что индукция магнитного поля от проводников с током I_1 и I_2 равна соответственно $B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r}$ и $B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r}$, формулу (3.25) можно представить в более общем виде:

$$F_{1,2} = B_2 \cdot I_1 \cdot l \cdot \sin\alpha,$$
$$F_{2,1} = B_1 \cdot I_2 \cdot l \cdot \sin\alpha.$$

где $F_{1,2}$ и $F_{2,1}$ – силы, действующие на участок первого и второго проводников длиной l, α – угол между направлениями индукции $\vec{B}$ и тока в проводниках, который в данном случае равен 90º.

Сила взаимодействия $F_{1,2}, F_{2,1}$, приходящаяся на единицу длины каждого из параллельных проводников, как показывает опыт, пропорциональна величинам токов в них I_1 и I_2 и обратно пропорциональна расстоянию r между ними

$$\frac{F_{1,2}}{l} = \frac{F_{2,1}}{l} = C\frac{I_1 \cdot I_2}{r}\ , \tag{3.26}$$

где $C = \dfrac{\mu_0}{2\pi}$ - коэффициент пропорциональности.

На основании соотношения (3.26) устанавливается единица силы тока – Ампер и определятся значение магнитной постоянной.

Один Ампер – сила постоянного тока, который, проходя по каждому из двух параллельных прямолинейных проводников бесконечной длины и бесконечно малого кругового сечения, расположенных на расстоянии r=1м один от другого в вакууме, вызывает между этими проводниками силу $F = 2 \cdot 10^{-7}\ \dfrac{Н}{м}$ *на каждый метр длины.*

Для того чтобы найти числовое значение магнитной постоянной μ_0, воспользуемся соотношением (3.25)

$$\mu_0 = \frac{F\,2\pi\, r}{I_1 \cdot I_2 \cdot l}.$$

При $I_1 = I_2 = 1А$, $r = 1м$, $F = 2 \cdot 10^{-7} Н$, l=1м, получим

$$\mu_0 = \frac{F\,2\pi\ r}{I_1 \cdot I_2 l} = \frac{2 \cdot 10^{-7} \cdot 4\pi \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1} = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \frac{Н}{А^2} = 1{,}26 \cdot 10^{-6}\ \frac{Н}{А^2}.$$

3.13. Движение заряженных частиц в магнитном поле

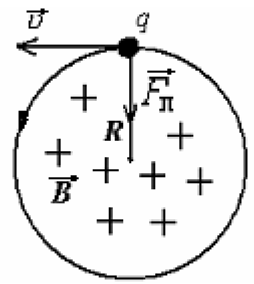


Рис 3.17

Заряженные частицы в магнитном поле движутся по криволинейным траекториям. Частица с зарядом q и скоростью $\vec{\upsilon}$ в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ движется по окружности, если $\vec{\upsilon} \perp \vec{B}$ (рис. 3.17).

В соответствии со вторым законом Ньютона, сила Лоренца, действующая на частицу,

$$\vec{F}_л = m \cdot \vec{a}_n,$$

$$|q|\upsilon\, B\sin\alpha = m\frac{\upsilon^2}{R}, \tag{3.27}$$

где $\alpha = 90^0$, m, $|q|$ – масса и модуль заряда частицы, R – радиус окружности, $a_n = \dfrac{\upsilon^2}{R}$ – нормальное ускорение.

Решая последнее уравнение относительно R, найдем радиус окружности

$$R = \frac{m\upsilon}{|q|B} \tag{3.28}$$

Сила Лоренца, являясь центростремительной силой, направлена перпендикулярно движению частицы и, следовательно, не совершает работы в однородном магнитном поле. Движение заряженной частицы в магнитном поле периодическое. Период движения частицы по окружности определяется из соотношения

$$T = \frac{2\pi R}{\upsilon} = \frac{2\pi m}{|q| B}. \qquad (3.29)$$

Период движения частицы в магнитном поле не зависит от ее скорости и радиуса траектории, а определяется массой и зарядом. Это свойство используется в ускорителях заряженных частиц.

Если частица влетает в магнитное поле под углом α к вектору индукции магнитного поля, то она движется по винтовой траектории (рис. 3.18).

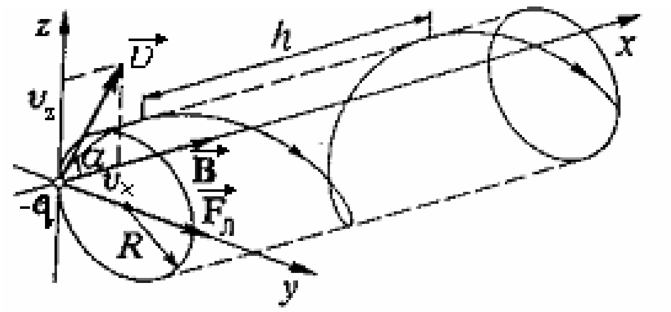


Рис. 3.18

Винтовая траектория получается в результате одновременного движения по окружности и вдоль оси X. Движение по окружности обусловлено действием магнитного поля на частицу, движущуюся по оси Z со скоростью $\upsilon_z = \upsilon \sin\alpha$.

Радиус винтовой траектории согласно (3.28), определяется из соотношения

$$R = \frac{m\upsilon \sin\alpha}{|q|B}.$$

Шаг винтовой траектории h определяется проекцией вектора скорости $\vec{\upsilon}$ на ось X $\upsilon_X = \upsilon \cos\alpha$.

$$h = \upsilon_x \cdot T = \frac{2\pi R\upsilon \cos\alpha}{\upsilon \cdot \sin\alpha} = 2\pi R \mathrm{ctg}\alpha\ . \qquad (3.30)$$

Шагом винтовой траектории h *называется расстояние, которое пролетает частица вдоль силовой линии магнитного поля за один период ее движения.*

На заряд, движущийся одновременно в электрическом и магнитном полях, действует сила, которая называется обобщенной силой Лоренца

$$\vec{F}_л = q\vec{E} + q\left[\vec{\upsilon} \cdot \vec{B}\right],$$

где $\vec{E}$ – напряженность электрического поля, $\vec{F}_к = q\vec{E}$ - сила Кулона (1.21)

Направление обобщенной силы Лоренца определяется векторным сложением двух сил.

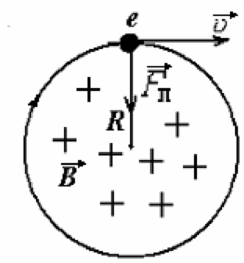
Вопросы и задания для самопроверки

1. Назовите условия возникновения силы Лоренца.
2. Как определяется направление и модуль силы Лоренца?
3. Выведите формулы для силы Ампера.
4. Как определить направление и модуль силы Ампера?
5. Какие траектории возможны при движениях заряженных частиц в магнитном поле?
6. Используя понятие обобщенной силы Лоренца, определите траекторию движения отрицательно заряженной частицы во взаимно перпендикулярных электрическом и магнитном полях.
7. Определите силу действующую на единицу длины двух перпендикулярных бесконечно длинных проводников с током I, находящихся на расстоянии r друг от друга

Примеры решения задач

Задача 3.8

В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}2\,\text{мТл}$ перпендикулярно его линиям индукции движется электрон по окружности радиусом $R = 8\,\text{см}$. Определить кинетическую энергию E_k электрона.



Дано: $B = 0{,}2\,\text{мТл} = 2 \cdot 10^{-4}\,\text{Тл}$;

$R = 8\,\text{см} = 8 \cdot 10^{-2}\,\text{м}$;

$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\text{кг}$;

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\text{Кл}$.

Найти: E_k.

Кинетическая энергия электрона $E_k = \dfrac{m\upsilon^2}{2}$,

где υ - скорость движения электрона по окружности, m - масса электрона. Для определения E_k необходимо найти скорость.

В магнитном поле на электрон перпендикулярно его скорости действует сила Лоренца, что и определяет его движение по окружности с ускорением $a_п = \dfrac{\upsilon^2}{R}$. В соответствии со вторым законом Ньютона запишем

$$\vec{F}_л = m\vec{a}_п;$$

$$e\upsilon \cdot B\sin\alpha = m\frac{\upsilon^2}{R}.$$

Учитывая, что $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ получим соотношение для скорости и энергии:

$$\upsilon = \frac{e}{m}BR,$$

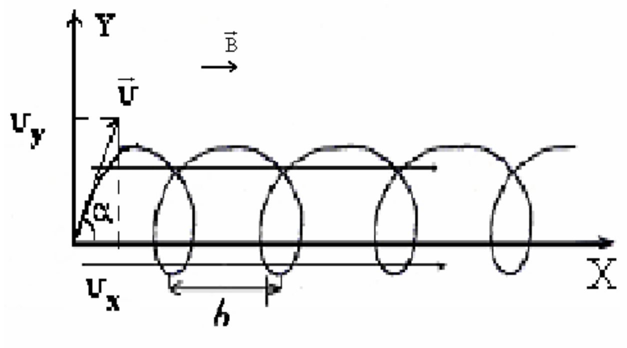
$$E_k = \frac{e^2B^2R^2}{2m}.$$

Ответ: $E_k = \dfrac{e^2B^2R^2}{2m} = 3{,}6 \cdot 10^{-18}\,\text{Дж}$

Задача 3.9

Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 250 В$, влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0{,}51 Тл$ под углом $\alpha = 60^\circ$ к вектору $\vec{B}$. Найти шаг h винтовой траектории, по которой движется электрон.

Дано: $U = 250 В$;
$B = 0{,}51 Тл$;
$\alpha = 60^\circ$;
$m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31} кг$;
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} Кл$.
Найти: h.



Кинетическая энергия электрона на входе в магнитное поле равна работе кулоновской силы электрического поля $eU = \frac{m_e \upsilon^2}{2}$. Из этого равенства определим скорость электрона

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}.$$

Скорость электрона в магнитном поле представим в виде проекций υ_X, υ_Y вдоль осей X и Y. По оси X электрон движется со скоростью $\upsilon_x = \upsilon \cdot \cos\alpha$, а по Y - $\upsilon_y = \upsilon \cdot \sin\alpha$. При движении по оси Y на электрон действует сила Лоренца, которая создает нормальное ускорение $a_n = \frac{\upsilon^2 \sin^2\alpha}{R}$. По оси X электрон движется равномерно и прямолинейно. В результате сложения этих двух движений электрон перемещается по винтовой траектории с шагом h.

В соответствии со вторым законом Ньютона запишем:

$$F_л = m_e a_n,$$

$$eB\upsilon \cdot \sin\alpha = m_e \cdot \frac{\upsilon^2 \sin^2\alpha}{R},$$

где R - радиус винтовой траектории.

Из последнего соотношения получим:

$$B \cdot e = m_e \frac{\upsilon}{R} \sin\alpha. \qquad (1)$$

где радиус винтовой траектории

$$R = \frac{m_e \upsilon \sin\alpha}{Be}.$$

Период движения электрона

$$T = \frac{2\pi R}{\upsilon \sin\alpha}.$$

После подстановки в последнее соотношение значение радиуса R получим

$$T = \frac{2\pi\, m_e}{B \cdot e}.$$

В соответствии с определением шага винтовой траектории $h = T\upsilon \cdot \cos\alpha$,

$$h = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}} \cdot \frac{2\pi \cdot m_e}{B \cdot e} \cdot \cos\alpha = \frac{2\pi}{B}\sqrt{\frac{2m_e U}{e}} \cdot \cos\alpha$$

Ответ: шаг винтовой траектории электрона $h = \frac{2\pi}{B}\sqrt{\frac{2m_e U}{e}} \cdot \cos\alpha = 3{,}3 \cdot 10^{-4}$ м.

3.14. Магнитный поток.

В главе 1 (п. 1) введено понятие потока вектора напряженности электрического поля $\vec{E}$. Аналогично для магнитного поля определяется поток вектора индукции $\vec{B}$, который называется *магнитным потоком* и обозначается через Φ.

Элементарный поток $d\Phi$ вектора магнитной индукции $\vec{B}$ через элементарный участок поверхности с площадью dS равен

$$d\Phi = \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS = B \cdot dS \cos\alpha,$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор внешней нормали площадки dS, α - угол между вектором нормали и индукцией магнитного поля $\vec{B}$.

Магнитный поток через произвольную незамкнутую поверхность S (рис. 3.19) находится интегрированием

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS = \int_S B \cdot dS \cos\alpha.$$

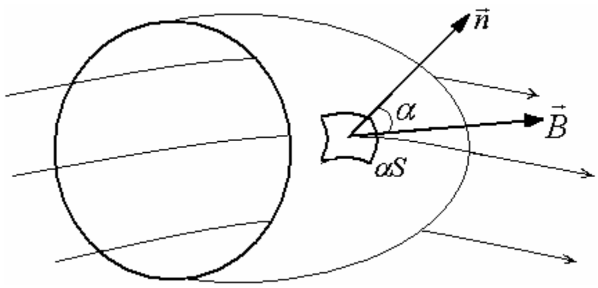


Рис. 3.19

Магнитный поток через замкнутую поверхность S

$$\oint_S \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS = 0.$$

Это следует из теоремы Гаусса (глава 1 п.I,II) для замкнутых линий индукции магнитного поля при отсутствии магнитных зарядов.

Для однородного магнитного поля и плоской поверхности с площадью S (рис. 3.20); магнитный поток

$$\Phi = B \cdot S \cos\alpha \qquad (3.31)$$

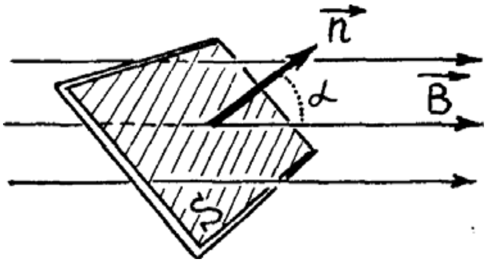


Рис. 3.20

Очевидно, что при α=90° Ф=0, т.е. ни одна линия индукции не пересекает плоскость контура (рис. 3.21).

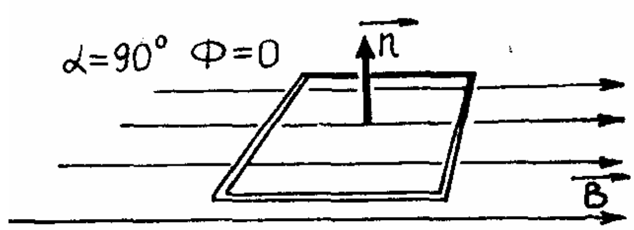


Рис. 3.21

Магнитный поток в системе СИ, в соответствии с формулой (3.31), измеряется $Тл\cdot м^2$.Эта единица носит название вебер (Вб) в честь немецкого ученого В.Э.Вебера.

3.15. Работа сил магнитного поля

На движущиеся заряды в магнитном поле действует сила Лоренца, которая всегда перпендикулярна скорости движения заряженной частицы и, следовательно, ее перемещению $d\vec{r}$. Поэтому, $dA = \vec{F}_л d\vec{r} = F_л dr\cos\frac{\pi}{2} = 0$.

На проводник с током в магнитном поле действует сила Ампера. Совершает ли работу эта сила? Рассмотрим прямолинейный проводник длиной l и током I в однородном магнитном поле (рис. 3.22а). Работа силы Ампера при перемещении проводника на расстояние dx вдоль направления силы

$$dA = F_A \cdot dx \cdot \cos 0^0 = I \cdot l \cdot B \cdot dx = I \cdot BdS;$$

где $l \cdot dx = dS$ - площадь, которую очерчивает проводник при движении, BdS=dФ - магнитный поток пронизывающий эту площадь. Следовательно,

$$dA=Id\Phi, \tag{3.32}$$

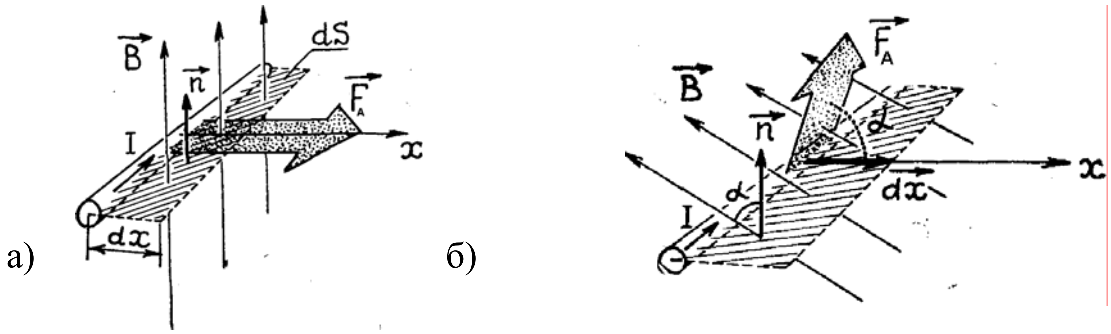
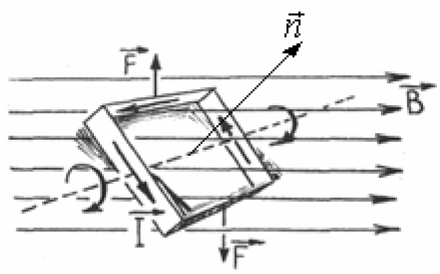


Рис.3.22

элементарная работа, совершаемая силой Ампера, равна произведению тока в проводнике I на магнитный поток dΦ*, пронизывающий площадь, которую очерчивает проводник при своем движении.* При перемещении проводника на конечное расстояние x, получаем: $S = l \cdot x$, $\Phi_x = B \cdot S$ и

$$A_{0,x} = \int_0^{\Phi_X} I d\Phi = I\Phi_x \qquad (3.33)$$



Если перемещение проводника происходит в произвольном направлении (рис. 3.22б), то

$$dA = F_A dx \cos\alpha = I\,l\,B dx \cos\alpha,$$

где α - угол между $\vec{F}_A$ и $d\vec{x}$ или, что то же самое, между $\vec{B}$ и $\vec{n}$, так как $\vec{F}_A \perp \vec{B}$, а $\vec{n} \perp d\vec{x}$. Но $ldx=dS$, $BdS\cos\alpha=d\Phi$, так что по-прежнему $dA=Id\Phi$.

Рис.3.23

На контур с током в магнитном поле действует сила Ампера $\vec{F}$, которая вращает его вокруг оси (рис. 3.23). Чтобы найти работу, совершаемую при конечном вращением контура, необходимо проинтегрировать соотношение (3.32).

$$A_{1,2} = I \cdot \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = I \cdot (\Phi_2 - \Phi_1) = I \cdot \Delta\Phi,$$

где Φ_1 и Φ_2 потоки, пронизывающие контур в его начальном и конечном положении.

Вопросы и задания для самопроверки.

1. Дайте определение магнитного потока и назовите случаи когда он максимальный и минимальный.
2. Чему равен поток в однородном и неоднородном магнитных полях?
3. Чему равен поток через замкнутую и незамкнутую поверхности?
4. В каких единицах в системе СИ измеряется магнитный поток?
5. Выведите формулу для работы сил по перемещению проводника в магнитном поле.
6. Какая сила совершает работу в магнитном поле?
7. Будет ли совершаться работа при движении заряженной частицы в магнитном поле?

Примеры решения задач

Задача 3.10

Круговой проволочный виток диаметром d=10см, по которому течет ток I=20А находится в равновесном положении в однородном магнитном поле с индукцией B=16мТл. Определить работу А, которую нужно совершить, чтобы повернуть его на угол $\alpha = \frac{\pi}{2}$ относительно оси, совпадающей с диаметром.

Дано:

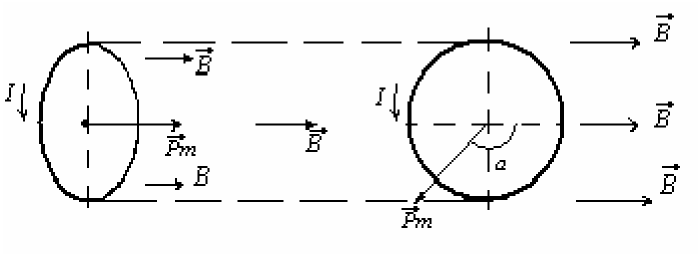
I=20А;

d=10см=0,1м ;

B=16мТл;

$\alpha = \frac{\pi}{2}.$

Найти: А.



Работа сил магнитного поля определяется соотношением

$$A = I\Delta\Phi,$$

где $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$, Φ_1 и Φ_2 - магнитные потоки пронизывающие контур в начальном и конечном положениях.

Работа внешних сил равна по модулю работе сил поля и противоположна ей по знаку

$$A_{вн} = I(\Phi_1 - \Phi_2).$$

В начальном положении вектор магнитной индукции $\vec{B}$ совпадает с направлением нормали и следовательно $\Phi_1 = BS$, где $S = \frac{\pi d^2}{4}$ – площадь витка.

В конечном положении $\alpha = \frac{\pi}{2}$ и $\Phi_2 = 0$.

Тогда $$A_{вн} = I \cdot \Phi_1 = I \cdot BS = \frac{\pi}{4} I \cdot B \cdot d^2., \qquad (1).$$

Ответ: $A_{вн} = \frac{\pi}{4} I \cdot B \cdot d^2 = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ Дж .

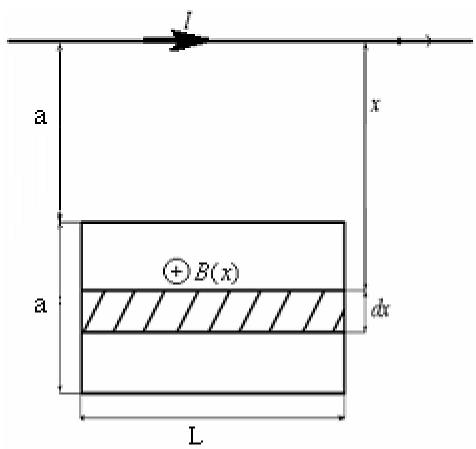
Задача 3.11

В одной плоскости с бесконечно длинным прямым проводом, по которому течет ток $I = 50А$, расположена прямоугольная рамка так, что две большие стороны ее длиной $L = 60$ см параллельны проводу, а расстояние от провода до ближайшей из этих сторон равно ее ширине. Определить магнитный поток Ф, пронизывающий рамку.

Дано: $I = 50А$;

$L = 60$ см $= 0{,}6$ м.

Найти: Ф.



Магнитный поток Ф через поверхность рамки с площадью S определяется по формуле

$$\Phi = \int d\Phi = \int_S B(x) dS \cdot \cos\alpha,$$

где B индукция магнитного поля образованного током на расстоянии x от проводника

$$B(x) = \frac{\mu_0 I}{2\pi\, x}.$$

Для вычисления магнитного потока определим поток через элементарную площадку $dS = L \cdot dx$

$$d\Phi = B(x)dS\cos\alpha = \frac{\mu_0 I \cdot L \cdot dx}{2\pi\, x},$$

где $\alpha = 0$ и $\cos\alpha = 1$.

Проинтегрируем $d\Phi$ в пределах $x_1 = a$ до $x_2 = 2a$.

$$\Phi = \int d\Phi = \int \frac{\mu_0 I \cdot L \cdot dx}{2\pi\, x} = \frac{\mu_0 I \cdot L}{2\pi}\int_a^{2a} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I \cdot L}{2\pi}\ln 2 \qquad 1.$$

Ответ: $\Phi = \frac{\mu_0 I \cdot L}{2\pi}\ln 2 = 4{,}1 \cdot 10^{-6}$ Вб.

3.16. Магнитное поле в веществе
3.16.1. Магнитный момент электрона и атома

Вещество состоит из атомов, а атомы из электронов и ядер. Электрон, вращаясь по замкнутой орбите вокруг ядра, образует орбитальный (дипольный) магнитный момент $\vec{P}_m$ (см. 3.1). Кроме того, электрон обладает собственным механическим моментом $\vec{P}_S$, называемым *спином.* Спину электрона соответствует спиновой магнитный момент $\vec{P}_{ms}$. Магнитный момент атома $\vec{P}_{ат}$ геометрически складывается из орбитальных магнитных моментов его электронов $\vec{P}_{ат} = \sum_{i=1}^{n} \vec{P}_m$, где $n-$ число электронов в атоме.

3.16.2. Намагничивание. Вектор намагниченности

Внешнее магнитное поле с индукцией $\vec{B}_0$ влияет на магнитные моменты атомов вещества и создает в нем дополнительное магнитное поле. Это явление называется намагничиванием. Индукция магнитного поля в веществе

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}', \qquad (3.34)$$

где $\vec{B}'$- индукция магнитного поля, образованного в результате *намагничивания.*

Отличие магнитного поля в веществе $\vec{B}$ от индукции внешнего магнитного поля $\vec{B}_0$ определяется относительной магнитной проницаемостью среды μ. *Магнитная проницаемость показывает, во сколько раз изменяется магнитное поле в веществе по сравнению с внешним магнитным полем.* Величина μ находится из соотношения

$$\mu = \frac{B}{B_0}.$$

Намагничивание вещества определяется вектором намагниченности $\vec{J}$:

$$\vec{J} = \frac{\sum\limits_{n=1}^{N} \vec{P}_{ат}}{V},$$

где $\sum \vec{P}_{ат}$ - суммарный магнитный момент N атомов в веществе объёмом V.

Как показывает опыт, для большинства веществ и слабых полей, магнитное поле $\vec{B}'$ пропорционально вектору намагниченности и определяется как

$$\vec{B}' = \mu_0 \vec{J}.$$

Учитывая, что $\vec{B} = \mu \vec{B}_0$ равенство (3.34) можно записать в виде:

$$\mu \vec{B}_0 = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{J},$$

$$(\mu - 1)\vec{B}_0 = \mu_0 \vec{J}, \tag{3.35}$$

а вектор намагниченности

$$\vec{J} = (\mu - 1)\frac{\vec{B}_0}{\mu_0} = \chi \cdot \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}, \tag{3.36}$$

где $\chi = \mu - 1$ - магнитная восприимчивость вещества.

3.17. Напряженность магнитного поля

Запишем закон полного тока для индукции магнитного поля в веществе

$$\oint\limits_{l} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \left(\sum I + \sum I_{ат}\right), \tag{3.37}$$

где $\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{J}$; $\sum I$ – алгебраическая сумма токов проводимости, охватываемых контуром интегрирования l, а $\sum I_{ат}$ – алгебраическая сумма круговых электронных токов атомов, охватываемых этим же контуром. (рис. 3.24)

Электронные токи атомов однородного вещества вследствие влияния на них внешнего магнитного поля имеют одинаковые направления (рис. 3.24). Токи внутри вещества компенсируются, имея разные направления. На поверхности токи суммируются и создают ток намагничивания $I_j = \sum I_{ат}$.

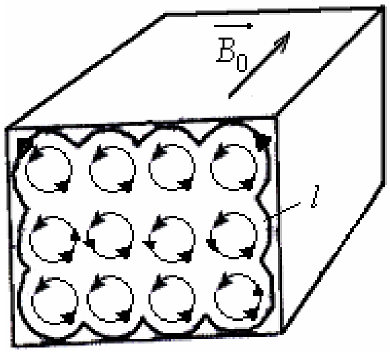


Рис. 3.24

Запишем равенство 3.37 в виде

$$\oint_l (\vec{B}_0 + \mu_0 \vec{J}) \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(\sum I + \sum I_{ат} \right) \cdot \tag{3.38}$$

Преобразуем последнее равенство

$$\oint_l \vec{B}_0 d\vec{l} + \mu_0 \oint_l \vec{J} d\vec{l} = \mu_0 \sum I + \mu_0 \sum I_{ат}$$

и учтём, что согласно закону полного тока

$$\oint_l \vec{B}_0 d\vec{l} = \mu_0 \sum I.$$

Тогда интеграл вектора намагниченности

$$\oint_l \vec{J} d\vec{l} = \sum I_{ат} = I_j \cdot \tag{3.39}$$

Интеграл $\oint_l \vec{B}_0 d\vec{l}$, учитывая, что $\vec{B} = \vec{B}_0 - \mu_0 \vec{J}$, запишем в виде

$$\oint_l \left(\frac{\vec{B} - \mu_0 \vec{J}}{\mu_0} \right) d\vec{l} = \sum I \cdot \tag{3.40}$$

Обозначим выражение в скобках

$$\vec{H} = \frac{\vec{B} - \mu_0 \vec{J}}{\mu_0}. \tag{3.41}$$

Вектор $\vec{H}$ называется напряженностью магнитного поля**.**

Напряженность магнитного поля $\vec{H}$ *- векторная величина, характеризующая магнитное поле, образованное только токами проводимости (проводниками с током).*

Закон полного тока для напряженности магнитного поля запишется в виде

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = I. \tag{3.42}$$

Из формулы (3.42) следует, что напряженность магнитного поля H измеряется в $\frac{А}{м}$.

Из равенства (3.41) можем записать соотношение

$$\mu_0\vec{H} = \vec{B} - \mu_0\vec{J}. \qquad (3.43)$$

Сравнивая равенства (3.35) и (3.43), и учитывая, что $\vec{B} = \mu\vec{B}_0$, получим связь между векторами $\vec{B}$ и $\vec{H}$:

$$\vec{B}_0 = \mu_0\vec{H},$$

$$\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H} \qquad (3.44)$$

Вектор напряжённости магнитного поля $\vec{H}$ аналогичен вектору электрической индукции $\vec{D}$ в электростатике, который обусловлен только свободными зарядами. Векторы $\vec{J}$, $\vec{B}$ аналогичны векторам поляризации и напряженности электрического поля $\vec{P}$ и $\vec{E}$.

3.18. Магнитные свойства веществ

Магнитные свойства вещества объясняются квантовой теорией движения электронов в атоме, согласно которой, в атомах суммарный механический момент (орбитальный и спиновый) и связанный с ним магнитный момент всех электронов может быть как отличным, так и равным нулю. Это позволяет все вещества по магнитным свойствам разделить на *диамагнетики, парамегнетики, ферромагнетики.*

В диамагнетиках "собственный" магнитный момент атомов при отсутствии внешнего магнитного поля равен нулю. При помещении диамагнетика во внешнее магнитное поле у электронов происходит *процессия*, в результате которой появляется магнитный момент атома, ориентированный против направления внешнего поля. Вектор намагниченности $\vec{J}$ в диамагнетиках направлен противоположно намагничивающему полю $\vec{B}$.

К диамагнетикам относятся инертные газы, благородные металлы, многие органические соединения, стекло, мрамор. Для диамагнетиков $\mu < 1$, $\chi \approx -10^{-6}$.

Магнитные моменты атомов парамагнетика в отсутствии магнитного поля отличны от нуля, но распределены хаотично. *В парамагнетиках* вектор намагниченности направлен вдоль внешнего поля. При наложении внешнего магнитного поля происходит ориентация их направлений. Число магнитных моментов, ориентированных по направлению магнитного поля, оказывается преобладающим. Это приводит к тому, что появляется отличный от нуля вектор намагниченности, направленный вдоль вектора индукции поля $\vec{B}$.

Моменты атомов $\vec{P}_{ат}$ парамагнетика имеет хаотичное направление даже в сильных магнитных полях, т.е. моменты $\vec{P}_а$ атомов парамагнетика в среднем лишь незначительно ориентируются по направлению внешнего магнитного поля. Причиной хаотичности ориентации моментов $\vec{P}_a$ парамагнетика является их тепловое разупорядочение. В результате которого магнитные моменты атомов $\vec{P}_{ат}$ непрерывно меняют свою ориентацию. Это происходит тем интенсивнее, чем выше температура парамагнетика. Даже сильное магнитное поле не ориентирует магнитные моменты атомов. Поэтому парамагнетики почти не намагничиваются.

Парамагнетиками являются *Na, K, Al, H, Cs, Mg, Mn, Pt, O.* Для парамагнетиков $\mu_П > 1$, $0 < \chi < 1$.

В ферромагнетиках магнитный момент атома определяется *спиновым магнитным моментом электрона*. Магнитные моменты атомов группируются в *домены*- малые области вещества, в которых магнитные моменты атомов имеют одинаковое направление. В отсутствие внешнего магнитного поля векторы намагниченности доменов направлены хаотично и дают результирующую намагниченность равную нулю, обеспечивающую минимальную энергию (рис. 3.25).

При наложении внешнего магнитного поля растет объем тех доменов, намагниченность которых параллельна внешнему полю, и уменьшается объем остальных доменов. Увеличивая внешнее магнитное поле, можно все тело превратить в один большой домен, т. е. намагнитить тело до насыщения.

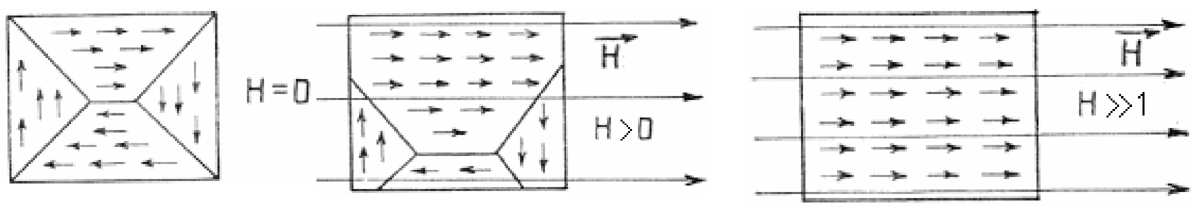


Рис. 3.25

Модуль вектора намагниченности ферромагнетика $\vec{J}$ зависит от напряженности магнитного поля $\vec{H}$ (рис. 3.26а). Ферромагнетики способны оставаться намагниченными даже при выключенном внешнем магнитном поле, в котором они ранее находились. Ферромагнетики сохраняют остаточную намагниченность $J_{ост}$. Поэтому для размагничивания ферромагнетика нужно поместить его в магнитное поле обратного направления. На рис. 3.26б показана кривая 1 начального намагничивания тела, затем кривая 2 обратного хода зависимости J(H) при уменьшении H до нуля. Здесь же показана величина напряженности магнитного поля $H_{КОЭР}$, необходимая для размагничивания тела, называемая коэрцитивной силой. При дальнейшем увеличении напряженности поля H тело начинает намагничиваться в обратном направлении. Кривая 3 на рисунке отражает зависимость $J(H)$ при смене обратного поля на прямое. Таким образом, получается *петля гистерезиса* зависимости $J(H)$ при перемагничивании ферромагнетика. При намагничивании ферромагнетика важна предыстория намагничивания тела. При одном и том же намагничивающем поле тело может иметь разные значения намагниченности J'_x и J''_x. Лишь величина намагниченности насыщения не зависит от магнитной предыстории тела.

а) б)

Рис. 3.26

Магнитная проницаемость ферромагнетика не является константой: она зависит от величины приложенного магнитного поля (рис. 3.27).

Магнитные свойства ферромагнетиков зависят от их температуры. Ферромагнитные свойства можно разрушить, если нагреть ферромагнетик выше некоторой критической температуры: $T_к$ (температура Кюри). При температуре Кюри и выше ферромагнетик становится парамагнетиком, т.е. практически теряет магнитные свойства и приобретает их снова при понижении температуры. Температура Кюри для железа, никеля, кобальта, равна соответственно 770°C, 400 °C, 1100°C.

К ферромагнетикам относятся железо, никель, кобальт, их сплавы, для которых магнитная проницаемость $\mu >> 1$ и находится в пределах: $10^2 - 10^5$.

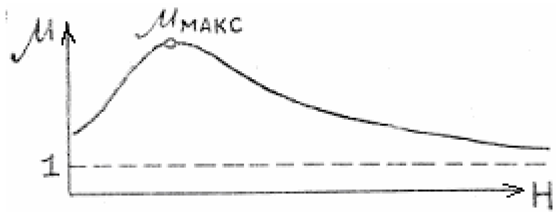


Рис. 3.27

<u>Вопросы и задания для самопроверки</u>

1. Как образуется магнитное поле в веществе?
2. Как образуется магнитный момент электрона и атома?
3. Дайте определение магнитной проницаемости и магнитной восприимчивости в веществе.
4. Определите связь между вектором намагниченности и индукцией магнитного поля в вакууме.
5. Дайте определение индукции магнитного поля в веществе и определите ее связь с вектором намагниченности вещества.

6. Чем отличаются диамагнитные, парамагнитные и ферромагнитные вещества?

7. Нарисуйте доменную структуру ферромагнетика до и после помещения его во внешнее магнитное поле.

8. Схематически изобразите петлю гистерезиса ферромагнетика и укажите на ней остаточную намагниченность и коэрцитивную силу.

Примеры решения задач

Задача 3.11

Молярная восприимчивость висмута $\chi_\nu = -2{,}7 \cdot 10^{-10}\,\dfrac{\text{м}^3}{\text{моль}}$, молярная масса М=209 $\dfrac{\text{г}}{\text{моль}}$, плотность $\rho = 9{,}8 \cdot 10^3\,\dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Висмут объемом V находится в магнитном поле напряженностью Н=$10^5\,\dfrac{\text{А}}{\text{м}}$. Вычислить модуль вектора намагниченности $\vec{J}$, магнитную проницаемость μ висмута, магнитный момент $P_м$ молекулы висмута, χ - магнитная восприимчивость и определить к какому типу магнетиков он относится.

Дано: $\chi_\nu = -2{,}7 \cdot 10^{-10}\,\dfrac{\text{м}^3}{\text{моль}}$;

М=209 $\dfrac{\text{г}}{\text{моль}}$;

$\rho = 9{,}8 \cdot 10^3\,\dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$;

Н=$10^5\,\dfrac{А}{м}$.

Найти: J, μ, P_m, χ.

Намагниченность висмута определяется по формуле

$$J = \left|\vec{J}\right| = \frac{\left|\sum\limits_{i=1}^{N}\vec{P}_m\right|}{V}, \tag{1}$$

где $\sum\limits_{i=1}^{N}\vec{P}_m$ - суммарный магнитный момент N молекул висмута в объеме V. Соответственно, молярная намагниченность равна

$$J_\nu = \frac{\left|\sum\limits_{i=1}^{N}\vec{P}_m\right|}{\nu}, \tag{2}$$

где ν - число молей висмута в объеме V. Так как по определению $\nu = \dfrac{m}{M}$, где $m = \rho \cdot V$ - масса висмута в объеме V, то соотношение (2) можно записать в виде

$$J_\nu = \frac{\left|\sum\limits_{i=1}^{N}\vec{P}_m\right| \cdot M}{\rho \cdot V} = J \cdot \frac{M}{\rho}. \tag{3}$$

Вектор намагниченности $\vec{J}$ связан с напряженностью магнитного поля $\vec{H}$ соотношением $\vec{J} = \chi \cdot \vec{H}$, $\vec{J}_v = \chi_v \cdot \vec{H}$. Подставляя эти равенства в формулу (3) получим расчетные формулы для J и χ.

$$J = \frac{J_v \cdot \rho}{M} = \frac{\chi_v \cdot H \cdot \rho}{M}, \tag{4}$$

$$\chi_v H = \chi H \frac{M}{\rho}, \ \chi = \frac{\rho}{M} \cdot \chi_v \tag{5}$$

Магнитная проницаемость $\mu = 1 + \chi$.

Для нахождения магнитного момента молекулы висмута учтем, что $\sum_{i=1}^{N} P_i = P_m \cdot N$. Число молекул висмута можно найти из соотношения: $N = \nu \cdot N_A = \frac{m}{M} N_A$, где $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{моль}}$ - число Авагадро, m – масса молекулы.

Тогда равенство (1) можно записать в виде

$$J = \frac{P_m N}{V} = \frac{P_m \cdot N_A \cdot \rho}{M},$$

где

$$P_m = \frac{J \cdot M}{N_A \cdot \rho}. \tag{6}$$

Ответ: $J = \frac{\chi_v H \rho}{M} = -1{,}3 \, \text{А}/\text{м}$, $\chi = \frac{\rho}{M} \chi_v = -1{,}3 \cdot 10^{-5}$, $\mu < 1$, $P_m = \frac{JM}{N_A \rho} = 4{,}5 \cdot 10^{-29} \, \text{А} \cdot \text{м}^2$, висмут является диамагнетиком.

Задача 3.12

Ферромагнетик объемом $V = 10 \, \text{см}^3$ в магнитном поле с индукцией $B_0 = 8 \cdot 10^{-2} \, \text{Тл}$ имеет магнитный момент $P_v = 0.8 \text{А} \cdot \text{м}^2$. Определить магнитную проницаемость μ ферромагнетика.

Дано: $V = 10 \, \text{см}^3$;

$B = 8 \cdot 10^{-2} \, \text{Тл}$;

$P_v = 0.8 \text{А} \cdot \text{м}^2$.

Найти: μ.

Магнитная проницаемость вещества μ связанна с его магнитной восприимчивостью χ соотношением

$$\mu = 1 + \chi. \tag{1}$$

Магнитная восприимчивость определяется из соотношения (3.36)

$$\chi = \frac{\mu_0 \cdot |\vec{J}|}{|\vec{B_0}|},$$

где $|\vec{J}|$ - модуль вектора намагниченности, который равен

$$J = \frac{P_V}{V}.$$

Тогда после подстановки приведенных соотношений в формулу (1) получим

$$\mu = 1 + \frac{P_V \mu_0}{VB_0}. \qquad (2)$$

Ответ: $\mu = 1 + \frac{P_V \mu_0}{VB_0} = 125{,}6$

Основные положения

- **Магнитное поле**

создается движущимися зарядами и проводниками с током;
обнаруживается по взаимодействию с движущимися зарядами и замкнутыми проводниками с током;
изображается в виде замкнутых линий индукции магнитного поля,
характеризуется векторами индукции $\vec{B}$ и напряженностью $\vec{H}$.

- **Индукция магнитного поля** $\vec{B}$ – векторная физическая величина, определяется:

в вакууме по законам Био – Савара – Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot \vec{I} \cdot \left[d\vec{l} \cdot \vec{r}\right]}{4\pi \cdot r^3},$$

полного тока,

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i ,$$

принципу суперпозиции

$$\vec{B} = \sum \vec{B}_i .$$

в веществе зависит от его намагничивания и определяется

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{J},\ \vec{B} = (1+\chi) \cdot \vec{B}_0,\ \vec{B} = \mu \vec{B}_0,$$

где $\vec{B}_0$ – индукция магнитного поля, вызывающее намагничивание, $\vec{J}$ – вектор намагничивания, χ – магнитная восприимчивость, μ – магнитная проницаемость вещества.

- **Напряженность магнитного поля** - *векторная* физическая величина, характеризующая магнитное поле, образованное только токами проводимости определяется из соотношений:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}, \qquad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu},$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}, \qquad \oint_l \vec{H} d\vec{l} = I .$$

- **Замкнутый проводник с током (контур с током) характеризуется**:

магнитным моментом

$$\vec{P}_m = I \cdot S \cdot \vec{n},$$

где S – площадь контура, $\vec{n}$ – единичный вектор нормали, определяемый по правилу буравчика;
индукцией $\vec{B}$, которая на оси контура в его центре и на расстоянии d от центра равна соответственно

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot \vec{P}_m}{2\pi R^3},\ \vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot \vec{P}_m}{2\pi\left(R^2 + d^2\right)^{3/2}},,$$

где R – радиус контура.

- **На контур с током в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$, действует вращающий момент сил**

$$\vec{M} = \left[\vec{P}_m \cdot \vec{B}\right]$$

$$M = P_m B \sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{P}_m$ и $\vec{B}$

- **На движущийся заряд q со скоростью $\vec{\upsilon}$ в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ действует** *сила Лоренца*

$\vec{F}_Л = q\left[\vec{v} \cdot \vec{B}\right]$,

$$F_л = q \cdot \upsilon \cdot B \cdot \sin\alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$;

- **На участок проводника длиной dl и током I в магнитном поле с индукцией $\vec{B}$ действует** *сила Ампера*

$$d\vec{F}_A = I\left[d\vec{l} \cdot \vec{B}\right]$$

$$dF_A = I \cdot dl \cdot B \cdot \sin\alpha$$

где $d\vec{l}$ **– вектор, совпадающий с направлением тока**, $\alpha -$ **угол между направлениями тока и** $\vec{B}$**.**

- **Магнитный поток**

для плоской поверхности и однородного поля

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha ,$$

где $\alpha -$ угол между вектором нормали и $\vec{B}$.

для незамкнутой поверхности $\Phi = \int\limits_S \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS$,

где $\vec{n} -$ внешний вектор нормали элементарной площадки dS

для замкнутой поверхности

$$\Phi = \oint\limits_S \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot dS = 0 .$$

- **Работа в магнитном поле** *совершается* силой Ампера, перемещающей проводник длиной l и током I в магнитном поле; *определяется* произведением силы тока в проводнике на магнитный поток, пронизывающий площадь контура dS очерченного проводником при его движении за интервал времени dt

$$A = I\int d\Phi .$$

- **В магнитном поле все вещества намагничиваются и делятся на** *диа-магнетики, парамагнетики, ферро-магнетики диамагнетики* имеют вектор намагниченности, направленный противоположно намагничивающему полю;($\mu \leq 1$).*Парамагнетики* имеют вектор намагниченности, направленный вдоль приложенного поля($\mu \geq 1$)*;* *ферромагнетики* имеют доменную структуру намагничивания и обладают высокой магнитной восприим-чивостью $10^2 \leq \chi \leq 10^5$.При температуре Кюри и выше ферромагнетик теряет свои магнитные свойства.

Обозначения, используемые в главе 3

$\vec{B}$ – вектор индукции магнитного поля.

$\vec{H}$ – вектор напряженности магнитного поля.

$\vec{M}$ – момент сил.

$\vec{P}_m$ – магнитный момент контура с током.

$\vec{n}$ – вектор нормали.

S – площадь контура.

μ_0 – магнитная постоянная.

μ - магнитная проницаемость.

χ - магнитная восприимчивость.

$\vec{J}$ – вектор намагниченности.

$\vec{j}$ – плотность тока.

q - заряд частицы.

$\vec{F}_л$ – сила Лоренца.

$\vec{F}_A$ – сила Ампера.

Φ - магнитный поток.

A - работа сил магнитного поля.

I – ток проводимости.

n – плотность витков соленоида.

$\vec{d}l$ - вектор элемента тока.

N - число витков в соленоиде.

L - длина соленоида.

l - длина проводника.

υ - скорость заряженной частицы.

$\vec{E}$ - напряженность электрического поля.

h – шаг винтовой траектории.

T - период движения заряженной частицы.

P_a - магнитный момент атома.

$P_{m \cdot s}$ – спиновый магнитный момент электрона.

Тесты для электронного экзамена

Т3.1 Если в магнитное поле с индукцией 0,1 Тл помещена квадратная рамка с током 1А и площадью $25 см^2$, то вращающий момент, действующий на рамку при угле 60^0 между нормалью к плоскости рамки и направлением индукции, равен

1) $2172\,мН \cdot м$ 2) $217\,мкН \cdot м$ 3) $250\,мН \cdot м$ 4) $125\,мН \cdot м$ 5) $500\,Н$

Т3.2 Если плоскость рамки площадью 40 $см^2$ параллельна силовым линиям магнитного поля и по ней течет ток с силой 1А, то магнитный момент рамки равен

1) $40\,А \cdot м^2$ 2) $20А \cdot м^2$ 3) $20 \cdot 10^{-2}\,А \cdot м^2$ 4) $4 \cdot 10^{-3}\,А \cdot м^2$ 5) $4 \cdot 10^{-3}\,Н \cdot А$

Т3.3 Если по двум параллельным бесконечно длинным проводникам, находящимся на расстояние 1см друг от друга течет, ток силой 2А одного направления, то сила взаимодействия на каждый метр длины проводника равна

1) $8 \cdot 10^{-5}\,\frac{Н}{м}$ 2) $64 \cdot 10^2\,\frac{Н}{м}$ 3) $64\frac{Н}{м}$ 4) $8 \cdot 10^{-7}\,\frac{Н}{м}$ 5) $80\frac{Н}{м}$

Т3.4 Если индукция магнитного поля в железном сердечнике, находящемся во внешнем магнитном поле с индукцией 0,5Тл, равна 5кТл, то магнитная проницаемость сердечника равна

1) 10^4 2) 0,1 3) 10 4) 10 5) 250

Т3.5 Если магнитная восприимчивость некоторого вещества 100, то магнитная проницаемость равна

1) 100 2) 0,1 3) 50 4) 101 5) 200

Т3.6 Если вещество с магнитной проницаемостью 101 находится во внешнем магнитном поле с индукцией 12,6Тл, то его намагниченность равна

1) $12\frac{Н}{м}$ 2) $10^5\,\frac{А}{м}$ 3) $10^5\,\frac{Тл}{м}$ 4) $10^9\,\frac{А}{м}$ 5) $12{,}6 \cdot 10^3\,\frac{А}{м}$

Т3.7 Если напряженность магнитного поля равна $10^2\,\frac{А}{м}$, то его индукция в веществе с магнитной восприимчивостью 24 равна

1) $25\pi мТл$ 2) $24\pi мТл$ 3) $2{,}4\pi \cdot 10^3\,Тл$ 4) $\pi мТл$ 5) $4\pi мТл$

Т3.8 Если по длинному проводнику течет ток с силой 2А, то напряженность магнитного поля на расстоянии 2см от него равна

1) $16\frac{А}{м}$ 2) $100\frac{А}{м}$ 3) $50\frac{А}{м}$ 4) 4) $2 \cdot 10^{-7}\,\frac{А}{м}$ 5) $2 \cdot 10^{-5}\,\frac{А}{м}$

Т3.9 Если два длинных проводника, по которым текут токи одинакового направления с силой 1А расположены друг от друга на расстоянии 10см, то индукция магнитного поля в середине между ними будет равна

1) 4мкТл 2) 8мкТл 3) 40мТл 4) 25мТл 5) 0

Т3.10 Если два длинных проводника, по которым текут токи в противоположных направлениях с силой 1А, расположены друг от друга на расстоянии 1м, то напряженность магнитного поля в середине между ними равна

1) $3{,}2 \cdot 10^{-3}\,\frac{А}{м}$ 2) 0 3) $0{,}64\frac{А}{м}$ 4) $0{,}32\frac{А}{м}$ 5) $0{,}4 \cdot 10^{-6}\,\frac{А}{м}$

Т3.11 Если проволочный виток, по которому течет ток с силой 2А, имеет радиус 4см, то, индукция магнитного поля в центре витка равна

1) $0{,}5 \cdot 10^{-5}\,Тл$ 2) $\pi \cdot 10^{-5}\,Тл$ 3) $10^{-5}\,Тл$ 4) 0 5) $2\pi \cdot 10^{-5}\,Тл$

Т3.12 Если проволочный виток с силой тока 1А имеет радиус 2см, то магнитный момент витка равен

1) $4\pi \cdot 10^{-4}\,Ам^2$ 2) $4 \cdot 10^{-4}\,Ам^2$ 3) $2 \cdot 10^{-2}\,Ам^2$ 4) $4\pi \cdot 10^4\,А \cdot м^2$ 5) $4\pi \cdot м^2$

Т3.13 Если длинный соленоид содержит 100 витков на 1см его длины и по нему пропускают ток с силой 2А, то индукция магнитного поля в центре соленоида равна

1) 8πТл 2) $4\pi \cdot 10^{-7}$Тл 3) 8πмТл 4) $8\pi \cdot 10^{-5}$Тл 5) 0

Т3.14 Если в длинном соленоиде с плотностью 100 витков на 1см и током 2А находится железный сердечник с магнитной проницаемостью 10^3, то индукция магнитного поля в сердечнике равна

1) 2πТл 2) 8πТл 3) 4πТл 4) $0{,}8\pi$Тл 5) πТл

Т3.15 Если в соленоиде с плотностью 100 витков на 1см и током 2А находится железный сердечник, то напряженность магнитного поля в центре соленоида равна

1) $25 \cdot 10^3 \frac{\text{А}}{\text{м}}$ 2) $20 \cdot 10^3 \frac{\text{А}}{\text{м}}$ 3) $20 \cdot 10^4 \frac{\text{А}}{\text{м}}$ 4) $60 \cdot 10^4 \frac{\text{А}}{\text{м}}$ 5) $2 \cdot 10^2 \frac{\text{А}}{\text{м}}$

Т3.16 Если железный сердечник с магнитной восприимчивостью 10^3 помещен в магнитное поле с индукцией $12{,}56 \cdot 10^{-7}$Тл, то величина вектора намагниченности будет равна

1) $\pi \cdot 10^3 \frac{\text{А}}{\text{м}}$ 2) $10^3 \frac{\text{А}}{\text{м}}$ 3) $4\pi \cdot 10^{-4} \frac{\text{А}}{\text{м}}$ 4) $4\pi \frac{\text{А}}{\text{м}}$ 5) $4\pi \cdot 10^3 \frac{\text{А}}{\text{м}}$

Т3.17 Если в магнитном поле с индукцией $6 \cdot 10^6$Тл движется электрон под углом 30^0 к вектору индукции, со скоростью 600м/с, то на него действует сила

1) $3 \cdot 10^{-10}$Н 2) $6 \cdot 10^{-10}$Н 3) $36 \cdot 10^{-10}$Н 4) $18 \cdot 10^{-10}$Н 5) $9 \cdot 10^{-10}$Н

Т3.18 Если в противоположном направлении магнитного поля с индукцией $6 \cdot 10^6$Тл движется протон со скоростью 600м/с, то сила действующая на него, равна

1) $2 \cdot 10^{-10}$Н 2) $3 \cdot 10^{-10}$Н 3) $4 \cdot 10^{-10}$Н 4) $5 \cdot 10^{-10}$Н 5) 0

Т3.19 Если электрон со скоростью 10^7м/с попадает одновременно в электрическое и магнитное поле с напряженностями полей соответственно $100\frac{\text{В}}{\text{м}}$ и $100\frac{\text{А}}{\text{м}}$, и движется параллельно их силовым линиям, то на него действует сила

1) $2 \cdot 10^{-17}$Н 2) $2{,}2 \cdot 10^{-16}$Н 3) $2 \cdot 10^{-16}$Н 4) $1{,}6 \cdot 10^{-17}$Н 5) 0

Т3.20 Если электрон со скоростью 10^7м/с движется одновременно в электрическом и магнитном полях с напряженностями 1000 В/м и 100 А/м перпендикулярно их линиям, то на него будет действовать сила

1) $4 \cdot 10^{-17}$Н 2) $26 \cdot 10^{-17}$Н 3) $20 \cdot 10^{-17}$Н 4) $16 \cdot 10^{-17}$Н 5) $36 \cdot 10^{-17}$Н

Т3.21 Если электрон, пройдя ускоряющую разность потенциалов 100В, движется в магнитном поле с индукцией 10^{-4}Тл перпендикулярно его линиям индукции, то на него действует сила

1) $9{,}5 \cdot 10^{-17}$Н 2) $1{,}6 \cdot 10^{-17}$Н 3) $1{,}6 \cdot 10^{-15}$Н 4) $5{,}9 \cdot 10^{-17}$Н 5) $7{,}8 \cdot 10^{-16}$Н

Т3.22 Если в магнитное поле с напряженностью $100\frac{\text{А}}{\text{м}}$ перпендикулярно его линиям индукции поместить проводник длиной 1м и током 1А, то на него действует сила

1) $12{,}6 \cdot 10^{-7}$Н 2) $3{,}1 \cdot 10^{-5}$Н 3) $12{,}6 \cdot 10^{-5}$Н 4) 10^2Н 5) 10^{-7}Н

Т3.23 Если в магнитном поле с напряженностью $10^5 \frac{\text{А}}{\text{м}}$ перпендикулярно его линиям индукции на тонкой непроводящей нити висит проводник длинной 1см, массой 10г, и током 50А, то на нить действует сила

1) $0{,}63 \cdot 10^{-1}$Н 2) $0{,}37 \cdot 10^{-1}$Н 3) $0{,}37 \cdot 10^{-1}$Н 4) $1{,}0 \cdot 10^{-1}$Н 5) $1{,}63 \cdot 10^{-1}$Н

Т3.24 Если в магнитное поле с напряженностью $100\frac{\text{А}}{\text{м}}$ параллельно его линиям индукции поместить проволочный виток радиусом 5см, то магнитный поток через него равен

1) 0,56мВб 2) 0,78мВб 3) $1 \cdot 10^{-1}$Вб 4) 0 5) 0,78Вб

Т3.25 Если в магнитное поле с напряженностью $500\frac{\text{А}}{\text{м}}$ перпендикулярно его линиям индукции поместить проволочный виток радиусом 0,5см, то магнитный поток через него равен

1) 1мВб 2) 0,8мкВб 3) 0,05мкВб 4) 1мкВб 5) 0

Т3.26 Если проволочный виток с током 1А и радиусом 5см, находящийся в магнитном поле с напряженностью $100\frac{\text{А}}{\text{м}}$ параллельно его линиям, повернуть на угол 60^0 относительно вектора индукции, то при этом нужно совершить работу равную

1) 0,8мкДж 2) 0,7мДж 3) 0,5мкДж 4) 1мкДж 5) 0,5Дж

Задачи для контрольных работ

3.1

Электрон, ускоренный электрическим полем с разностью потенциалов $U = 0{,}5\text{кВ}$, движется параллельно длинному прямолинейному проводнику на расстоянии $r = 1\,\text{см}$ от него. Определить силу F, действующую на электрон, если по проводнику течет ток $I = 10\text{А}$.

3.2

Протон, ускоренный электрическим полем на расстоянии $d = 1\text{см}$, движется в однородном магнитном поле с магнитной индукцией $B = 2\,\text{мТл}$, по окружности с радиусом $R = 1{,}6\,\text{м}$.Определить напряженность Е электрического поля.

3.3

Электрон, в однородном магнитном поле с магнитной индукцией $B = 2\,\text{мТл}$, движется по круговой орбите радиусом $R = 15\text{см}$. Определить магнитный момент p_m кругового тока.

3.4

Электрон, со скоростью $\upsilon = 10^6\,\text{м/с}$, влетает в однородное магнитное поле с напряженностью Н=$1.5\,\text{кА/м}$ под углом $\alpha = 60^\circ$, к его направлению и начинает двигаться по спирали. Определить шаг h и радиус R витка спирали.

3.5

Электрон в атоме водорода движется вокруг ядра по круговой орбите радиусом $r = 52{,}8 \cdot 10^{-12}\text{м}$ и скоростью $\upsilon = 10^6\,\text{м/с}$. Определить магнитную индукцию В поля, создаваемого электроном в центре его круговой орбиты.

3.6

Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1\,\text{Тл}$ по окружности. Определить угловую скорость ω вращения электрона.

3.7

Электрон, со скоростью $\upsilon = 10^6\,\text{м/с}$, движется в однородном магнитном поле перпендикулярно его линиям индукции. Определить нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорение электрона, если индукция магнитного поля $B = 0{,}1\,\text{мТл}$.

3.8

В однородном магнитном поле перпендикулярно его линиям индукции движется прямой проводник длиной L= 40см. Определить силу F, действующую на свободный электрон проводника, если возникающая на его концах разность потенциалов составляет $\Delta\varphi$ =10мкВ.

3.9

Прямоугольная рамка со сторонами $a = 40\text{см}$ и $b = 30\,\text{см}$ расположена в одной плоскости с бесконечным прямолинейным проводом с током $I = 6\,\text{А}$. Определить силу F, притягивающую рамку к проводу, если ближайшая к проводу сторона рамки находится на расстоянии $c = 10$ см, а ток в ней имеет такое же направление и величину, что и в проводе.

3.10

По тонкому проволочному полукольцу радиусом $R = 50$ см, расположенному в магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл, течет ток $I = 1$ А. Определить силу F растягивающую полукольцо.

3.11

Определить силу тока I в катушке, длиной l=10см и плотностью витков $n = 8\frac{\text{вит}}{\text{см}}$ и радиусом R= 2см, если магнитный поток через нее $\Phi = 2{,}5$ мкВб.

3.12

В однородном магнитном поле помещена квадратная рамка со стороной $a = 10$ см. Плоскость рамки составляет с направлением магнитного поля угол $\beta = 60^\circ$, а магнитный поток, пронизывающий рамку $\Phi = 0{,}6$ Вб. Определить напряженность H магнитного поля.

3.13

Площадь поперечного сечения соленоида $S = 1$ см^2, его длина $l = 12{,}5$ см и магнитный момент $p_m = 0{,}1$ А $\cdot$ м^2. Определить индукцию B магнитного поля в центре соленоида.

3.14

В одной плоскости с прямолинейным бесконечным проводом расположена квадратная рамка со стороной $a = 10$ см. Две стороны рамки параллельны проводу, а расстояние от провода до ближайшей стороны рамки равно d=5см. Магнитный поток, пронизывающий рамку, равен $\Phi = 0{,}5$мкВб. Определить силу тока I в прямолинейном проводе.

3.15

Прямой провод длиной l=20см и с током $I = 5$А, находящийся в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$Тл, расположен перпендикулярно линиям магнитной индукции. Определить работу A сил поля, под действием которых проводник переместится на расстоянии d=2см.

3.16

Квадратный проводящий контур, по которому течет ток $I = 10$А, свободно подвешен в однородном магнитном поле с магнитной индукцией $B = 0{,}2$Тл. При повороте контура на 180° вокруг оси, перпендикулярной направлению магнитного поля, совершена работа $A = 0{,}16$Дж. Определить площадь S контура.

3.17

В однородном магнитном поле с магнитной индукцией $B = 0.2$Тл находится квадратный проводящий контур со стороной $l = 20$см и током $I = 10$А. Плоскость контура составляет с направлением поля угол $\alpha = 30^\circ$. Определить работу A удаления контура за пределы поля.

3.18

Круговой проводящий контур радиусом $r = 5$см находится в магнитном поле так, что плоскость контура перпендикулярна направлению поля. Напряженность поля H=10 кА/м. При повороте контура на 90° вокруг оси, совпадающей с диаметром контура, совершена работа $A = 100$мкДж. Определить ток I, протекающий по контуру.

3.19

В однородном магнитном поле с магнитной индукцией $B = 1$Тл находится плоская катушка из N=100 витков радиусом $r = 10$см. Плоскость катушки с направлением поля составляют угол $\beta = 60^\circ$. По катушке течет ток $I = 10$А. Определить: 1) вращающий момент M, действующий на катушку; 2) работу A для удаления этой катушки из магнитного поля.

3.20

Круглая рамка с током и площадью $S = 15 см^2$ закреплена параллельно магнитному полю с индукцией $B = 0,1 Тл$. На рамку действует вращающий момент $M = 0,45 мН \cdot м$. Определить силу тока I в рамке.

3.21

По прямому горизонтально расположенному проводу пропускают ток I_1=10 А. Под ним на расстоянии R=1,5 см находится параллельный ему алюминиевый провод, по которому пропускают ток I_2=1,5 А. Определить, какой должна быть площадь S поперечного сечения алюминиевого провода, чтобы он удерживался незакрепленным.

3.22

Два бесконечных прямолинейных параллельных проводника с токами одного направления I_1=I_2=10А находятся на расстояние R дуг от друга. Определить работу А, рассчитанную на единицу длины проводников, которую нужно совершить, чтобы раздвинуть их на расстояние 2R.

3.23

По контуру из провода в виде квадрата со стороной a=0,5 м течет ток с силой I=1А. Контур расположен в одной плоскости с прямолинейным бесконечным проводом, так, что две его стороны параллельны проводу, а действующая на него сила - F=4 мкН. Определить силу тока I в проводе, если ближайшая к нему сторона контура находится на расстоянии b=10 см.

3.24

По двум бесконечно длинным параллельным проводам, находящимся на расстоянии R= 10 см, текут токи I_1=20А и I_2=30А одинакового направления. Определить магнитную индукцию В поля, создаваемого токами в точках, лежащих на прямой, соединяющей оба провода: 1) на расстоянии r_1= 2 см левее правого провода, 2) на расстоянии r_2= 3 см правее правого провода, 3)на расстоянии r_3= 4 см правее левого провода.

3.25

По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам, расстояние между которыми d = 20см, текут токи I_1 = 40А и I_2 =80А в одном направлении. Определить магнитную индукцию В в точке, удаленной от первого проводника на r_1=12см, а от второго - на r_2=16 см.

3.26

По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводникам, расстояние между которыми d = 15см, текут токи I_1= 70А I_2= 50А в противоположных направлениях. Определить магнитную индукцию В в точке, удаленной на r_1=20см от первого и r_2=30см от второго проводника.

3.27

Напряженность магнитного поля в центре кругового витка Н=150А/м, магнитный момент p_m=1,5А $м^2$. Определить радиус R витка и силу тока I в нем.

3.28

В однородном магнитном поле с индукцией В = 1Тл находится квадратная рамка со стороной а = 10 см, по которой течет ток I = 4А. Плоскость рамки перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить работу А, которую необходимо затратить для поворота рамки относительно оси, проходящей через середину её противоположных сторон на углы: 1) 90^o 2) 180^o 3) 360^o.

3.29

Тонкое кольцо массой m=10г, радиусом R = 8см несет заряд, равномерно распределенный с линейной плотностью τ = 10нКл/м. Кольцо равномерно вращается с частотой ν =15$с^{-1}$ относительно оси, перпендикулярной плоскости кольца и проходящей через его центр. Определить: 1) магнитный момент p_m кругового тока, создаваемого кольцом; 2) отношение $\frac{P_m}{L}$ магнитного момента к моменту импульса кольца.

3.30

Принимая, что электрон в атоме водорода движется по круговой орбите, определить отношение $\frac{P_m}{L}$ магнитного момента кругового тока к моменту импульса орбитального движения электрона.

3.31

Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого отрезком бесконечно длинного провода, в точке равноудаленной от концов отрезка и находящейся на расстоянии R=4см от его середины. Длина отрезка провода l = 20см, а сила тока в проводе I = 10А.

3.32

Проволочная квадратная рамка с током I и стороной a = 15см, создает в центре напряжённость магнитного поля H = 30А/м. Определить силу тока I в рамке.

3.33

Определить магнитную индукцию B в центре кругового проволочного витка радиусом R= 10см, по которому течет ток I = 1А.

3.34

Определить магнитную индукцию B на оси тонкого проволочного кольца радиусом R=5см, по которому течет ток I = 10А, в точке , расположенной на расстоянии d=10см от центра кольца.

3.35

Определить магнитную индукцию B_d на оси тонкого проволочного кольца радиусом R=10 см в точке, расположенной на расстоянии d = 20см от центра кольца, если при протекании тока по кольцу в его центре индукция B = 50мкТл.

3.36

Круговой виток радиусом R = 15см расположен относительно бесконечно длинного провода так, что его плоскость параллельна проводу. Перпендикуляр, восстановленный на провод из центра витка, является нормалью к плоскости витка. Сила тока в проводе I_1=1А, сила тока в витке I_2 = 5А. Расстояние от центра витка до провода d = 20см. Определить магнитную индукцию B в центре витка.

3.37

В однородном магнитном поле с индукцией B = 0,2Тл находится прямой проводник длиной l = 15см, по которому течет ток I = 5А. На проводник действует сила F = 0,13Н. Определить угол α между направлениями тока и вектором магнитной индукции.

3.38

По соленоиду диаметром D = 2см, длиной L = 3см и числом витков N = 100 течет ток I=2А. Определить и построить зависимость напряженности $H = H(x)$ магнитного поля от координаты *x* по оси соленоида, приняв ее за координатную ось OX.

3.39

В магнитном поле, индукция которого B = 50мкТл, вращается стержень длиной L=1м. Ось вращения, проходящая через один из концов стержня, параллельна направлению магнитного поля. Определить магнитный поток Ф, пересекаемый стержнем при каждом его обороте.

3.40

Внутри соленоида с количеством витков N = 200, длиной l = 10см и диаметром D=1см помещён железный сердечник. Определить и построить график зависимости $\Phi = \Phi(I)$ магнитного потока от силы тока в интервале $0 \le I \le 5A$, используя график зависимости B(H) для железа.