*Глава 1*

# ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Раздел физики, посвященный изучению взаимодействия неподвижных зарядов, осуществляемого посредством электростатического поля, называется **электростатикой**.

## 1.1. Электрический заряд и электрическое поле

Слово электричество происходит от греческого названия янтаря – «электрон». Известно, что если потереть янтарь куском ткани, то он будет притягивать легкие предметы. Притягивать предметы после натирания, облучения, соприкосновения могут, кроме янтаря, стеклянные или эбонитовые палочки, линейки из пластмассы и плексигласа и предметы из других материалов. **Электризация –** процесс получения электрически заряженных макроскопических тел из электрически нейтральных. Заряд служит мерой наэлектризованности тела. В дальнейшем под словом «заряд» будем понимать «заряженное тело».

Основные свойства электрического заряда.

- Имеется два вида электрических зарядов, условно называемых *отрицательными* и *положительными*.
- В незаряженных телах всегда есть заряды противоположных знаков и в таких количествах, что их сумма равна нулю.
- Внутри замкнутой системы тел при любых взаимодействиях алгебраическая сумма электрических зарядов остается постоянной. При электризации тел (например, трением) электризуются оба тела, притом всегда одно из них положительно, а другое – отрицательно.
- При взаимодействии заряды одного знака отталкиваются, противоположного знака – притягиваются.
- Существуют как положительные, так и отрицательные минимальные электрические заряды, равные по модулю элементарному заряду $e = 1{,}6726 \cdot 10^{-19}$ Кл (меньше их в природе не обнаружено). Положительный элементарный электрический заряд имеет протон, отрицательный – электрон. Известны и другие элементарные частицы, имеющие минимальный заряд.
- Заряды дискретны. Это означает, что любой отрицательный заряд кратен заряду электрона, а любой положительный заряд кратен заряду протона $q = \pm Ne$.
- Электрический заряд определяет интенсивность электромагнитных взаимодействий (чем больше заряды тел, тем больше модуль силы взаимодействия между ними).

*Точечный заряд* – заряженное тело, размерами которого можно пренебречь в условиях данной задачи по сравнению с расстоянием от этого тела до других тел, несущих электрический заряд.

Часто заряд нельзя считать точечным. Рассмотрим абсолютно твердое тело, имеющее заряд q. Мысленно разобьем это тело на N частей и пронумеруем каждую из них от 1 до N. Номер произвольной части тела будем обозначать буквой «i» (рис. 1.1). Заряды, сосредоточенные на малых телах конечных размеров, обозначаются $\Delta q_i$, на бесконечно малых – dq.

*Средняя объемная плотность заряда* выбранной части тела – это отношение заряда $\Delta q$ к объему $\Delta V$, в котором сосредоточен этот заряд

$$\rho_{ср} = \frac{\Delta q}{\Delta V}.$$

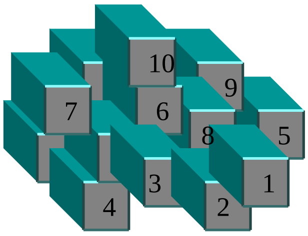


Рис. 1.1

При рассмотрении полей, создаваемых макроскопическими зарядами (т.е. зарядами, образованными огромным числом элементарных зарядов), отвлекаются от дискретной (прерывистой) структуры этих зарядов и считают их распределенными в пространстве непрерывным образом с конечной плотностью. **Объемная плотность заряда** $\rho$ в данной точке определяется как предел отношения заряда $\Delta q$ к физически малому объему $\Delta V$, в котором заключен этот заряд, при стремлении границы объема к данной точке

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} = \frac{dq}{dV}. \qquad (1.1)$$

Под физически малым объемом $\Delta V$ понимают объем, который, с одной стороны, достаточно мал для того, чтобы плотность в его пределах можно было считать одинаковой, а с другой стороны, достаточно велик для того, чтобы не могла проявиться дискретность заряда.

Если все заряды сложить, то получим полный заряд q. Сложение конечных зарядов можно представить в виде суммы

$$q = \sum_{i=1}^{N} \Delta q_i,$$

а бесконечно малых – в виде интеграла

$$q = \int_V dq.$$

Бесконечно малый заряд можно выразить

$$dq = \rho(x,y,z)dV = \rho(x,y,z)\,dxdydz. \qquad (1.2)$$

Чтобы найти весь заряд, заключенный в объеме V, надо проинтегрировать по всему объему

$$q = \int_V dq = \int_V \rho dV. \tag{1.3}$$

В частном случае, когда заряд *равномерно* распределен по всему телу и объемная плотность заряда постоянная, ρ можно вынести за знак интеграла

$$q = \rho\int_V dV = \rho V. \tag{1.4}$$

Таким образом, если трехмерное тело заряжено равномерно, то объемная плотность заряда ρ определяется соотношением

$$\rho = \frac{q}{V}. \tag{1.5}$$

Если заряд сосредоточен на поверхности S (рис.1.2), распределение заряда можно охарактеризовать с помощью **поверхностной плотности** σ, которая определяется выражением

$$\sigma = \frac{dq}{dS}. \tag{1.6}$$

Здесь dq – заряд, заключенный в слое площади dS. Под dS подразумевается физически бесконечно малый участок поверхности.
Из данного уравнения следует, что

$$dq = \sigma\, dS. \tag{1.7}$$

Чтобы найти полный заряд, распределенный по всей поверхности, надо сложить все заряды (для бесконечно малых величин dq это значит, что надо проинтегрировать)

$$q = \int_S dq = \int_S \sigma dS \tag{1.8}$$

В частном случае, когда заряд *равномерно* распределен по всей поверхности, σ можно вынести за знак интеграла

$$q = \sigma\int_S dS = \sigma S. \tag{1.9}$$

Следовательно, если поверхность заряжена равномерно, то поверхностная плотность заряда σ определяется соотношением

$$\sigma = \frac{q}{S}. \tag{1.10}$$

Если в задаче рассматривается участок линии, достаточно использовать лишь одно измерение – его длину L. Разбив участок длиной L с зарядом q на физически малые элементы длины dL, на которых сосредоточены заряды dq, введем *линейную плотность заряда* λ

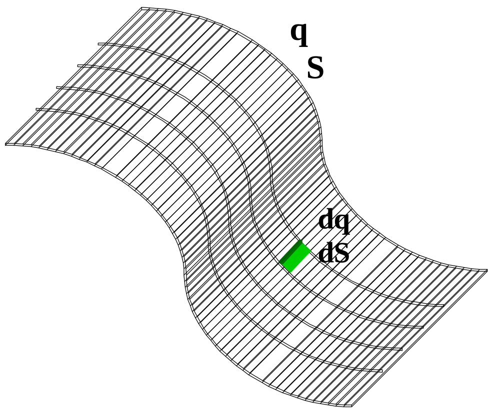



Рис. 1.2

$$\lambda = \frac{dq}{dL}. \tag{1.11}$$

Из этого соотношения следует, что

$$dq = \lambda\, dL. \tag{1.12}$$

Интегрируя по всей длине L, получим полный заряд

$$q = \int_L dq = \int_L \lambda dL. \tag{1 .13}$$

Если заряд равномерно распределен по всей линии, то

$$q = \int_L \lambda dL = \lambda \int_L dL = \lambda L. \tag{1.14}$$

В этом случае линейная плотность заряда λ – численно равна заряду q, приходящемуся на единицу длины проводника L

$$\lambda = \frac{q}{L}. \tag{1.15}$$

Взаимодействие между зарядами осуществляется через **электрическое поле**. Всякий заряд изменяет свойства окружающего его пространства – создает в нем электрическое поле. Это поле проявляет себя в том, что на помещенный в какую-либо точку электрический заряд действует сила. Следовательно, для того чтобы выяснить, имеется ли в данном месте электрическое поле, нужно поместить туда заряженное тело (**пробный заряд**) и установить, испытывает оно действие электрической силы или нет. По величине силы, действующей на данный заряд, можно судить об «интенсивности» поля. Чтобы сила, действующая на пробный заряд, характеризовала поле «в данной точке», пробный заряд должен быть точечным.

### *Вопросы и задания для самопроверки*

1. Перечислить основные свойства заряда.
2. Дать определение элементарного заряда.
3. Как связан произвольный заряд q с элементарным зарядом?
4. Какой заряд называется точечным?
5. Каким образом из протяженного заряда можно получить систему точечных зарядов?
6. Дать определение объёмной, поверхностной и линейной плотностей заряда.
7. Сколько измерений имеют прямой тонкий длинный провод и провод, свернутый в кольцо?
8. Определить размерности тонкого плоского листа бумаги и сделанных из него трубки, диска и сферы.
9. Сколько измерений имеет сплошной короткий толстый стержень и сплошной шар?
10. По какой формуле можно найти объёмную плотность заряда протяженного тела, если оно заряжено неравномерно?

## 1.2. Закон Кулона

Закон, по которому определяется сила взаимодействия точечных зарядов, впервые экспериментально установил Кулон (рис. 1.3). В результате своих опытов он пришел к выводу, что **модуль силы взаимодействия двух точечных зарядов пропорционален модулям зарядов и обратно пропорционален квадрату расстояния между ними**

$$|F| \sim \frac{|q_1||q_2|}{r^2}. \qquad (1.16)$$

**Сила Кулона направлена вдоль прямой, проходящей через заряды.** В векторном виде закон Кулона записывается следующим образом:

$$\vec{F} = \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}\vec{e}, \qquad (1.17)$$

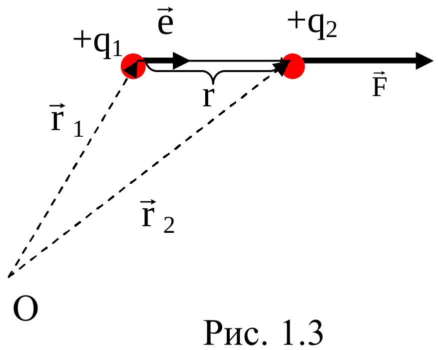



Рис. 1.3

где заряд $q_1$, находящийся в точке с радиус-вектором $\vec{r}_1$, действует на заряд $q_2$ в точке с радиус-вектором $\vec{r}_2$ с силой $\vec{F}$; r – расстояние между зарядами; $\vec{e}$ - единичный вектор, имеющий направление от заряда $q_1$ к заряду $q_2$; ε - относительная диэлектрическая проницаемость среды, характеристика среды, в которой действует электростатическое поле (в вакууме ε = 1, подробнее о ней написано в пункте 1.12.2); k – коэффициент пропорциональности, численно равный силе взаимодействия единичных зарядов в вакууме на расстоянии, равном единице длины. В системе СИ величина заряда измеряется в кулонах (Кл), расстояние в метрах (м), а коэффициент пропорциональности

$$k = 1/\,4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9\ \text{Н·м}^2/\text{Кл}^2. \qquad (1.18)$$

Величину $\varepsilon_0$ называют электрической постоянной

$$\varepsilon_0 = 0{,}885 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2}. \tag{1.19}$$

***Вопросы и задания для самопроверки***

1. Сформулировать закон Кулона.
2. Как направлена сила взаимодействия одноименно заряженных тел? Изменится ли направление силы Кулона, если тела зарядить разноименно?
3. Написать формулу для вычисления силы, действующей в вакууме на отрицательный точечный заряд, модуль которого равен $q_1$, помещенный на расстояние r от положительного точечного заряда $q_2$.
4. Как изменится сила взаимодействия двух точечных зарядов, если расстояние между ними увеличится?

## 1.3. Напряженность электрического поля

Исследуем с помощью точечного пробного заряда $\pm q_2$ поле, создаваемое точечным зарядом $\pm q_1$. В точке, положение которой относительно заряда $q_1$ определяется радиус-вектором $r\vec{e}$, на заряд $q_2$ действует сила $\vec{F}$ (рис. 1.4).

Запишем закон Кулона

$$\vec{F} = q_2 \frac{k}{\varepsilon} \frac{q_1}{r^2} \vec{e}, \tag{1.20}$$

и представим его в виде

$$\vec{F} = q_2 \vec{E}. \tag{1.21}$$

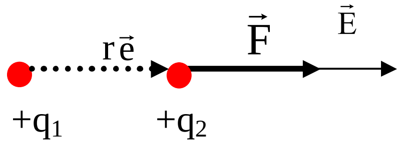


Рис. 1.4

Теперь его можно прочитать так: сила взаимодействия двух точечных зарядов $q_1$ и $q_2$ равна произведению второго заряда на некий вектор $\vec{E}$, зависящий только от первого заряда и от расстояния до него. Этот вектор является характеристикой свойств электрического поля, созданного зарядом $q_1$. Отношение $\vec{E} = \vec{F}/q_2$ называют **напряженностью электростатического поля**

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_2} = \frac{k}{\varepsilon} \frac{q_1}{r^2} \vec{e}. \tag{1.22}$$

Если в этой формуле положить $q_2 = +1$ Кл, то $\vec{E}$ по величине и направлению совпадает с силой $\vec{F}$. Таким образом, **напряженность электростатического**

**поля в некоторой точке является векторной величиной, численно равной силе, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в эту точку, и имеющей направление этой силы.**

***В о п р о с ы  и  з а д а н и я  д л я  с а м о п р о в е р к и***

1. В каких точках пространства заряженное тело создаёт электрическое поле?
2. Если заряд находится в Екатеринбурге, то есть ли поле этого заряда в Вашингтоне? Определить напряженность электрического поля, созданного на бесконечно большом расстоянии от точечного заряда.
3. Какой векторной величиной можно характеризовать электрическое поле?
4. Как определить направление вектора напряжённости электрического поля?
5. Написать формулу для расчёта напряжённости электрического поля, созданного точечным зарядом q на расстоянии r.

## 1.4. Работа сил электростатического поля[1]

Вычислим работу силы Кулона на элементарном пути dL (рис. 1.5)

$$dA = (\vec{F}\, d\vec{L}).$$

В скобках записано скалярное произведение векторов $\vec{F}$ и $d\vec{L}$. Если $\alpha$ - угол между этими векторами, то

$$dA = F\, dL \cos\alpha, \qquad (1.23)$$

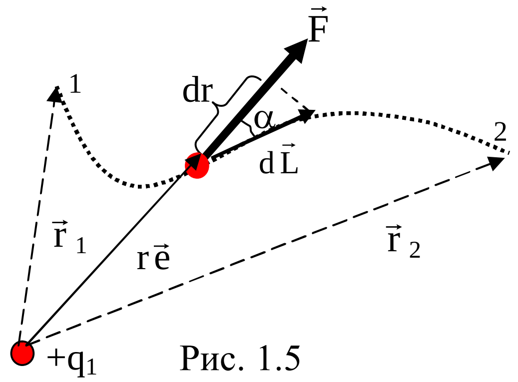


Рис. 1.5

В случае перемещения заряда $q_2$ в поле заряда $q_1$

$$dA = \frac{kq_1q_2}{\varepsilon r^2}\, dL \cos\alpha.$$

Учтем, что $dL \cos\alpha = dr$

$$dA = \frac{kq_1q_2}{\varepsilon r^2}\, dr.$$

Отсюда для работы сил электрического поля на пути *1 – 2* получается выражение

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \frac{kq_1q_2}{\varepsilon r^2}\, dr = \frac{kq_1q_2}{\varepsilon} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2},$$

•

[1] Перед началом изучения данного параграфа рекомендуется повторить главу 3 учебно-методического пособия «Курс общей физики. Механика».

$$A = \frac{kq_1q_2}{\varepsilon r_1} - \frac{kq_1q_2}{\varepsilon r_2}. \qquad (1.24)$$

Этот результат свидетельствует о том, что работа не зависит от формы пути, по которому перемещается в электрическом поле заряд $q_2$, а зависит лишь от начального и конечного положений этого заряда (от $r_1$ и $r_2$). Из механики известно, что силовое поле, работа в котором определяется только начальным и конечным положениями тела, называется консервативным. Следовательно, **электростатическое поле является консервативным** или **потенциальным.** Силы, действующие на заряд $q_2$ в поле неподвижного заряда $q_1$, являются консервативными (потенциальными). Работа консервативных сил по замкнутому пути равна нулю

$$A_{\substack{\text{замкнутый}\\ \text{путь}}} = \oint_L \vec{F}\cdot d\vec{L} = q\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{L} \equiv 0 .$$

**Циркуляцией вектора напряжённости электрического поля** вдоль замкнутого контура L, проведённого в поле, называется линейный интеграл

$$\oint_L \vec{E}d\vec{L} = \oint_L EdL\cos(\vec{E},d\vec{L}) .$$

Для электростатического поля справедлива теорема о циркуляции: **циркуляция вектора напряженности электростатического поля равна нулю**

$$\oint_L \vec{E}d\vec{L} = \oint_L EdL\cos(\vec{E},d\vec{L}) = 0 .$$

Это соотношение, выражающее потенциальный характер электростатического поля, справедливо как для поля в вакууме, так и в веществе.

Тело, находящееся в потенциальном поле сил, обладает потенциальной энергией, за счет которой совершается работа силами поля. Следовательно, работа (1.24) может быть представлена как разность значений потенциальной энергии, которыми обладал заряд $q_2$ в точках *1* и *2* поля заряда $q_1$

$$A = W_{п1} - W_{п2}.$$

Отсюда для потенциальной энергии получаем

$$W_п = \frac{kq_1q_2}{\varepsilon r} + C.$$

Значение константы C обычно выбирается таким образом, чтобы при удалении заряда на бесконечность ($r \to \infty$) его потенциальная энергия обращалась в ноль. При этом условии получается, что

$$W_п = \frac{kq_1q_2}{\varepsilon r}. \qquad (1.25)$$

***<u>Вопросы и задания для самопроверки</u>***

1. От каких физических величин зависит работа силы при перемещении заряда $q_2$ в поле точечного заряда $q_1$? Зависит ли она от формы траектории?
2. Записать формулу для вычисления потенциальной энергии взаимодействия двух точечных зарядов $q_1$ и $q_2$, находящихся на расстоянии *a* друг от друга.
3. Каким образом обычно выбирается значение константы в выражении для потенциальной энергии взаимодействия двух точечных зарядов?
4. На каком основании силу Кулона можно отнести к консервативным силам?
5. Дать определение циркуляции вектора напряженности вдоль замкнутого контура. Обобщить понятие циркуляции для произвольного вектора. В каком случае циркуляция произвольного вектора по замкнутому контуру равна нулю?

## 1.5. Потенциал электростатического поля

Из уравнения (1.24) следует, что

$$A = q_2\left(\frac{kq_1}{\varepsilon r_1} - \frac{kq_1}{\varepsilon r_2}\right). \qquad (1.26)$$

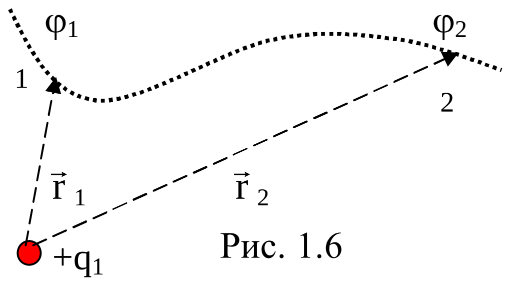


Рис. 1.6

Работа силы при перемещении заряда $q_2$ в поле точечного заряда $q_1$ пропорциональна произведению величины перемещаемого заряда и разности значений отношения $\frac{q_1}{r}$ в начальной и конечной точках траектории, по которой перемещается заряд.

Введем функцию φ, определяемую равенством

$$\varphi = \frac{A}{q_2}. \qquad (1.27)$$

Она называется потенциалом электростатического поля, созданного точечным зарядом $q_1$. **Потенциалом φ(r) электрического поля в данной точке называется отношение к этому заряду работы внешних сил, затраченной на перемещение пробного заряда из бесконечности в данную точку.** Потенциал не зависит от величины пробного заряда $q_2$ и используется наряду с напряженностью для описания электрических полей. Потенциал электростатического поля в точке, удаленной от заряда на бесконечность, равен нулю. В точке *1* (рис. 1.6) его значение

$$\varphi_1 = \frac{kq_1}{\varepsilon r_1},$$

в точке *2* –

$$\varphi_2 = \frac{kq_1}{\varepsilon r_2}.$$

Формула (1.26) принимает вид

$$A = q_2(\varphi_1 - \varphi_2) = q_2\,\Delta\varphi = q_2U. \qquad (1.28)$$

**Работа сил поля при перемещении заряда численно равна произведению его величины и разности потенциалов в начальной и конечной точках.** Разность потенциалов $U = \varphi_1 - \varphi_2$ называется электрическим **напряжением** между точками *1* и *2*.

***Вопросы и задания для самопроверки***

1. Записать выражение, которым определяется потенциал точечного заряда.
2. В чем заключается физический смысл потенциала?
3. Какой знак имеет потенциал, если электростатическое поле создаёт отрицательный заряд?
4. Написать формулу для расчета потенциала, созданного зарядом dq в точке, находящейся в вакууме на расстоянии r от заряда.
5. Как изменится выражение (1.28), если константа C будет отлична от ноля? Почему?

## 1.6. Связь между электрическим потенциалом и напряженностью электрического поля

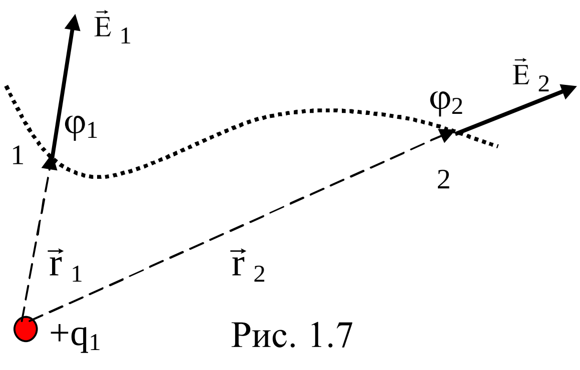



Рис. 1.7

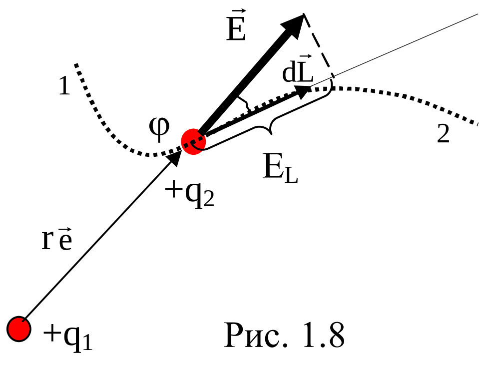



Рис. 1.8

Электрическое поле, обусловленное тем или иным распределением зарядов, можно характеризовать вектором напряженности и потенциалом (рис. 1.7). Очевидно, что между этими величинами существует связь. Действительно, работа сил поля над зарядом $q_2$ на отрезке пути dL (рис. 1.8) может быть представлена, с одной стороны, как $q_2E_LdL$, где $E_L$ – проекция вектора $\vec{E}$ на направление элементарного перемещения $d\vec{L}$, с другой стороны – как убыль потенциальной энергии заряда, то есть $d(q_2\varphi) = -q_2 \frac{\partial\varphi}{\partial L} L$. Приравнивая эти выражения, получим

$$q_2 E_L \, dL = -q_2 \frac{\partial\varphi}{\partial L} dL,$$

Отсюда находим, что

$$E_L = -\frac{\partial\varphi}{\partial L}.$$

Для проекций вектора $\vec{E}$ на координатные оси получим

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z},$$

откуда

$$\vec{E} = \vec{i} E_x + \vec{j} E_y + \vec{k} E_z = -(\vec{i} \frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial\varphi}{\partial z}).$$

Выражение, стоящее в скобках, называется **градиентом скалярной функции φ** и обозначается grad φ или $\nabla\varphi$. Используя обозначение градиента, можно написать

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi = -\nabla\varphi. \qquad (1.29)$$

Таким образом, **напряженность электрического поля равна градиенту потенциала, взятому с обратным знаком**.

Градиент некоторой скалярной функции $\varphi(x,y,z)$ есть векторная величина, обладающая следующими свойствами. Направление градиента совпадает с направлением, в котором при перемещении из данной точки функция φ возрастает с наибольшей скоростью. Частные производные $\frac{\partial\varphi}{\partial x}$, $\frac{\partial\varphi}{\partial y}$, $\frac{\partial\varphi}{\partial z}$ представляют собой проекции градиента на координатные оси x, y, z.

Формула (1.29) позволяет по известным значениям φ найти напряженность поля в каждой точке. Можно решить и обратную задачу, по заданным значениям вектора $\vec{E}$ в каждой точке найти разность потенциалов между двумя произвольными точками поля

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_L \, dL. \qquad (1.30)$$

Интеграл в правой части можно считать по любой линии, соединяющей точки *1* и *2*.

***Вопросы и задания для самопроверки***

1. Записать выражение, связывающее между собой электрический потенциал и напряженность электростатического поля.
2. Дать определение градиента скалярной функции.
3. Как направлен вектор grad φ? Почему интеграл в выражении (1.30) можно считать по любой линии, соединяющей точки *1* и *2*?
4. Чему равен интеграл в выражении (1.30), если его считать по замкнутой линии?

## 1.7. Принцип суперпозиции

Сила, с которой система зарядов действует в произвольной точке на внесенный в нее пробный заряд, равна векторной сумме сил, с которыми каждый из зарядов системы в отдельности действует на пробный

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \,.$$

Это соотношение представляет собой *принцип суперпозиции (наложения) сил.* Он подтвержден экспериментально, и исключений из него не наблюдается. Учитывая, что $\vec{F} = q\vec{E}$, получим *принцип суперпозиции для напряженности* – напряженность $\vec{E}$ электрического поля, создаваемого в данной точке несколькими точечными зарядами, равна векторной сумме напряженностей, создаваемых в этой точке каждым зарядом в отдельности

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i \,. \qquad (1.31)$$

*Принцип суперпозиции для потенциала* – потенциал φ электрического поля, создаваемого в точке несколькими точечными зарядами, равен алгебраической сумме потенциалов полей, создаваемых в этой точке каждым зарядом в отдельности

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \ldots = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i \,. \qquad (1.32)$$

Принцип суперпозиции электрических полей наряду с законом Кулона является основным законом электростатики. Он позволяет вычислить напряженность и потенциал поля любой системы зарядов в любой точке пространства.

***Вопросы и задания для самопроверки***

1. В чем заключается принцип суперпозиции электростатических полей?

2. Написать соотношение для вычисления силы, действующей на заряд $+q_1$, если известны силы, действующие на этот заряд со стороны зарядов $+q_2$ и $-q_3$. Это соотношение векторное или скалярное? Сделать чертеж, отметив на нем заряды и силы.
3. По какой формуле вычисляется напряженность электрического поля в произвольной точке, если известны напряженности точечных зарядов $+q_1$ , и $-q_2$, создающих поле в этой точке? Данное равенство векторное или скалярное? Выполнить чертеж.
4. Написать формулу для вычисления потенциала электрического поля в произвольной точке, если известны потенциалы точечных зарядов $+q_1$, и $-q_2$, создающих поле в этой точке. Данное соотношение векторное или скалярное? Сделать чертеж.

## 1.8. Электрический диполь

*Электрический диполь – система двух одинаковых по величине разноименных точечных зарядов* $+q$ *и* $-q$*, расстояние между которыми* $L$. Прямая, проходящая через оба заряда, называется *осью диполя.*

Для определения ориентации диполя в пространстве вводят вектор $\vec{L}$, проведенный от $-q$ к $+q$, и *дипольный электрический момент*

$$\vec{p} = q\vec{L}. \qquad (1.33)$$

Из соотношения (1.33) видно, что направление дипольного момента совпадает с направлением вектора $\vec{L}$.

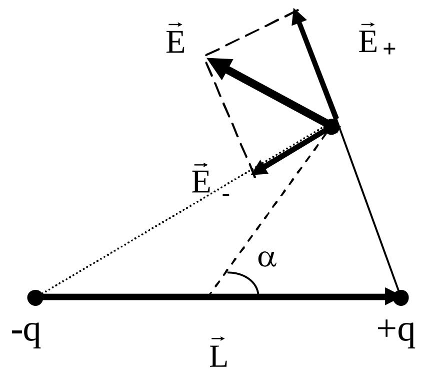


Рис. 1.9

Напряженность $\vec{E}$ в произвольной точке пространства представляет собой суперпозицию напряженностей $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$, создаваемых точечными зарядами $+q$ и $-q$ в этой точке (рис. 1.9). Пользуясь принципом суперпозиции полей, можно показать, что в приближении $r >> L$ величина напряженности поля диполя в произвольной точке вычисляется по формуле

$$E = \frac{kp}{r^3}\sqrt{1+3\cos^2\alpha}. \qquad (1.34)$$

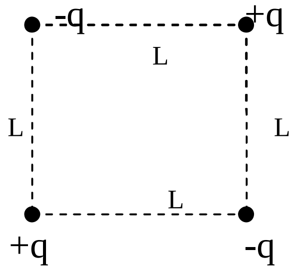


Рис. 1.10

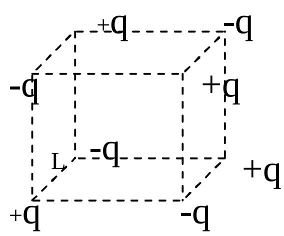


Рис. 1.11

Обратим внимание, что напряженность электрического поля, созданного точечным зарядом, убывает с расстоянием как $1/r^2$. Напряженность поля диполя убывает как $1/r^3$, то есть быстрее.

Система зарядов, изображенных на рисунке 1.10, называется *квадруполем,* а на рисунке 1.11 – *октуполем.* Напряженность поля квадруполя убывает с расстоянием как функция $1/r^4$, а октуполя - еще быстрее – как $1/r^5$. Общим для диполя, квадруполя и октуполя является то, что алгебраическая сумма образующих их зарядов равна нулю.

## *Вопросы и задания для самопроверки*

1. Дать определение электрического диполя, оси диполя, его электрического момента.
2. Дипольный момент – это вектор или скаляр?
3. Как направлен дипольный момент?
4. Чему равен полный заряд диполя?
5. Написать формулу для вычисления напряженности электрического поля диполя в приближении $r \gg L$ в произвольной точке.
6. Получить формулу для вычисления напряженности электрического поля в точке, находящейся на серединном перпендикуляре к диполю.
7. Нарисовать квадруполь и октуполь?
8. Чему равен полный заряд квадруполя и октуполя?
9. Твердое тело состоит из N октуполей. Чему равен полный заряд этого тела?

## *Примеры решения задач*

**Задача 1.1**

Сколько электронов N следует передать уединенному металлическому проводнику, чтобы он имел заряд $q = -1{,}6 \cdot 10^{-5}$ Кл?

Дано: $q = -1{,}6 \cdot 10^{-5}$ Кл.
Найти: N.
По условию задачи проводнику передаются электроны, имеющие отрицательный заряд $q_e = -e = -1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл. При этом заряд проводника также станет отрицательным

$$q = Nq_e = -Ne.$$

Отсюда находим N

$$N = -\frac{q}{e}.$$

Подставим численное значение

$$N = \frac{-1{,}6 \cdot 10^{-5}}{-1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 10^{14}.$$

Ответ: проводнику следует передать $N = 10^{14}$ электронов.

**Задача 1.2**

Сплошной куб со стороной a равномерно заряжен с объемной плотностью ρ. Найти его полный заряд q.

Дано: a; ρ.
Найти: q.

Куб – это трехмерное тело объемом $V = a^3$. Так как, по условию, оно заряжено *равномерно*, можно использовать формулу (1.5)

$$\rho = \frac{q}{V}.$$

Отсюда

$$q = \rho V.$$

Следовательно,

$$q = \rho a^3.$$

Ответ: полный заряд куба равен $q = \rho a^3$.

**Задача 1.3**

По тонкостенной сфере радиусом R = 10 см равномерно распределен заряд $q = 10^{-5}$ Кл. Найти поверхностную плотность σ заряда сферы.

Дано: R = 10 см = 0,1 м;
$q = 10^{-5}$ Кл.
Найти: σ.

Тонкостенная сфера – это двумерное тело. Так как, по условию, заряд равномерно распределен по поверхности сферы, можно использовать формулу (1.10)

$$\sigma = \frac{q}{S}.$$

Площадь поверхности сферы $S = 4\pi R^2$, следовательно,

$$\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}.$$

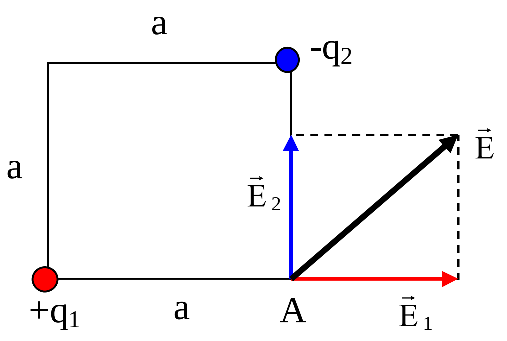
Подставим численные значения

$$\sigma = \frac{10^{-5}}{4\cdot 3{,}14\cdot(0{,}1)^2} = \frac{10^{-3}}{12{,}56} = 0{,}0796\cdot 10^{-3} \approx 8\cdot 10^{-5}\ \text{Кл/м}^2.$$

Ответ: поверхностная плотность заряда сферы $\sigma = \dfrac{q}{4\pi R^2} = 8\cdot 10^{-5}$ Кл/м$^2$.

**Задача 1.4**

В двух противоположных вершинах квадрата со стороной a = 0,3м находятся разноименные точечные заряды, величина каждого из которых q = 1 мкКл. Найти напряженность E электрического поля в третьей вершине квадрата.




Дано: a = 0,3 м;
$q = q_1 = q_2 = 1$мкКл $= 10^{-6}$ Кл.
Найти: E.

Так как свободные от зарядов вершины квадрата симметричны относительно зарядов, величины напряженностей электрического поля в этих точках одинаковы. Рассмотрим точку А, отмеченную на рисунке. Заряд $+q_1$ создает в этой точке электрическое поле, вектор напряженности которого $\vec{E}_1$ направлен от заряда, т.к. $+q_1$ положительный. Заряд $-q_2$ создает в точке А электрическое поле, вектор напряженности которого $\vec{E}_2$ направлен к заряду, так как он отрицательный. Согласно принципу суперпозиции полей результирующий вектор напряжённости в точке А

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

На чертеже вектор $\vec{E}$ строим по правилу параллелограмма. Так как угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ прямой, величину вектора $\vec{E}$ можно найти по теореме Пифагора

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}.$$

Используя формулу (1.22), запишем значения $E_1$ и $E_2$:

$$E_1 = \frac{kq_1}{a^2}, \quad E_2 = \frac{kq_2}{a^2},$$

тогда, учитывая, что $q_1 = q_2 = q$

$$E = \sqrt{\left(\frac{kq_1}{a^2}\right)^2 + \left(\frac{kq_2}{a^2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{kq}{a^2}\right)^2 + \left(\frac{kq}{a^2}\right)^2},$$

$$E = \sqrt{2\left(\frac{kq}{a^2}\right)^2} = \frac{kq}{a^2}\sqrt{2}.$$

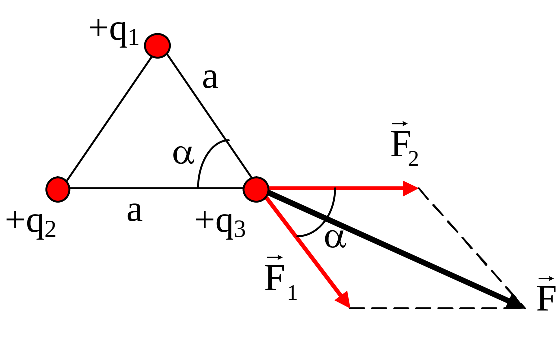
Подставим численные значения

$$E = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}41}{(0{,}3)^2} = \frac{9 \cdot 10^3 \cdot 1{,}41}{9 \cdot 10^{-2}} = 1{,}41 \cdot 10^5 \text{ В/м}.$$

Ответ: напряжённость электрического поля в третьей вершине квадрата $E = \frac{kq}{a^2}\sqrt{2} = 1{,}41 \cdot 10^5$ В/м.

**Задача 1.5**

В двух вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 0{,}3$ м, помещены положительные точечные заряды величиной $q = 1$ мкКл каждый. Найти силу F, действующую на положительный заряд $q_3 = 5$ мкКл, помещённый в третью вершину треугольника.




Дано: $a = 0{,}3$ м;

$q_1 = q_2 = q = 1$ мкКл $= 10^{-6}$ Кл;

$q_3 = 5$ мкКл $= 5 \cdot 10^{-6}$ Кл.

Найти: F.

Со стороны заряда $+q_1$, на заряд $q_3$ действует сила $\vec{F}_1$. Так как оба заряда положительные, они отталкиваются. Поскольку оба заряда точечные, можно использовать закон Кулона

$$F_1 = \frac{kq_1q_3}{a^2}.$$

Со стороны заряда $+q_2$ на заряд $+q_3$ действует сила $\vec{F}_2$. Оба заряда положительные, они отталкиваются. Заряды точечные, следовательно, можно использовать закон Кулона

$$F_2 = \frac{kq_2q_3}{a^2}.$$

Согласно принципу суперпозиции сил, результирующая сила $\vec{F}$, действующая на заряд $q_3$,

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2.$$

Величину этой силы можно найти по теореме косинусов

$$F = \sqrt{F_1{}^2 + F_2{}^2 - 2F_1F_2\cos(\pi - \alpha)},$$

$$F = \sqrt{F_1{}^2 + F_2{}^2 + 2F_1F_2\cos\alpha},$$

где $\alpha$ - угол между векторами $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$. Так как треугольник равносторонний, $\alpha = 60^0$.

$$F = \sqrt{\left(\frac{kq_1q_3}{a^2}\right)^2 + \left(\frac{kq_2q_3}{a^2}\right)^2 + 2\frac{kq_1q_3}{a^2}\cdot\frac{kq_1q_3}{a^2}\cos\alpha},$$

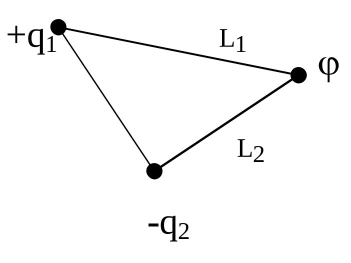
$$F = \sqrt{\left(\frac{kqq_3}{a^2}\right)^2 + \left(\frac{kqq_3}{a^2}\right)^2 + 2\left(\frac{kqq_3}{a^2}\right)^2\cos 60^0},$$

$$F = \frac{kqq_3}{a^2}\sqrt{3} = \frac{kqq_3}{a^2}1{,}7.$$

Ответ: сила, действующая на третий заряд $F = 1{,}7k\frac{qq_3}{a^2}$ = 0,85 Н.

**Задача 1.6**

В двух вершинах треугольника помещены точечные заряды $+q_1$ (расстояние до свободной вершины $L_1$) и $-q_2$ (расстояние до свободной вершины $L_2$). Найти потенциал $\varphi$ электрического поля в третьей вершине треугольника.




Дано: $q_1$; $L_1$; $q_2$; $L_2$.
Найти: $\varphi$.

Точечные заряды $+q_1$ и $-q_2$ в точке А создают электростатическое поле, потенциалы которых

$$\varphi_1 = \frac{kq_1}{L_1} \text{ и } \varphi_2 = \frac{k(-q_2)}{L_2}.$$

По принципу суперпозиции полей:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \frac{kq_1}{L_1} - \frac{kq_2}{l_2}.$$

Ответ: потенциал электрического поля в свободной вершине треугольника $\varphi = \frac{kq_1}{L_1} - \frac{kq_2}{L_2}$.

**Задача 1.7**

По металлическому кольцу радиусом R равномерно распределен заряд с линейной плотностью λ. Найти напряженность E электрического поля на расстоянии a вдоль оси кольца, перпендикулярной к плоскости кольца.

Дано: R; λ; a;

Найти: E.

Кольцо не является точечным зарядом, поэтому нельзя использовать формулу (1.22)

$$E = \frac{kq}{r^2}.$$

Разобьём кольцо на бесконечно малые участки dL и выберем *произвольный* из них. На нём сосредоточен заряд dq, который можно считать точечным. Для него

$$dE = \frac{kdq}{r^2},$$

где r - расстояние от заряда dq до точки O (см. рис.).

Используем линейную плотность заряда

$$dq = \lambda dL,$$

тогда

$$dE = \lambda \frac{kdL}{r^2}. \tag{1}$$

Вектор $d\vec{E}$ направлен вдоль прямой, соединяющей точечный заряд dq с точкой O. Выберем координатные оси OX и OУ, как показано на рисунке. Разложим вектор $d\vec{E}$ на два вектора: $d\vec{E}_x$ - вектор вдоль оси OX и $d\vec{E}_y$ – вектор вдоль оси OY.

$$d\vec{E} = d\vec{E}_x + d\vec{E}_y.$$

Напряжённость электрического поля в точке O, созданная всем кольцом,

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int d\vec{E}_x + \int d\vec{E}_y.$$

В силу симметрии задачи *каждому* вектору $d\vec{E}_y$ найдётся соответствующий ему вектор, равный по величине и противоположный по направлению. Эти векторы скомпенсируют друг друга, следовательно,

$$\int d\vec{E}_y = 0, \qquad \vec{E} = \int d\vec{E}_x.$$

Спроецировав каждый вектор в этом уравнении на ось OX, получим

$$E = \int dE_x . \tag{2}$$

Введём α – угол между векторами $d\vec{E}$ и $d\vec{E}_x$, тогда

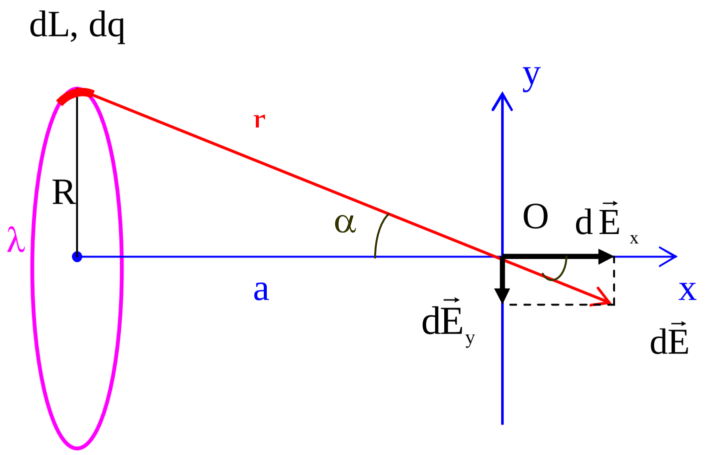
$$dE_x = dE \cos\alpha, \quad E = \int \cos\alpha \; dE . \tag{3}$$

Подставим выражения (1) и (3) в (2)

$$E = \int \frac{\cos\alpha \; k\lambda \; dL}{r^2}.$$

Учитывая, что $r^2 = R^2 + a^2$, получим

$$\cos\alpha = \frac{a}{r} = \frac{a}{\left(R^2 + a^2\right)^{1/2}}.$$




Вынося из-под знака интеграла постоянные величины, имеем

$$E = \frac{ak\lambda}{\left(R^2 + a^2\right)^{3/2}} \int dL.$$

Здесь интегрирование ведётся по кольцу длиной L = 2πR.

$$E = \frac{ak\lambda 2\pi R}{\left(R^2 + a^2\right)^{3/2}} = \frac{a\lambda R}{2\varepsilon_0 \left(R^2 + a^2\right)^{3/2}} .$$

Ответ: напряжённость электрического поля $E = \dfrac{a\lambda R}{2\varepsilon_0 \left(R^2 + a^2\right)^{3/2}}$.

**Задача 1.8**

По бесконечно длинному тонкому проводу равномерно распределен заряд с линейной плотностью λ. На расстоянии a от провода находится положительный точечный заряд q. Найти силу F, действующую на этот заряд со стороны провода.

Дано: λ; a; q.
Найти: F.

Силу F, действующую на заряд q со стороны провода, можно найти, воспользовавшись формулой

$$\vec{F} = q\vec{E}.$$

Здесь $\vec{E}$ – вектор напряжённости электрического поля, создаваемого проводом в точке A, в которой находится заряд q. В скалярном виде

$$F = qE.$$

Перейдем к расчету величины вектора напряженности электрического поля E. Для этого разобьем провод на бесконечно малые участки dL. Отметим координатные оси так, как показано на рис. 1. Выберем произвольный участок dL = dy. На нем сосредоточен заряд dq, который считаем точечным. Напряженность, созданная этим зарядом в точке A, по модулю равна

$$dE = \frac{kdq}{r^2},$$

где r - расстояние от заряда dq до точки A.

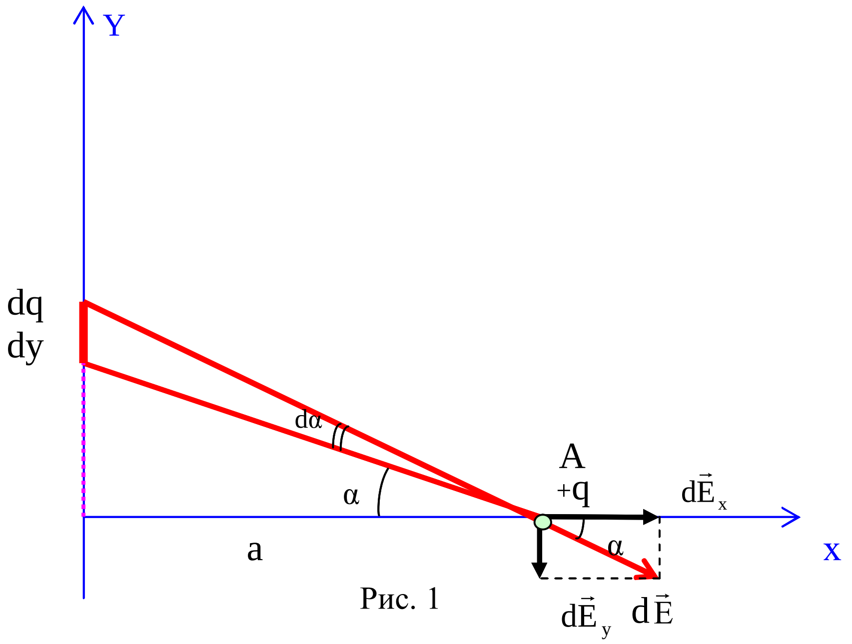



Рис. 1

Используем линейную плотность заряда dq = λdy, тогда

$$dE = \frac{k\lambda dy}{r^2}.$$

Вектор $d\vec{E}$ направлен вдоль прямой, соединяющей точечный заряд dq с точкой A. Разложим вектор $d\vec{E}$ по правилу параллелограмма на два вектора: $d\vec{E}_x$ – вектор вдоль оси X и $d\vec{E}_y$ – вектор вдоль оси У.

$$d\vec{E} = d\vec{E}_x + d\vec{E}_y.$$

Напряженность электрического поля в точке A

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int d\vec{E}_x + \int d\vec{E}_y.$$

В силу симметрии задачи *каждому* вектору $d\vec{E}_y$ найдется соответствующий ему вектор, равный по величине и противоположный по направлению. Эти векторы скомпенсируют друг друга, следовательно,

$$\int d\vec{E}_y = 0,$$
$$\vec{E} = \int d\vec{E}_x .$$

Спроектировав каждый вектор на ось ОХ, получим

$$E = \int dE_x.$$

Введем угол α между $d\vec{E}$ и $d\vec{E}_x$, тогда

$$dE_x = dE \cos\alpha,$$

$$E = \int \cos\alpha \, dE.$$

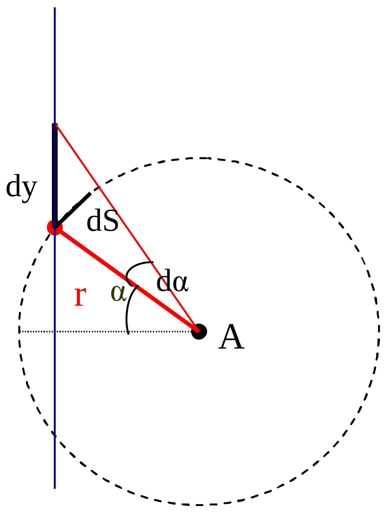


Рис. 2

Подставим выражение для dE, полученное нами ранее:

$$E = \int \frac{\cos\alpha k\lambda dy}{r^2}.$$

Перейдем от интегрирования по dy к интегрированию по углу. Для этого рассмотрим бесконечно малую дугу dS окружности с радиусом r (рис. 2)

$$dS = r d\alpha.$$

С другой стороны, $dS = \cos\alpha \, dy$.
Приравнивая оба выражения для dS, получим

$$r\, d\alpha = \cos\alpha \, dy,$$

отсюда

$$dy = \frac{r d\alpha}{\cos\alpha}.$$

Подставим dy в выражение для напряженности

$$E = \int \frac{\cos\alpha k\lambda r d\alpha}{r^2 \cos\alpha} = \int \frac{k\lambda d\alpha}{r}.$$

Так как $r = \dfrac{a}{\cos\alpha}$, получим

$$E = \int \frac{k\lambda \cos\alpha d\alpha}{a} = \frac{k\lambda}{a} \int \cos\alpha d\alpha.$$

Определим пределы интегрирования. Для бесконечно длинного провода координата y меняется от $-\infty$ до $+\infty$, а угол α от $-\pi/2$ до $+\pi/2$.

$$E = \frac{k\lambda}{a}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos\alpha d\alpha = \frac{k\lambda}{a}\sin\alpha\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}},$$

$$E = \frac{k\lambda}{a}\left(\sin\frac{\pi}{2} - \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)\right) = \frac{k\lambda}{a}(1-(-1)),$$

$$E = \frac{2k\lambda}{a}.$$

$$F = qE = 2к\frac{q\lambda}{a}.$$

Ответ: сила, действующая на точечный заряд q, находящийся на расстоянии a от бесконечно длинного тонкого провода, заряженного с линейной плотностью $\lambda$, равна

$$F = 2к\frac{q\lambda}{a}.$$

## 1.9. Линии напряженности электрического поля

- линии начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных; либо приходят из бесконечности и уходят в бесконечность;
- линии не могут пересекаться, поскольку в каждой точке пространства поле определено однозначно.

При выполнении этих условий по картине линий напряженности можно судить о величине и направлении вектора $\vec{E}$ в разных точках пространства (рис. 1.12). В качестве примеров на рис. 1.13 – 1.15 изображены линии напряженности электрического поля, созданного положительным точечным зарядом, положительно заряженной по поверхности сферой и электрическим диполем.

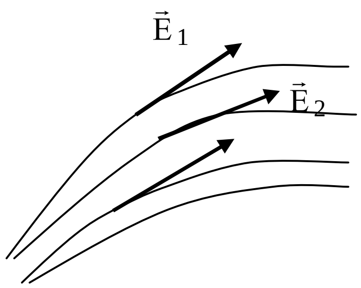



Рис. 1.12

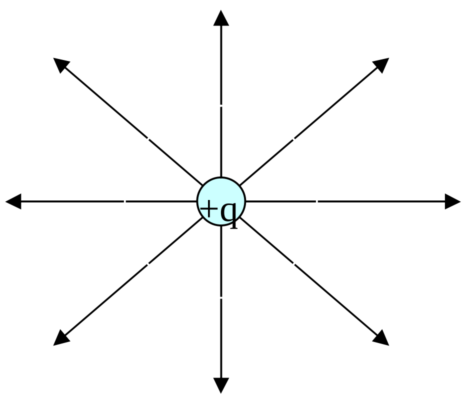



Рис. 1.13

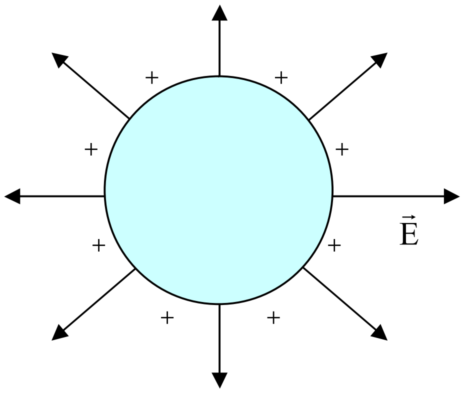



Рис. 1.14

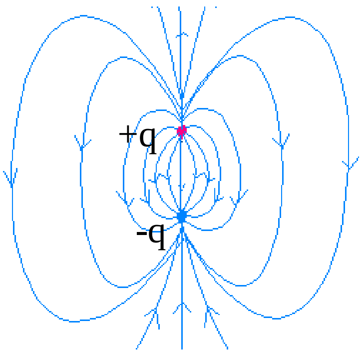



Рис. 1.15

## 1.10. Эквипотенциальные поверхности

Для наглядного изображения электрического поля также используют **поверхности равного потенциала - эквипотенциальные поверхности**. В пространстве потенциал φ зависит от координат x, y и z. Следовательно, уравнение эквипотенциальной поверхности имеет вид

$$\varphi\ (x, y, z) = \text{const}.$$

На рис. 1.16 пунктирными линиями изображены эквипотенциальные поверхности отрицательного точечного заряда. Из уравнения (1.29) следует, что эквипотенциальные поверхности всегда перпендикулярны линиям электрического поля.

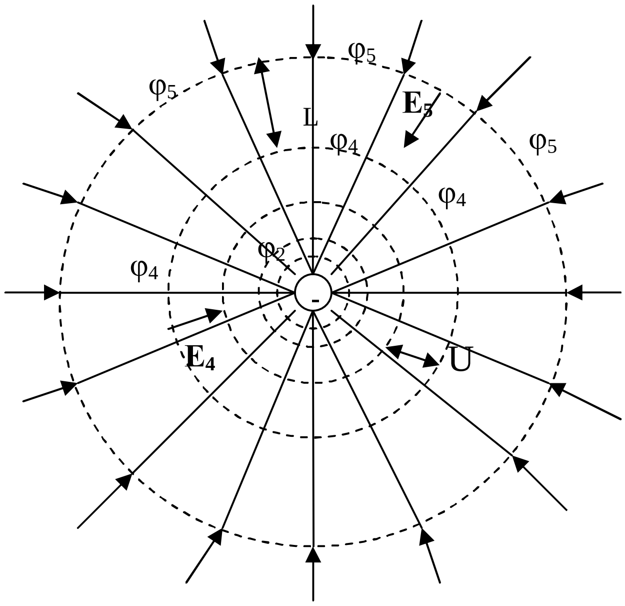



Рис. 1.16

## 1.11. Поток вектора напряженности и теорема Гаусса

### Поток вектора напряженности электрического поля

Рассмотрим произвольную поверхность $S$, которую пронизывают линии напряженности электрического поля (рис. 1.17). Разобьем ее на бесконечно малые площадки $dS$, которые можно считать плоскими. Выберем произвольный элемент $dS$ и построим к нему единичный вектор нормали $\vec{n}$. Он направлен всегда наружу, если поверхность $S$ замкнутая (рис.18).

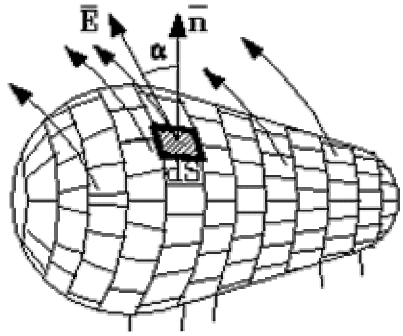


Рис. 1.17

Введем вектор $d\vec{S}$, величина которого равна $dS$, а направление совпадает с вектором $\vec{n}$

$$d\vec{S} = \vec{n}\,dS. \qquad (1.35)$$

**Величина элементарного потока вектора напряженности электрического поля** $d\Phi$**, пронизывающего площадку** $dS$, **равна скалярному произведению векторов** $\vec{E}$ **и** $d\vec{S}$

$$d\Phi = \vec{E}\,d\vec{S}. \qquad (1.36)$$

Чтобы получить поток напряженности электрического поля, пронизывающий поверхность $S$, надо сложить (проинтегрировать) все потоки $d\Phi$, пронизывающие каждую элементарную поверхность,

$$\Phi = \oint_S d\Phi = \oint_S \vec{E}\,d\vec{S},$$

$$\Phi = \int_S E\cos\alpha\,dS,$$

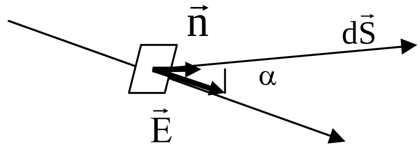


Рис. 1.18

где $\alpha$ - угол между векторами $\vec{E}$ и $d\vec{S}$.

Если произвольная поверхность $S$, которую пронизывают линии напряженности электрического поля, является *замкнутой*, то интегрирование по замкнутой поверхности обозначается так:

$$\Phi = \oint_S \vec{E}\,d\vec{S}. \qquad (1.37)$$

Из определения следует, что поток – скалярная величина. Так как в случае замкнутых поверхностей вектор $d\vec{S}$ направлен наружу, знак потока зависит от направления вектора $\vec{E}$. В тех местах, где линии $\vec{E}$ выходят из объема, охватываемого поверхностью, $d\Phi$ положительный; там, где вектор $\vec{E}$ направлен внутрь, $d\Phi$ - отрицательный. Модуль потока вектора напряженности электрического поля численно равен количеству линий, пересекающих выбранную поверхность.

## Поток вектора напряженности электрического поля точечного заряда через сферическую поверхность

Рассмотрим произвольный точечный заряд $q > 0$. Проведем вокруг этого заряда сферу радиуса $R$ и найдем поток напряженности электрического поля через нее (рис. 1.19).

Разобьем сферу на бесконечно малые элементы $dS$. Выберем произвольный элемент и найдем элементарный поток

$$d\Phi = \vec{E}\, d\vec{S} = E \cos\alpha\, dS,$$

где $\alpha$ - угол между векторами $\vec{E}$ и $d\vec{S}$. Вектор $d\vec{S}$ направлен наружу, т.к. поверхность замкнутая. Линии вектора напряженности электрического поля точечного заряда представляют собой совокупность радиальных прямых, начинающихся на заряде и уходящих в бесконечность. Для любого вектора $d\vec{S}$ направление $\vec{E}$ и $d\vec{S}$ совпадают. Это значит, что в любой точке на поверхности сферы $\alpha = 0^0$, $\cos 0^0 = 1$,

$$d\Phi = E\, dS,$$

$$\Phi = \oint_S d\Phi = \oint_S E dS.$$

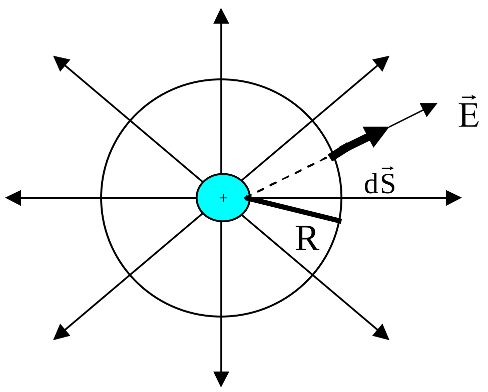


Рис. 1.19

Напряженность электрического поля точечного заряда на поверхности сферы

$$E = \frac{kq}{\varepsilon R^2}$$

одинакова в каждой точке сферы, т.к. все ее точки равноудалены от центра. Поэтому константу $E$ можно вынести за знак интеграла

$$\Phi = E \oint_S dS = E \cdot 4\pi R^2,$$

$$\Phi = \frac{kq}{\varepsilon R^2} \cdot 4\pi R^2 = \frac{4\pi kq}{\varepsilon}.$$

Подставим в последнюю формулу $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$:

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q4\pi}{\varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}. \qquad (1.38)$$

*Поток вектора напряженности электрического поля через сферическую поверхность зависит только от величины заряда внутри этой поверхности и не зависит от радиуса сферы*. Этот результат станет понятным, если вспомнить, что поток численно равен количеству линий, пересекающих сферу. Из рис. 1.20 видно, что число линий, пересекающих сферы различных радиусов, одинаково. Более того, не изменится число линий, пересекающих сферу и в том случае, если заряд будет находиться не в центре сферы, а в произвольной точке внутри нее (рис. 1.21).

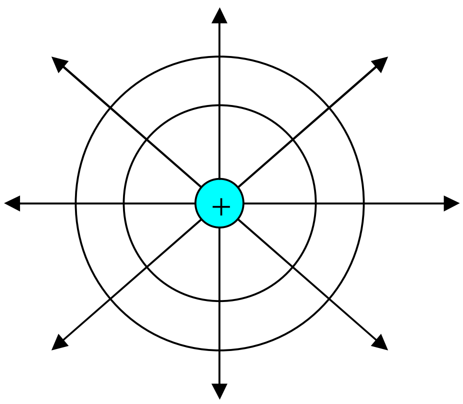



Рис. 1.20

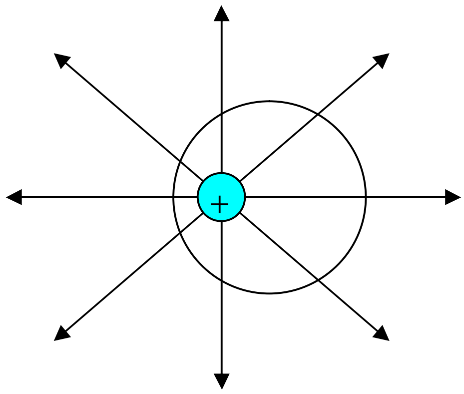



Рис. 1.21

Если знак заряда отрицательный, то изменится только направление линий, направление вектора $\vec{E}$. Угол $\alpha$ между векторами $\vec{E}$ и $d\vec{S}$ станет равным $180^0$, поток изменит свой знак:

$$d\Phi = \vec{E}\, d\vec{S} = E\, dS \cos 180^0,$$

$$d\Phi = E\, dS \cos 180^0 = -E\, dS,$$

$$\Phi = \oint(-E)dS = -E\oint dS = -ES.$$

Итак, *если внутри сферы поместить отрицательный заряд, то знак потока вектора напряженности электрического поля станет отрицательным, модуль потока останется прежним*

$$\Phi = -\frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

## Поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность произвольной формы

Из рис. 1.22 и 1.23 видно, что число линий, пронизывающих поверхность, не зависит от ее формы, если заряд находится внутри замкнутой поверхности со складками или без складок. Число пересечений линией $\vec{E}$ «морщинки» может быть только *нечетным*, причем эти пересечения вносят в общий поток попеременно то положительный, то отрицательный вклад. В итоге, сколько бы раз дан-

данная линия не пересекала поверхность, результирующий вклад в поток равен либо плюс единице (для линии, выходящей наружу), либо минус единице (для линии, входящей внутрь).

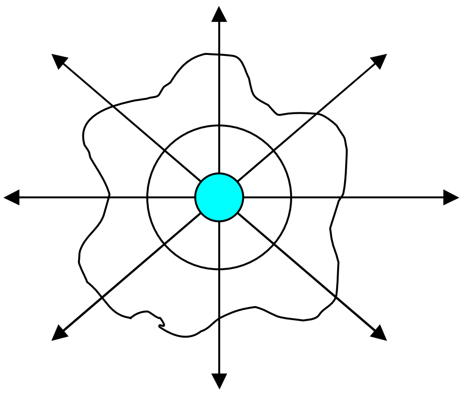


Рис. 1.22

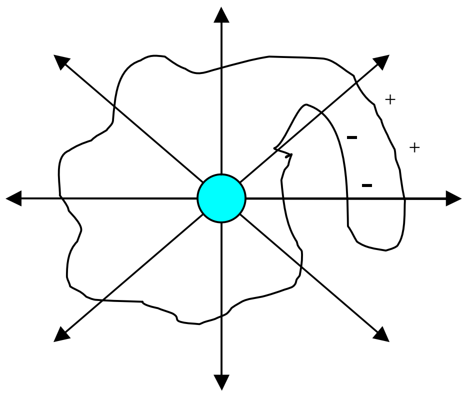


Рис. 1.23

Таким образом, *для любой формы замкнутой поверхности, охватывающей точечный заряд* q, *поток вектора* $\vec{E}$ *сквозь эту поверхность определяется формулой* (1.38).

Если внутри некоторой замкнутой поверхности несколько точечных зарядов $q_1$, $q_2$, … $q_N$, то в силу принципа суперпозиции полей напряженность $\vec{E}$ в любой точке поверхности

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_0 + \ldots + \vec{E}_N .$$

Следовательно,

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \ldots + \Phi_N = \sum_{i=1}^{N} \Phi_i ,$$

где

$$\Phi_1 = \frac{q_1}{\varepsilon\varepsilon_0}, \quad \Phi_2 = \frac{q_2}{\varepsilon\varepsilon_0}, \quad \ldots , \quad \Phi_N = \frac{q_N}{\varepsilon\varepsilon_0} .$$

Таким образом,

$$\Phi = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{N} q_i . \tag{1.39}$$

*Поток вектора напряженности электрического поля, созданного системой дискретных точечных зарядов, через замкнутую поверхность произвольной формы, равен алгебраической сумме зарядов, заключенных внутри этой поверхности, деленной на* $\varepsilon\varepsilon_0$.

## Поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность, не охватывающую заряд

До сих пор рассматривалась ситуация, когда заряды находились внутри замкнутой поверхности. Если заряд находится вне ее (рис. 1.24), каждая линия напряженности поля пересекает поверхность *четное* число раз, выходя наружу столько же раз, сколько и входя внутрь. Вклад, вносимый в поток каждой линией, равен нулю. Итак, *поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность равен нулю, если заряды находятся вне этой поверхности*.

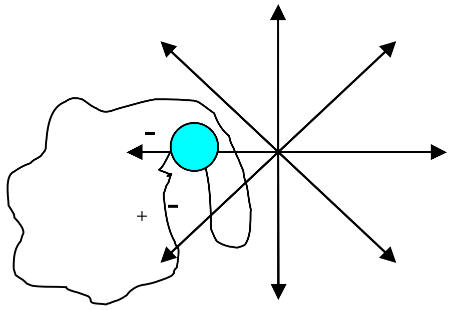


Рис. 1.24

## Теорема Гаусса

Доказанное утверждение носит название теоремы Гаусса: **величина потока вектора напряженности электрического поля Ф через замкнутую поверхность произвольной формы равна алгебраической сумме зарядов, заключенному в объеме, ограниченном данной поверхностью, деленному на $\varepsilon\varepsilon_0$**

$$\Phi = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N} q_i \,. \tag{1.40}$$

Если учесть, что по определению потока (1.37)

$$\Phi = \oint_S \vec{E}\, d\vec{S},$$

то теорему Гаусса можно записать в виде

$$\oint_S \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}\,. \tag{1.41}$$

Здесь $q$ – полный заряд, внутри замкнутой поверхности. Если внутрь поверхности попадает $N$ дискретных зарядов $q_1, q_2, \ldots q_N$, то

$$q = q_1 + q_2 + \ldots + q_N = \sum_{i=1}^{N} q_i \,,$$

а теорема Гаусса принимает вид

$$\oint_S \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{N} q_i = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}\,. \tag{1.42}$$

Если заряд внутри замкнутой поверхности распределен непрерывно, то $q=\int\rho\,dV$ в случае объемного распределения зарядов, $q=\int\sigma\,dS$ при поверхностном распределении зарядов и $q=\int\lambda\,dL$, если распределение зарядов линейное.

Теорема Гаусса устанавливает связь между электрическими зарядами и электрическим полем. В электростатике она представляет собой следствие закона Кулона. Напряженность электрического поля, создаваемого каким-либо распределением зарядов, можно вычислить с помощью закона Кулона. Однако за исключением самых простых случаев, вычислить эту сумму или интеграл крайне сложно. Если распределение зарядов является симметричным, часто удобнее пользоваться теоремой Гаусса. При этом следует помнить, что:

1. Поток напряженности электрического поля Φ и вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ - это разные физические величины.

2. При расчете потока через поверхность следует брать *не весь* заряд, а только тот, который находится внутри заданной поверхности. Если внутрь заданной поверхности попало несколько зарядов разных знаков, то суммарный заряд Q внутри поверхности следует считать *с учетом их знаков.*

3. При расчете напряженности электрического поля, созданного системой зарядов в заданной точке пространства, следует позаботиться об удобном выборе поверхности. Поверхность должна быть обязательно *замкнутой,* иначе нельзя будет воспользоваться теоремой Гаусса. В качестве замкнутой поверхности рекомендуется выбирать поверхность, проходящую через заданную в задаче точку. Если в каждой точке на поверхности E одинакова, ее можно вынести за знак интеграла

$$\Phi = \oint\limits_S \vec{E}\,d\vec{S} = \oint E\cos\alpha\,dS = E\oint\cos\alpha\,dS. \tag{1.43}$$

Часто интегрирование при этом существенно упрощается.

4. Если в задаче не говорится, в какой среде следует считать напряженность, то расчеты надо проводить для вакуума (ε = 1).

5. Не следует путать заряженные тела, которые создают напряженность электрического поля, и поверхности, поток через которые необходимо сосчитать.

## Примеры решения задач

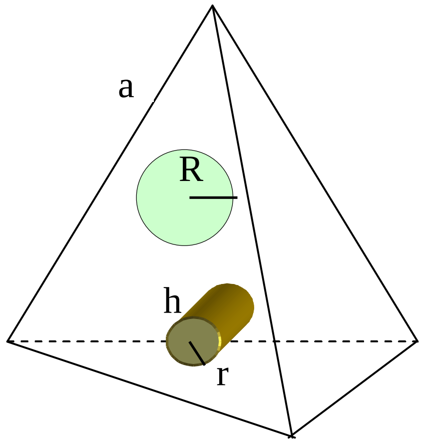
**Задача 1.9**

Внутри равностороннего тетраэдра со стороной a находятся заряженная с поверхностной плотностью +σ сфера радиусом R и заряженный с объемной плотностью –ρ цилиндр радиусом r и высотой h. Найти поток Φ вектора напряженности электрического поля через тетраэдр.

Дано: a; +σ; R; -ρ; h.
Найти: Φ.

Поверхность тетраэдра замкнутая, поэтому для решения задачи можно воспользоваться теоремой Гаусса. Величина потока напряженности электрического поля через тетраэдр равна полному заряду, находящемуся *внутри* тетраэдра, деленному на $\varepsilon_0$. Поскольку не говорится в условии, в какой среде находятся заряженные тела, считаем $\varepsilon = 1$. Итак,

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0},$$




где q – электрический заряд внутри тетраэдра.
Найдем заряды сферы и цилиндра:

$$q_c = \sigma \cdot S = \sigma 4\pi R^2,$$

$$q_ц = -\rho \cdot V = -\rho\pi r^2 \cdot h,$$

где S – площадь поверхности сферы, V – объем цилиндра. Сфера и цилиндр полностью находятся внутри тетраэдра, поэтому

$$q = q_ц + q_c,$$

$$q = \sigma 4\pi R^2 - \rho\pi r^2 \cdot h,$$

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma 4\pi R^2 - \rho\pi r^2 h}{\varepsilon_0}.$$

Обратите внимание, что *величина потока не зависит от размеров и формы тетраэдра*, так как, в соответствии с теоремой Гаусса, замкнутая поверхность может быть любой формы.

Ответ: поток напряженности электрического поля через тетраэдр $\Phi = \dfrac{\sigma 4\pi R^2 - \rho\pi r^2 h}{\varepsilon_0}$.

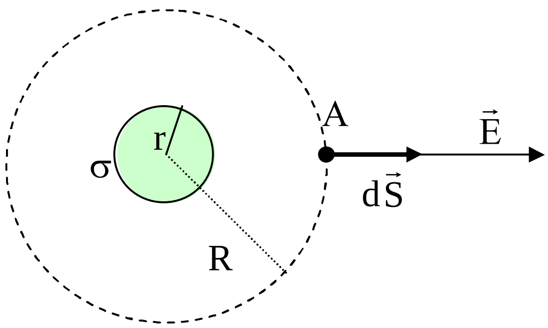
**Задача 1.10**

Сфера радиусом r равномерно заряжена с поверхностной плотностью σ. Найти напряженность E электрического поля в точке вне сферы, находящейся на расстоянии R от ее центра.

Дано: r; σ; R.
Найти: E.

1. Найдем поток вектора напряженности через замкнутую поверхность по его определению

$$\Phi = \oint_{S_1} \vec{E}\, d\vec{S}.$$




Для этого надо выбрать замкнутую поверхность $S_1$. Напряженность электрического поля сферы радиуса r имеет сферическую симметрию, поэтому поверхность выберем также в виде сферы, проходящей через точку A, в которой следует найти напряженность (см. рис.).

Вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ в точке А направлен от заряда, так как заряд, создающий это поле, положительный. Вектор $d\vec{S}$ в точке А направлен параллельно вектору $\vec{E}$.

$$\Phi = \oint_{S_1} \vec{E}\, d\vec{S} = \oint_{S_1} E\, dS.$$

Выбранная сфера радиусом R является эквипотенциальной поверхностью. Это означает, что величина E в каждой точке на поверхности этой сферы одинакова. E вынесем за знак интеграла

$$\Phi = E \oint_{S_1} dS = E \cdot S_1,$$

$$\Phi = E \cdot 4\pi R^2. \qquad (1)$$

2. Найдем полный заряд внутри выбранной поверхности. Заряд находится на сфере радиусом r, имеющей площадь $S_2$.

$$q = \sigma \cdot S_2 = \sigma \cdot 4\pi r^2,$$

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma 4\pi r^2}{\varepsilon_0}. \qquad (2)$$

3. Приравнивая правые части соотношений (1) и (2), имеем

$$E4\pi R^2 = \frac{\sigma 4\pi r^2}{\varepsilon_0},$$

Отсюда найдем

$$E = \frac{\sigma r^2}{\varepsilon_0 R^2}.$$

Ответ: напряженность электрического поля, созданного сферой с бесконечно тонкими стенками и радиусом r, равномерно заряженной с поверхностью σ, в точке снаружи сферы, находящейся на расстоянии R от центра сферы, $E = \dfrac{\sigma r^2}{\varepsilon_0 R^2}$.

**Задача 1.11**

Цилиндр с бесконечно тонкими стенками бесконечной длины заряжен с поверхностной плотностью σ. Радиус цилиндра r. Снаружи цилиндра, в точку, находящуюся на расстоянии R от оси цилиндра, помещают положительный точечный заряд $q_0$. Найти силу F, действующую на этот заряд со стороны цилиндра.

Дано: σ; r; R; $q_0$.
Найти: F.

1. Запишем формулу, связывающую вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ с силой $\vec{F}$, действующей на точечный заряд q, помещенный в точку А (рис. 1)

$$\vec{F} = q_0\vec{E}.$$

Вектор $\vec{E}$ в точке A направлен от цилиндра, так как он заряжен положительно. Вектор силы $\vec{F}$, действующей на точечный заряд $+q_0$, направлен так же, так как одноименные заряды отталкиваются.

Выберем ось X, как показано на рис. 1. Спроецируем каждый вектор в уравнении на выбранную ось X

$$F = q_0 E. \qquad (1)$$

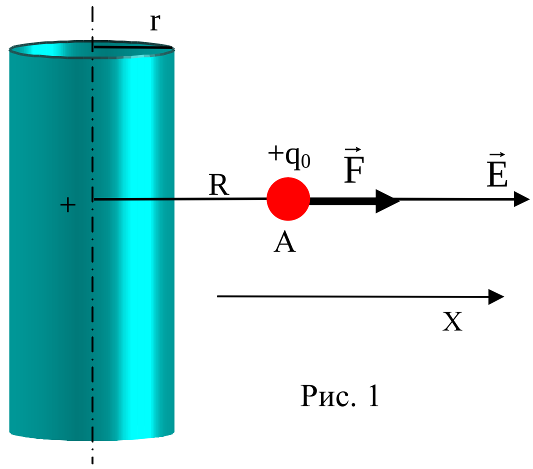



Рис. 1

2. Найдем напряженность электрического поля в точке A. Для этого воспользуемся теоремой Гаусса:

$$\Phi = \oint\limits_{S_1} \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0},$$

где $S_1$ – замкнутая поверхность в виде цилиндра радиусом R и высотой h (рис. 2). Она состоит из двух оснований и боковой поверхности

$$\Phi = \oint\limits_{S_1} \vec{E}\, d\vec{S} = \int\limits_{S_{осн1}} \vec{E}\, d\vec{S}_{осн_1} + \int\limits_{S_{осн2}} \vec{E}\, d\vec{S}_{осн_2} + \int\limits_{S_{бок}} \vec{E}\, d\vec{S}_{бок}.$$

Вектор напряженности электрического поля в любой точке на поверхности выбранного нами цилиндра направлен от заряда, так как заряд положительный. Векторы $d\vec{S}_{осн_1}$ и $d\vec{S}_{осн_2}$ в каждой точке на основаниях цилиндра направлены перпендикулярно основаниям. Углы между векторами $\vec{E}$ и $d\vec{S}_{осн_1}$ равны $90^0$, $\cos 90^0 = 0$.

$$\int\limits_{S_{осн1}} \vec{E}\, d\vec{S}_{осн_1} = \int E \cos 90^0\, dS_{осн_1} = 0.$$

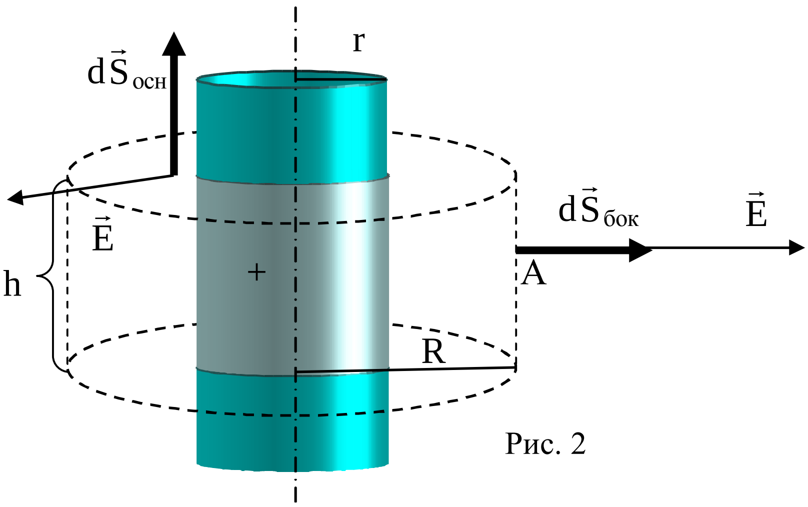



Рис. 2

Аналогично рассуждая, получим $\int\limits_{S_{осн2}} \vec{E}\, dS_{осн_2} = 0.$

Вектор $\vec{E}$ в каждой точке на боковой поверхности цилиндра совпадает с направлением вектора $d\vec{S}_{бок}$. Угол между векторами $\vec{E}$ и $d\vec{S}_{бок}$ равен нулю, $\cos 0^0 = 1$,

$$\Phi = \int\limits_{S_{бок}} E \cos 0^0\, dS_{бок},$$

$$\Phi = \int_{S_{бок}} E\, dS_{бок}.$$

Боковая поверхность цилиндра радиуса R является эквипотенциальной. Это означает, что величина E в каждой точке на боковой поверхности этого цилиндра одинакова. Константу можно вынести за знак интеграла

$$\Phi = E \int_{S_{бок}} dS_{бок} = E\, S_{бок},$$

$$\Phi = E\, 2\pi Rh. \qquad (2)$$

4. Найдем заряд внутри выбранной поверхности. Он распределен по цилиндру радиусом r и высотой h.

$$q = \sigma \cdot 2\pi rh,$$

$$\Phi = \frac{\sigma 2\pi rh}{\varepsilon_0}. \qquad (3)$$

5. Приравняем правые части формул (2) и (3)

$$E\, 2\pi Rh = \frac{\sigma 2\pi rh}{\varepsilon_0},$$

отсюда получим

$$E = \frac{\sigma r}{\varepsilon_0 R}.$$

6. Используя формулу (1), найдем величину силы

$$F = q_0 E = \frac{q_0 \sigma \cdot r}{\varepsilon_0 R}.$$

Ответ: действующая на точечный заряд q, находящийся на расстоянии R от оси цилиндра радиуса r вне цилиндра, заряженного с поверхностной плотностью σ, сила $F = \dfrac{q_0 \sigma \cdot r}{\varepsilon_0 R}$.

**Задача 1.12**

Найти напряженность E электрического поля в точке, находящейся на расстоянии d от бесконечной тонкой пластины, равномерно заряженной с поверхностной плотностью σ.

Дано: d; σ.
Найти: E.

1. Для решения задачи воспользуемся теоремой Гаусса

$$\Phi = \oint_{S_1} \vec{E}\, d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}.$$

2. Найдем поток напряженности электрического поля через замкнутую поверхность по определению потока

$$\Phi = \oint_{S_1} \vec{E}\, d\vec{S}.$$

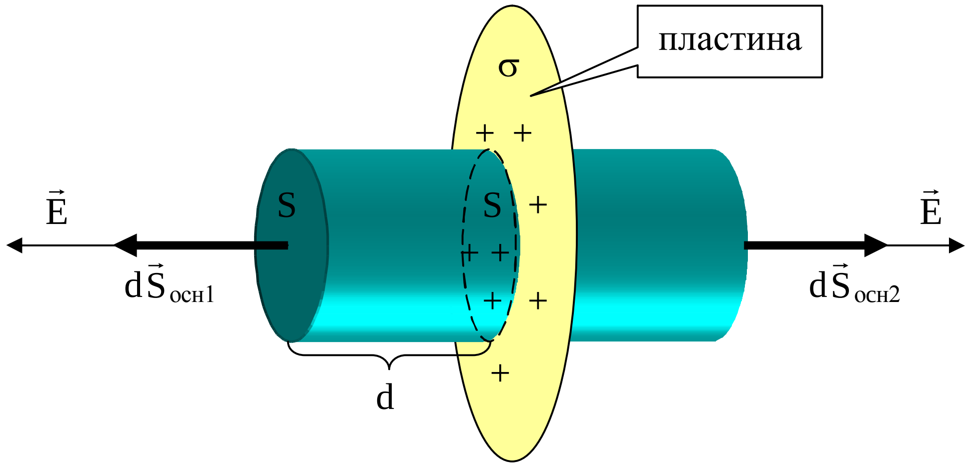
Для этого выберем замкнутую поверхность $S_1$, используя симметрию линий вектора напряженности электрического поля пластины. Поверхность должна проходить через точку, в которой следует найти напряженность.

*Выбираем* замкнутую поверхность в виде цилиндра высотой 2d и площадью оснований $S_{осн}$. Она состоит из трех частей: два основания и боковая поверхность.

$$\Phi = \oint_{S_1} \vec{E}\, d\vec{S} = \int_{S_{бок}} \vec{E}\, d\vec{S}_{бок} + \int_{S_{осн1}} \vec{E}\, d\vec{S}_{осн_1} + \int_{S_{осн_2}} \vec{E}\, d\vec{S}_{осн_2}.$$

Вектор напряженности электрического поля в любой точке на поверхности выбранного цилиндра направлен от заряда, так как заряд положительный. Векторы $d\vec{S}_{бок}$ во всех точках на боковой поверхности цилиндра направлены перпендикулярно этой поверхности. Угол между векторами $\vec{E}$ и $d\vec{S}_{бок}$ равен $90^0$, $\cos 90^0 = 0$,

$$\int_{S_{бок}} \vec{E}\, d\vec{S}_{бок} = \int_{S_{бок}} E \cos 90^0\, dS_{бок} = 0,$$




$$\Phi = \int_{S_{осн1}} \vec{E}\, d\vec{S}_{осн_1} + \int_{S_{осн_2}} \vec{E}\, d\vec{S}_{осн_2}.$$

Векторы $d\vec{S}_{осн_1}$ и $d\vec{S}_{осн_2}$ во всех точках на основаниях цилиндра направлены наружу параллельно векторам $\vec{E}$ в этих точках. Углы между векторами равны нулю, $\cos 0^0 = 1$.

$$\Phi = \int_{S_{осн_1}} E \cos 0^0\, dS_{осн_1} + \int_{S_{осн_2}} E \cos 0^0\, dS_{осн_2}.$$

$$\Phi = \int_{S_{осн_1}} E\, dS_{осн_1} + \int_{S_{осн_2}} E\, dS_{осн_2}.$$

Оба основания цилиндра являются частями эквипотенциальных поверхностей. Это означает, что величины E в каждой точке основания цилиндра одинаковы. Константу можно вынести за знак интеграла. Площади оснований цилиндра также одинаковы и равны S.

$$\Phi = \int_S E\,dS + \int_S E\,dS = 2\int_S E\,dS,$$

$$\Phi = 2E \cdot S. \qquad (1)$$

3. Найдем полный заряд, попавший внутрь выбранной нами поверхности. Заряд находится на пластине, имеющей бесконечные размеры, но он попал внутрь выбранной поверхности не весь. Внутри оказался заряд, распределенный по бесконечно тонкому диску площадью S:

$$q = \sigma \cdot S, \qquad \Phi = \frac{\sigma \cdot S}{\varepsilon_0}. \qquad (2)$$

4. Приравняем потоки (1) и (2):

$$2E \cdot S = \frac{\sigma \cdot S}{\varepsilon_0},$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

Ответ: величина вектора напряженности электрического поля, созданного равномерно заряженной бесконечной тонкой пластиной одинакова во всех точках пространства и $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

## 1.12. Диэлектрики

### Полярные и неполярные молекулы

Диэлектрики (или изоляторы) не проводят электрический ток, так как в них, в отличие от проводников, нет свободных зарядов, способных двигаться по объёму диэлектрика под действием электрического поля. Молекулы, из которых состоит диэлектрик, бывают двух видов.

**Полярные молекулы –** центры положительных и отрицательных плотностей зарядов не совпадают. Эти молекулы обладают собственным дипольным моментом $\vec{p}$ в отсутствии внешнего электрического поля. Дипольные моменты полярных молекул диэлектрика распределены в пространстве хаотически, поэтому его суммарный электрический момент равен нулю.

**Неполярные молекулы** – центры плотностей зарядов разных знаков совмещены. Такие молекулы не имеют собственного дипольного момента.

Во внешнем электрическом поле $\vec{E}_0$ *полярные* молекулы-диполи стремятся выстроиться так, чтобы их моменты были направлены вдоль поля. Полного упорядочения по направлению $\vec{E}_0$ не происходит, т.к. этому препятствует тепловое движение молекул.

В *неполярных* молекулах под действием внешнего поля положительные и отрицательные заряды смещаются вдоль поля, но в разные стороны. Дипольный момент таких молекул не зависит от температуры. Он определяется величиной внешнего поля

$$\vec{p} = \beta\varepsilon_0\vec{E}_0, \tag{1.44}$$

где $\varepsilon_0$ – электрическая постоянная, коэффициент пропорциональности $\beta$ называется **поляризуемостью молекулы**.

### Поляризация диэлектриков

Стремление диполей в диэлектрике выстроиться вдоль поля приводит к тому, что на его краях появляются наведённые заряды, и сам диэлектрик становится подобен большому диполю (рис. 1.25). Внутри диэлектрика создается дополнительное поле $\vec{E}'$. Результирующее поле $\vec{E}$ оказывается ослабленным по сравнению с внешним полем

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'.$$

Так как направления векторов $\vec{E}_0$ и $\vec{E}'$ противоположны, в скалярном виде

$$E = E_0 - E'$$

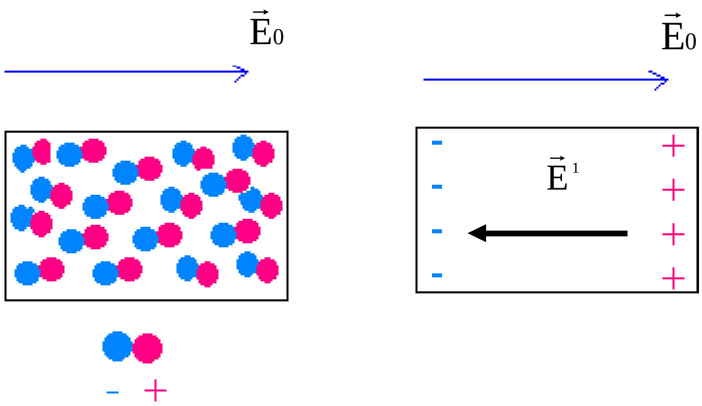



Рис. 1.25

Заряды на сторонах диэлектрика, перпендикулярных к направлению внешнего поля, называются *поляризационными* связанными зарядами. Само же появление этих зарядов называется **поляризацией** диэлектрика. Чтобы охарактеризовать величину поляризации вводят **вектор поляризации** $\vec{P}$. Для этого выделяют *физически* малый объем $\Delta V$, находят сумму дипольных моментов $\vec{p}_i$, заключенных в этом объеме молекул, и рассматривают отношение

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\vec{p}_i}{\Delta V}. \tag{1.45}$$

(Физически малый объем содержит достаточное для усреднения количество молекул).

У диэлектрика любого типа (кроме сегнетоэлектриков) вектор поляризации $\vec{P}$ связан с напряженностью поля соотношением

$$\vec{P} = \chi\varepsilon_0 \vec{E}_0 , \qquad (1.46)$$

$\chi$ – не зависящая от $\vec{E}$ величина, называемая **диэлектрической восприимчивостью** диэлектрика.

**Электрическим смещением** (или **электрической индукцией**) называется вектор $\vec{D}$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_0 + \vec{P} . \qquad (1.47)$$

Подставив в эту формулу выражение (1.46), получим

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_0 + \chi\varepsilon_0 \vec{E}_0 = \varepsilon_0(1 + \chi) \vec{E}_0 = \varepsilon_0\varepsilon \vec{E}_0 . \qquad (1.48)$$

Безразмерная величина $\varepsilon = (1 + \chi)$ является **относительной диэлектрической проницаемостью среды**.

Теорема Гаусса для поля в диэлектрике выглядит так

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \sum_{i=1}^{N} q_i . \qquad (1.49)$$

## 1.13. Проводники

### Равновесие зарядов на проводнике

**Проводники** - вещества, содержащие **свободные** электрические заряды, то есть заряды, которые могут свободно перемещаться по объёму проводника. Все металлы являются проводниками.

*При помещении незаряженного изолированного проводника во внешнее электрическое поле* $\vec{E}_0$ происходит следующее (рис. 1.26):

- свободные электрические заряды под действием внешнего поля перемещаются так, что края проводника оказываются заряженными;
- индуцированные на краях заряды создают собственное поле напряженностью $\vec{E}_{инд}$, направленное противоположно $\vec{E}_0$.

Перемещение зарядов продолжается до тех пор, пока внешнее поле и поле индуцированных зарядов не сравняются по величине; при этом суммарное поле в проводнике исчезнет, $\vec{E}_0 + \vec{E}_{инд} = 0$, и движение зарядов прекратится.

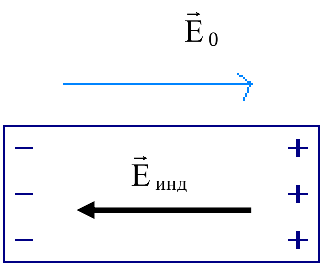



Рис. 1. 26

Если на изолированный проводник поместить избыточный заряд, то он распределится только на поверхности проводника по следующим причинам:

- поскольку одноимённые заряды отталкиваются, избыточные электрические заряды стремятся расположиться как можно дальше друг от друга; это соответствует распределению заряда на поверхности;
- то же можно доказать, используя теорему Гаусса: поля внутри проводника быть не может (иначе заряды ещё бы двигались, и не было бы равновесия), следовательно, и поток поля через любую замкнутую поверхность внутри проводника равен нулю; из теоремы Гаусса следует, что внутри проводника нет не скомпенсированных электрических зарядов.

**Электрическое поле внутри заряженного проводника отсутствует**: избыточный заряд распределяется по поверхности проводника так, что его поверхность становится эквипотенциальной. Иначе вдоль поверхности существовало бы электрическое поле, приводящее к перемещению зарядов, то есть к отсутствию равновесия.

Вектор напряженности электрического поля, созданного зарядами на поверхности изолированного проводника, всегда направлен перпендикулярно этой поверхности. Поле не приводит к «вырыванию» зарядов, и они не могут покинуть проводник (на поверхности металла существует потенциальный барьер, «запирающий» электроны внутри металла, так называемая «работа выхода электрона из металла»).

Избыточные заряды, сообщаемые проводнику, распределяются равномерно только по поверхности металлических сферы или шара. Во всех остальных случаях заряды распределяются неравномерно: чем больше кривизна поверхности, тем больше поверхностная плотность зарядов. Докажем это. Возьмем два шара радиусами $R_1$ и $R_2$, с зарядами $q_1$ и $q_2$, соответственно (рис. 1.27). Соединим их проволочкой. Заряды будут перемещаться с одного шара на другой до тех пор, пока потенциал всей системы не станет одинаковым. Влиянием проволочки пренебрегаем.

Потенциалы заряженных сфер до соединения

$$\varphi_1 = \frac{kq_1}{R_1} = \frac{\sigma_1 \cdot R_1}{\varepsilon_o},$$

$$\varphi_2 = \frac{kq_2}{R_2} = \frac{\sigma_2 \cdot R_2}{\varepsilon_o}.$$

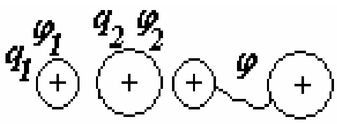



Рис. 1.27

После соединения шаров общий потенциал равен $\varphi$

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi \;\Rightarrow\; \sigma_1 R_1 = \sigma_2 R_2. \qquad (1.50)$$

**Заряд распределяется по поверхности так, что его поверхностная плотность $\sigma$ обратно пропорциональна радиусу кривизны**

$$\sigma \cdot R = \text{const}, \; \sigma \sim 1/R.$$

### Напряженность электрического поля вблизи поверхности проводника

Найдем напряженность поля заряженного проводника вблизи его поверхности, используя теорему Гаусса. Весь проводник представляет собой одну эквипотенциальную поверхность. Силовые линии перпендикулярны эквипотенциальным поверхностям. Выберем в качестве гауссовой поверхности S цилиндр очень малого размера, образующие которого перпендикулярны поверхности проводника (рис. 1.28), а торцы перпендикулярны ей.

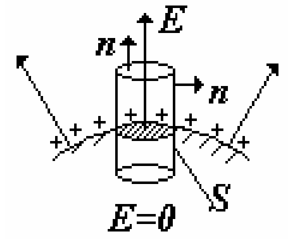


Рис. 1. 28

$$\oint_S E\,dS\cos\alpha = \frac{1}{\varepsilon_o}\int_q dq\,.$$

В пределах цилиндра поверхностную плотность заряда $\sigma$ считаем постоянной. Разобьем интеграл $\oint_S E\,dS\cos\alpha$ на три интеграла: по боковой, по нижней торцевой и по верхней торцевой поверхностям. Первый интеграл равен нулю, т.к. $\cos\alpha = 0$, второй интеграл равен нулю, т.к. внутри проводника $E = 0$. Получим:

$$E\cdot S_{\substack{\text{торц}\\ \text{верх}}} = \frac{\sigma\cdot S_{\text{заштрих}}}{\varepsilon_o}\,.$$

Так как заштрихованная площадь равна верхней торцевой площади, то напряженность поля непосредственно у самой поверхности оказывается пропорциональной поверхностной плотности заряда

$$E_{\substack{\text{вблизи}\\ \text{поверхности}}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_o}\,. \qquad (1.51)$$

***Чем более искривлена поверхность заряженного проводника, тем больше скапливается на ней зарядов и тем больше оказывается напряженность поля.*** На рис. 1.29 показаны силовые линии и эквипотенциальные поверхности поля заряженного тела. Наибольшая напряженность получается у острых выступов поверхности. Это приводит к так называемому «стеканию зарядов». В действительности из-за высокой напряженности вблизи острия возникают сложные явления: могут ионизироваться молекулы воздуха, дипольные молекулы втягиваются в область более сильного поля, в результате скорость потока частиц от острия оказывается большей, и образуется «электрический ветер». Этот ветер может привести во вращение легкое колесо, находящееся вблизи острия.

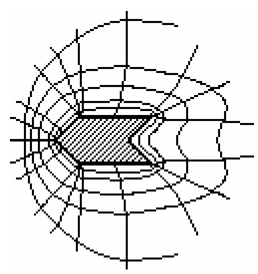


Рис. 1.29

Воздух становится проводящей средой, возникает разряд, вблизи острых концов часто наблюдается свечение. Поэтому всем деталям в электроустановках, находящихся под высоким напряжением, придают закругленную форму и делают их поверхности гладкими.

### Электроемкость уединенного проводника и взаимная электроемкость

Пусть имеется проводящее тело. Сообщим ему заряд q, который распределится по поверхности. Вокруг заряженного тела образуется электрическое поле, а его поверхность будет иметь потенциал φ. Если проводнику, уже имеющему заряд q, сообщить еще заряд той же величины, то второй заряд распределится по проводнику таким же образом, как и первый. В противном случае он создаст в проводнике поле, не равное нулю. Следует оговорить, что это справедливо лишь в том случае, если увеличение заряда не вызывает изменений в распределении зарядов на окружающих телах. Таким образом, различные по величине заряды распределяются на удаленном от других тел (уединенном) проводнике так, что отношение плотностей заряда в двух произвольных точках поверхности проводника при любой величине заряда одно и то же. Отсюда следует, что потенциал уединенного проводника пропорционален находящемуся на нем заряду. Действительно, увеличение в некоторое число раз заряда приводит к увеличению в то же число раз поверхностной плотности заряда, а следовательно и напряженности поля в каждой точке пространства, окружающего проводник. В такое же число раз возрастает работа переноса по любому пути единичного заряда из бесконечности на поверхность проводника, т. е. потенциал. Таким образом, для уединенного проводника

$$q = C\varphi.$$

Коэффициент пропорциональности C между потенциалом и зарядом называется **электроемкостью** (сокращенно **емкостью**) проводника. *Емкость численно равна заряду, сообщение которого проводнику повышает его потенциал на единицу*

$$C = \frac{q}{\varphi}. \qquad (1.52)$$

В системе СИ единица измерения электрической емкости 1 Фарада (Ф). Это емкость проводника, потенциал которого изменяется на 1 В при сообщении ему заряда в 1 Кл: 1 Ф = 1 Кл /1 В.

Если вблизи проводника есть другие проводящие незаряженные тела, то при сообщении проводнику электрического заряда его потенциал будет меньше, чем потенциал уединенного проводника таких же формы и размеров. Это обусловлено тем, что на поверхностях тел, обращенных к заряженному проводнику, индуцируются электрические заряды противоположного знака. Следовательно, *электроемкость проводника возрастает, если вблизи него находятся другие проводящие тела.*

Рассмотрим два металлических тела. Перенесем с одного тела на другое заряд q. Тела зарядятся одинаковыми по величине разноименными зарядами. Между ними возникнет разность потенциалов. На заряженный проводник снова перенесем такой же заряд. Величина заряда на каждом проводнике увеличится. Увеличится и разность потенциалов. Отношение величины заряда к разности потенциалов останется прежним. **Взаимная электроемкость проводников С** - отношение заряда на одном из проводников к разности потенциалов между ними

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi}. \quad (1.53)$$

## 1.14. Конденсаторы

Для накопления электрической энергии используют устройства, состоящие из двух проводников (обкладок), которые разделены прослойкой диэлектрика (рис. 1.30). Эти устройства в электротехнике называются **конденсаторами**.

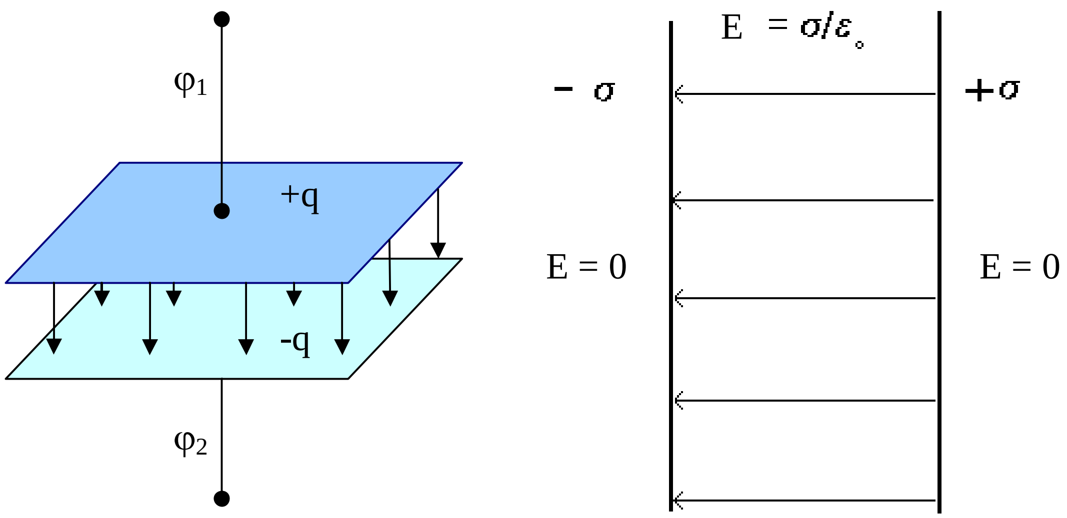



Рис. 1.30

Чтобы внешние тела не оказывали влияния на емкость конденсаторов, им придают такую форму и так располагают их обкладки друг относительно друга, чтобы поле, создаваемое накапливаемыми на них зарядами, было сосредоточено внутри конденсатора. Этому удовлетворяют:

- две параллельные пластины – *плоский* конденсатор,
- две концентрические сферы – *сферический* конденсатор,
- два коаксиальных цилиндра – *цилиндрический* конденсатор.

Приближая вторую обкладку к первой и помещая между ними вещество с высокой диэлектрической проницаемостью ε, можно создать конденсаторы большой емкости и накапливать на их обкладках большие заряды. Если приложить к конденсатору разность потенциалов $U$, его обкладки зарядятся равными по величине зарядами $q$ противоположных знаков. Электрическое поле конденсатора сосредоточивается почти целиком в узком зазоре между его обкладками, поэтому его электроемкость не зависит от наличия других проводников и диэлектриков вне конденсатора.

**Взаимная электроемкость конденсатора** $C$ - отношение заряда одной из его обкладок к разности потенциалов между обкладками

$$C = \frac{q}{U}. \tag{1.54}$$

В *плоском* конденсаторе электрическое поле между пластинами практически однородно, а напряженность, согласно теореме Гаусса, равна

$$E = \frac{q}{S\varepsilon\varepsilon_0},$$

где $S$ – площадь одной из пластин конденсатора. Напряженность электрического поля конденсатора также можно определить по формуле

$$E = \frac{U}{d},$$

$d$ – расстояние между пластинами.
Сравнивая два последних соотношения, найдем

$$U = \frac{qd}{S\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Подставим это выражение в уравнение (1.54). Получим формулу для электроемкости *плоского конденсатора*

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{S}{d}. \tag{1.55}$$

Аналогично можно получить формулы для вычисления емкости *сферического*

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \tag{1.56}$$

и *цилиндрического*

$$C = 2\pi\varepsilon\varepsilon_0 \frac{h}{\ln(R_2 / R_1)} \tag{1.57}$$

конденсаторов. $R_1$ - внутренний радиус, $R_2$ - внешний радиус, $h$ - высота цилиндров.

Увеличивать электроемкость конденсатора можно путем уменьшения расстояния между пластинами. Это ведет к возрастанию напряженности электрического поля $E = \dfrac{U}{d}$ в диэлектрической прослойке. В очень сильных полях (порядка $10^7$ В/м) возникает пробой диэлектрика и конденсатор разрушается. Для предотвращения пробоя расстояние между пластинами при выбранном диэлектрике не следует делать меньше некоторого минимального значения

$$d_{min} = \frac{U}{E_{проб}}. \tag{1.58}$$

При заданном расстоянии $d$ между пластинами к конденсатору нельзя прикладывать разность потенциалов, превышающую некоторое максимальное значение $U_{max} = E_{проб}\, d$.

Располагая некоторым набором конденсаторов, можно значительно расширить число возможных значений емкости и рабочего напряжения, если применить их соединение в батареи.

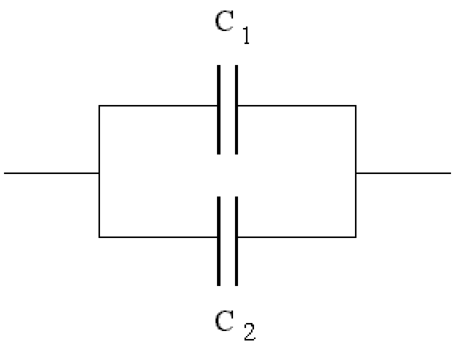



Рис. 1.31

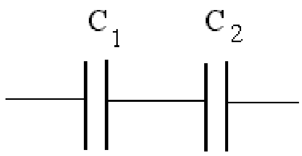



Рис. 1.32

- При *параллельном* соединении (рис. 1.31) одна из обкладок каждого конденсатора имеет потенциал $\varphi_1$, а другая - $\varphi_2$. На каждой из двух систем обкладок накапливается суммарный заряд

$$q = \sum_{k=1}^{N} q_k = \sum_{k=1}^{N} C_k\,(\varphi_1 - \varphi_2) = (\varphi_1 - \varphi_2) \sum_{k=1}^{N} C_k\,.$$

Разделив суммарный заряд на приложенное к батарее напряжение, получим емкость эквивалентного конденсатора, который накапливает заряд $q$ при том же напряжении

$$C_{парал} = \sum_{k=1}^{N} C_k \,. \qquad (1.59)$$

***При параллельном соединении конденсаторов емкости складываются***. Предельное напряжение батареи равно наименьшему из значений $U_{max}$.

• При *последовательном* соединении (рис. 1.32) вторая обкладка первого конденсатора образует с первой обкладкой второго единый проводник, на котором при подаче напряжения на батарею возникают индуцированные заряды такой же величины, что и заряд на первой обкладке первого и второй обкладке N-го конденсатора. То же справедливо для второй обкладки второго конденсатора и первой обкладки третьего и т.д. Следовательно, для всех конденсаторов, включенных последовательно, характерна одинаковая величина заряда q на обкладках. Поэтому напряжение на каждом из конденсаторов

$$U_k = \frac{q}{C_k} \,.$$

Сумма этих напряжений равна разности потенциалов, приложенных к батарее:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \sum_{k=1}^{N} U_k = \sum_{k=1}^{N} \frac{q}{C_k} = q\sum_{k=1}^{N} \frac{1}{C_k} \,.$$

Отсюда получаем, что эквивалентный конденсатор, которым заменяются последовательно соединенные конденсаторы, имеет емкость $C_{посл}$ такую, что

$$\frac{1}{C_{посл}} = \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{C_k} \,. \qquad (1.60)$$

***При последовательном соединении конденсаторов складываются величины, обратные их емкостям.*** Доля общего напряжения, приходящаяся на данный конденсатор, обратно пропорциональна его емкости. Необходимо, чтобы ни для одного из конденсаторов $U_k$ не превышало указанное для него значение $U_{max}$. Если все конденсаторы одинаковы и имеют емкость $C_1$ и предельное напряжение $U_{max}$, то

$$C_{посл} = \frac{1}{N} C_1, \qquad (U_{max})_{посл} = NU_{max}. \qquad (1.61)$$

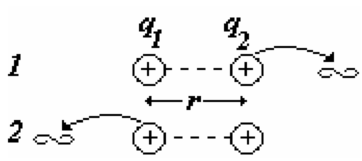
## 1.15. Энергия электрического поля

### Два неподвижных точечных заряда

Пусть два точечных заряда $q_1$ и $q_2$ находятся на расстоянии r друг от друга. Найдем работу по их переносу в бесконечность (рис. 1.33):

$$A_1 = q_2 \cdot \varphi_2 = q_2 \frac{kq_1}{r^2},$$
$$A_2 = q_1 \cdot \varphi_1 = q_1 \frac{kq_2}{r^2}.$$

$\varphi_2$ - потенциал поля заряда $q_1$ в точке, где находится $q_2$; $\varphi_1$ - потенциал поля заряда $q_2$ в точке, где находится $q_1$. Т. к. $A_1 = A_2$, работу можно записать в виде




$$A = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2).$$

Рис. 1.33

Работа может быть представлена как разность значений потенциальной энергии $A = \Delta W$. Потенциальная энергия на бесконечности равна нулю, следовательно, электрическая энергия системы из двух точечных зарядов

$$W = \frac{1}{2}(q_1\varphi_1 + q_2\varphi_2). \quad (1.62)$$

**Система n точечных дискретных зарядов**

Рассуждая аналогично, можно получить энергию системы n точечных зарядов $(i = 1, 2, \ldots, n)$:

$$W_{\substack{\text{системы} \\ \text{точ.зарядов}}} = \frac{1}{2}\sum q_i \cdot \varphi_i, \quad (1.63)$$

$\varphi_I$ – потенциал, создаваемый всеми зарядами, кроме i-го в точке, где находится i-ый заряд.

**Заряженный проводник**

Если заряды распределены непрерывно, то суммирование заменяется интегрированием. Учтем, что для проводника $\varphi = \text{const}$ и используем выражение для емкости проводника $C = q/\varphi$. Получим выражения для энергии проводника

$$W_{\text{проводника}} = \frac{1}{2}\int_q \varphi \cdot dq = \frac{1}{2}\varphi\int_q dq = \frac{q \cdot \varphi}{2} = \frac{C \cdot \varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C}. \quad (1.64)$$

**Заряженный конденсатор**

Рассмотрим две параллельные одинаковые незаряженные пластины. Мысленно перенесем с одной пластины на другую бесконечно малый заряд $+dq$. Для этого не требуется никакой работы, т.к. пластина пока не заряжена. После этого пластины окажутся разноименно заряженными, и между ними появится разность потенциалов $\Delta\varphi$. Для переноса следующей «порции» заряда уже требуется работа $dA = dq \cdot \Delta\varphi = dq \cdot (q/C)$, где $C$ – емкость конденсатора. Каждая новая «порция» заряда будет повышать заряд q на пластине, и все труднее будет переносить новые порции. Работа, которую надо затратить, чтобы зарядить конденсатор зарядом q, равна интегралу

$$A = \int_1^2 dA = \frac{1}{C}\int_0^q q \cdot dq = \frac{q^2}{2C}.$$

Так как $A = \Delta W$, энергия заряженного конденсатора

$$W_{\text{конденсатора}} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q \cdot \Delta\varphi}{2} = \frac{C \cdot \Delta\varphi^2}{2}. \tag{1.65}$$

**Энергия электростатического поля**

В предыдущих формулах электрическая энергия выражалась через характеристики, связанные с проводником: емкость, заряд, разность потенциалов.

Получим формулы для энергии, выразив ее через характеристики электрического поля, существующего вокруг заряженных тел: напряженность $E$ и электрическую индукцию $D$. Рассмотрим плоский конденсатор, считая поле между обкладками однородным. Энергия заряженного конденсатора

$$W_{\text{конденсатора}} = \frac{C \cdot \Delta\varphi^2}{2}.$$

$$\Delta\varphi = E \cdot d,$$

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_o S}{d}, \quad V = S \cdot d.$$

$\Delta\varphi$ - разность потенциалов между обкладками, $C$ - емкость плоского конденсатора, $V$ – объем пространства между обкладками. Электрическая энергия, сосредоточенная в пространстве между обкладками плоского конденсатора,

$$W_{\text{конденсатора}} = \frac{\varepsilon\varepsilon_o E^2}{2} V. \tag{1.66}$$

Введем понятие *объемная плотность энергии* - энергия, приходящаяся на единицу объема пространства

$$w = \frac{dW}{dV}. \tag{1.67}$$

Запас энергии в элементарном объеме $dV$, т.е. в таком малом объеме, в пределах которого $\vec{E}$ = const,

$$dW = w \cdot dV.$$

Запас энергии электростатического поля в объеме V

$$W = \int_V w \cdot dV = \int_V \frac{\varepsilon\varepsilon_o E^2}{2} dV . \qquad (1.68)$$

Для однородного поля  в конденсаторе

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_o E^2}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon_o} = \frac{ED}{2} . \qquad (1.69)$$

В различных случаях элементарный объем выражается по-разному. При использовании декартовых координат $dV = dxdydz$; при сферической симметрии (шар, сфера) элементарный объем – это тонкий сферический слой (заштрихован на рис. 1.34) $dV = 4\pi r^2 \cdot dr$; при осевой симметрии (цилиндр) элементарный объем – это тонкий цилиндрический слой $dV = 2\pi r \cdot dr \cdot L$ (заштрихован на рис. 1.35).

Сравним запас энергии электростатического поля (в единице объема) в вакууме ($w_o$) и при наличии диэлектрика ($w$). Для простоты расчетов будем считать, что напряженность поля в вакууме и в диэлектрике незначительно отличаются друг от друга $E \cong E_o$

$$\Delta w = w - w_o = \frac{\varepsilon_o \varepsilon E^2}{2} - \frac{\varepsilon_o E_o^2}{2} = (\varepsilon - 1)\frac{\varepsilon_o E^2}{2} . \qquad (1.70)$$

Таким образом, $\Delta w$ положительна, т.е. при введении диэлектрика энергия увеличивается. Это объясняется тем, что в энергию $w$ входит не только собственная энергия поля, но и энергия поляризации диэлектрика – $\Delta w$. Эта часть энергии переходит в тепловую, т.е. диэлектрик, вносимый в электрическое поле, нагревается.

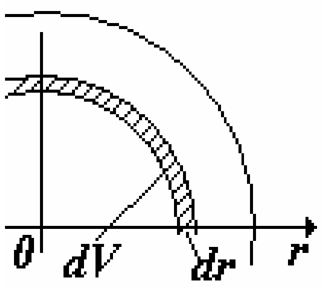



Рис. 1.34

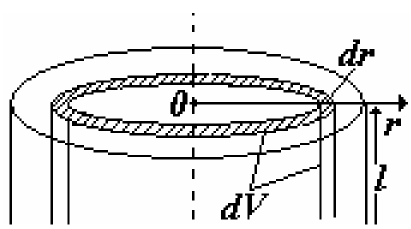



Рис. 1.35

## Основные положения

• **Закон сохранения электрических зарядов**

Заряды не создаются и не пропадают, они могут быть лишь переданы от одного тела другому или перемещены внутри данного тела.

• **Точечный заряд –**

заряженное тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстоянием от этого тела до других тел, несущих электрический заряд.

• **Объемная плотность заряда –**

$$\rho = \frac{dq}{dV}.$$

• **Поверхностная плотность заряда –**

$$\sigma = \frac{dq}{dS}.$$

• **Линейная плотность заряда –**

$$\lambda = \frac{dq}{dl}.$$

• **Закон Кулона**

$$\vec{F} = \frac{kq_1q_2}{\varepsilon r^2}\vec{e}.$$

$\varepsilon_0 = 0{,}885\cdot10^{-11}$ Ф/м; $k = 1/4\pi\varepsilon_0 = 9\cdot10^9$ Н·м$^2$/Кл$^2$.

• **Напряженность электрического поля –** векторная величина, численно равная силе, действующей на единичный положительный заряд, и имеющая направление этой силы.

$$\vec{E} = \vec{F}/q.$$

Величина вектора напряженности электростатического поля E, созданного точечным зарядом q в точке, находящейся на расстоянии r от заряда,

$$E = \frac{kq}{\varepsilon r^2}.$$

• **Потенциал –**

скалярная величина, численно равная работе, которую совершают силы поля при перемещении единичного положительного заряда из данной точки в бесконечно удаленную, потенциал которой равен нулю. Потенциал электростатического поля φ, созданного точечным зарядом q в точке, находящейся на расстоянии r,

$$\varphi = \frac{kq}{\varepsilon r}.$$

• **Связь между электрическим потенциалом и вектором напряженности электрического поля –**

$$\vec{E} = -\operatorname{grad}\varphi.$$

• **Разность потенциалов, напряжение** между произвольными двумя точками в пространстве –

$$U = \varphi_1 - \varphi_2.$$

• **Принцип суперпозиции электрических полей –**

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots = \sum_{i=1}^{N}\vec{E}_i,$$

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \ldots = \sum_{i=1}^{N}\varphi_i.$$

• **Величина потока** вектора напряженности электрического поля, пронизывающего поверхность S,

$$\Phi = \int_S E\cos\alpha\, dS.$$

• **Теорема Гаусса –**

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность произвольной формы равен полному заряду, заключенному в объеме, ограниченном данной поверхностью, деленному на $\varepsilon\varepsilon_0$.

• **Дипольный электрический момент**

$$\vec{p} = q\vec{L}.$$

• **Дипольный момент** неполярной молекулы в поле напряженностью $\vec{E}$ -

$$\vec{p} = \beta\varepsilon_0\vec{E}.$$

• **Вектор поляризации**

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^{N}\vec{p}_i}{\Delta V}.$$

• **Электрическое смещение** (электрическая индукция) –

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E}_0 + \vec{P}.$$

• **Теорема Гаусса для поля в диэлектрике -**

$$\oint_S \vec{D}d\vec{S} = \sum_{i=1}^{N} q_i.$$

- **Электроемкости**
  уединенного проводника

$$C = \frac{q}{\varphi};$$

сферы радиуса R

$$C = \frac{\varepsilon}{k}R = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R;$$

конденсатора

$$C = \frac{q}{U};$$

плоского конденсатора

$$C = \varepsilon\varepsilon_0\frac{S}{d};$$

сферического конденсатора

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0\frac{R_1R_2}{R_2 - R_1};$$

цилиндрического конденсатора –

$$C = 2\pi\varepsilon\varepsilon_0\frac{h}{\ln(R_2 / R_1)}.$$

- **Электроемкости эквивалентных конденсаторов -**

$$C_{парал} = \sum_{k=1}^{N} C_k,$$

$$\frac{1}{C_{посл}} = \sum_{k=1}^{N}\frac{1}{C_k}.$$

- **Энергия конденсатора -**

$$W = \frac{C\Delta\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\Delta\varphi}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}\ V$$

## Обозначения, используемые в главе 1

q – заряд,
N – количество зарядов,
$\rho$ – объемная плотность заряда,
$\sigma$ – поверхностная плотность заряда,
$\lambda$ – линейная плотность заряда,
$k = 1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9$ Н·м$^2$/Кл$^2$,
$\varepsilon_0$ – электрическая постоянная,
$\varepsilon$ – относительная диэлектрическая проницаемость среды,
$\vec{F}$ – сила,
$\vec{E}$ – напряженность электрического поля,
$\varphi$ – потенциал электрического поля,
$U = \Delta\varphi$ – напряжение, разность потенциалов,
W – энергия,
A – работа силы,
C – электроемкость,
$\nabla\varphi$, grad $\varphi$ – градиент функции $\varphi$,
$\vec{p} = q\vec{L}$ – дипольный электрический момент,
$\vec{n}$ – единичный вектор нормали к поверхности,
$\Phi = \oint_S \vec{E}\, d\vec{S}$ – поток вектора напряженности электрического поля через замкнутую поверхность,
w – объемная плотность энергии электростатического поля,
$\vec{D}$ – электрическое смещение, электрическая индукция,
$\vec{p}$ – вектор поляризации,
$\chi$ – диэлектрическая восприимчивость,
$\beta$ – поляризуемость молекулы.

### Тесты для электронного экзамена

**Т1.1** Два одинаковых металлических шарика заряжены разноименными зарядами так, что один из них в 5 раз больше заряда другого. Шарики привели в соприкосновение и раздвинули на прежнее расстояние. Сила взаимодействия изменилась по модулю в

1) 5 раз 2) 25 раз 3) 2,5 раза 4) 3 раза 5) 1,25 раза

**Т1.2.** В вершинах квадрата находятся положительные одинаковые точечные заряды q = 3,3•$10^{-9}$Кл каждый. Чтобы вся система находилась в равновесии, в центр квадрата нужно поместить точечный заряд

1) -3,2•$10^{-9}$ Кл 2) 3,2•$10^{-9}$ Кл 3) -6,6•$10^{-9}$ Кл 4) 6,6•$10^{-9}$ Кл 5) -9,9•$10^{-9}$ Кл

**Т1.3.** В вершинах квадрата расположены одинаковые точечные заряды $q = -10^{-9}$ Кл каждый. Чтобы система находилась в равновесии, в центр квадрата следует поместить точечный заряд

1) 2•$10^{-9}$ Кл 2) 0,1•$10^{-9}$ Кл 3) 0,95•$10^{-9}$ Кл 4) 4•$10^{-9}$ Кл 5) 0,2•$10^{-9}$ Кл

**Т1.4.** В трех вершинах квадрата со стороной a = 0,1 м расположены одинаковые точечные заряды q = $10^{-8}$ Кл. Напряженность электрического поля в четвертой вершине равна

1) 2420 В/м 2) 17100 В/м 3) 610 В/м 4) 3650 В/м 5) 860 В/м

**Т1.5.** В трех вершинах квадрата со стороной a = 0,1 м расположены одинаковые точечные заряды q = $10^{-8}$ Кл. Потенциал электрического поля в четвертой вершине равен

1) 122 В 2) 143 В 3) 244 В 4) 345 В 5) 450 В

**Т1.6.** Расстояние между двумя точечными зарядами 8•$10^{-9}$ Кл и - 6•$10^{-9}$ Кл равно 10см. Напряженность электрического поля в точке, лежащей посередине ними, равна

1) 2•$10^{4}$ В/м 2) 3•$10^{4}$ В/м 3) 4•$10^{4}$ В/м 4) 5•$10^{4}$ В/м 5) 6•$10^{4}$ В/м

**Т1.7.** На двух одинаковых каплях воды находится по одному заряду q = 1,6•$10^{-19}$ Кл. Сила электрического отталкивания капель уравновешивает силу их взаимного тяготения. Гравитационная постоянная G = 6,627•$10^{-11}$м$^3$/(кг•с$^2$). Масса капли равна

1) 0,24 • $10^{-9}$ Кг 2) 0,93 • $10^{-9}$ Кг 3) 1,86 • $10^{-9}$ Кг 4) 2,95 • $10^{-9}$ Кг 5) 3,74 • $10^{-9}$ Кг

**Т1.8.** Два одинаковых точечных заряда находятся в парафине на расстоянии 20 см. Диэлектрическая проницаемость парафина равна 2,2. Чтобы сила взаимодействия между ними в воздухе была такой же, они должны находиться на расстоянии

1) 10 см 2) 20 см 3) 30 см 4) 40 см 5) 50 см

**Т1.9.** Тонкая шелковая нить выдерживает максимальную силу натяжения 0,01 Н. Подвешенный на этой нити шарик массой 0,6 г имеет заряд $10^{-8}$ Кл. Снизу к нему подносят шарик с зарядом -4·$10^{-8}$ Кл. Нить разорвется, если расстояние между шариками станет равным

1) 1 см 2) 2 см 3) 3 см 4) 4 см 5) 5 см

**Т1.10.** Два одинаковых небольших шарика массой 0,1 г каждый подвешены на нитях длиной 25 см. После того как шарикам были сообщены одинаковые заряды, они разошлись на расстояние 5 см. Заряд каждого шарика равен

1) 0,2•$10^{-9}$ Кл 2) 1,2•$10^{-9}$ Кл 3) 3,2•$10^{-9}$ Кл 4) 5,2•$10^{-9}$ Кл 5) 7,2•$10^{-9}$ Кл

**Т1.11.** Два заряженных одинаковых маленьких шарика подвешены в одной точке на длинных непроводящих нитях и находятся в керосине. Плотность керосина 800 кг/м$^3$, плотность материала шариков 1600 кг/м$^3$. В воздухе нити расходятся на такой же угол, как и в керосине. Относительная диэлектрическая проницаемость керосина равна

1) 5 2) 8 3) 4 4) 2 5) 1

**Т1.12.** Два маленьких проводящих шарика одинакового радиуса с зарядами -1,5•$10^{-5}$ Кл и +2,5·$10^{-5}$ Кл вследствие притяжения соприкоснулись и вновь разошлись на 5 см. Сила электрического взаимодействия между ними после соприкосновения равна

1) 15 Н 2) 90 Н 3) 25 Н 4) 60 Н 5) 20 Н

**Т1.13.** Два одинаковых металлических шарика, заряды которых отличаются в n раз, находятся на некотором расстоянии друг от друга. Шарики заряжены разноименно. После того как их привели в соприкосновение, сила взаимодействия между ними по сравнению с первоначальной не изменилась. Расстояние между шариками изменено в

1) $3\sqrt{n}$ раз 2) $2\sqrt{n}/(n+1)$ раз 3) $3\sqrt{n}/(n-1)$ раз

4) $3\sqrt{n}/(n+1)$ раз 5) $2\sqrt{n}/(n-1)$ раз

**Т1.14.** Три одинаковых точечных заряда помещены в вершинах равностороннего треугольника со стороной 0,1 м. Сила, действующая на каждый заряд, равна 0,173 Н. Заряды находятся в воздухе. Величина каждого заряда равна

1) $0{,}3 \cdot 10^{-7}$ Кл 2) $1{,}3 \cdot 10^{-7}$ Кл 3) $2{,}3 \cdot 10^{-7}$ Кл 4) $3{,}3 \cdot 10^{-7}$ Кл 5) $4{,}3 \cdot 10^{-7}$ Кл

**Т1.15.** В вершинах ромба с углами $\alpha = 60^0$ и $\beta = 120^0$, расположены точечные заряды $q_1 = q_2 = q_3 = 2q$ и $q_4 = -q$. Сторона ромба равна a. Заряд $q_4$ находится в вершине с углом $\beta$. Сила, действующая на заряд $q_5 = q$, помещенный в центр ромба, равна

1) $4kq^2/a^2$ 2) $6kq^2/a^2$ 3) $8kq^2/a^2$ 4) $10kq^2/a^2$ 5) $12kq^2/a^2$

**Т1.16.** В двух противоположных вершинах квадрата находятся одинаковые точечные заряды $q_1 = q_2 = 1$ мкКл. Если в две другие вершины квадрата поместить точечные заряды $q_3 = 1$ мкКл и $q_4 = -1$ мкКл, то сила, действующая на один из этих зарядов, увеличится в

1) 1 раз 2) 2 раза 3) 3 раза 4) 4 раза 5) 5 раз

**Т1.17.** Два одинаковых разноименных точечных заряда $|q_1| = |q_2| = 4 \cdot 10^{-9}$ Кл находятся на расстоянии r = 0,6 м друг от друга. Напряженность поля в точке, расположенной на середине отрезка, соединяющего заряды, равна

1) 800 В/м 2) 900 В/м 3) 1000 В/м 4) 1100 В/м 5) 1200 В/м

**Т1.18.** Два положительных точечных заряда находятся на расстоянии r = 0,1 м друг от друга. На расстоянии x = 8 см от первого заряда напряженность поля равна нулю. Отношение величины первого заряда к величине второго равно

1) 4 2) 8 3) 16 4) 32 5) 64

**Т1.19.** Напряженность электрического поля в точке, лежащей посредине между точечными зарядами $q_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ Кл и $q_2 = -4 \cdot 10^{-7}$ Кл, находящимися в скипидаре ($\varepsilon = 2{,}2$) на расстоянии a = 0,1 м друг от друга, равна

1) 80 В/м 2) 100 В/м 3) $8 \cdot 10^2$ В/м 4) $3 \cdot 10^4$ В/м 5) $10^6$ В/м

**Т1.20.** Три равных по величине и знаку точечных заряда расположены вдоль прямой на одинаковых расстояниях L друг от друга. Модуль вектора напряженности электрического поля, созданного этими зарядами в точке, расположенной посередине между двумя ближайшими зарядами, равен

1) $q/(9\pi\varepsilon_0 L)$ 2) $3q/(\pi\varepsilon_0 L)$ 3) $9q/(\pi\varepsilon_0 L)$ 4) $q/(3\pi\varepsilon_0 L)$ 5) $6q/(\pi\varepsilon_0 L)$

**Т1.21.** Расстояние между двумя точечными зарядами $2 \cdot 10^{-7}$ Кл и $-2 \cdot 10^{-7}$ Кл равно $5 \cdot 10^{-2}$ м. Напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $4 \cdot 10^{-2}$ м от положительного и $3 \cdot 10^{-2}$ м от отрицательного заряда, равна

1) $0{,}3 \cdot 10^6$ В/м 2) $1{,}3 \cdot 10^6$ В/м 3) $2{,}3 \cdot 10^6$ В/м 4) $3{,}3 \cdot 10^6$ В/м 5) $4{,}3 \cdot 10^6$ В/м

**Т1.22.** В двух противоположных вершинах квадрата со стороной 20 см находятся одинаковые точечные заряды по 0,2 мкКл каждый. Напряженность электрического поля в двух других вершинах квадрата равна

1) $2{,}4 \cdot 10^4$ В/м 2) $4{,}4 \cdot 10^4$ В/м 3) $6{,}4 \cdot 10^4$ В/м 4) $8{,}4 \cdot 10^4$ В/м 5) $12{,}4 \cdot 10^4$ В/м

**Т1.23.** Два точечных положительных заряда по q = 1 нКл каждый расположены в вершинах прямоугольного треугольника с катетами a = 40 см и b = 30 см. Заряды находятся в вакууме. Напряженность поля, создаваемого этими зарядами в вершине прямого угла, равна

1) 25 В/м 2) 45 В/м 3) 65 В/м 4) 85 В/м 5) 115 В/м

**Т1.24.** В углах равнобедренного прямоугольного треугольника, катеты которого b = 3м, расположены заряды $q_1 = 10^{-7}$ Кл, $q_2 = -4 \cdot 10^{-7}$ Кл и $q_3 = 4 \cdot 10^{-7}$Кл. Заряд $q_3$ расположен в вершине прямого угла. Модуль вектора напряженности электрического поля, созданного этими зарядами в середине гипотенузы, равен

1) 0,1 кВ/м 2) 1 кВ/м 3) 10 кВ/м 4) 100 кВ/м 5) 1000 кВ/м

**Т1.25.** В вершинах острых углов ромба со стороной а = 2 м помещены положительные точечные заряды по $q_1$ = 3 нКл каждый, а в вершине одного из тупых углов – точечный заряд $q_2$ = 9 нКл. Если меньшая диагональ ромба равна его стороне, то напряженность электрического поля в четвертой вершине ромба равна

1) 17 В/м 2) 27 В/м 3) 37 В/м 4) 47 В/м 5) 57 В/м

**Т1.26.** В трех вершинах правильного шестиугольника, через одну, помещены точечные заряды равные 4 нКл каждый. Сторона шестиугольника 3 см. Величина вектора напряженности электрического поля, созданного этими зарядами в любой свободной от заряда вершине, равна

1) $0,5 \cdot 10^4$ В/м 2) $1,5 \cdot 10^4$ В/м 3) $3 \cdot 10^4$ В/м 4) $5 \cdot 10^4$ В/м 5) $9 \cdot 10^4$ В/м

**Т1.27.** Четыре точечных заряда q одного знака расположены в вершинах квадрата со стороной а. Напряженность электрического поля на расстоянии 2а от центра квадрата на продолжении диагонали равна

1) $kq/(8a^2)$ 2) $kq/(80a^2)$ 3) $kq/(0,8\ a^2)$ 4) $8\ kq/a^2$ 5) $0,8\ kq/a^2$

**Т1.28**. На двух проводящих концентрических сферах с радиусами 20 и 40 см находятся заряды -0,2 мкКл и 0,3 мкКл. Напряженность электрического поля на расстоянии 60 см от поверхности внешней сферы равна

1) 900 В/м 2) 600 В/м 3) 500 В/м 4) 300 В/м 5) 200 В/м

**Т1.29.** В однородное электрическое поле напряженностью $10^5$ В/м, созданное двумя разноименно заряженными вертикальными пластинами, помещен шарик массой 1 г, подвешенный на тонкой нити. Нить отклонилась от вертикали на угол $30^0$. Заряд шарика равен

1) 28 нКл 2) 34 нКл 3) 57 нКл 4) 73 нКл 5) 92 нКл

**Т1.30.** Капля росы в виде шара получилась в результате слияния 216 одинаковых заряженных капелек тумана. Напряженность поля на поверхности капли росы больше напряженности на поверхности капельки тумана в

1) 0,2 раза 2) 2 раза 3) 4 раза 4) 6 раз 5) 8 раз

**Т1.31.** Капелька жидкости массой $10^{-4}$ г находится в равновесии в направленном вертикально вверх однородном электрическом поле, напряженность которого 98 В/м. Заряд капельки равен

1) $10^{-4}$ Кл 2) $10^{-5}$ Кл 3) $10^{-6}$ Кл 4) $10^{-7}$ Кл 5) $10^{-8}$ Кл

**Т1.32.** Железный шар радиусом 1 см плавает в керосине, плотность которого 800 кг/м$^3$. Заряд шара $10^{-5}$ Кл. Плотность железа 7800 кг/м$^3$. Напряженность Е однородного электрического поля равна

1) $3 \cdot 10^4$ В/м 2) $5 \cdot 10^4$ В/м 3) $7 \cdot 10^4$ В/м 4) $9 \cdot 10^4$ В/м 5) $11 \cdot 10^4$ В/м

**Т1.33.** Металлический шарик, имеющий отрицательный заряд $|q|$ = 0,5 мкКл, подвешен на пружине жесткостью k = 0,002 Н/м в однородном, направленном вертикально вверх, электростатическом поле с напряженностью Е = 400 В/м. Если электростатическое поле убрать, то растяжение пружины изменится на

1) 1 мм 2) 0,1 см 3) 1 см 4) 10 см 5) 100 см

**Т1.34.** В двух противоположных вершинах квадрата со стороной 0,3 м находятся одинаковые положительные точечные заряды. В противоположных вершинах квадрата они создают потенциал 12 кВ. Значения каждого из этих зарядов равно

1) $7 \cdot 10^{-6}$ Кл 2) $2 \cdot 10^{-7}$ Кл 3) $5 \cdot 10^{-8}$ Кл 4) $3 \cdot 10^{-9}$ Кл 5) $6 \cdot 10^{-5}$ Кл

**Т1.35.** Уединенный металлический шар находится в вакууме, его радиус 7,2 см, потенциал -6 кВ. Число электронов, переданных шару, составляет

1) $9 \cdot 10^9$ 2) $3 \cdot 10^{11}$ 3) $6 \cdot 10^{12}$ 4) $4 \cdot 10^{14}$ 5) $6 \cdot 10^{13}$

**Т1.36.** В двух вершинах равностороннего треугольника со стороной 0,5 м расположены два одинаковых положительных точечных заряда по 1 мкКл каждый. Напряженность электрического поля в третьей вершине треугольника равна

1) $5 \cdot 10^3$кВ/м 2) $62,35 \cdot 10^3$кВ/м 3) $12,81 \cdot 10^3$кВ/м 4) $133,3 \cdot 10^3$кВ/м 5) $74,12 \cdot 10^4$кВ/м

**Т1.37.** 1000 одинаковых шарообразных капель воды заряжены до одинакового потенциала 0,01 В. Потенциал большой шарообразной капли, получившейся в результате слияния малых капель, равен

1) 0,01В 2) 0,1В 3) 1В 4) 10В 5) 100В

**Т1.38.** Шары радиусами 15 см и 10 см заряжены до потенциалов 20 кВ и 40 кВ соответственно одноименными зарядами. Потенциал шаров после их соприкосновения равен

1) 0,28 кВ 2) 280 кВ 3) 2,8 кВ 4) 28 В 5) 28 кВ

**Т1.39.** Заряженный шарик радиусом $R_1$ = 4 см привели в соприкосновение с незаряженным шариком вдвое меньшего радиуса и после этого раздвинули на расстояние r = 9 см. При этом они стали взаимодействовать с силой F = 0,5 мН. Первоначальный заряд шарика равен

1) 3,5 нКл 2) 13,5 нКл 3) 33,5 нКл 4) 43,5 нКл 5) 53,5 нКл

**Т1.40.** Металлический шар радиусом 5 см заряжен до потенциала 150 В. Потенциал поля в точке А, удаленной от поверхности шара на расстояние 10 см, равен

1) 0,7 В 2) 10 В 3) 30 В 4) 50 В 5) 60 В

**Т1.41.** Металлический шар радиусом 5 см заряжен до потенциала 150 В. Напряженность поля в точке А, удаленной от поверхности шара на расстояние 10 см, равна

1) 111 В/м 2) 222 В/м 3) 333 В/м 4) 444 В/м 5) 555 В/м

**Т1.42.** Металлическому шару, находящемуся в воздухе, сообщили заряд 1 нКл. Радиус шара 15 см. Потенциал поля вне шара на расстоянии 10 см от его поверхности равен

1) 13 В 2) 21 В 3) 36 В 4) 74 В 5) 128 В

**Т1.43.** Металлическому шару, находящемуся в воздухе, сообщили заряд 1 нКл. Радиус шара 15 см. Напряженность поля вне шара на расстоянии 10 см от его поверхности равна

1) 53 В/м 2) 10 В/м 3) 144 В/м 4) 220 В/м 5) 77 В/м

**Т1.44.** Металлическому шару, находящемуся в воздухе, сообщили заряд 1 нКл. Радиус шара 15 см. Напряженность поля на поверхности шара равна

1) 50 В/м 2) 100 В/м 3) 200 В/м 4) 300 В/м 5) 400 В/м

**Т1.45.** Металлическому шару, находящемуся в воздухе, сообщили заряд 1 нКл. Радиус шара 15 см. Потенциал поля на поверхности шара равен

1) 60 В 2) 80 В 3) 100 В 4) 120 В 5) 140 В

**Т1.46.** Чтобы перенести в вакууме точечный заряд 20 нКл из бесконечности на расстояние 28 см от поверхности уединенного проводящего заряженного шара, радиус которого 2 см, а потенциал 300 В, необходимо совершить работу, равную

1) $8 \cdot 10^{-7}$ Дж 2) $4 \cdot 10^{-7}$ Дж 3) $12 \cdot 10^{-7}$ Дж 4) $16 \cdot 10^{-7}$ Дж 5) $23 \cdot 10^{-7}$ Дж

**Т1.47.** Чтобы точечные заряды $3 \cdot 10^{-6}$ Кл и $2 \cdot 10^{-8}$ Кл, находящиеся в вакууме на расстоянии 1,5 м друг от друга, сблизить до расстояния 1 м, требуется совершить работу, равную

1) $0{,}13 \cdot 10^{-4}$ Дж 2) $0{,}4 \cdot 10^{-4}$ Дж 3) $1{,}8 \cdot 10^{-4}$ Дж 4) $4{,}3 \cdot 10^{-4}$ Дж 5) $9{,}1 \cdot 10^{-4}$ Дж

**Т1.48.** В трех вершинах квадрата со стороной a = 10 см находятся точечные заряды $q_1 = q_2 = -q_3$, одинаковые по модулю и равные 1 нКл каждый. Работа по переносу точечного заряда $q_0$ = 2 нКл из свободной вершины в центр квадрата, равна

1) 128 нДж 2) 220 нДж 3) 380 нДж 4) 430 нДж 5) 512 нДж

**Т1.49.** Потенциал на поверхности шара 200 В, его радиус 2 см. При переносе точечного заряда 30 нКл из бесконечности в точку, отстоящую на расстоянии 10 см от поверхности заряженного шара, надо совершить работу, равную

1) 1 мкДж 2) 5 мкДж 3) 10 мкДж 4) 50 мкДж 5) 100 мкДж

**Т1.50.** Напряженность поля точечного заряда Q в точке А равна $E_A$, а в точке В – $E_B$. Работа А, необходимая для перемещения заряда q из точки А в точку В, равна

1) $qkQ(\sqrt{E_A} - \sqrt{E_B})$ 2) $q\sqrt{kQ}(E_A - E_B)$ 3) $q\sqrt{kQ}/(\sqrt{E_A} - \sqrt{E_B})$

4) $q\sqrt{kQ}(\sqrt{E_A} - \sqrt{E_B})$ 5) $q\sqrt{kQ}/\sqrt{E_A - E_B}$

**Т1.51.** По окружности радиусом R = 10 см, в центре которой находится положительный точечный заряд Q = 0,02 мкКл, перемещается другой положительный точечный заряд q=0,1мкКл. Работа, затраченная при перемещении заряда q по дуге, соединяющей две диаметрально противоположные точки окружности, равна

1) 40 2) 30 3) 20 4) 10 5) 0

**Т1.52.** Электрон (масса электрона $9,1\cdot10^{-31}$ кг, а заряд $-1,6\cdot10^{-19}$ Кл), пролетевший ускоряющую разность потенциалов 200 В в однородном электрическом поле, приобретет скорость

1) $1,3\cdot10^{6}$ м/с 2) $2,8\cdot10^{6}$ м/с 3) $3,7\cdot10^{6}$ м/с 4) $5,5\cdot10^{6}$ м/с 5) $8,4\cdot10^{6}$ м/с

**Т1.53.** Шарик массой 40 мг, имеющий заряд 1 нКл, перемещается из бесконечности с начальной скоростью 10 см/с. Минимальное расстояние, на которое может приблизиться шарик к точечному заряду 1,33 нКл, равно

1) 40 см 2) 16 см 3) 14 см 4) 6 см 5) 2 см

**Т1.54.** Электрон влетает в плоский конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $10^{6}$ м/с. Масса электрона $9,1\cdot10^{-31}$ кг, а заряд $-1,6\cdot10^{-19}$ Кл. Длина пластины конденсатора 1см, напряжённость электрического поля в нем $5\cdot10^{3}$ Н/Кл. Скорость электрона при выходе из конденсатора равна

1) $2,4\cdot10^{6}$ м/с 2) $4,6\cdot10^{6}$ м/с 3) $8,7\cdot10^{6}$ м/с 4) $16,6\cdot10^{6}$ м/с 5) $19,2\cdot10^{6}$ м/с

**Т1.55.** Анодное напряжение двухэлектродной электронной лампы U=180 В. Масса электрона $9,1\cdot10^{-31}$ кг, заряд $-1,6\cdot10^{-19}$ Кл. Начальная скорость электрона (вблизи катода) равна нулю. Электрон подлетает к аноду со скоростью

1) $2\cdot10^{6}$ м/с 2) $4\cdot10^{6}$ м/с 3) $8\cdot10^{6}$ м/с 4) $16\cdot10^{6}$ м/с 5) $32\cdot10^{6}$ м/с

**Т1.56.** Летящий с некоторой скоростью электрон попадает в электрическое поле и, двигаясь вдоль линии напряженности этого поля, полностью теряет свою скорость между точками с разностью потенциалов 400 В. Масса электрона $9,1\cdot10^{-31}$ кг, а заряд $-1,6\cdot10^{-19}$ Кл. Движение электрона происходит в вакууме. Начальная скорость электрона равна

1) $14,9\cdot10^{7}$ м/с 2) $6,3\cdot10^{7}$ м/с 3) $4,8\cdot10^{7}$ м/с 4) $1,2\cdot10^{7}$ м/с 5) $0,017\cdot10^{7}$ м/с

**Т1.57.** Летящий с некоторой скоростью электрон попадает в электрическое поле и, двигаясь вдоль линии напряженности этого поля, полностью теряет свою скорость между точками с разностью потенциалов 400 В. Масса электрона $9,1\cdot10^{-31}$ кг, а заряд $-1,6\cdot10^{-19}$ Кл. Движение электрона происходит в вакууме. Скорость электрона уменьшится в два раза при разности потенциалов между этими же точками

1) 300 В 2) 400 В 3) 500 В 4) 600 В 5) 700 В

**Т1.58.** Электрон влетает в плоский воздушный конденсатор параллельно его пластинам со скоростью $5,9\cdot10^{7}$ м/с. Масса электрона $9,1\cdot10^{-31}$ кг, заряд $-1,6\cdot10^{-19}$ Кл. Расстояние между пластинами 10 мм, разность потенциалов 600 В, длина пластины 50 мм. Отклонение электрона, вызванное полем конденсатора, равно

1) 1,2 мм 2) 3,8 мм 3) 6,3 мм 4) 8,2 мм 5) 13,4 мм

**Т1.59.** В электрическом поле плоского воздушного конденсатора, пластины которого расположены горизонтально, находится во взвешенном состоянии капелька масла, несущая заряд, равный заряду электрона. Разность потенциалов между пластинами конденсатора $U=5\cdot10^{3}$ В, расстояние между пластинами $d = 5\cdot10^{-4}$ м, плотность масла $\rho = 900$ кг/м$^{3}$. Заряд электрона $q_e = -1,6\cdot10^{-19}$ Кл. Радиус капельки равен

1) $3,4\cdot10^{-6}$ м 2) $6\cdot10^{-6}$ м 3) $9,5\cdot10^{-6}$ м 4) $12,8\cdot10^{-6}$ м 5) $15,2\cdot10^{-6}$ м

**Т1.60.** Электрон влетел в плоский конденсатор, находясь на одинаковом расстоянии от каждой пластины и имея скорость $v = 10^{7}$ м/с, направленную параллельно пластинам. Масса электрона $9,1\cdot10^{-31}$ кг, заряд $-1,6\cdot10^{-19}$ Кл. Расстояние между пластинами d = 2 см, длина каждой пластины L = 2 см. Чтобы электрон не вылетел из конденсатора, к его пластинам нужно приложить наименьшую разность потенциалов, равную

1) 130 В 2) 280 В 3) 360 В 4) 420 В 5) 570 В

**Т1.61.** Протон влетел в горизонтально расположенный плоский конденсатор, находясь на одинаковом расстоянии от каждой пластины и имея скорость $10^{6}$ м/с, направленную параллельно пластинам. Заряд протона $1,6\cdot10^{-19}$ Кл, его масса $1,67\cdot10^{-27}$ кг. Расстояние между пластинами 2 см, длина каждой из них 10 см. Чтобы на вылете из конденсатора пластинами 2 см, длина каждой из них 10 см. Чтобы на вылете из конденсатора направление движения протона составляло $30^0$ к горизонтали, к пластинам нужно приложить наименьшую разность потенциалов, равную

1) 10,3 кВ 2) 8,4 кВ 3) 3,9 кВ 4) 1,2 кВ 5) 0,1 кВ

**Т1.62.** Протон влетает в горизонтально расположенный плоский конденсатор, находясь на одинаковом расстоянии от каждой пластины и имея скорость $10^6$ м/с, направленную параллельно пластинам. На вылете из конденсатора направление движения протона составляет $30^0$ к горизонтали. Расстояние между пластинами 2 см, длина каждой из них 10 см. Заряд протона $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, его масса $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ кг. Вертикальное смещение протона при этом равно

1) 4,6 мм 2) 3,9 мм 3) 2,8 мм 4) 1,7 мм 5) 0,3 мм

**Т1.63.** В пространство, где одновременно действуют горизонтальное и вертикальное однородные электрические поля с напряженностями $E_1$ = 400 В/м и $E_2$ = 300 В/м соответственно, вдоль направления силовой линии результирующего поля влетает электрон, скорость которого на пути S = 2,7 мм изменяется в n = 2 раза. Заряд электрона $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, его масса $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг. Скорость электрона в конце пути равна

1) $1 \cdot 10^5$ м/с 2) $2 \cdot 10^5$ м/с 3) $4 \cdot 10^5$ м/с 4) $8 \cdot 10^5$ м/с 5) $16 \cdot 10^5$ м/с

**Т1.64.** Электрон влетает в однородное электрическое поле с напряженностью E = 120 В/м перпендикулярно силовым линиям со скоростью v = 1000 км/с. Заряд электрона $-1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл, его масса $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг. Кинетическая энергия через время t = 1 мкс изменится в

1) 446 раз 2) 214 раз 3) 184 раз 4) 60 раз 5) 38 раз

**Т1.65.** Между пластинами плоского конденсатора при напряжении U = 3000 В находится в равновесии пылинка массой $m = 5 \cdot 10^{-9}$ г. Расстояние между пластинами d = 5 см. Заряд пылинки изменился на $\Delta q = 1{,}6 \cdot 10^{-17}$ Кл. Чтобы она осталась в равновесии, необходимо уменьшить разность потенциалов на

1) 28,3 В 2) 56,5 В 3) 70,4 В 4) 113,2 В 5) 175,8 В

**Т1.66.** Посередине плоского воздушного конденсатора взвешена капелька ртути. Расстояние между пластинами конденсатора d = 1 см, разность потенциалов между ними $U_1$ = 1000 В. Внезапно разность потенциалов падает до $U_2$ = 995 В. Капелька достигнет нижней пластины через время, равное

1) 4,16 с 2) 3,14 с 3) 2,15 с 4) 1,9 с 5) 0,45 с

**Т1.67.** Металлический шар находится в воздухе, его емкость 4,5пФ, заряд 180 нКл. Потенциал шара равен

1) $10 \cdot 10^4$ В 2) $8 \cdot 10^4$ В 3) $6 \cdot 10^4$ В 4) $4 \cdot 10^4$ В 5) $2 \cdot 10^4$ В

**Т1.68.** Металлический шар находится в воздухе, его заряд 180 нКл, емкость 4,5пФ. Радиус шара равен

1) $4 \cdot 10^{-2}$ м 2) $8 \cdot 10^{-2}$ м 3) $16 \cdot 10^{-2}$ м 4) $20 \cdot 10^{-2}$ м 5) $24 \cdot 10^{-2}$ м

**Т1.69.** Два шара, радиусы которых 5 см и 8 см, а потенциалы 120 В и 150 В, соединены проволокой. Потенциалы шаров после их соединения равны

1) 160,5 В 2) 111,5 В 3) 149,5 В 4) 125 В 5) 138,5 В

**Т1.70.** Два шара, радиусы которых 5 см и 8 см, а потенциалы 120 В и 150 В, соединены проволокой. Заряд, перешедший с одного шара на другой, равен

1) $10^{-6}$ Кл 2) $10^{-8}$ Кл 3) $10^{-9}$ Кл 4) $10^{-10}$ Кл 5) $10^{-11}$ Кл

**Т1.71.** Одинаково заряженные проводники имеют потенциалы $\varphi_1$ = 40 В и $\varphi_2$ = 60 В. Если их соединить тонкой проволокой, то потенциал этих проводников будет равен

1) 14В 2) 20В 3) 100В 4) 150В 5) 48В

**Т1.72.** Шар радиусом $R_1$ = 15 см, заряженный до потенциала $\varphi_1$ = 300 В, соединяют с незаряженным шаром тонкой проволокой. После соединения потенциал на каждом шаре стал равным $\varphi$ = 100 В. Радиус $R_2$ второго шара равен

1) 0,3 м 2) 0,9 м 3) 2,7 м 4) 4,1 м 5) 5,8 м

**Т1.73.** Два шарика, находясь в вакууме на расстоянии r = 2 см друг от друга, имеют электроемкость $C_1$ = 2 нФ и $C_2$ = 3 нФ и заряды $q_1$ = 3 мкКл и $q_2$ = 2 мкКл соответственно. Шарики соединили и затем развели на прежние места. Отношение сил взаимодействия шариков до и после соединения равно

1) 0,03 2) 0,2 3) 1 4) 5 5) 12

**Т1.74.** Плоский воздушный конденсатор зарядили до разности потенциалов $U_1$ = 600 В. После отключения от источника тока расстояние между обкладками увеличили вдвое и заполнили диэлектриком с $\varepsilon$ = 5. Разность потенциалов между пластинами конденсатора стала

1) 120 В 2) 240 В 3) 360 В 4) 480 В 5) 520 В

**Т1.75.** Напряжение на конденсаторах с емкостями $C_1$ = 2 мкФ и $C_2$ = 0,5 мкФ до соединения составляло $U_1$ = 100 В и $U_2$ = 50 В соответственно. При соединении одноименно заряженных пластин конденсаторов выделилось количество теплоты, равное

1) $5 \cdot 10^{-5}$ Дж 2) $2 \cdot 10^{-2}$ Дж 3) $3 \cdot 10^{-3}$ Дж 4) $7 \cdot 10^{-6}$ Дж 5) $5 \cdot 10^{-4}$ Дж

**Т1.76.** В радиостанциях, применяемых в РЭО вертолетов, используется конденсатор емкостью 30 мкФ, рассчитанный на напряжение 150 В. Заряд конденсатора равен

1) $4{,}5 \cdot 10^{-3}$ Кл 2) $8{,}5 \cdot 10^{-3}$ Кл 3) $12{,}5 \cdot 10^{-3}$ Кл 4) $16{,}5 \cdot 10^{-3}$ Кл 5) $20{,}5 \cdot 10^{-3}$ Кл

**Т1.77.** В радиостанциях, применяемых в РЭО вертолетов, используется конденсатор емкостью 30 мкФ, рассчитанный на напряжение 150 В. Энергия, запасенная в нем, равна

1) 0,12 Дж 2) 0,34 Дж 3) 1,76 Дж 4) 2,23 Дж 5) 3,45 Дж

**Т1.78.** На два последовательно соединенных конденсатора $C_1$ = 100 пф и $C_2$ = 200 пф подано постоянное напряжение U = 300 В. Энергия, запасенная в первом конденсаторе, равна

1) 10 мкДж 2) 8 мкДж 3) 6 мкДж 4) 4 мкДж 5) 2 мкДж

**Т1.79.** На два последовательно соединенных конденсатора $C_1$ = 100 пф и $C_2$ = 200 пф подано постоянное напряжение U = 300 В. Энергия, запасенная во втором конденсаторе, равна

1) 0,5 мкДж 2) 1 мкДж 3) 10 мкДж 4) 15 мкДж 5) 20 мкДж

**Т1.80.** Воздушный конденсатор состоит из двух круглых параллельных пластин радиусом 10 см. Расстояние между пластинами 1 см, разность потенциалов 120 В. Заряд конденсатора

1) $9{,}9 \cdot 10^{-9}$ Кл 2) $7{,}7 \cdot 10^{-9}$ Кл 3) $5{,}5 \cdot 10^{-9}$ Кл 4) $3{,}3 \cdot 10^{-9}$ Кл 5) $1{,}1 \cdot 10^{-9}$ Кл

**Т1.81.** Плоский воздушный конденсатор, расстояние между обкладками которого $d_1$ = 1 см, зарядили до разности потенциалов $U_1$ = 100 В, а затем отключили от источника напряжения и раздвинули обкладки до расстояния $d_2$ = 2 см. Разность потенциалов между обкладками после того, как их раздвинули, равна

1) 200 В 2) 400 В 3) 600 В 4) 800 В 5) 1000 В

**Т1.82.** Два конденсатора одинаковой емкости заряжены до разности потенциалов 100 В и 300 В, а затем соединены одноименно заряженными обкладками. Напряжение, установившееся между обкладками конденсаторов, равно

1) 500 В 2) 400 В 3) 300 В 4) 200 В 5) 100 В

**Т1.83.** Два конденсатора, емкости которых 4 и 2 мкФ, заряжены до разности потенциалов 300 и 600 В соответственно. Конденсаторы соединили параллельно. Разность потенциалов на обкладках батареи равна

1) 800 В 2) 600 В 3) 400 В 4) 200 В 5) 40 В

**Т1.84.** Конденсатор емкостью $C_1$ = 4 мкФ, заряженный до разности потенциалов $U_1$ = 100 В, соединили одноименно заряженными обкладками с конденсатором емкостью $C_2$ = 6 мкФ, заряженным до разности потенциалов $U_2$ = 150 В. Разность потенциалов между обкладками конденсаторов после их соединения равна

1) 130 В 2) 220 В 3) 360 В 4) 480 В 5) 512 В

**Т1.85.** Два последовательно соединенных конденсатора, емкости которых $C_1$ = 2 мкФ и $C_2$ = 3 мкФ соединены параллельно с конденсатором емкости $C_3$ = 0,8 мкФ. Отношение заряда на конденсаторе $C_1$ к заряду на конденсаторе $C_3$ равно

1) 1,5 2) 3 3) 6 4) 9 5) 15

**Т1.86.** Пылинка, потерявшая 20 электронов, находится в равновесии в поле плоского конденсатора. Расстояние между пластинами конденсатора 2,5 мм, его емкость 0,015 мкФ, а масса пылинки $1,0 \cdot 10^{-11}$ г. Заряд электрона $-1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Заряд, переданный конденсатору, равен

1) $5,16 \cdot 10^{-6}$ Кл 2) $3,98 \cdot 10^{-6}$ Кл 3) $1,17 \cdot 10^{-6}$ Кл 4) $4,81 \cdot 10^{-6}$ Кл 5) $7,14 \cdot 10^{-6}$ Кл

**Т1.87.** Два плоских конденсатора одинаковой емкости соединены последовательно и подключены к источнику тока. Пространство между пластинами второго конденсатора, не отключая источника тока, заполнили диэлектриком с диэлектрической проницаемостью равной 3. Разность потенциалов на пластинах первого конденсатора увеличится в

1) 15 раз 2) 12 раз 3) 6 раз 4) 3 раза 5) 1,5 раза

**Т1.88.** К двум одинаковым соединенным параллельно конденсаторам подсоединили последовательно третий конденсатор такой же емкости. Напряжение на всей батарее составляет 1000 В, а ее энергия равна 2 Дж. Емкость каждого конденсатора равна

1) 30 мкФ 2) 15 мкФ 3) 12 мкФ 4) 6 мкФ 5) 3 мкФ

**Т1.89** Если расстояние между двумя точечными зарядами увеличить в 3 раза, то модуль силы кулоновского взаимодействия

1) увеличится в 3 раза 2) увеличится в 9 раз 3) уменьшится в 3 раза
4) уменьшится в 9 раз 5) не изменится

**Т1.90** Чтобы при уменьшении величины двух точечных положительных зарядов в 4 раза сила взаимодействия между ними не изменилась, следует расстояние между ними

1) уменьшить в 16 раз 2) увеличить в 16 раз 3) уменьшить в 4 раза
4) увеличить в 4 раза 5) увеличить в 2 раза

## Задачи для контрольных работ

**1.1**

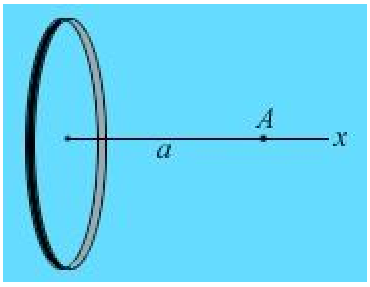
Диэлектрический шарик, несущий заряд 4,9 нКл, и имеющий массу 0,4 г, подвешен в вакууме в поле силы тяжести на жесткой диэлектрической нити. На какой угол $\alpha$ отклонится шарик, если его поместить в однородное горизонтальное электростатическое поле с напряженностью $10^5$ В/м?

**1.2**

Два проводящих шара радиусами $R_1 = 10$ см и $R_2 = 5$ см, заряженные до потенциалов $\varphi_{01}=20$ В и $\varphi_{02} = 10$ В, соединяют проводником, емкостью которого можно пренебречь. Найти заряды на шарах после их соединения.

**1.3**

Тонкое кольцо радиуса R несет заряд Q, равномерно распределенный по кольцу. Определить потенциал электростатического поля в точке A на оси x кольца на расстоянии a от кольца. Ось x перпендикулярна плоскости кольца и проходит через его центр.




**1.4**

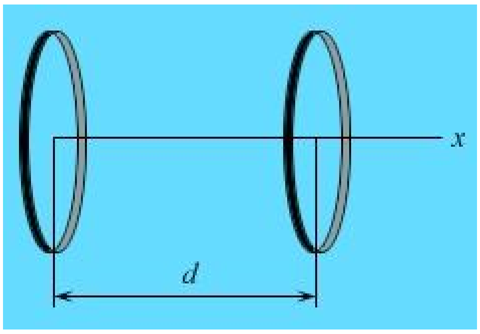
Тонкое кольцо радиуса R несет заряд Q, равномерно распределенный по кольцу. Определить напряженность электростатического поля на оси x кольца на расстоянии a от центра. Ось x перпендикулярна плоскости кольца и проходит через его центр.

**1.5**

В центре плоского кольца радиуса R, несущего равномерно распределенный заряд +Q, расположен отрицательный точечный заряд -Q. Определить напряженность электростатического поля такой системы зарядов в точке на оси x кольца на расстоянии a от плоскости кольца.

**1.6**

Два тонких проволочных кольца одинаковых радиусов R = 30 см расположены соосно на расстоянии d = 52 см друг от друга. Кольцам сообщены заряды -Q и +Q = 0,40 мкКл. Определить разность потенциалов между центрами колец.




**1.7**

Найти величину вектора напряженности электрического поля, создаваемого очень длинным заряженным равномерно с линейной плотностью заряда -λ стержнем в точке, находящейся на расстоянии r от него.

**1.8**

Найти разность потенциалов электрического поля между двумя точками, находящимися на расстояниях $R_1$ и $R_2$ от бесконечно длинного стержня, заряженного равномерно с линейной плотностью заряда λ.

**1.9**

Рассчитать напряженность электрического поля, создаваемого тонким заряженным стержнем в точке, находящейся на серединном перпендикуляре к стержню на расстоянии R от стержня. Электрический заряд распределяется по длине L равномерно с линейной плотностью $\lambda > 0$.

**1.10**

Найти модуль вектора напряженности электрического поля, создаваемого бесконечной плоскостью, заряженной равномерно с поверхностной плотностью заряда $\sigma < 0$.

**1.11**

Найти разность потенциалов между двумя точками, находящимися на расстояниях $R_1$ и $R_2$ от равномерно заряженной с поверхностной плотностью заряда $\sigma > 0$ плоскости.

**1.12**

Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими равномерно распределенный площади заряд с поверхностной плотностью $\sigma_1 = 1$ нКл/м$^2$ и $\sigma_2 = 3$ нКл/м$^2$. Определить напряженность электрического поля между пластинами.

**1.13**

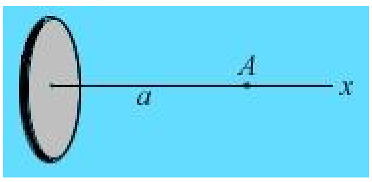
Рассчитать напряженность электрического поля, создаваемого двумя бесконечными плоскостями в пространстве между ними. Электрический заряд распределен равномерно с поверхностными плотностями +σ и -σ.

**1.14**

Рассчитать разность потенциалов между двумя бесконечными плоскостями в пространстве между ними. Электрический заряд распределен равномерно с поверхностными плотностями +σ и -σ, d - расстояние между плоскостями.

**1.15**

Тонкий диэлектрический диск радиуса R заряжен равномерно с поверхностной плотностью заряда σ. Определить напряжённость электростатического поля в точке A, расположенной на оси x диска на расстоянии a от диска. Ось проходит через центр диска перпендикулярно его плоскости.

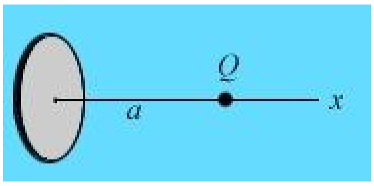



**1.16**

Тонкий диск радиуса R заряжен равномерно по поверхности с плотностью заряда σ. Определить потенциал электростатического поля диска в точке A на оси x, проходящей через центр диска перпендикулярно его плоскости, на расстоянии a от центра.

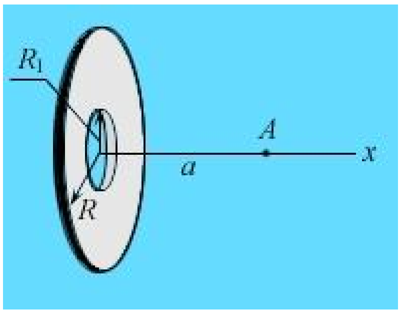
**1.17**

Тонкий жесткий диэлектрический диск радиуса R заряжен равномерно с поверхностной плотностью σ. На оси x диска на расстоянии a от его центра находится точечный заряд Q. Определить силу взаимодействия этого заряда с заряженным диском.




**1.18**

В центре плоского тонкого диска радиуса R имеется круглое отверстие радиуса $R_1$. Оставшаяся часть диска заряжена равномерно по поверхности с плотностью заряда σ. Определить напряженность электростатического поля диска с отверстием в точке A на оси диска на расстоянии a от его поверхности.




**1.19**

Отрезку тонкой диэлектрической нити длиной L сообщен заряд Q и придана форма дуги окружности радиуса R. В центре O этой окружности помещен точечный заряд q. Найти силу взаимодействия заряженной дуги и точечного заряда q.

**1.20**

На продолжении тонкого диэлектрического стержня (нити) длиной $l_1$, несущего заряд, равномерно распределенный по длине с линейной плотностью $\lambda_1$, расположен точечный заряд $Q_2$ на расстоянии b от одного из концов стержня. Определить силу взаимодействия стержня и заряда.

**1.21**

Электрическое поле создано двумя бесконечными параллельными пластинами, несущими равномерно распределённый по площади заряд с поверхностной плотностью $\sigma_1 = 1$ нКл/м$^2$ и $\sigma_2 = 3$ нКл/м$^2$. Определить напряжённость поля вне пластин.

**1.22**

В центре плоского тонкого диска радиуса $R_2$ имеется круглое отверстие радиуса $R_1$. Оставшаяся часть диска заряжена равномерно по поверхности с поверхностной плотностью заряда σ. Определить потенциал электростатического поля диска с отверстием в точке A на оси диска на расстоянии a от его поверхности.

**1.23**

В центре плоского кольца радиуса R, несущего равномерно распределенный заряд +Q, расположен отрицательный точечный заряд -Q. Определить потенциал электростатического поля такой системы зарядов в точке на оси x кольца на расстоянии a от плоскости кольца.

**1.24**

Найти напряженность электрического поля, создаваемого сферической поверхностью радиусом R, по которой равномерно распределён электрический заряд с поверхностной плотностью $\sigma > 0$. Точка находится на расстоянии r от центра ($r < R$).

**1.25**

Найти напряженность электрического поля, создаваемого сферической поверхностью радиусом R, по которой равномерно распределён электрический заряд с поверхностной плотностью $\sigma > 0$. Точка находится на расстоянии r от центра ($r > R$).

**1.26**

Найти потенциал электрического поля, создаваемого сферической поверхностью радиусом R, по которой равномерно распределён электрический заряд с поверхностной плотностью $\sigma > 0$. Точка находится на расстоянии r от центра ($r < R$).

**1.27**

Найти потенциал электрического поля, создаваемого сферической поверхностью радиусом R, по которой равномерно распределен электрический заряд с поверхностной плотностью $\sigma > 0$. Точка находится на расстоянии r от центра ($r > R$).

**1.28**

Шар радиусом R из однородного изотропного диэлектрика с относительной проницаемостью ε равномерно заряжен по объему с плотностью $\rho > 0$. Найти напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии r от центра ($r < R$).

**1.29**

Шар радиусом R из однородного изотропного диэлектрика с относительной проницаемостью ε равномерно заряжен по объему с плотностью $\rho > 0$. Найти напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии r от центра ($r > R$).

**1.30**

Шар радиусом R из однородного изотропного диэлектрика с относительной проницаемостью ε равномерно заряжен по объёму с плотностью $\rho > 0$. Найти потенциал электрического поля в точке, находящейся на расстоянии r от центра ($r > R$).

**1.31**

Полый стеклянный шар несёт равномерно распределённый по объёму заряд. Его объёмная плотность $\rho = 100$ нКл/м$^3$. Внутренний радиус шара $R_1 = 5$ см, а наружный $R_2 = 10$ см. Найти напряжённость электрического поля на расстоянии: а) $r_1 = 3$ см; б) $r_2 = 6$ см; в) $r_3 = 12$ от центра шара.

**1.32**

Некоторый заряд равномерно распределен внутри шара из диэлектрика. Во сколько раз энергия электростатического поля, локализованная в объеме шара $W_1$, меньше энергии, локализованной вне шара $W_2$? Диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 1$ и в диэлектрике и в окружающем пространстве.

**1.33**

При последовательном соединении двух различных конденсаторов их общая емкость стала равной $C_{посл} = 0{,}75$ мкФ, а при параллельном соединении она стала равной $C_{пар} = 7$ мкФ. Найти емкость каждого конденсатора.

**1.34**

Два конденсатора, емкости которых $C_1$=3 мкФ и $C_2$=6 мкФ, соединены между собой и подключены к батарее с ЭДС = 120 В. Определить заряды конденсаторов и разность потенциалов между их обкладками, если конденсаторы соединены: 1) параллельно; 2) последовательно

**1.35**

Два одинаковых плоских воздушных конденсатора соединены последовательно и подключены к источнику с постоянной ЭДС. Как изменится модуль напряженности электрического поля в первом конденсаторе, если пространство между обкладками второго конденсатора заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$?

**1.36**

Конденсаторы 2 мкФ и 0,8 мкФ соединены последовательно и подключены к источнику напряжения. Определить отношение энергий первого и второго конденсаторов.

**1.37**

Расстояние между пластинами заряженного отключенного от источника напряжения плоского воздушного конденсатора увеличивается в 2 раза. Во сколько раз возрастает при этом энергия электростатического поля в конденсаторе?

**1.38**

Одна батарея  составлена из $n_1 = 15$ параллельно соединенных одинаковых конденсаторов, заряженных до разности потенциалов $U_1 = 10$ В. Другая батарея составлена из $n_2 = 10$ таких же одинаковых последовательно соединенных конденсаторов, на каждом из которых разность потенциалов $U_2 = 40$ В. Найти отношение энергии первой батареи к энергии второй батареи конденсаторов.

**1.39**

Плоский воздушный конденсатор емкостью C = 20 нФ заряжен до разности потенциалов U = 100 В и отключен от источника. Какую работу надо совершить, чтобы увеличить расстояние между его обкладками вдвое?

**1.40**

Какое количество электрической энергии перейдет в теплоту при соединении одноименно заряженных пластин конденсаторов емкостями 2 мкФ и 0,5 мкФ, заряженных до напряжений 100 В и 50 В соответственно?

**1.41**

Между пластинами плоского конденсатора помещено два слоя диэлектриков — слюдяная пластина ($\varepsilon_1 = 7$) толщиной $d_1 = 1$ мм и парафин ($\varepsilon_2 = 2$) толщиной $d_2 = 0{,}5$ мм. Определить напряженность электрических полей в слоях диэлектрика, если разность потенциалов между пластинами конденсатора U = 500 В.

**1.42**

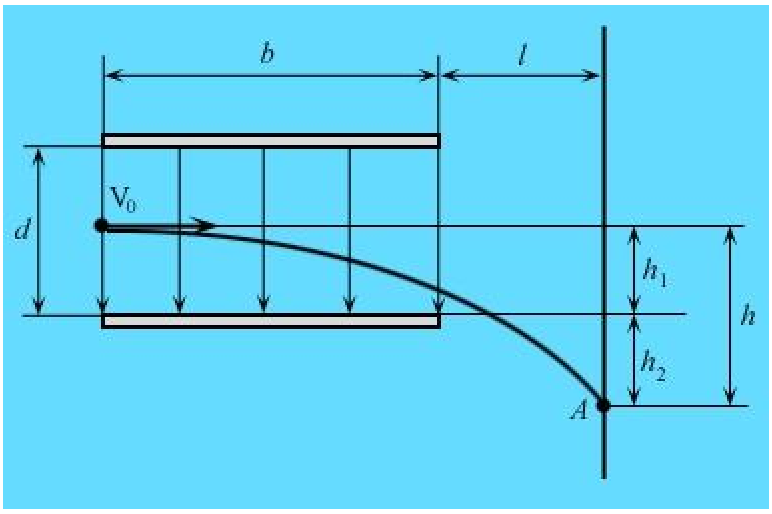
Плоский конденсатор, емкость которого C, находится в вакууме. Площадь пластины S, а напряженность внутри конденсатора E. Определить скорость, которую приобретает электрон, пройдя в конденсаторе от одной пластины к другой. Начальная скорость электрона равна нулю. Силу тяжести не учитывать.

**1.43**

Электроны, вылетающие без начальной скорости с одной пластины заряженного плоского конденсатора, достигают другой пластины, имея скорость V. Чему будет равна конечная скорость электронов, если параллельно первому конденсатору подключить незаряженный конденсатор такой же емкости?

**1.44**

Узкий пучок моноэнергетических протонов, скорость которых составляет $V_0 = 9{,}5 \cdot 10^4$ м/с, влетает в однородное электростатическое поле плоского конденсатора параллельно его пластинам. Ось пучка равноудалена от пластин. При напряжении $\Delta\varphi = 14$ В на пластинах конденсатора протоны смещаются от направления первоначального движения и попадают в точку A экрана. Определите смещение h протонов на экране, если расстояние между пластинами конденсатора d = 2,4 см, длина пластин b = 6,2 см и расстояние от конденсатора до экрана L = 45 см.




**1.45**

Вычислите емкость конденсатора, состоящего из двух концентрических сферических оболочек, если радиус внутренней оболочки равен $R_1$, а внешней $R_2$.

**1.46**

Конденсатор емкостью $C_1 = 4$ мкФ заряжен до разности потенциалов $U_1 = 100$ В. После отключения батареи конденсатор соединяют параллельно с незаряженным конденсатором. Определите емкость $C_2$ второго конденсатора, если конечное напряжение U = 30 В. Какое количество энергии $\Delta W$ при этом потеряно?

**1.47**

Найти силу F взаимодействия двух молекул воды, отстоящих друг от друга на расстоянии L = 10 нм, если их электрические моменты ориентированы вдоль одной прямой. Электрический момент каждой молекулы $p = 0{,}62 \cdot 10^{-29}$ Кл • м.

**1.48**

По тонкому кольцу радиусом R = 0,03м равномерно распределен заряд $Q = 10^{-8}$ Кл. Определить потенциал $\varphi$ в центре кольца.

**1.49**

Металлический диск радиуса R вращается с угловой скоростью $\omega$ вокруг оси, перпендикулярной диску и проходящей через его центр. Найти величину вектора напряженности электрического поля, возникшего на краю диска.

**1.50**

Точечные заряды $q_1 = 1$ мкКл и $q_2 = 0,1$ мкКл находятся на расстоянии $r_1 = 10$ см друг от друга. Какую работу А необходимо совершить, чтобы: 1) увеличить расстояние между ними до $r_2 = 10$ м; 2) уменьшить расстояние между ними до $r_3 = 5$ см?

**1.51**

Имеется бесконечно длинная прямая нить, заряженная равномерно с линейной плотностью $\lambda = 0,4$ мкКл/м. Вычислить разность потенциалов точек 1 и 2, если точка 2 находится в $\eta = 2$ раза дальше от нити, чем точка 1.

**1.52**

Определить вектор напряженности электростатического поля, потенциал которого зависит только от координат x и y в соответствие с функциями: а) $\varphi = A(x^2 - y^2)$; б) $\varphi = Axy$, где A в обеих формулах константа.