

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Белгородский государственный технологический университет  
им. В. Г. Шухова

**РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ  
СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА С НЕСКОЛЬКИМИ  
ИСТОЧНИКАМИ ЭДС В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ**

**Методические указания к выполнению расчетно-графической работы  
по дисциплине общая электротехника и электроника  
для студентов направления бакалавриата 27.03.02 (221400) –  
Управление качеством.**

Белгород  
2015

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Белгородский государственный технологический университет  
им. В. Г. Шухова  
Кафедра электроэнергетики и автоматики

Утверждено  
научно-методическим советом  
университета

РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ  
СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА С НЕСКОЛЬКИМИ ИСТОЧНИКАМИ  
ЭДС В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ

Методические указания к выполнению расчетно-графической работы  
по дисциплине общая электротехника и электроника  
для студентов направления бакалавриата 27.03.02 (221400) – Управление  
качеством.

Белгород  
2015

УДК 621.3.011.71 (07)  
ББК 31.211 я7  
Р24

Составители: канд. техн. наук, доц. А.С. Солдатенков  
ст. преп. О.В. Паращук

Рецензент канд. техн. наук, проф. А.С. Кижук

Р24 **Расчет** разветвленной электрической цепи синусоидального тока с несколькими источниками ЭДС в установившемся режиме: методические указания к выполнению расчетно-графической работы по дисциплине общая электротехника и электроника / сост.: А.С. Солдатенков, О.В. Паращук. – Белгород: Изд-во БГТУ, 2015. – 99 с.

Методические указания содержат требования к выполнению расчетно-графической работы по расчету разветвленной электрической цепи синусоидального тока с несколькими источниками ЭДС в установившемся режиме с целью закрепления знаний, полученных студентами на лекционных занятиях, и предназначены для студентов направления бакалавриата 27.03.02 (221400) – Управление качеством.

Данное издание публикуется в авторской редакции.

УДК 621.3.011.71 (07)  
ББК 31.211 я7

© Белгородский государственный  
технологический университет  
(БГТУ) им. В.Г. Шухова, 2015

## Введение

Физическое действие электрического тока проявляется в нагреве и механическом воздействии на токоведущие элементы электротехнического устройства. В конечном итоге это влияет на долговечность и надежность его работы. Перегрев токоведущих элементов устройства в первую очередь вызывает интенсивный износ изоляции, что, в конечном счете, приводит к короткому замыканию сопровождаемому, как правило, электрической дугой. Превышение механических усилий своего допустимого значения приводит к разрушению устройства, а затем – к короткому замыканию. В связи с этим первым этапом расчета электротехнического устройства, ставится задача определения токов в элементах устройства. При этом считается, что конфигурация и параметры элементов схемы электрической цепи устройства известны.

Любая электрическая цепь, содержащая  $n$  узлов и  $m$  ветвей, может быть описана системой уравнений в соответствии с первым и вторым правилами Кирхгофа. В общем случае, число уравнений в такой системе равно количеству ветвей в цепи, при этом первые  $n-1$  уравнений составляются по первому правилу Кирхгофа для всех узлов, кроме одного; а остальные  $m-n+1$  уравнений – по второму правилу Кирхгофа для всех независимых контуров. Поскольку в электрической цепи токи ветвей считаются независимыми, а число независимых переменных равно числу уравнений, то такая система разрешима.

Для упрощения математических расчетов, уменьшения порядка системы линейных алгебраических уравнений, были предложены методы контурных токов и узловых напряжений. А для определения тока только в какой-либо одной ветви сложной электрической цепи – метод эквивалентного генератора. Однако и в этом случае расчет электрической цепи сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений; а при наличии источников синусоидальных ЭДС и/или тока – системы уравнений с комплексными числами. В то же время математические вычисления существенно упрощаются при применении различных математических пакетов, например, Matlab, Maple, Mathematica, или инженерного калькулятора Mathcad.

Цели и задачи расчетно-графической работы в составе учебного курса состоят в том, чтобы дать студентам достаточно полное представление об электрических цепях и их составных элементах, их математических описаниях, основных методах анализа и расчета этих цепей в статическом режиме работы – т.е. в создании задела для последующего изучения различных специальных электротехнических дисциплин, а также в привитии практических навыков использования методов анализа и расчета электрических цепей для решения широкого круга задач.

## 1. Условные графические обозначения элементов электрических цепей

В соответствии с требованиями ГОСТ 2.701-2008 (Схемы. Виды и типы. Общие требования к выполнению) схемы в зависимости от назначения подразделяются на следующие типы:

1. *Схема структурная* – документ, определяющий основные функциональные части изделия, их назначение и взаимосвязи; разрабатывается при проектировании изделия на стадиях, предшествующих разработке схем других типов, и используется при анализе и синтезе изделий на стадии разработки и для общего ознакомления в условиях эксплуатации.

2. *Схема функциональная* – документ, разъясняющий процессы, протекающие в отдельных функциональных цепях изделия (установки) или изделия (установки) в целом; используется для изучения принципов работы, а также при наладке, регулировке, и ремонте.

3. *Схема принципиальная (полная)* – документ, определяющий полный состав элементов и взаимосвязи между ними и, как правило, дающий полное представление о принципах работы изделия (установки); служит основанием для разработки других конструкторских документов, например схем соединений и подключений.

4. *Схема соединений (монтажная)* – документ, показывающий соединения составных частей изделия (установки) и определяющий провода, жгуты, кабели или трубопроводы, которыми осуществляются эти соединения, а также места их присоединений и ввода (разъемы, платы, зажимы и т.п.).

5. *Схема подключения* – документ, показывающий внешние подключения изделия; используется при осуществлении подключений изделий при их наладке, эксплуатации и ремонте.

6. *Схема общая* – документ, определяющий составные части комплекса и соединения их между собой на месте эксплуатации, при этом устройства и элементы на схеме изображаются в виде прямоугольников или внешних очертаний; как правило, используется при ознакомлении с комплексами.

7. *Схема расположения* – документ, определяющий относительное расположение составных частей изделия (установки), а при необходимости, также жгутов (проводов, кабелей), трубопроводов, световодов и т.п.; используется при разработке других конструкторских документов, а также при эксплуатации и ремонте изделий.

8. *Схема объединенная* – документ, содержащий элементы различных типов схем одного вида.

Принципиальная схема показывает полную идею, точный смысл и принцип токопрохождения, но не отражает конструкцию реального устройства или установки. Элементы на принципиальной схеме

изображают в виде условных графических обозначений по ЕСКД (Единая Система Конструкторской Документации). Толщина линий условных графических обозначений выполняется равной толщине линий электрической связи (0,3 – 0,4 мм). При вычерчивании схем, насыщенных условными графическими обозначениями, допускается все обозначения пропорционально уменьшать, при этом расстояние между соседними линиями элементов не должно быть менее 1 мм. При вычерчивании иллюстративных схем на больших форматах все условные графические обозначения пропорционально увеличиваются. Условно-графические обозначения элементов вычерчиваются на схемах либо в положении, в котором они изображены в стандартах, либо повернутыми на угол, кратный 90° по отношению к этому положению; в отдельных случаях допускается вращение на произвольный угол.

Каждый элемент, входящий в состав принципиальной схемы, должен иметь буквенно-цифровое позиционное обозначение, в общем случае состоящее из трех частей, указывающих вид элемента, его номер и функцию. Вид и номер являются обязательной частью условного буквенно-цифрового обозначения и должны быть присвоены всем элементам и устройствам объекта. Указание функции элемента не служит для идентификации элемента и не является обязательным.

Буквенные коды видов элементов приведены в табл. 1.1. Элементы разбиты по видам на группы, которым присвоены обозначения одной буквой. Для уточнения вида элементов допускается применять двухбуквенные и многобуквенные коды. Элемент данного вида может быть обозначен одной буквой – общим кодом вида элемента или двумя буквами – кодом данного элемента. При применении двухбуквенных и многобуквенных кодов первая буква должна соответствовать группе видов, к которой принадлежит элемент. Дополнительные обозначения должны быть пояснены в документации (например, на поле схемы).

Таблица 1.1

### Примеры буквенных кодов элементов

Первая буква кода	Группа видов элементов	Примеры видов элементов	Пример кода
А	Устройство (общее обозначение)	Усилители, приборы телеуправления, лазеры и т.д.	
В	Преобразователи неэлектрических величин в электрические (кроме генераторов и источников питания) или наоборот аналоговые или	Громкоговоритель	ВА
		Магнитострикционный элемент	ВВ
		Детектор ионизирующих излучений	ВД
		Сельсин-приемник	ВЕ
		Телефон (капсюль)	ВФ
		Сельсин-датчик	ВС

Первая буква кода	Группа видов элементов	Примеры видов элементов	Пример кода
	многозарядные преобразователи или датчики для указания или измерения	Тепловой датчик	BK
		Фотоэлемент	BL
		Микрофон	BM
		Датчик давления	BP
		Пьезоэлемент	BQ
		Датчик частоты вращения (тахогенератор)	BR
		Звукосниматель	BS
	Датчик скорости	BV	
C	Конденсаторы		
D	Схемы интегральные, микросборки	Схема интегральная аналоговая	DA
		Схема интегральная, цифровая, логический элемент	DD
		Устройства хранения информации	DS
		Устройство задержки	DT
E	Элементы разные	Нагревательный элемент	EK
		Лампа осветительная	EL
		Пиропатрон	ET
F	Разрядники, предохранители, устройства защитные	Дискретный элемент защиты по току мгновенного действия	FA
		Дискретный элемент защиты по току инерционного действия	FP
		Предохранитель плавкий	FU
		Дискретный элемент защиты по напряжению, разрядник	FV
G	Генераторы, источники питания	Батарея	GB
H	Устройства индикационные и сигнальные	Прибор звуковой сигнализации	HA
		Индикатор символьный	HG
		Прибор световой сигнализации	HL
K	Реле, контакторы, пускатели	Реле токовое	KA
		Реле указательное	KH
		Реле электротепловое	KK
		Контактор, магнитный пускатель	KM
		Реле времени	KT
	Реле напряжения	KV	

Первая буква кода	Группа видов элементов	Примеры видов элементов	Пример кода
L	Катушки индуктивности, дроссели	Дроссель люминесцентного освещения	LL
M	Двигатели		
P	Приборы, измерительное оборудование	Амперметр	PA
		Счетчик импульсов	PC
		Частотомер	PF
		Счетчик активной энергии	PI
	Примечание. Сочетание PE применять не допускается	Счетчик реактивной энергии	PK
		Омметр	PR
		Регистрирующий прибор	PS
		Часы, измеритель времени действия	PT
	Вольтметр	PV	
	Ваттметр	PW	
Q	Выключатели и разъединители в силовых цепях (энергоснабжение, питание оборудования и т.д.)	Выключатель автоматический	QF
		Короткозамыкатель	QK
		Разъединитель	QS
R	Резисторы	Терморезистор	RK
		Потенциометр	RP
		Шунт измерительный	RS
		Варистор	RU
S	Устройства коммутационные в цепях управления, сигнализации и измерительных. Примечание. Обозначение SF применяют для аппаратов, не имеющих контактов силовых цепей	Выключатель или переключатель	SA
		Выключатель кнопочный	SB
		Выключатель автоматический	SF
		Выключатели, срабатывающие от различных воздействий:	
		от уровня	SL
		от давления	SP
		от положения (путевой)	SQ
от частоты вращения	SR		
от температуры	SK		
T	Трансформаторы, автотрансформаторы	Трансформатор тока	TA
		Электромагнитный стабилизатор	TS
		Трансформатор напряжения	TV



Первая буква кода	Группа видов элементов	Примеры видов элементов	Пример кода
U	Устройства связи Преобразователи электрических величин в электрические	Модулятор	UB
		Демодулятор	UR
		Дискриминатор	UI
		Преобразователь частотный, инвертор, генератор частоты, выпрямитель	UZ
V	Приборы электровакуумные и полупроводниковые	Диод, стабилитрон	VD
		Прибор электровакуумный	VL
		Транзистор	VT
		Тиристор	VS
W	Линии и элементы СВЧ	Ответвитель	WE
		Короткозамыкатель	WK
		Вентиль	WS
	Антенны	Трансформатор, неоднородность, фазовращатель	WT
		Аттенюатор	WU
Антенна	WA		
X	Соединения контактные	Токоъемник, контакт скользящий	XA
		Штырь	XP
		Гнездо	XS
		Соединение разборное	XT
		Соединитель высокочастотный	XW
Y	Устройства механические с электромагнитным приводом	Электромагнит	YA
		Тормоз с электромагнитным приводом	YB
		Муфта с электромагнитным приводом	YC
		Электромагнитный патрон или плита	YH
Z	Устройства оконечные фильтры Ограничители	Ограничитель	ZL
		Фильтр кварцевый	ZQ

Порядковые номера элементам следует присваивать, начиная с единицы, в пределах группы элементов, которым на схеме присвоено одинаковое буквенное обозначение, например C1, C2, C3 и т.д. Однако допускается разделение числового номера на вспомогательные группы. Порядковые номера должны быть присвоены в соответствии с последовательностью расположения элементов на схеме, сверху вниз в направлении слева направо. Например, RK2A – терморезистор, имеющий второй порядковый номер, используемый как вспомогательный.

Данные об элементах, изображенных на схеме, записывают в перечень элементов, связывая их с условными графическими обозначениями через позиционные обозначения.

При указании на схеме номиналов резисторов и конденсаторов допускается применять следующий упрощенный способ обозначения единиц измерений:

- для резисторов – от 0 до 999 Ом без указания единицы измерения, от  $10^3$  до  $999 \cdot 10^3$  Ом – в килоомах с обозначением единицы измерения литерой "к", от  $10^6$  до  $999 \cdot 10^6$  Ом – в мегаомах с обозначением единицы измерения литерой "М", свыше  $10^9$  Ом – в гигаомах с обозначением единицы измерения литерой "Г";


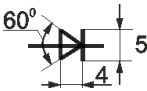

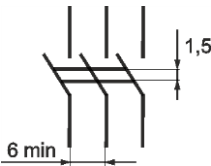
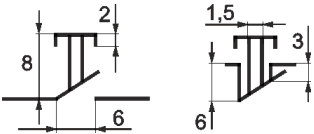
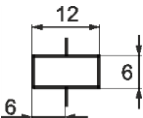
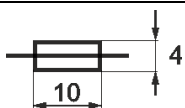
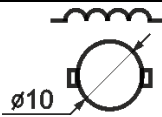
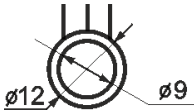

- для конденсаторов – от 0 до  $9999 \cdot 10^{-12}$  Ф без указания единицы измерения в пикофарадах, от  $10^{-8}$  до  $9999 \cdot 10^{-6}$  Ф – в микрофарадах с обозначением единицы измерения литерами "мк".

Примеры условно-графических обозначений основных элементов с указанием номера ГОСТ представлены в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Условно-графические обозначения элементов

Наименование	Обозначение	Стандарт
Линия электрической связи		2.721
Резистор - постоянный - нелинейный		2.728
Катушка индуктивности - без сердечника - с сердечником		2.723
Конденсатор - постоянной емкости - нелинейный		2.728
Магнитопровод - ферромагнитный - ферромагнитный с воздушным зазором - магнитодиэлектрический		2.723
Трансформатор однофазный		2.723

Наименование	Обозначение	Стандарт
Прибор электроизмерительный		2.729
Диод полупроводниковый		2.730
Контакт однополюсный		2.755
Контакт трехполюсный		2.755
Выключатель кнопочный - с замыкающим контактом - с размыкающим контактом		2.755
Обмотка реле, контактора, магнитного пускателя		2.756
Предохранитель плавкий		2.727
Машина постоянного тока с независимым возбуждением		2.722
Машина асинхронная с короткозамкнутым ротором		2.722
Машина асинхронная с фазным ротором		2.722

## 2. Общие сведения об электрических цепях синусоидального тока

Электромагнитный процесс в электрической цепи считается *периодическим*, если значения напряжений, токов и ЭДС повторяются через равные промежутки времени  $T$ . Электрические цепи, в которых действуют синусоидальные ЭДС, токи и напряжения, называются электрическими цепями *переменного синусоидального тока*:

$$\begin{cases} e(t) = E_m \sin(\omega t + \psi_e), \\ i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i), \\ u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u), \end{cases} \quad (2.1)$$

где  $e(t)$ ,  $i(t)$ ,  $u(t)$  – *мгновенные значения* соответственно ЭДС, тока и напряжения;  $\psi_e$ ,  $\psi_i$ ,  $\psi_u$  – соответственно *начальные фазы* ЭДС, тока и напряжения [рад];  $\omega = 2\pi f$  – *угловая (циклическая) частота* [рад/с];  $f = 1/T$  – *линейная частота* [Гц];  $T$  – *период* [с].

Угловая частота показывает скорость изменения аргумента синусоидальной функции, а линейная частота – количество периодов в единицу времени. В России промышленная частота сети равна 50 Гц.

Графики изменения ЭДС, токов и напряжений, удобно представлять в виде функции угловой величины  $\omega t$ , как представлено на рис. 2.1:

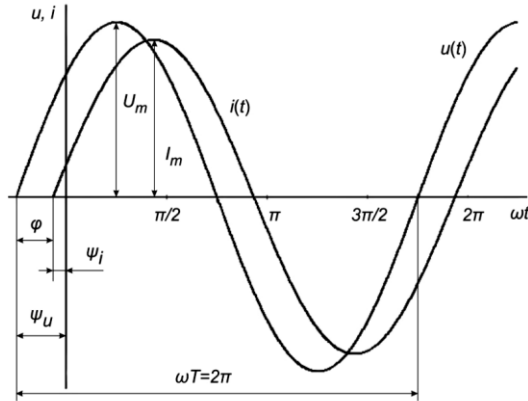


Рис. 2.1. Графики изменения синусоидальных функций напряжения и тока

Величина  $\varphi = \psi_u - \psi_i$  называется *углом сдвига фаз* между напряжением и током, причем (см. рис. 2.1) ток  $i$  отстает от напряжения  $u$  на угол  $\varphi$ . Угол сдвига фаз  $\varphi$  показывает, насколько сдвигается по фазе переменный ток, протекающий через нагрузку, относительно приложенного к ней напряжения.

Часто в электротехнике используется не абсолютное значение угла сдвига фаз  $\varphi$ , а его косинус ( $\cos \varphi$ ), называемый *коэффициентом*

*мощности*. Как правило, низкий коэффициент мощности ведёт к увеличению доли потерь электроэнергии в электрической сети.

Синусоидальный ток, также как и постоянный, используется для совершения какой-либо работы. Однако за равный промежуток времени работа, совершаемая этими токами неодинакова. Для количественной оценки синусоидального тока используют значение постоянного тока, эквивалентное по совершаемой работе.

*Действующим* значением синусоидального тока называется такое значение постоянного тока  $I$ , при протекании которого в одном и том же резисторе с сопротивлением  $R$  за время среднего периода  $T$  выделяется столько же тепла, сколько и при протекании синусоидального тока  $i$ .

$$I^2 RT = \int_0^T i(t)^2 R dt, \quad (2.2)$$

откуда при синусоидальном токе  $i(t) = I_m \sin(\omega t)$  действующее значение тока определяется как:

$$I = \sqrt{\frac{1}{RT} \int_0^T I_m^2 \sin^2(\omega t) R dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}. \quad (2.3)$$

Выражения для действующих значений ЭДС и напряжений определяются аналогично. Следует отметить, что большинство электроизмерительных приборов, применяемых для измерения синусоидальных напряжений и токов, градуированы именно в действующих значениях измеряемой величины.

Мгновенное значение тока  $i$  на участке электрической цепи с резистором  $R$  и источником ЭДС  $e$  определяется на основе *обобщенного закона Ома*:

$$i = \frac{u \pm e}{R}, \quad (2.4)$$

где  $u$  – падение напряжения на резисторе  $R$ .

Если направления тока  $i$  и ЭДС  $e$  совпадают в уравнении (2.4), то величина ЭДС  $e$  берется со знаком плюс, в противном случае – со знаком минус. В частном случае, при  $e = 0$  уравнение закона Ома принимает классический вид:  $u = iR$ .

Во всех электрических цепях действуют *два правила Кирхгофа*:

1. Алгебраическая сумма токов, подтекающих к любому узлу схемы равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0, \quad (2.5)$$

где  $n$  – число ветвей, сходящихся в данном узле. Обычно токи, втекающие в узел принимаются положительными, а вытекающие – отрицательными.

2. Алгебраическая сумма падений напряжения в любом замкнутом контуре равна алгебраической сумме ЭДС вдоль того же контура:

$$\sum_{k=1}^s e_k = \sum_{k=1}^d u_k, \quad (2.6)$$

где  $s$  – количество источников энергии в контуре,  $d$  – количество приемников в этом же контуре.

При этом падение напряжения на ветви считают положительным, если направление обхода данной ветви совпадает с ранее выбранным направлением тока ветви, и отрицательным – в противном случае. Частным случаем этого правила для цепи, состоящей из одного контура, является закон Ома.

Следует отметить, что правила Кирхгофа выполняются в любой электрической цепи для мгновенных значений токов и напряжений при любой форме их кривых. Фактически это означает, что движение зарядов в электрической цепи происходит так, что они не скапливаются ни в одном из узлов, а при полном обходе контура потенциал, изменяясь, возвращается к исходному значению.

Для идеальных элементов нагрузки  $R$ ,  $C$  и  $L$ , представленных на рис. 2.2, связь между напряжением и током определяется по-разному.

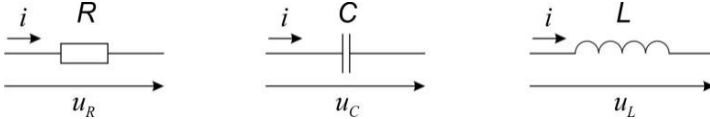


Рис. 2.2. Токи и напряжения на идеальных элементах  $R$ ,  $C$  и  $L$

При синусоидальном токе  $i(t) = I_m \sin(\omega t)$  напряжения на элементах  $R$ ,  $C$  и  $L$  определяются как:

$$\begin{cases} u_R(t) = Ri(t) = RI_m \sin(\omega t), \\ u_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt + u_C(0) = \frac{1}{\omega C} I_m \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + u_C(0), \\ u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = \omega LI_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \end{cases} \quad (2.7)$$

На активном сопротивлении  $R$  связь между мгновенными значениями напряжения и тока носит алгебраический характер, а угол сдвига фаз  $\varphi = 0$ . На конденсаторе  $C$  и катушке индуктивности  $L$  связь между мгновенными значениями напряжения и тока носит интегральный и дифференциальный характер, причем на конденсаторе напряжение отстает от тока на угол  $\varphi = \pi/2$ , а на катушке индуктивности – опережает на угол  $\varphi = \pi/2$ .

Величина  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  называется *реактивным сопротивлением*

*конденсатора* (емкостным сопротивлением), а величина  $X_L = \omega L$  – *реактивным сопротивлением катушки индуктивности* (индуктивным сопротивлением). Разность  $X = X_L - X_C$  называется *реактивным сопротивлением* участка цепи. Размерность указанных величин – [Ом].

Расчет электрической цепи переменного синусоидального тока с сосредоточенными параметрами в установившемся режиме при помощи правил Кирхгофа в соответствии с уравнениями (2.5)-(2.7) сводится к составлению системы интегрально-дифференциальных уравнений. При большом количестве накопителей энергии (конденсаторов и катушек индуктивности) в разветвленной цепи аналитическое решение этой системы может оказаться очень сложным.

Для упрощения расчетов часто используется *комплексный* (символический) *метод*. Метод основан на замене действительных синусоидальных функций времени ( $e$ ,  $i$ ,  $u$ ) комплексными числами, что позволяет заменить систему интегрально-дифференциальных уравнений, составленных по правилам Кирхгофа, системой линейных алгебраических уравнений с комплексными переменными. Так действительная функция времени  $i(t)$  при постоянной частоте  $\omega$  характеризуется амплитудой  $I_m$  и начальной фазой  $\psi_i$ , а комплексное число – *модулем* и *аргументом*:

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i) \rightarrow \dot{I} = I_m e^{j\psi_i}. \quad (2.8)$$

Известны 3 формы представления комплексных чисел – *алгебраическая*, *тригонометрическая* и *показательная*:

$$\dot{A} = a + j b = A \cos \varphi + j A \sin \varphi = A e^{j\varphi}, \quad (2.9)$$

где  $j = \sqrt{-1}$  – *мнимая единица*;  $a$ ,  $b$  – соответственно действительная и мнимая части комплексного числа;  $A$ ,  $\varphi$  – соответственно модуль и аргумент комплексного числа. Связь между различными формами представления комплексного числа устанавливается из следующих соотношений:

$$\begin{cases} A = \sqrt{a^2 + b^2}, & \varphi = \operatorname{arctg} \frac{b}{a}, \\ a = A \cos \varphi, & b = A \sin \varphi. \end{cases} \quad (2.10)$$

Т.к. функция *arctg* является многозначной, то при вычислении аргумента необходимо следить за тем, в какой четверти на комплексной плоскости располагается вектор комплексного числа, и, при необходимости, добавлять к полученному значению величину  $\pi$ .

Использование комплексного метода приводит к тому, что операции дифференцирования сводятся к умножению на множитель  $j\omega$ , а операции

интегрирования – к делению на  $j\omega$ . При этом формально законы Ома и правила Кирхгофа сохраняются.

В соответствии с уравнениями (2.7)-(2.8) связь между напряжением и током на идеальных элементах  $R$ ,  $C$  и  $L$  в комплексной форме принимает следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{U}_R = R \dot{I}, \\ \dot{U}_C = \frac{1}{j\omega C} \dot{I} = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I} = -j X_C \dot{I}, \\ \dot{U}_L = j\omega L \dot{I} = j X_L \dot{I}. \end{cases} \quad (2.11)$$

*Комплексным сопротивлением* участка цепи называют отношение комплексного напряжения на участке к комплексному току, протекающему через него:

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U_m e^{j\psi_u}}{I_m e^{j\psi_i}} = \frac{U_m}{I_m} e^{j(\psi_u - \psi_i)} = Z e^{j\varphi} = \\ &= Z \cos \varphi + j Z \sin \varphi = R + jX = R + j(X_L - X_C), \end{aligned} \quad (2.12)$$

где  $\varphi$  – угол сдвига фаз между напряжением и током,  $R$  – активное сопротивление,  $X$  – реактивное сопротивление,  $X_L$  – индуктивное сопротивление,  $X_C$  – емкостное сопротивление.

*Комплексной проводимостью* называют отношение комплексного тока к комплексному напряжению:

$$\begin{aligned} \underline{Y} &= \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{Z e^{j\varphi}} = \frac{1}{Z} e^{-j\varphi} = Y e^{-j\varphi} = \\ &= Y \cos \varphi - j Y \sin \varphi = G - jB = G - j(B_L - B_C), \end{aligned} \quad (2.13)$$

где  $G$  – активная проводимость,  $B = B_L - B_C$  – реактивная проводимость,  $B_L = \frac{1}{\omega L}$  – индуктивная проводимость,  $B_C = \omega C$  – емкостная проводимость. Единицей измерения проводимости в системе СИ является *Сименс* [См].

Таким образом, участок электрической цепи можно представить в виде последовательно соединенных эквивалентных активного  $R$  и реактивного  $X$  сопротивлений, либо параллельно соединенных эквивалентных активной  $G$  и реактивной  $B$  проводимостей.

Во многих случаях расчет электрической цепи можно упростить, если воспользоваться правилами эквивалентных преобразований отдельных участков электрической цепи. Под *эквивалентированием* понимается процесс замены нескольких элементов электрической цепи одним



эквивалентным, при этом в частях электрической цепи не затронутых преобразованиями токи и напряжения измениться не должны.

Основные схемы соединения элементов электрической цепи представлены на рис. 2.3:

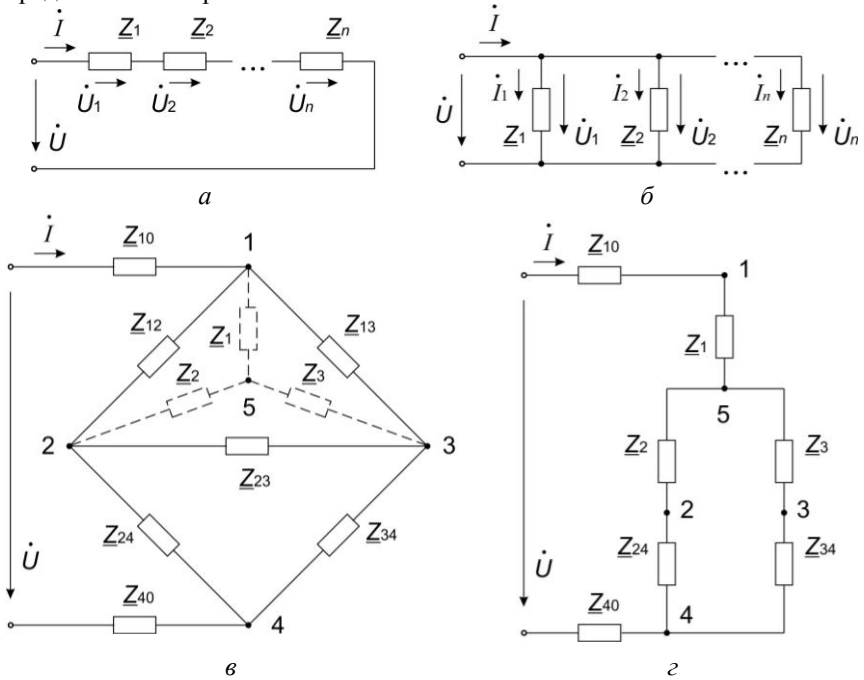


Рис. 2.3. Схемы типовых соединений элементов электрической цепи: последовательное (а), параллельное (б), мостовое (в), смешанное или последовательно-параллельное (з)

При *последовательном* соединении (см. рис. 2.3, а) отдельных  $n$  элементов цепи по ним протекает один и тот же ток:

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dots + \dot{U}_n = \sum_{k=1}^n \dot{U}_k = \sum_{k=1}^n \dot{I}_k \underline{Z}_k = \dot{I} \sum_{k=1}^n \underline{Z}_k, \quad (2.14)$$

где  $\dot{I}_k$  – ток, протекающий через  $k$  элемент участка цепи;

$\underline{Z}_z = \sum_{k=1}^n \underline{Z}_k$  – эквивалентное комплексное сопротивление участка цепи.

Отсюда следует, что при последовательном соединении отдельно  $n$  резисторов, катушек индуктивности и конденсаторов их эквивалентные параметры определяются как:

$$\begin{cases} R_{\circ} = \sum_{k=1}^n R_k, \\ L_{\circ} = \sum_{k=1}^n L_k, \\ \frac{1}{C_{\circ}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k}. \end{cases} \quad (2.15)$$

При *параллельном* соединении (см. рис. 2.3, б) элементы электрической цепи находятся под одним и тем же напряжением, и подключены к одной паре узлов:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dots + \dot{I}_n = \sum_{k=1}^n \dot{I}_k = \sum_{k=1}^n \dot{U}_k \underline{Y}_k = \dot{U} \sum_{k=1}^n \underline{Y}_k, \quad (2.16)$$

где  $\underline{Y}_k = 1/\underline{Z}_k$  – комплексная проводимость  $k$ -го элемента,

$\underline{Y}_{\circ} = \sum_{k=1}^n \underline{Y}_k$  – эквивалентная комплексная проводимость участка цепи.

Отсюда следует, что при параллельном соединении отдельно  $n$  резисторов, катушек индуктивности и конденсаторов их эквивалентные параметры определяются как:

$$\begin{cases} \frac{1}{R_{\circ}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}, \\ \frac{1}{L_{\circ}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k}, \\ C_{\circ} = \sum_{k=1}^n C_k. \end{cases} \quad (2.17)$$

Последовательное и параллельное соединения элементов обладают свойством *коммутативности*, т.е. любые элементы этих соединений могут произвольно переставляться в пределах соединения.

Встречаются схемы, в которых отсутствуют сопротивления, включенные последовательно или параллельно, например, *мостовая схема*, изображенная на рис. 2.3, г. Для определения ее эквивалентного сопротивления относительно ветви с источником необходимо заменить *треугольник* сопротивлений  $\underline{Z}_{12}$ ,  $\underline{Z}_{13}$ ,  $\underline{Z}_{23}$ , включенных между узлами 1-2-3, *трехлучевой звездой*, лучи которой расходятся из точки 5 в те же узлы. Тогда эквивалентное комплексное сопротивление полученной схемы легко находится путем комбинации последовательного и параллельного соединений (см. рис. 2.3, г). При этом комплексные сопротивления лучей звезды  $\underline{Z}_1$ ,  $\underline{Z}_2$ ,  $\underline{Z}_3$ , определяются по следующим соотношениям:

$$\begin{cases} \underline{Z}_1 = \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{13}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{13} + \underline{Z}_{23}}, \\ \underline{Z}_2 = \frac{\underline{Z}_{12}\underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{13} + \underline{Z}_{23}}, \\ \underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{13}\underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{13} + \underline{Z}_{23}}. \end{cases} \quad (2.18)$$

Иногда для упрощения схемы полезно преобразовать трехлучевую звезду сопротивлений в эквивалентный треугольник, т.е. выполнять обратное преобразование. В этом случае комплексные сопротивления треугольника  $\underline{Z}_{12}$ ,  $\underline{Z}_{13}$ ,  $\underline{Z}_{23}$ , определяются следующим образом – сопротивление стороны эквивалентного треугольника сопротивлений равно сумме сопротивлений двух прилегающих лучей звезды плюс произведение этих же сопротивлений, деленное на сопротивление оставшегося (противолежащего) луча:

$$\begin{cases} \underline{Z}_{12} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_2}{\underline{Z}_3}, \\ \underline{Z}_{13} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_1\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2}, \\ \underline{Z}_{23} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_2\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1}. \end{cases} \quad (2.19)$$

Часто в электрических цепях для выполнения расчета при проведении преобразований удобно пользоваться *теоремой компенсации* – в любой электрической цепи без изменения токораспределения сопротивление можно заменить эквивалентным источником ЭДС или тока. При этом ЭДС эквивалентного источника должна быть численно равна падению напряжения на заменяемом сопротивлении и направлена встречно току в этом сопротивлении; а ток эквивалентного источника тока должен совпадать по направлению и быть численно равен току, протекающему через это сопротивление. В результате таких преобразований исходное сопротивление из электрической цепи можно удалить.

Следует отметить, что реальные источники ЭДС и тока взаимозаменяемы, как представлено на рис. 2.4. Последовательное соединение источника ЭДС  $\dot{E}$  с внутренним сопротивлением  $R_{вн}$  можно заменить параллельным соединением источника тока  $\dot{J}$  и проводимости  $G_{вн}$ . Ток этого источника тока рассчитывается по формуле:

$$\dot{J} = \frac{\dot{E}}{R_{вн}} = \dot{E} G_{вн} = \dot{I}_0 + \dot{I}, \quad (2.20)$$

где  $\dot{J}$  – ток короткого замыкания источника,  $\dot{I}_0$  – ток, протекающий через внутреннее сопротивление,  $\dot{I}$  – ток нагрузки.

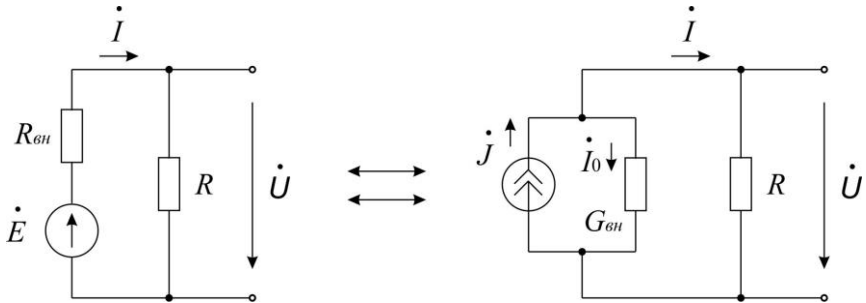


Рис. 2.4. Схемы замены источников ЭДС и тока

Возможно и обратное преобразование, когда параллельное соединение источника тока  $\dot{J}$  и проводимости  $G_{вн}$  заменяется последовательным соединением источника напряжения и резистора. В этом случае напряжение источника ЭДС находится по формуле:

$$\dot{E} = \frac{\dot{J}}{G_{вн}} = \dot{J} R_{вн}. \quad (2.21)$$

При такой замене схемы, представленные на рис. 2.4, эквивалентны в отношении энергии, выделяющейся на нагрузке  $R$ , и не эквивалентны в отношении энергии, выделяющейся во внутреннем сопротивлении источника  $R_{вн}$ . Кроме того, идеальный источник ЭДС без последовательно соединенной с ним нагрузки нельзя заменить эквивалентным идеальным источником тока.

В электрических цепях с несколькими источниками энергии для упрощения расчетов можно выполнять перенос источников ЭДС и источников тока, как показано на рис. 2.5:

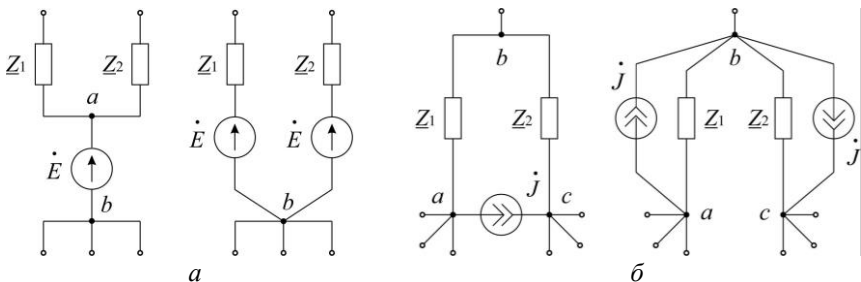


Рис. 2.5. Схемы переноса источника ЭДС (а) и источника тока (б)

При переносе источника ЭДС  $\dot{E}$  через узел  $a$  (см. рис. 2.5,  $a$ ) потенциалы точек  $a$  и  $b$  оказываются равными, следовательно, узел  $a$  из

схемы можно устранить. Источник тока  $\dot{J}$  в ветви  $ac$  на участке  $abc$  (см. рис. 2.5,  $b$ ) может быть заменен на 2 источника тока, подключенных параллельно сопротивлениям  $\underline{Z}_1$  и  $\underline{Z}_2$ . Эквивалентность такой замены следует из неизменности значений токов в каждом из узлов. Ток в узле  $b$

не изменился, так как в этот узел добавили и вычли ток  $\dot{J}$ .

В результате таких преобразований могут образовываться участки схем с последовательным или параллельным соединениями источников энергии. При последовательном соединении  $n$  идеальных источников ЭДС общая электродвижущая сила равна алгебраической сумме электродвижущих сил всех входящих в соединение источников ЭДС:

$$\dot{E}_\varnothing = \sum_{k=1}^n \dot{E}_k . \quad (2.22)$$

В связи с этим, последовательное соединение источников ЭДС применяется в тех случаях, когда необходимо получить увеличение общей ЭДС на участке цепи.

При параллельном соединении  $m$  идеальных источников тока общая ЭДС останется такой же, как у каждого отдельного источника, входящего в соединение, а эквивалентный ток определяется как:

$$\dot{J}_\varnothing = \sum_{k=1}^m \dot{J}_k . \quad (2.23)$$

Параллельно рекомендуется соединять источники, имеющие одинаковые ЭДС и одинаковые внутренние сопротивления. Параллельное соединение применяется в тех случаях, когда необходимо получить значительную величину тока.

При параллельном соединении нескольких ветвей электрической цепи, содержащих источники ЭДС и тока, можно перейти от схемы, представленной на рис. 2.6,  $a$  к эквивалентной схеме на рис. 2.6,  $b$ . В этом случае ток в узле  $a$ :

$$\dot{I} = \sum_{k=1}^n \dot{I}_k + \sum_{k=1}^m \dot{J}_k = \sum_{k=1}^n \left( \dot{E}_k - \dot{U}_{ab} \right) \underline{Y}_k + \sum_{k=1}^m \dot{J}_k , \quad (2.24)$$

где  $n$  – число параллельных ветвей с источниками ЭДС,  $m$  – число параллельных ветвей с источниками тока,  $\underline{Y}_k = 1/\underline{Z}_k$  – проводимость  $k$ -й

ветви,  $\dot{U}_{ab}$  – напряжение между узлами  $a$  и  $b$ .

Для эквивалентной схемы, представленной на рис. 2.6,  $b$ :

$$\dot{I} = \dot{E}_\varnothing \underline{Y}_\varnothing - \dot{U}_{ab} \underline{Y}_\varnothing . \quad (2.25)$$

Откуда из условия эквивалентности схем (неизменность тока  $\dot{I}$  и напряжения  $\dot{U}_{ab}$ ) следует, что  $\underline{Y}_\ominus = \sum_{k=1}^n \underline{Y}_k$  и эквивалентная ЭДС:

$$\dot{E}_\ominus = \frac{\sum_{k=1}^n \dot{E}_k \underline{Y}_k + \sum_{k=1}^m \dot{J}_k}{\sum_{k=1}^n \underline{Y}_k}. \quad (2.26)$$

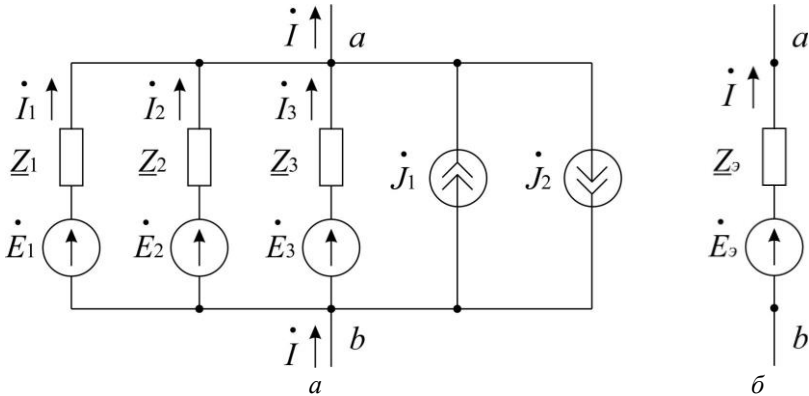


Рис. 2.6. Замена нескольких параллельных ветвей с источниками: исходная схема (а) и эквивалентная (б)

Следует отметить, что если в какой-либо ветви отсутствует ЭДС, то соответствующее слагаемое в числителе уравнения (2.26) выпадает, но проводимость этой ветви в знаменателе остается; если какая-либо ЭДС направлена от узла  $a$  к узлу  $b$ , то она принимается отрицательной.

Схемы, представленные на рис. 2.6, эквивалентны только в смысле поведения их по отношению к внешней части схемы, но они не эквивалентны в отношении мощности выделяющейся в них самих. Например, в ветвях схем на рис. 2.6, а токи могут протекать даже при  $\dot{I} = 0$ , тогда как в схеме на рис. 2.6, б в этом случае ток и потребление энергии отсутствуют.

Представленные выше преобразования участков схем электрических цепей на предварительном этапе расчета во многих случаях позволяют уменьшить число уравнений, составляемых по правилам Кирхгофа с применением универсальных методов расчета разветвленных цепей с несколькими источниками энергии.

### 3. Метод контурных токов

Метод контурных токов основан на втором правиле Кирхгофа и базируется на двух допущениях:

- в каждом независимом контуре электрической цепи протекают независимые друг от друга расчетные токи, называемые *контурными*;
- в соответствии с принципом суперпозиции, токи в ветвях равны алгебраической сумме контурных токов, замыкающихся через них.

Неизвестными величинами, подлежащими определению, в данном методе выступают контурные токи, при этом для их определения достаточно составить только  $m - n + 1$  уравнений, где  $m$  – количество ветвей,  $n$  – количество узлов в схеме.

Расчет электрической цепи методом контурных токов состоит из нескольких этапов:

1. Задаются направления токов во всех ветвях и обозначают их на схеме электрической цепи. Направления токов можно выбирать произвольно; если в результате расчета полученный ток в какой-либо ветви будет отрицательным, то это означает, что в действительности направление тока в данной ветви противоположно изначально выбранному направлению.

2. Определяются независимые контуры электрической цепи, и осуществляется их нумерация, при этом каждый новый контур выбирается так, чтобы в него входил хотя бы один элемент электрической цепи, который не входит в другие контуры. Независимые контуры следует выбирать так, чтобы они не включали в себя ветви с источниками тока, поскольку для контуров с источниками тока уравнения по второму правилу Кирхгофа не составляются.

3. Выбираются направления контурных токов и составляются уравнения по второму правилу Кирхгофа, обходя каждый независимый контур в направлении его контурного тока. В целях единообразия желательно контурные токи направлять одинаково (по часовой стрелке или против). Если требуется определить ток только в одной ветви сложной электрической цепи, то целесообразно сделать его контурным. Для ветвей, содержащих источники тока, выбираются свои независимые контура, но контурный ток, протекающий через ветвь с источником тока, известен и равен току источника, т.к. через него протекает только один независимый контурный ток.

4. Полученная система алгебраических уравнений решается любым методом относительно неизвестных контурных токов.

5. Искомые токи в каждой из ветвей электрической цепи рассчитываются как алгебраическая сумма контурных токов, замыкающихся через данную ветвь; при этом если направление контурного тока совпадает с направлением тока в данной ветви, то контурный ток принимается со знаком "плюс", иначе – со знаком "минус".

Рассмотрим применение метода контурных токов для расчета схемы электрической цепи переменного синусоидального тока, представленной на рис. 3.1:

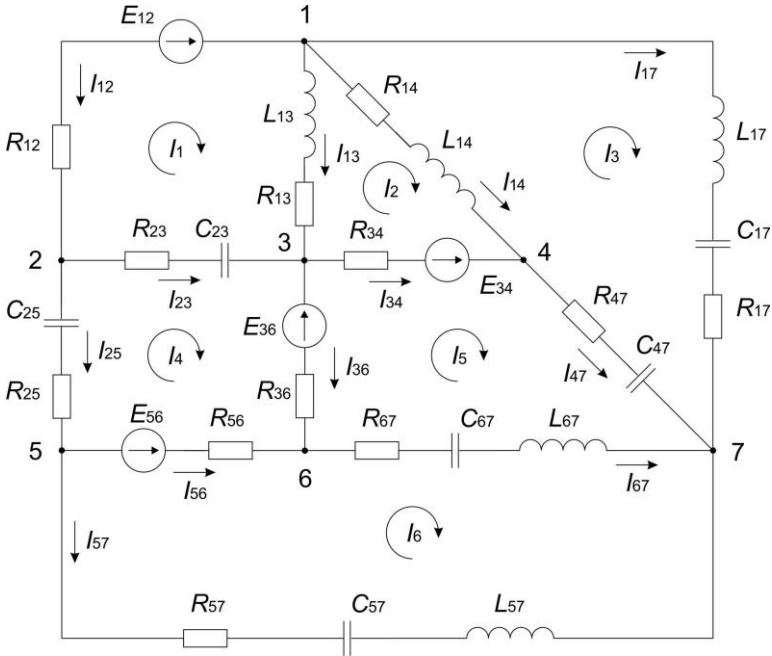


Рис. 3.1. Схема электрической цепи к расчету методом контурных токов

Узлы на схеме электрической цепи чаще всего нумеруются слева направо и сверху вниз; ветви и входящие в них элементы индексируются двумя индексами соответствующих узлов. Направления токов в ветвях выбираются произвольно, например, от узла с меньшим индексом, к узлу с большим индексом. Если в результате расчета ток в какой-либо ветви окажется отрицательным, то его истинное направление будет противоположно выбранному. Также будем считать, что взаимной индукцией между ветвями электрической цепи с катушками индуктивности можно пренебречь, а все элементы на схеме идеальны.

Схема, представленная на рис. 3.1, содержит 7 узлов, 12 ветвей и 6 независимых контуров. Пусть направления обхода этих контуров совпадают с направлениями контурных токов ( $I_1$ – $I_7$ ) и для единообразия все направлены по часовой стрелке. В результате требуется составить систему уравнений по второму правилу Кирхгофа, содержащую  $m - n + 1 = 6$  уравнений, где  $m$  – количество ветвей,  $n$  – количество узлов.

Определим комплексные сопротивления всех ветвей согласно уравнению (2.12):



$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{Z}_{12} = R_{12}, \\ \underline{Z}_{13} = R_{13} + j\omega L_{13}, \\ \underline{Z}_{14} = R_{14} + j\omega L_{14}, \\ \underline{Z}_{17} = R_{17} + j \left( \omega L_{17} - \frac{1}{\omega C_{17}} \right), \\ \underline{Z}_{23} = R_{23} - j \frac{1}{\omega C_{23}}, \\ \underline{Z}_{25} = R_{25} - j \frac{1}{\omega C_{25}}, \\ \underline{Z}_{34} = R_{34}, \\ \underline{Z}_{36} = R_{36}, \\ \underline{Z}_{47} = R_{47} - j \frac{1}{\omega C_{47}}, \\ \underline{Z}_{56} = R_{56}, \\ \underline{Z}_{57} = R_{57} + j \left( \omega L_{57} - \frac{1}{\omega C_{57}} \right), \\ \underline{Z}_{67} = R_{67} + j \left( \omega L_{67} - \frac{1}{\omega C_{67}} \right), \end{array} \right. \quad (3.1)$$

где  $j = \sqrt{-1}$  мнимая единица,  $\omega = 2\pi f$  циклическая частота,  $f$  – линейная частота источников в цепи (для промышленной сети  $f = 50$  Гц).

Для источников ЭДС, как правило, известны начальные фазы, а также либо амплитудные, либо действующие значения ЭДС, по аналогии с уравнением (2.3), связанные между собой соотношением:

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}, \quad (3.2)$$

где  $E$  – действующее значение ЭДС источника,  $E_m$  – амплитудное значение ЭДС источника.

Если начальная фаза источника ЭДС представлена в градусах, то для единообразия удобно (но не обязательно) выразить ее в радианах, используя соотношение:

$$\psi_e = \psi_e^\circ \frac{\pi}{180^\circ}, \quad (3.3)$$

где  $\psi_e$  – начальная фаза ЭДС источника в радианах,  $\psi_e^\circ$  – начальная фаза ЭДС источника в градусах.

Комплексные значения ЭДС всех источников представим в виде:

$$\dot{E}_k = E_k e^{j\psi_{ek}} = E_{rek} + jE_{imk}, \quad (3.4)$$

где  $E_k$  – действующее значение ЭДС  $k$  источника,  $\psi_{ek}$  – начальная фаза ЭДС  $k$  источника,  $E_{rek}$  – действительная часть ЭДС  $k$  источника,  $E_{imk}$  – мнимая часть ЭДС  $k$  источника.

Система контурных уравнений по второму правилу Кирхгофа относительно контурных токов в матричной форме примет вид:

$$ZI = E, \quad (3.5)$$

где  $Z$  – матрица контурных сопротивлений,  $I$  – вектор-столбец контурных токов,  $E$  – вектор-столбец контурных ЭДС.

Составим матрицу контурных сопротивлений, размерностью 6х6:

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} & Z_{15} & Z_{16} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} & Z_{25} & Z_{26} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} & Z_{35} & Z_{36} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} & Z_{45} & Z_{46} \\ Z_{51} & Z_{52} & Z_{53} & Z_{54} & Z_{55} & Z_{56} \\ Z_{61} & Z_{62} & Z_{63} & Z_{64} & Z_{65} & Z_{66} \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Недиагональные элементы матрицы контурных сопротивлений  $Z_{ks}$ , при  $k \neq s$ , называются *взаимными сопротивлениями ветвей* смежных контуров  $k$  и  $s$  электрической цепи. Если контурные токи  $I_k$  и  $I_s$ , замыкающиеся через общую ветвь сонаправлены, то сопротивление  $Z_{ks}$  имеет знак "плюс", если направлены встречно – то знак "минус". Если контуры  $k$  и  $s$  не имеют общей ветви, то сопротивление  $Z_{ks}$  принимается равным нулю. В данном случае, поскольку все контурные токи направлены в одну сторону (по часовой стрелке, см. рис. 3.1), то взаимные сопротивления  $Z_{ks}$  всегда берутся со знаком "минус".

С учетом этого матрица контурных сопротивлений примет вид:

$$Z = \begin{bmatrix} Z_{11} & -Z_{13} & 0 & -Z_{23} & 0 & 0 \\ -Z_{13} & Z_{22} & -Z_{14} & 0 & -Z_{34} & 0 \\ 0 & -Z_{14} & Z_{33} & 0 & -Z_{47} & 0 \\ -Z_{23} & 0 & 0 & Z_{44} & -Z_{36} & -Z_{56} \\ 0 & -Z_{34} & -Z_{47} & -Z_{36} & Z_{55} & -Z_{67} \\ 0 & 0 & 0 & -Z_{56} & -Z_{67} & Z_{66} \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

Контуры 1 и 2 имеют общую ветвь 1-3, а поскольку контурные токи  $I_1$  и  $I_2$  направлены встречно, то взаимное сопротивление контуров 1 и 2 определяется как  $Z_{12} = -Z_{13}$ . Контуры 1 и 3 общей ветви не имеют, следовательно,  $Z_{13} = 0$ . Как следует из уравнения (3.7) матрица контурных

сопротивлений симметрична относительно главной диагонали, т.е.  $Z_{ks} = Z_{sk}$ , при  $k \neq s$ .

Диагональные элементы матрицы  $Z_{kk}$  называются *собственными сопротивлениями контуров* электрической цепи, они всегда положительны и равны сумме сопротивлений всех элементов  $k$ -го контура:

$$\begin{cases} Z_{11} = \underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{13} + \underline{Z}_{23}, \\ Z_{22} = \underline{Z}_{13} + \underline{Z}_{14} + \underline{Z}_{34}, \\ Z_{33} = \underline{Z}_{14} + \underline{Z}_{17} + \underline{Z}_{47}, \\ Z_{44} = \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{25} + \underline{Z}_{36} + \underline{Z}_{56}, \\ Z_{55} = \underline{Z}_{34} + \underline{Z}_{36} + \underline{Z}_{47} + \underline{Z}_{67}, \\ Z_{66} = \underline{Z}_{56} + \underline{Z}_{57} + \underline{Z}_{67}. \end{cases} \quad (3.8)$$

Контурный ток первого контура замыкается через три ветви: 1-2, 1-3, и 2-3; следовательно, собственное сопротивление первого контура  $Z_{11} = \underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{13} + \underline{Z}_{23}$ . Аналогично, контурный ток четвертого контура замыкается через четыре ветви: 2-5, 2-3, 3-6, и 5-6; следовательно, собственное сопротивление четвертого контура  $Z_{44} = \underline{Z}_{25} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{36} + \underline{Z}_{56}$ .

Составим вектор-столбец контурных ЭДС, размерностью  $6 \times 1$ :

$$E = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \\ E_6 \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

где  $E_k$  – контурные ЭДС  $k$  контура, представляющие собой алгебраическую сумму ЭДС источников всех ветвей, образующих  $k$  контур электрической цепи.

Если направление ЭДС источника в ветви данного контура совпадает с направлением контурного тока (направлением обхода контура), то она (ЭДС) берется со знаком "плюс", иначе – со знаком "минус". В случае если в  $k$  контуре отсутствуют источники ЭДС, то контурная ЭДС  $k$  контура принимается равной нулю.

В первом контуре присутствует только один источник ЭДС, сонаправленный с контурным током  $I_1$ , следовательно,  $E_1 = \dot{E}_{12}$ . В третьем контуре источники ЭДС отсутствуют, следовательно,  $E_3 = 0$ . В четвертом контуре присутствуют два источника ЭДС, направленные противоположно контурному току  $I_4$ , следовательно,  $E_4 = -\dot{E}_{36} - \dot{E}_{56}$ .

Таким образом, вектор-столбец контурных ЭДС примет вид:

$$E = \begin{bmatrix} \dot{E}_{12} \\ -\dot{E}_{34} \\ 0 \\ -\dot{E}_{36} - \dot{E}_{56} \\ \dot{E}_{34} + \dot{E}_{36} \\ \dot{E}_{56} \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

В результате решения уравнения (3.5) определяется искомый вектор-столбец контурных токов  $I$  следующего вида:

$$I = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Определим токи в ветвях электрической цепи. Если через ветвь протекает только один контурный ток, то такая ветвь называется *внешней*, а если несколько – то *общей*. Ток во внешней ветви совпадает по величине с соответствующим контурным током, а ток в общей ветви равен алгебраической сумме контурных токов, протекающих через нее:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \dot{I}_{12} = -I_1, & \dot{I}_{34} = -I_2 + I_5, \\ \dot{I}_{13} = I_1 - I_2, & \dot{I}_{36} = I_4 - I_5, \\ \dot{I}_{14} = I_2 - I_3, & \dot{I}_{47} = -I_3 + I_5, \\ \dot{I}_{17} = I_3, & \dot{I}_{56} = -I_4 + I_6, \\ \dot{I}_{23} = -I_1 + I_4, & \dot{I}_{57} = -I_6, \\ \dot{I}_{25} = -I_4, & \dot{I}_{67} = -I_5 + I_6. \end{array} \right. \quad (3.12)$$

Через внешнюю ветвь 1-2 замыкается только один контурный ток  $I_1$ , а выбранное направление тока  $I_{12}$  противоположно току  $I_1$ . Через общую ветвь 1-3 замыкается два контурных тока  $I_1$  и  $I_2$ , причем последний противоположен по направлению току  $I_{13}$ .

Найденные таким образом токи в ветвях электрической цепи оказываются представленными в комплексном виде. Используя соотношения (2.8)-(2.10) можно представить их в виде синусоидальных функций времени и определить их действующие значения.

### Пример 3.1. Численный расчет схемы электрической цепи с несколькими источниками ЭДС методом контурных токов

Пусть схема, представленная на рис. 3.1, содержит элементы со следующими численными значениями:

- активные сопротивления:

$$R_{12} = 51 \text{ Ом}, R_{13} = 15 \text{ Ом}, R_{14} = 18 \text{ Ом}, R_{17} = 36 \text{ Ом}, R_{23} = 68 \text{ Ом}, \\ R_{25} = 47 \text{ Ом}, R_{34} = 43 \text{ Ом}, R_{36} = 75 \text{ Ом}, R_{47} = 62 \text{ Ом}, R_{56} = 68 \text{ Ом}, \\ R_{57} = 100 \text{ Ом}, R_{67} = 82 \text{ Ом};$$

- индуктивности:

$$L_{13} = 12 \text{ мГн}, L_{14} = 15 \text{ мГн}, L_{17} = 27 \text{ мГн}, L_{57} = 22 \text{ мГн}, L_{67} = 18 \text{ мГн};$$

- ёмкости:

$$C_{17} = 91 \text{ мкФ}, C_{23} = 82 \text{ мкФ}, C_{25} = 56 \text{ мкФ}, C_{47} = 51 \text{ мкФ}, \\ C_{57} = 91 \text{ мкФ}, C_{67} = 47 \text{ мкФ};$$

- действующие значения ЭДС источников:

$$E_{12} = 80 \text{ В}, E_{34} = 80 \text{ В}, E_{36} = 36 \text{ В}, E_{56} = 60 \text{ В};$$

- начальные фазы ЭДС источников:

$$\Psi_{12} = 10^\circ, \Psi_{13} = -15^\circ, \Psi_{17} = -50^\circ, \Psi_{25} = 30^\circ.$$

Частота всех источников ЭДС  $f=50$  Гц.

По системе уравнений (3.1) определим значения комплексных сопротивлений всех ветвей:

$$\underline{Z}_{12} = 51 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{13} = 15 + j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 12 \cdot 10^{-3} = 15 + j \cdot 3,77 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{14} = 18 + j \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 15 \cdot 10^{-3} = 18 + j \cdot 4,712 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{17} = 36 + j \cdot \left( 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 27 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 91 \cdot 10^{-6}} \right) = 36 - j \cdot 26,497 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{23} = 68 - j \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 82 \cdot 10^{-6}} = 68 - j \cdot 38,818 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{25} = 47 - j \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 56 \cdot 10^{-6}} = 47 - j \cdot 56,841 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{34} = 43 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{36} = 75 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{47} = 62 - j \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 51 \cdot 10^{-6}} = 62 - j \cdot 62,414 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{56} = 68 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{57} = 100 + j \cdot \left( 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 22 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 91 \cdot 10^{-6}} \right) = 100 - j \cdot 28,068 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{67} = 82 + j \cdot \left( 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 18 \cdot 10^{-3} - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 47 \cdot 10^{-6}} \right) = 82 - j \cdot 62,071 \text{ Ом}.$$

По уравнениям (3.2)-(3.4) определим комплексные значения ЭДС источников:

$$\bullet \quad \dot{E}_{12} = 80 \cdot e^{j10^\circ \frac{\pi}{180^\circ}} = 80 \cdot (\cos 10^\circ + j \cdot \sin 10^\circ) = 78,785 + j \cdot 13,892 \text{ В},$$

$$\bullet \quad \dot{E}_{34} = 80 \cdot e^{-j15^\circ \frac{\pi}{180^\circ}} = 80 \cdot (\cos (-15^\circ) + j \cdot \sin (-15^\circ)) = 77,274 - j \cdot 20,706 \text{ В},$$

$$\bullet \quad \dot{E}_{36} = 36 \cdot e^{-j50^\circ \frac{\pi}{180^\circ}} = 36 \cdot (\cos (-50^\circ) + j \cdot \sin (-50^\circ)) = 23,14 - j \cdot 27,578 \text{ В},$$

$$\bullet \quad \dot{E}_{56} = 60 \cdot e^{j30^\circ \frac{\pi}{180^\circ}} = 60 \cdot (\cos 30^\circ + j \cdot \sin 30^\circ) = 51,962 - j \cdot 30 \text{ В}.$$

Собственные сопротивления контуров, определяются по значениям комплексных сопротивлений ветвей и системе уравнений (3.8):

$$Z_{11} = 51 + 15 + j \cdot 3,77 + 68 - j \cdot 38,818 = 134 - j \cdot 35,048 \text{ Ом},$$

$$Z_{22} = 15 + j \cdot 3,77 + 18 + j \cdot 4,712 + 43 = 76 + j \cdot 8,482 \text{ Ом},$$

$$Z_{33} = 18 + j \cdot 4,712 + 36 - j \cdot 26,497 + 62 - j \cdot 62,414 = 116 - j \cdot 84,198 \text{ Ом},$$

$$Z_{44} = 68 - j \cdot 38,818 + 47 - j \cdot 56,841 + 75 + 68 = 258 - j \cdot 95,659 \text{ Ом},$$

$$Z_{55} = 43 + 75 + 62 - j \cdot 62,414 + 82 - j \cdot 62,071 = 262 - j \cdot 124,484 \text{ Ом},$$

$$Z_{66} = 68 + 100 - j \cdot 28,068 + 82 - j \cdot 62,071 = 250 - j \cdot 90,138 \text{ Ом}.$$

Согласно уравнению (3.7) и значениям собственных сопротивлений контуров, матрица контурных сопротивлений примет вид:

$$Z = \begin{bmatrix} 134 - j \cdot 35,048 & -15 - j \cdot 3,77 & 0 \\ -15 - j \cdot 3,77 & 76 + j \cdot 8,482 & -18 - j \cdot 4,712 \\ 0 & -18 - j \cdot 4,712 & 116 - j \cdot 84,198 \\ -68 + j \cdot 38,818 & 0 & 0 \\ 0 & -43 & -62 + j \cdot 62,414 \\ 0 & 0 & 0 \\ -68 + j \cdot 38,818 & 0 & 0 \\ 0 & -43 & 0 \\ 0 & -62 + j \cdot 62,414 & 0 \\ 258 - j \cdot 95,659 & -75 & -68 \\ -75 & 262 - j \cdot 124,484 & -82 + j \cdot 62,071 \\ -68 & -82 + j \cdot 62,071 & 250 - j \cdot 90,138 \end{bmatrix}.$$

В соответствии с формулой (3.10) вектор-столбец контурных ЭДС ветвей определяется следующим образом:

$$E = \begin{bmatrix} 78,785 - j \cdot 13,892 \\ -77,274 + j \cdot 20,706 \\ 0 \\ -23,14 + j \cdot 25,578 - 51 + j \cdot 30 \\ 77,274 - j \cdot 20,706 + 23,14 - j \cdot 25,578 \\ 51,962 - j \cdot 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 78,785 - j \cdot 13,892 \\ -77,274 + j \cdot 20,706 \\ 0 \\ -75,102 - j \cdot 2,422 \\ 100,414 - j \cdot 48,283 \\ 51,962 - j \cdot 30 \end{bmatrix}.$$

По известной матрице контурных сопротивлений  $Z$  и вектор-столбцу контурных ЭДС  $E$ , определяется вектор-столбец контурных токов  $I$ . Для этого решается матричное уравнение (3.5) любым известным методом, например методом Гаусса. В рассматриваемом случае, вектор-столбец контурных токов равен:

$$I = \begin{bmatrix} 0,502 + j \cdot 0,286 \\ -0,564 + j \cdot 0,45 \\ 0,2 - j \cdot 0,035 \\ 0,082 + j \cdot 0,079 \\ 0,474 + j \cdot 0,052 \\ 0,34 + j \cdot 0,163 \end{bmatrix}.$$

Расчетные токи в ветвях согласно уравнениям (3.12) будут равны:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{12} &= -(0,502 + j \cdot 0,286) = \sqrt{(-0,502)^2 + (-0,286)^2} \cdot e^{j \left( \pi + \arctg \frac{0,286}{0,502} \right)} = \\ &= 0,578 \cdot e^{j \cdot 209,67^\circ} = 0,578 \cdot e^{j \cdot 209^\circ 40' 16''}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{13} &= 0,502 + j \cdot 0,286 - (-0,564 + j \cdot 0,45) = 1,066 - j \cdot 0,165 = \\ &= \sqrt{(1,066)^2 + (0,165)^2} \cdot e^{-j \arctg \frac{0,165}{1,066}} = 1,079 \cdot e^{-j \cdot 8,79^\circ}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{14} &= -0,564 + j \cdot 0,45 - (0,2 - j \cdot 0,035) = -0,764 + j \cdot 0,485 = \\ &= \sqrt{(-0,764)^2 + (0,485)^2} \cdot e^{j \left( \pi - \arctg \frac{0,485}{0,764} \right)} = 0,905 \cdot e^{j \cdot 147,59^\circ}, \end{aligned}$$

$$\dot{I}_{17} = 0,2 - j \cdot 0,035 = \sqrt{(0,2)^2 + (-0,035)^2} \cdot e^{-j \arctg \frac{0,035}{0,2}} = 0,203 \cdot e^{-j \cdot 9,93^\circ},$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{23} &= -(0,502 + j \cdot 0,286) + 0,082 + j \cdot 0,079 = -0,42 - j \cdot 0,207 = \\ &= \sqrt{(-0,42)^2 + (-0,207)^2} \cdot e^{j \left( \pi + \arctg \frac{0,207}{0,42} \right)} = 0,468 \cdot e^{j \cdot 206,23^\circ}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \\ I_{25} &= -(0,082 + j \cdot 0,079) = \sqrt{(-0,082)^2 + (-0,079)^2} \cdot e^{j\left(\pi + \arctg \frac{0,079}{0,082}\right)} = \\ &= 0,114 \cdot e^{j223,93^\circ}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \\ I_{34} &= -(-0,564 + j \cdot 0,45) + 0,474 + j \cdot 0,052 = 1,038 - j \cdot 0,398 = \\ &= \sqrt{(1,038)^2 + (-0,398)^2} \cdot e^{-j \arctg \frac{0,398}{1,038}} = 1,111 \cdot e^{-j20,98^\circ}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \\ I_{36} &= 0,082 + j \cdot 0,079 - (0,474 + j \cdot 0,052) = -0,392 + j \cdot 0,027 = \\ &= \sqrt{(-0,392)^2 + (0,027)^2} \cdot e^{j\left(\pi - \arctg \frac{0,027}{0,392}\right)} = 0,392 \cdot e^{j176,06^\circ}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \\ I_{47} &= -(0,2 - j \cdot 0,035) + 0,474 + j \cdot 0,052 = 0,273 + j \cdot 0,087 = \\ &= \sqrt{(0,273)^2 + (0,087)^2} \cdot e^{j \arctg \frac{0,087}{0,273}} = 0,287 \cdot e^{j17,68^\circ}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \\ I_{56} &= -(0,082 + j \cdot 0,079) + 0,34 + j \cdot 0,163 = 0,257 + j \cdot 0,084 = \\ &= \sqrt{(0,257)^2 + (0,084)^2} \cdot e^{j \arctg \frac{0,084}{0,257}} = 0,271 \cdot e^{j18,099^\circ}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \\ I_{57} &= -(0,34 + j \cdot 0,163) = \sqrt{(-0,34)^2 + (-0,163)^2} \cdot e^{j\left(\pi + \arctg \frac{0,163}{0,34}\right)} = \\ &= 0,377 \cdot e^{j205,61^\circ}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \\ I_{67} &= -(0,474 + j \cdot 0,052) + 0,34 + j \cdot 0,163 = -0,134 + j \cdot 0,111 = \\ &= \sqrt{(-0,134)^2 + (0,111)^2} \cdot e^{j\left(\pi - \arctg \frac{0,111}{0,134}\right)} = 0,174 \cdot e^{j140,36^\circ}. \end{aligned}$$

Таким образом, в результате расчета определены токи, протекающие через все ветви схемы электрической цепи, в том числе их действующие значения и начальные фазы. При необходимости, найденные токи можно представить в виде синусоидальных функций времени, например для тока в ветви 1-2:

$$\begin{aligned} i_{12}(t) &= 0,578 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + 209,67^\circ) = 0,817 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t + 209,67^\circ) = \\ &= 0,817 \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot t + 209,67^\circ) \approx 0,817 \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot t + 209^\circ 40'). \end{aligned}$$

Следует отметить, что начальную фазу тока можно представлять в радианах или градусах, а также в градусах, минутах и секундах.



#### 4. Метод узловых напряжений

Метод узловых напряжений (потенциалов) основан на первом правиле Кирхгофа и состоит в определении напряжений между узлами сложной электрической цепи. Применение данного метода целесообразно в тех случаях, когда число узлов схемы меньше или равно числу независимых контуров, поскольку в результате возможно уменьшить количество уравнений до величины  $n-1$ , где  $n$  – число узлов схемы электрической цепи. Кроме того, метод узловых напряжений очень удобен при расчетах многофазных цепей, но не применим для расчета цепей со взаимоиндукцией, т.к. в этом случае токи в ветвях зависят не только от напряжений между узлами, к которым присоединены ветви, но и от токов других ветвей, с которыми они магнитно связаны.

В методе узловых напряжений независимыми переменными являются напряжения узлов электрической цепи относительно выбранного *базисного* (опорного) узла. Эти величины называют *узловыми напряжениями*. В качестве базисного узла можно произвольно выбрать любой узел, однако удобно выбирать заземленный узел или узел, в котором сходится наибольшее число ветвей. В то же время в целях упрощения индексации при составлении системы уравнений целесообразно в качестве базисного выбрать узел с максимальным индексом.

Поскольку напряжение представляет собой разность потенциалов, то часто потенциал базисного узла принимают равным нулю, и узловые напряжения будут равны потенциалам соответствующих узлов. По этой причине метод также называют *методом узловых потенциалов*.

Важным преимуществом данного метода является то, что правила формирования системы уравнений узловых напряжений не зависят от выбора направлений токов ветвей или нумерации узлов. Они позволяют сформировать узловые уравнения непосредственно по схеме электрической цепи, без предварительной записи уравнений по первому правилу Кирхгофа. Метод узловых напряжений широко используется в программах компьютерного моделирования электрических цепей с регулярными элементами. Это объясняется простотой алгоритма формирования узловых уравнений и хорошей численной обусловленностью матрицы узловых проводимостей.

Расчет электрической цепи методом узловых напряжений состоит из нескольких этапов:

1. Узловые уравнения составляются по первому правилу Кирхгофа, поэтому схема цепи может содержать только независимые источники тока. Если в схеме имеются источники напряжения, они должны быть заменены эквивалентными источниками тока, при этом если в схеме присутствует реальный источник ЭДС, то обязательно указывается его внутреннее сопротивление. В том случае, когда в схеме имеются два узла,

соединенных ветвью, в которой имеется ЭДС, а сопротивление ее равно нулю, перед составлением системы уравнений по методу узловых напряжений один из этих узлов целесообразно устранить, выполнив перенос источника через узел.

2. В схеме электрической цепи произвольно нумеруются узлы и задаются направления токов в ветвях.

3. Выбирается базисный узел – для него уравнение по первому правилу Кирхгофа не составляется, а напряжение принимается произвольным.

4. Рассчитываются электрические проводимости каждой ветви:

$$Y_{ks} = \frac{1}{Z_{ks}}, \quad (4.1)$$

где  $k$  и  $s$  – узлы схемы электрической цепи.

5. Составляется *матрица узловых проводимостей* для всех узлов, исключая базисный:

$$Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & \cdots & Y_{1,n-1} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & \cdots & Y_{2,n-1} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & \cdots & Y_{3,n-1} \\ \vdots & & & & \\ Y_{n-1,1} & Y_{n-1,2} & Y_{n-1,3} & & Y_{n-1,n-1} \end{bmatrix}, \quad (4.2)$$

где  $n$  – количество узлов цепи.

Элементы на главной диагонали матрицы узловых проводимостей называются *собственными проводимостями узлов*. Собственная проводимость  $k$  узла  $y_{kk}$  равна сумме проводимостей ветвей, сходящихся в этом узле.

Элементы матрицы  $Y$ , расположенные вне главной диагонали, называются *взаимными (межузловыми) проводимостями*. Взаимная проводимость между узлами  $k$  и  $s$  ( $y_{ks}$ ) равна проводимости ветви, соединяющей эти узлы, взятой со знаком "минус". Если узлы  $k$  и  $s$  непосредственно не связаны между собой, то взаимная проводимость  $y_{ks}$  принимается равной нулю. В электрических цепях, которые не содержат управляемых источников, матрица узловых проводимостей симметрична относительно главной диагонали, т.е.  $y_{ks} = y_{sk}$ .

6. Формируется *вектор-столбец узловых токов*, содержащий  $n-1$  ток:

$$I = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_{n-1} \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

Вклад в узловые токи дают только ветви электрической цепи, содержащие источники. Элементы вектора узловых токов равны алгебраической сумме токов источников, сходящихся в соответствующем узле:

$$I_k = \sum_{s \in k} E_{ks} Y_{ks} + \sum_{s \in k} J_{ks}, \quad (4.4)$$

где  $\sum_{s \in k} E_{ks} Y_{ks}$  – алгебраическая сумма токов эквивалентных генераторов тока в ветвях, сходящихся в узле  $k$ ,  $\sum_{s \in k} J_{ks}$  – алгебраическая сумма источников тока в ветвях, сходящихся в узле  $k$ . Если источник направлен в узел, то в уравнение (4.4) он входит со знаком "плюс", если из узла – то со знаком "минус".

7. После того, как сформирована матрица узловых проводимостей и вектор-столбец узловых токов, решается система линейных уравнений:

$$Y U = I, \quad (4.5)$$

в результате чего находятся неизвестные напряжения (потенциалы) во всех узлах, исключая базисный:

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ \vdots \\ U_{n-1} \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

8. Напряжение на любой ветви электрической цепи равно разности соответствующих узловых напряжений. Тогда ток в ветви  $I_{ks}$  определяется по второму правилу Кирхгофа для контура, представленного на рис. 4.1:

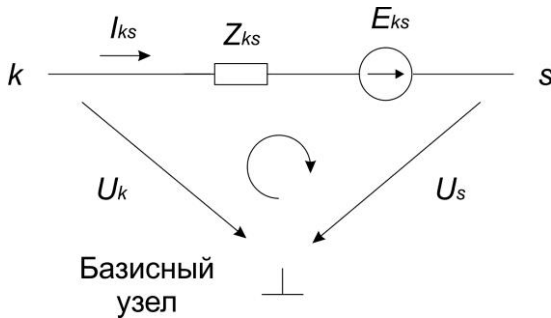


Рис. 4.1. Контур ветвь  $k$ - $s$  – напряжения узлов ветви относительно базисного

$$I_{ks} Z_{ks} + U_s - U_k = E_{ks}. \quad (4.7)$$

Следовательно ток  $I_{ks}$  определяется как:

$$I_{ks} = \frac{U_k - U_s + E_{ks}}{Z_{ks}} = (U_k - U_s + E_{ks}) Y_{ks}, \quad (4.8)$$

причем если направление источника совпадает с выбранным направлением тока в ветви, то ЭДС берется со знаком "плюс", иначе – со знаком "минус".

Так как направления токов в ветвях выбираются произвольно, то при расчете токи представляются алгебраическими величинами (либо положительными, либо отрицательными). Если какой-то ток получился отрицательным, то его модуль равен полученному значению, а истинное направление противоположно изначально выбранному на схеме.

Рассмотрим применение метода узловых напряжений для расчета схемы электрической цепи переменного синусоидального тока, представленной на рис. 4.2:

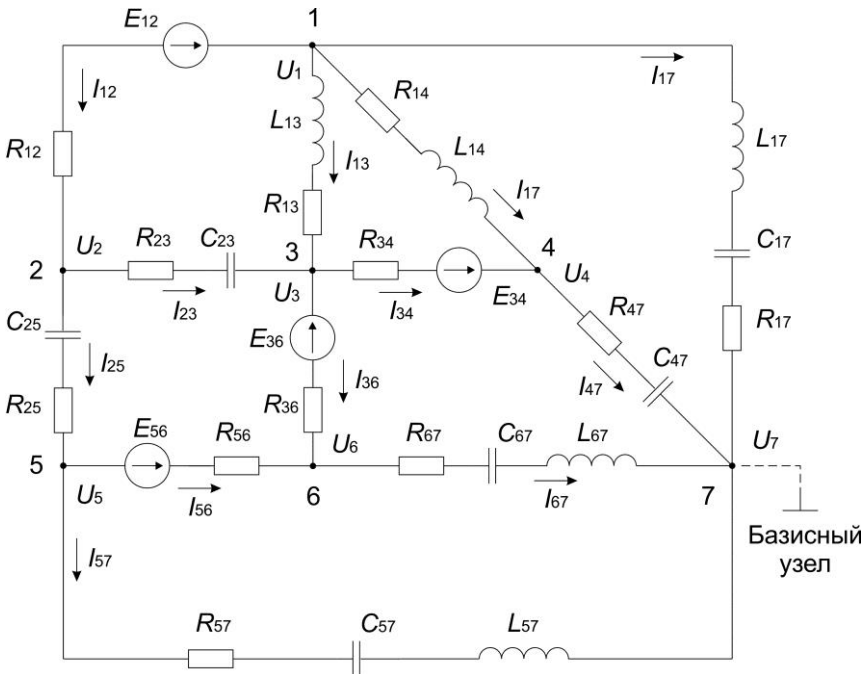


Рис. 4.2. Схема электрической цепи к расчету методом узловых напряжений

Пронумеруем узлы на схеме электрической цепи и зададимся направлениями токов в ветвях по аналогии со схемой, представленной на рис. 3.1. Будем считать, что взаимоиндукцией между ветвями цепи можно пренебречь, а все элементы на схеме идеальны.

Схема содержит 7 узлов и 12 ветвей; в соответствии с методом узловых напряжений необходимо составить систему из  $n-1=6$  уравнений по первому правилу Кирхгофа. В качестве базисного узла выберем седьмой узел и примем напряжение на нем равным нулю  $U_7 = 0$ .

Определим комплексные проводимости всех ветвей:

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{Y}_{12} = \frac{1}{\underline{Z}_{12}} = \frac{1}{R_{12}}, \quad \underline{Y}_{34} = \frac{1}{\underline{Z}_{34}} = \frac{1}{R_{34}}, \\ \underline{Y}_{13} = \frac{1}{\underline{Z}_{13}} = \frac{1}{R_{13} + j\omega L_{13}}, \quad \underline{Y}_{36} = \frac{1}{\underline{Z}_{36}} = \frac{1}{R_{36}}, \\ \underline{Y}_{14} = \frac{1}{\underline{Z}_{14}} = \frac{1}{R_{14} + j\omega L_{14}}, \quad \underline{Y}_{47} = \frac{1}{\underline{Z}_{47}} = \frac{1}{R_{47} - j\frac{1}{\omega C_{47}}}, \\ \underline{Y}_{17} = \frac{1}{\underline{Z}_{17}} = \frac{1}{R_{17} + j\left(\omega L_{17} - \frac{1}{\omega C_{17}}\right)}, \quad \underline{Y}_{56} = \frac{1}{\underline{Z}_{56}} = \frac{1}{R_{56}}, \\ \underline{Y}_{23} = \frac{1}{\underline{Z}_{23}} = \frac{1}{R_{23} - j\frac{1}{\omega C_{23}}}, \quad \underline{Y}_{57} = \frac{1}{\underline{Z}_{57}} = \frac{1}{R_{57} + j\left(\omega L_{57} - \frac{1}{\omega C_{57}}\right)}, \\ \underline{Y}_{25} = \frac{1}{\underline{Z}_{25}} = \frac{1}{R_{25} - j\frac{1}{\omega C_{25}}}, \quad \underline{Y}_{67} = \frac{1}{\underline{Z}_{67}} = \frac{1}{R_{67} + j\left(\omega L_{67} - \frac{1}{\omega C_{67}}\right)}. \end{array} \right. \quad (4.9)$$

Составим матрицу узловых проводимостей, размерностью  $6 \times 6$ :

$$Y = \begin{bmatrix} y_{11} & -\underline{Y}_{12} & -\underline{Y}_{13} & -\underline{Y}_{14} & 0 & 0 \\ -\underline{Y}_{12} & y_{22} & -\underline{Y}_{23} & 0 & -\underline{Y}_{25} & 0 \\ -\underline{Y}_{13} & -\underline{Y}_{23} & y_{33} & -\underline{Y}_{34} & 0 & -\underline{Y}_{36} \\ -\underline{Y}_{14} & 0 & -\underline{Y}_{34} & y_{44} & 0 & 0 \\ 0 & -\underline{Y}_{25} & 0 & 0 & y_{55} & -\underline{Y}_{56} \\ 0 & 0 & -\underline{Y}_{36} & 0 & -\underline{Y}_{56} & y_{66} \end{bmatrix}. \quad (4.10)$$

Узлы 1 и 2 в соответствии со схемой связаны ветвью с проводимостью  $\underline{Y}_{12}$ , следовательно,  $y_{12} = -\underline{Y}_{12}$ ; узлы 1 и 3 – ветвью с проводимостью  $\underline{Y}_{13}$ , следовательно,  $y_{13} = -\underline{Y}_{13}$ , и т.п. Узлы 1 и 5 непосредственно не связаны между собой, поэтому их взаимная проводимость  $y_{15} = 0$ .

*Собственные проводимости узлов определяются как сумма проводимостей всех ветвей, сходящихся в узле:*

$$\begin{cases} y_{11} = \underline{Y}_{12} + \underline{Y}_{13} + \underline{Y}_{14} + \underline{Y}_{17}, \\ y_{22} = \underline{Y}_{12} + \underline{Y}_{23} + \underline{Y}_{25}, \\ y_{33} = \underline{Y}_{13} + \underline{Y}_{23} + \underline{Y}_{34} + \underline{Y}_{36}, \\ y_{44} = \underline{Y}_{14} + \underline{Y}_{34} + \underline{Y}_{47}, \\ y_{55} = \underline{Y}_{25} + \underline{Y}_{56} + \underline{Y}_{57}, \\ y_{66} = \underline{Y}_{36} + \underline{Y}_{56} + \underline{Y}_{67}. \end{cases} \quad (4.11)$$

В первом узле сходятся четыре ветви: 1-2, 1-3, 1-4, и 1-7, следовательно,  $y_{11} = \underline{Y}_{12} + \underline{Y}_{13} + \underline{Y}_{14} + \underline{Y}_{17}$ ; а во втором узле – три ветви: 1-2, 2-3, 2-5, следовательно,  $y_{22} = \underline{Y}_{12} + \underline{Y}_{23} + \underline{Y}_{25}$ .

Определим вектор-столбец узловых токов. Поскольку в схеме отсутствуют источники тока, то узловые токи равны алгебраической сумме токов эквивалентных генераторов тока:

$$I = \begin{bmatrix} \dot{E}_{12} \underline{Y}_{12} \\ -\dot{E}_{12} \underline{Y}_{12} \\ -\dot{E}_{34} \underline{Y}_{34} + \dot{E}_{36} \underline{Y}_{36} \\ \dot{E}_{34} \underline{Y}_{34} \\ -\dot{E}_{56} \underline{Y}_{56} \\ \dot{E}_{56} \underline{Y}_{56} - \dot{E}_{36} \underline{Y}_{36} \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

Из четырех ветвей, сходящихся в первом узле, только ветвь 1-2 содержит источник ЭДС, направленный в первый узел, следовательно, узловой ток  $I_1 = \dot{E}_{12} \underline{Y}_{12}$ . В третьем узле сходятся четыре ветви, в общей сложности, содержащие два источника ЭДС:  $E_{34}$ , направленный из узла 3, и  $E_{36}$ , направленный в узел 3, следовательно, узловой ток  $I_3 = -\dot{E}_{34} \underline{Y}_{34} + \dot{E}_{36} \underline{Y}_{36}$ .

В результате решения матричного уравнения  $YU = I$  любым известным методом, определяется искомым вектор-столбец узловых напряжений:

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{bmatrix}. \quad (4.13)$$

Определим токи в ветвях электрической цепи в соответствии с уравнением (4.8) и принятым значением узлового напряжения в базисном узле  $U_7 = 0$ :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \dot{I}_{12} = \left( U_1 - U_2 - \dot{E}_{12} \right) \underline{Y}_{12}, & \dot{I}_{34} = \left( U_3 - U_4 + \dot{E}_{34} \right) \underline{Y}_{34}, \\ \dot{I}_{13} = \left( U_1 - U_3 \right) \underline{Y}_{13}, & \dot{I}_{36} = \left( U_3 - U_6 - \dot{E}_{36} \right) \underline{Y}_{36}, \\ \dot{I}_{14} = \left( U_1 - U_4 \right) \underline{Y}_{14}, & \dot{I}_{47} = \left( U_4 - U_7 \right) \underline{Y}_{47} = U_4 \underline{Y}_{47}, \\ \dot{I}_{17} = \left( U_1 - U_7 \right) \underline{Y}_{17} = U_1 \underline{Y}_{17}, & \dot{I}_{56} = \left( U_5 - U_6 + \dot{E}_{56} \right) \underline{Y}_{56}, \\ \dot{I}_{23} = \left( U_2 - U_3 \right) \underline{Y}_{23}, & \dot{I}_{57} = \left( U_5 - U_7 \right) \underline{Y}_{57} = U_5 \underline{Y}_{57}, \\ \dot{I}_{25} = \left( U_2 - U_5 \right) \underline{Y}_{25}, & \dot{I}_{67} = \left( U_6 - U_7 \right) \underline{Y}_{67} = U_6 \underline{Y}_{67}. \end{array} \right. \quad (4.14)$$

Ток  $I_{12}$  направлен противоположно ЭДС  $E_{12}$ , в связи с чем, она (ЭДС  $E_{12}$ ) берется со знаком "минус"; в ветви 1-3 ЭДС отсутствует, а в ветви 3-4 ЭДС сонаправлена с током  $I_{34}$  и принимается со знаком "плюс".

#### Пример 4.1. Численный расчет схемы электрической цепи с несколькими источниками ЭДС методом узловых напряжений

Выполним численный расчет схемы электрической цепи, представленной на рис. 4.2 со значениями, указанными в примере 3.1.

По формулам (4.9) и известным комплексным сопротивлениям, определим значения комплексных проводимостей всех ветвей:

$$\underline{Y}_{12} = \frac{1}{\underline{Z}_{12}} = \frac{1}{51} = 0,02 \text{ См},$$

$$\underline{Y}_{13} = \frac{1}{\underline{Z}_{13}} = \frac{1}{15 + j \cdot 3,77} = 0,063 - j \cdot 0,016 \text{ См},$$

$$\underline{Y}_{14} = \frac{1}{\underline{Z}_{14}} = \frac{1}{18 + j \cdot 4,712} = 0,052 - j \cdot 0,014 \text{ См},$$

$$\underline{Y}_{17} = \frac{1}{\underline{Z}_{17}} = \frac{1}{36 - j \cdot 26,497} = 0,018 + j \cdot 0,013 \text{ См},$$

$$\underline{Y}_{23} = \frac{1}{\underline{Z}_{23}} = \frac{1}{68 - j \cdot 38,818} = 0,011 + j \cdot 6,332 \cdot 10^{-3} \text{ См},$$

$$\underline{Y}_{25} = \frac{1}{\underline{Z}_{25}} = \frac{1}{47 - j \cdot 56,841} = 8,64 \cdot 10^{-3} + j \cdot 0,01 \text{ См},$$

$$\underline{Y}_{34} = \frac{1}{\underline{Z}_{34}} = \frac{1}{43} = 0,023 \text{ См,}$$

$$\underline{Y}_{36} = \frac{1}{\underline{Z}_{36}} = \frac{1}{75} = 0,013 \text{ См,}$$

$$\underline{Y}_{47} = \frac{1}{\underline{Z}_{47}} = \frac{1}{62 - j \cdot 62,14} = 8,011 \cdot 10^{-3} + j \cdot 8,064 \cdot 10^{-3} \text{ См,}$$

$$\underline{Y}_{56} = \frac{1}{\underline{Z}_{68}} = \frac{1}{68} = 0,015 \text{ См,}$$

$$\underline{Y}_{57} = \frac{1}{\underline{Z}_{57}} = \frac{1}{100 - j \cdot 28,068} = 9,27 \cdot 10^{-3} + j \cdot 2,602 \cdot 10^{-3} \text{ См,}$$

$$\underline{Y}_{67} = \frac{1}{\underline{Z}_{67}} = \frac{1}{82 - j \cdot 62,071} = 7,753 \cdot 10^{-3} + j \cdot 5,869 \cdot 10^{-3} \text{ См.}$$

Собственные проводимости узлов определим по формулам (4.11):

$$y_{11} = 0,02 + 0,063 - j \cdot 0,016 + 0,052 - j \cdot 0,014 + 0,018 + j \cdot 0,013 = \\ = 0,152 - j \cdot 0,016 \text{ См,}$$

$$y_{22} = 0,02 + 0,011 + j \cdot 6,332 \cdot 10^{-3} + 8,64 \cdot 10^{-3} + j \cdot 0,01 = \\ = 0,039 + j \cdot 0,017 \text{ См,}$$

$$y_{33} = 0,063 - j \cdot 0,016 + 0,011 + j \cdot 6,332 \cdot 10^{-3} + 0,023 + 0,013 = \\ = 0,11 - j \cdot 9,428 \cdot 10^{-3} \text{ См,}$$

$$y_{44} = 0,052 - j \cdot 0,014 + 0,023 + 8,011 \cdot 10^{-3} + j \cdot 8,064 \cdot 10^{-3} = \\ = 0,083 - j \cdot 5,547 \cdot 10^{-3} \text{ См,}$$

$$y_{55} = 8,64 \cdot 10^{-3} + j \cdot 0,01 + 0,015 + 9,27 \cdot 10^{-3} + j \cdot 2,602 \cdot 10^{-3} = \\ = 0,33 + j \cdot 0,013 \text{ См,}$$

$$y_{66} = 0,013 + 0,015 + 7,753 \cdot 10^{-3} + j \cdot 5,869 \cdot 10^{-3} = \\ = 0,036 + j \cdot 5,86 \cdot 10^{-3} \text{ См.}$$

Тогда в соответствии с (4.10) матрица узловых проводимостей будет равна (столбцы 1-3):

$$Y = \begin{bmatrix} 0,152 - j \cdot 0,016 & -0,02 & -0,063 + j \cdot 0,016 \\ -0,02 & 0,039 + j \cdot 0,017 & -0,011 - j \cdot 6,332 \cdot 10^{-3} \\ -0,063 + j \cdot 0,016 & -0,011 - j \cdot 6,332 \cdot 10^{-3} & 0,11 - j \cdot 9,428 \cdot 10^{-3} \\ -0,052 + j \cdot 0,014 & 0 & -0,023 \\ 0 & -8,64 \cdot 10^{-3} - j \cdot 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & -0,013 \end{bmatrix}$$



столбцы 4-6 матрицы  $Y$ :

$$\begin{bmatrix} -0,052 + j \cdot 0,014 & 0 & 0 \\ 0 & -8,64 \cdot 10^{-3} - j \cdot 0,01 & 0 \\ -0,023 & 0 & -0,013 \\ 0,083 - j \cdot 5,547 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0,033 + j \cdot 0,013 & -0,015 \\ 0 & -0,015 & 0,036 + j \cdot 5,86 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix}.$$

По формуле (4.12) и известным комплексным ЭДС (см. пример 3.1), рассчитаем вектор-столбец узловых (задающих) токов:

$$I = \begin{bmatrix} (78,785 + j \cdot 13,892) \cdot 0,02 \\ (-78,785 - j \cdot 13,892) \cdot 0,02 \\ (-77,274 + j \cdot 20,706) \cdot 0,023 + (23,14 - j \cdot 27,578) \cdot 0,013 \\ (77,274 - j \cdot 20,706) \cdot 0,023 \\ (-51,962 + j \cdot 30) \cdot 0,015 \\ (51,962 - j \cdot 30) \cdot 0,015 - (23,14 - j \cdot 27,578) \cdot 0,013 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,545 + j \cdot 0,272 \\ -1,545 - j \cdot 0,272 \\ -1,489 + j \cdot 0,114 \\ 1,797 - j \cdot 0,482 \\ -0,764 - j \cdot 0,441 \\ 0,456 + j \cdot 0,809 \end{bmatrix}$$

Решением матричного уравнения (4.5)  $YU = I$  любым известным методом будет являться вектор-столбец узловых напряжений:

$$U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \\ U_5 \\ U_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6,299 - j \cdot 6,553 \\ -46,888 - j \cdot 5,866 \\ -10,311 - j \cdot 8,103 \\ 22,345 - j \cdot 11,68 \\ -38,538 - j \cdot 6,813 \\ -4,084 + j \cdot 17,451 \end{bmatrix}.$$

По уравнениям (4.14) определим расчетные токи в ветвях схемы:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{12} &= [(6,299 - j \cdot 6,553) - (-46,888 - j \cdot 5,866) - (78,785 + j \cdot 13,892)] \times \\ &\times 0,02 = -0,502 - j \cdot 0,286 = \sqrt{(-0,502)^2 + (-0,286)^2} \cdot e^{j \left( \pi + \arctg \frac{0,286}{0,502} \right)} = \\ &= 0,578 \cdot e^{j \cdot 209,67^\circ} = 0,578 \cdot e^{j \cdot 209^\circ 40' 16''} \text{ А,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{13} &= [(6,299 - j \cdot 6,553) - (-10,311 - j \cdot 8,103)] \cdot (0,063 - j \cdot 0,016) = \\ &= 1,066 - j \cdot 0,165 = 1,079 \cdot e^{-j \cdot 8,799^\circ} \text{ А,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{14} &= [(6,299 - j \cdot 6,553) - (22,345 - j \cdot 11,68)] \cdot (0,052 - j \cdot 0,014) = \\ &= -0,764 + j \cdot 0,485 = 0,905 \cdot e^{j147,59^\circ} \text{ A}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{17} &= [(6,299 - j \cdot 6,553) - 0] \cdot (0,018 + j \cdot 0,013) = 0,2 - j \cdot 0,035 = \\ &= 0,203 \cdot e^{-j9,93^\circ} \text{ A}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{23} &= [(-46,888 - j \cdot 5,866) - (-10,311 - j \cdot 8,103)] \times \\ &\times (0,011 + j \cdot 6,332 \cdot 10^{-3}) = -0,42 - j \cdot 0,207 = 0,468 \cdot e^{j206,237^\circ} \text{ A}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{25} &= [(-46,888 - j \cdot 5,866) - (-38,538 - j \cdot 6,813)] \times \\ &\times (8,64 \cdot 10^{-3} + j \cdot 0,01) = -0,082 - j \cdot 0,079 = 0,114 \cdot e^{j223,93^\circ} \text{ A}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{34} &= [(-10,311 - j \cdot 8,103) - (22,345 - j \cdot 11,68) + (77,274 - j \cdot 20,706)] \times \\ &\times 0,023 = 1,038 - j \cdot 0,398 = 1,111 \cdot e^{-j20,98^\circ} \text{ A}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{36} &= [(-10,311 - j \cdot 8,103) - (-4,084 + j \cdot 17,451) - (23,14 - j \cdot 27,578)] \times \\ &\times 0,013 = -0,392 + j \cdot 0,027 = 0,392 \cdot e^{j176,06^\circ} \text{ A}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{47} &= [(22,345 - j \cdot 11,68) - 0] \cdot (8,011 \cdot 10^{-3} + j \cdot 8,064 \cdot 10^{-3}) = \\ &= 0,273 + j \cdot 0,087 = 0,287 \cdot e^{j17,68^\circ} \text{ A}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{56} &= [(-38,538 - j \cdot 6,813) - (-4,0848 + j \cdot 17,451) + (51,962 + j \cdot 30)] \times \\ &\times 0,015 = 0,257 + j \cdot 0,084 = 0,271 \cdot e^{j18,099^\circ} \text{ A}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{57} &= [(-38,538 - j \cdot 6,813) - 0] \cdot (9,27 \cdot 10^{-3} + j \cdot 2,602 \cdot 10^{-3}) = \\ &= -0,34 - j \cdot 0,163 = 0,377 \cdot e^{j205,61^\circ} \text{ A}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{67} &= [(-4,084 + j \cdot 17,451) - 0] \cdot (7,753 \cdot 10^{-3} + j \cdot 5,869 \cdot 10^{-3}) = \\ &= -0,134 + j \cdot 0,111 = 0,174 \cdot e^{j140,36^\circ} \text{ A}. \end{aligned}$$

Представление комплексных значений токов в виде синусоидальных функций времени осуществляется по аналогии с примером 3.1.

## 5. Баланс мощностей

*Мгновенная мощность* в электрической цепи переменного тока определяется как скорость совершения работы:

$$p = \frac{dA}{dt} = ui, \quad (5.1)$$

при этом величины напряжения  $u$  и тока  $i$ , являются синусоидальными функциями времени. В связи с этим мгновенная мощность является переменной величиной и для ее оценки используется понятие *средней мощности за период*. Ее можно получить, интегрируя за период  $T$  работу, совершаемую электрическим полем, а затем соотнося ее с периодом, т.е.

$$P = \frac{A}{T} = \frac{1}{T} \int_0^T ui \, dt. \quad (5.2)$$

Пусть  $i(t) = I_m \sin(\omega t)$  и  $u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi)$ , тогда средняя мощность будет равна:

$$P = \frac{A}{T} = \frac{1}{T} \int_0^T U_m I_m \sin(\omega t + \varphi) \sin(\omega t) \, dt = UI \cos \varphi, \quad (5.3)$$

где  $U_m, I_m, U, I$  – соответственно амплитудные и действующие значения напряжения и тока;  $\omega$  – частота;  $\cos \varphi$  – коэффициент мощности.

Из выражения (5.3) следует, что средняя мощность в цепи переменного тока зависит не только от действующих значений напряжения  $U$  и тока  $I$ , но и от разности фаз  $\varphi$  между ними. Максимальная мощность соответствует нулевому сдвигу фаз, а при сдвиге фаз  $\pm 90^\circ$  средняя мощность равна нулю. Если электрическая цепь построена нерационально, т.е. угол  $\varphi$  имеет значительную величину, то источник нагрузка не могут работать на "полную мощность". Среднюю мощность  $P$  называют также *активной мощностью* и измеряют в *ваттах* [Вт].

Воспользовавшись тригонометрическими преобразованиями определим мгновенную мощность как функцию времени:

$$p(t) = ui = UI [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]. \quad (5.4)$$

Отсюда следует, что мгновенная мощность изменяется с двойной частотой относительно постоянной составляющей (активной мощности).

При  $\cos \varphi = 1$ , т.е. для цепи, обладающей чисто резистивным сопротивлением мощность  $p \in [0, 2UI]$ . Т.к. положительные значения мгновенной мощности соответствуют поступлению энергии от источника в электрическую цепь, то в этом случае вся энергия, поступающая от источника, преобразуется в ней в тепло, и  $P = UI$ .

При  $\cos \varphi = 0$ , т.е. для цепи с идеальными емкостными или индуктивными элементами мощность  $p \in [-UI, UI]$ . Из выражения (5.4)

следует, что мощность колеблется относительно оси абсцисс с двойной частотой, изменяя свой знак каждые четверть периода. Это означает, что в течение четверти периода ( $p > 0$ ) энергия поступает в электрическую цепь от источника и запасается в магнитном или электрическом поле, а в течение следующей четверти ( $p < 0$ ) она целиком возвращается из цепи в источник. В таком случае средняя мощность, отдаваемая источником нагрузке, равна нулю и в цепи не происходит преобразования энергии.

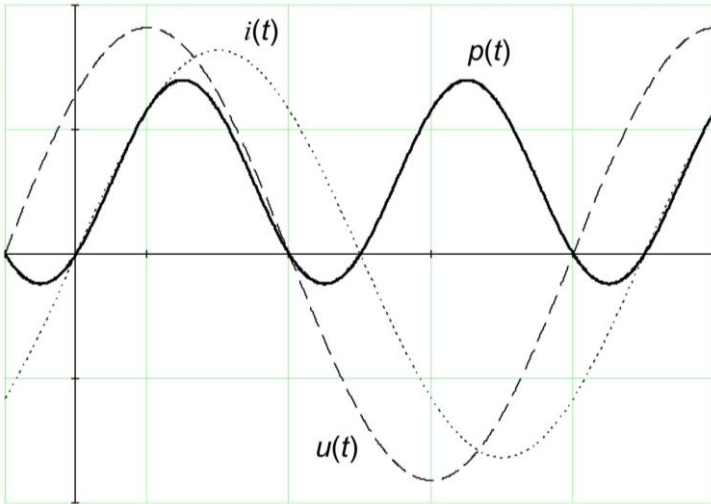


Рис. 5.1. Мгновенная мощность в цепи переменного тока

При  $0 < \cos \varphi < 1$ , т.е. в цепи с произвольной нагрузкой мощность  $p \in [UI(\cos \varphi - 1), UI(\cos \varphi + 1)]$ . Из выражения (5.4) и рис. 5.1 следует, что большую часть периода мощность потребляется нагрузкой ( $p > 0$ ), но существуют также интервалы времени, когда энергия запасенная в магнитных и электрических полях нагрузки возвращается в источник. Участки с положительным значением  $p$  независимо от характера реактивной составляющей нагрузки всегда больше участков с отрицательным значением, поэтому средняя мощность  $P$  положительна. Это означает, что в электрической цепи преобладает процесс преобразования электрической энергии в тепло или механическую работу.

Величина:

$$Q = UI \sin \varphi, \quad (5.5)$$

называется *реактивной мощностью*. Она равна среднему за четверть периода значению энергии, которой источник обменивается с магнитным и электрическим полями нагрузки. Реактивная мощность не преобразуется в тепло или другие виды энергии, т.к. ее среднее значение за период равно нулю. В отличие от всегда положительной активной

мощности  $P$ , реактивная мощность  $Q$  положительна при  $\varphi > 0$  и отрицательна при  $\varphi < 0$ .

Величина:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI, \quad (5.6)$$

называется *полной мощностью* – это максимально возможная активная мощность, т.е. мощность, выделяющаяся в чисто резистивной нагрузке при  $\cos \varphi = 1$ . Именно эта мощность указывается в паспортных данных электротехнических машин и аппаратов. Единицей измерения полной мощности является *вольт-ампер* [ВА], а реактивной мощности – *вольт-ампер реактивный* [ВАр].

Из выражения (5.6) следует, что полную мощность можно представить гипотенузой прямоугольного треугольника с углом  $\varphi$ , катетами которого являются активная  $P$  и реактивная  $Q$  мощности.

В комплексной форме выражение для полной мощности является функцией двух комплексных переменных – напряжения и тока. Если  $\dot{U} = U_a + jU_r$  и  $\dot{I} = I_a + jI_r$ , где  $U_a, U_r, I_a, I_r$  – соответственно активная и реактивная составляющие напряжения и тока в цепи, то полная мощность определяется как произведение комплексного напряжения на *комплексно-сопряженный ток*  $\dot{I}^* = I_a - jI_r$ :

$$\underline{S} = \dot{U} \dot{I}^* = U e^{j\psi_u} I e^{-j\psi_i} = UI e^{j(\psi_u - \psi_i)} = UI e^{j\varphi}, \quad (5.7)$$

где  $\varphi$  – угол сдвига фаз между напряжением и током;  $U, I$  – действующие значения напряжения и тока.

Выражение (5.7) можно представить в виде:

$$\underline{S} = UI e^{j\varphi} = UI \cos \varphi + jUI \sin \varphi = P + jQ, \quad (5.8)$$

где  $P$  – активная мощность,  $Q$  – реактивная мощность.

Для проверки правильности расчета электрических цепей часто используется *баланс мощностей* – в любой электрической цепи в любой момент времени существует баланс между мощностью источников и мощностью приемников:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^n P_{ucm.k} = \sum_{k=1}^m P_{np.k}, \\ \sum_{k=1}^n Q_{ucm.k} = \sum_{k=1}^m Q_{np.k}, \\ \sum_{k=1}^n S_{ucm.k} = \sum_{k=1}^m S_{np.k}, \end{cases} \quad (5.9)$$

где  $n$  – число источников энергии,  $m$  – число приемников энергии.

Для практических расчетов электрических цепей переменного тока условие баланса мощностей удобно представить в следующей форме:

$$\sum_{k=1}^{ne} \dot{E}_k \dot{I}_k^* + \sum_{k=1}^{ni} \dot{U}_k \dot{J}_k^* = \sum_{k=1}^m \underline{Z}_k \dot{I}_k \dot{I}_k^*, \quad (5.10)$$

где  $ne$  – число источников ЭДС,  $ni$  – число источников тока,  $m$  – число потребителей (приемников)  $\underline{Z}$  электромагнитной энергии.

Если направления ЭДС (напряжения) и тока через источник совпадают, мощность источника принимается в уравнении (5.10) баланса мощностей с положительным знаком – источник работает в режиме генератора. При противоположных направлениях ЭДС (напряжения) и тока мощность в уравнении баланса учитывается с отрицательным знаком – источник работает в режиме потребителя энергии (заряд аккумулятора).

Фактически условие баланса мощностей – это интерпретация закона сохранения энергии в электротехнике.

Проверим правильность расчета схемы электрической цепи, представленной на рис. 3.1, для чего вычислим суммарные мощности источников ( $n = 4$  шт.) и приемников ( $m = 12$  шт.):

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{S}_{uct} = -\dot{E}_{12} \dot{I}_{12}^* + \dot{E}_{34} \dot{I}_{34}^* - \dot{E}_{36} \dot{I}_{36}^* + \dot{E}_{56} \dot{I}_{56}^*, \\ \underline{S}_{np} = \underline{Z}_{12} \dot{I}_{12} \dot{I}_{12}^* + \underline{Z}_{13} \dot{I}_{13} \dot{I}_{13}^* + \underline{Z}_{14} \dot{I}_{14} \dot{I}_{14}^* + \underline{Z}_{17} \dot{I}_{17} \dot{I}_{17}^* + \underline{Z}_{23} \dot{I}_{23} \dot{I}_{23}^* + \\ + \underline{Z}_{25} \dot{I}_{25} \dot{I}_{25}^* + \underline{Z}_{34} \dot{I}_{34} \dot{I}_{34}^* + \underline{Z}_{36} \dot{I}_{36} \dot{I}_{36}^* + \underline{Z}_{47} \dot{I}_{47} \dot{I}_{47}^* + \underline{Z}_{56} \dot{I}_{56} \dot{I}_{56}^* + \\ + \underline{Z}_{57} \dot{I}_{57} \dot{I}_{57}^* + \underline{Z}_{67} \dot{I}_{67} \dot{I}_{67}^*. \end{array} \right. \quad (5.11)$$

Если  $\underline{S}_{uct} = \underline{S}_{np}$ , то расчет выполнен верно. В прикладных инженерных расчетах погрешность не должна превышать (1-3) %.

### Пример 5.1. Численный расчет баланса мощностей в электрической цепи с несколькими источниками ЭДС

Воспользовавшись формулами (5.11) определим общую комплексную мощность источников ЭДС:

$$\begin{aligned} \underline{S}_{uct} &= -(78,785 + j \cdot 13,892) \cdot (-0,502 + j \cdot 0,286) + (77,274 - j \cdot 20,706) \times \\ &\times (1,038 + j \cdot 0,398) - (23,14 - j \cdot 27,578) \cdot (-0,392 - j \cdot 0,027) + \\ &+ (51,962 + j \cdot 30) \cdot (0,257 - j \cdot 0,084) = 157,658 - j \cdot 13,085 = \\ &= \sqrt{157,658^2 + (-13,085)^2} = 158,2 \text{ В} \cdot \text{А}. \end{aligned}$$

Вычислим комплексные мощности отдельных приемников:

$$\begin{aligned} \underline{S}_{12} &= 51 \cdot (-0,502 - j \cdot 0,286) \cdot (-0,502 + j \cdot 0,286) = 17,015 \text{ В} \cdot \text{А} , \\ \underline{S}_{13} &= (15 + j \cdot 3,77) \cdot (1,066 - j \cdot 0,165) \cdot (1,066 + j \cdot 0,165) = 17,45 + j \cdot 4,386 \text{ В} \cdot \text{А} , \\ \underline{S}_{14} &= (18 + j \cdot 4,712) \cdot (-0,764 + j \cdot 0,485) \cdot (-0,764 - j \cdot 0,485) = \\ &= 14,752 + j \cdot 3,862 \text{ В} \cdot \text{А} , \\ \underline{S}_{17} &= (36 - j \cdot 26,497) \cdot (0,2 - j \cdot 0,035) \cdot (0,2 + j \cdot 0,035) = 1,489 - j \cdot 1,096 \text{ В} \cdot \text{А} , \\ \underline{S}_{23} &= (68 - j \cdot 38,818) \cdot (-0,42 - j \cdot 0,207) \cdot (-0,42 + j \cdot 0,207) = \\ &= 14,895 - j \cdot 8,503 \text{ В} \cdot \text{А} , \\ \underline{S}_{25} &= (47 - j \cdot 56,841) \cdot (-0,082 - j \cdot 0,079) \cdot (-0,082 + j \cdot 0,079) = \\ &= 0,61 - j \cdot 0,738 \text{ В} \cdot \text{А} , \\ \underline{S}_{34} &= 43 \cdot (1,038 - j \cdot 0,398) \cdot (1,038 + j \cdot 0,398) = 53,121 \text{ В} \cdot \text{А} , \\ \underline{S}_{36} &= 75 \cdot (-0,392 + j \cdot 0,027) \cdot (-0,392 - j \cdot 0,027) = 11,553 \text{ В} \cdot \text{А} , \\ \underline{S}_{47} &= (62 - j \cdot 62,414) \cdot (0,273 + j \cdot 0,087) \cdot (0,273 - j \cdot 0,087) = \\ &= 5,093 - j \cdot 5,127 \text{ В} \cdot \text{А} , \\ \underline{S}_{56} &= 68 \cdot (0,257 + j \cdot 0,084) \cdot (0,257 - j \cdot 0,084) = 4,992 \text{ В} \cdot \text{А} , \\ \underline{S}_{57} &= (100 - j \cdot 28,068) \cdot (-0,34 - j \cdot 0,163) \cdot (-0,34 + j \cdot 0,163) = \\ &= 14,197 - j \cdot 3,985 \text{ В} \cdot \text{А} , \\ \underline{S}_{67} &= (82 - j \cdot 62,071) \cdot (-0,134 + j \cdot 0,111) \cdot (-0,134 - j \cdot 0,111) = \\ &= 2,49 - j \cdot 1,885 \text{ В} \cdot \text{А} . \end{aligned}$$

Суммарная комплексная мощность приемников равна:

$$\begin{aligned} \underline{S}_{np} &= 17,015 + (17,45 + j \cdot 4,386) + (14,752 + j \cdot 3,862) + (1,489 - j \cdot 1,096) + \\ &+ (14,895 - j \cdot 8,503) + (0,61 - j \cdot 0,738) + 53,121 + 11,553 + (5,093 - j \cdot 5,127) + \\ &+ 4,992 + (14,197 - j \cdot 3,985) + (2,49 - j \cdot 1,885) = 157,658 - j \cdot 13,085 = \\ &= \sqrt{157,658^2 + (-13,085)^2} = 158,2 \text{ В} \cdot \text{А} . \end{aligned}$$

Активная мощность  $P = 157,658$  Вт.

Реактивная мощность  $Q = 13,085$  ВАР.

Полная мощность  $S = 158,2$  В•А.

Суммарные комплексные мощности источников и приемников совпадают, следовательно, расчет схемы выполнен верно.

## 6. Задания к РГР

Для заданной электрической цепи, параметры которой приведены в таблице (по вариантам), необходимо:

- выполнить чертеж схемы электрической цепи;
- методом контурных токов определить контурные токи и токи во всех ветвях схемы;
- методом узловых напряжений определить узловые потенциалы и токи во всех ветвях схемы;
- провести проверку правильности расчета схемы с помощью баланса мощностей.

Для расчетных токов в каждой ветви необходимо привести комплексные и действующие значения. Во всех случаях считать, что взаимдукцией между ветвями электрической цепи можно пренебречь, а все элементы схемы идеальны.

Схема электрической цепи, содержащая 7 узлов и 6 независимых контуров, представлена в виде таблицы (по вариантам), каждая строка которой описывает параметры соответствующей ветви. В столбце 1 указаны заданные направления токов в ветвях, соединяющих соответствующие узлы. Параметры нагрузочных сопротивлений в ветвях схемы представлены в столбцах 2-4, а параметры идеальных источников ЭДС – в столбцах 5-8 (в столбце 6 указано действующее значение ЭДС источника, в столбце 7 – его начальная фаза в градусах, а в столбце 8 – линейная частота).

### Вариант 1

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	12		39				
1→3	16	12	91				
1→4	24	15					
2→3	11			2→3	40	-10	16
2→5	39	27	82				
2→6	15	10	51				
3→4	68			4→3	30	25	16
4→5	13			4→5	80	12	16
4→7	22	12	75				
5→6	82	18	82				
5→7	15	33	91				
6→7	16			6→7	27	-60	16



## Вариант 2

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	11	10	43				
1→3	39		91				
1→4	16			1→4	60	-10	26
2→3	12	15	82				
2→4	91			4→2	80	18	26
3→5	62						
3→6	22			3→6	36	18	26
4→5	51	22	62				
4→7	56	27	82				
5→6	16	10	75				
5→7	24	12	91				
6→7	56			6→7	40	50	26

## Вариант 3

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	12			1→2	40	-10	38
1→3	13	10	33				
1→4	30		82				
2→4	18			2→4	60	25	38
2→6	20			6→2	40	20	38
3→4	10	12	91				
3→5	47	18	56				
3→7	22	22	68				
4→5	75	12	51				
5→6	11			5→6	80	45	38
5→7	12	15	91				
6→7	18	18	39				

## Вариант 4

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	30			1→2	30	15	41
1→3	43		30				
1→4	68	12	18				
2→4	15	47	51				
2→5	82	27	22				
3→4	15	82	75				
3→6	100	12	13				
4→5	47	15	47				
4→6	33			4→6	80	-23	41
4→7	100	33	20				
5→7	51			5→7	60	41	41
6→7	91			7→6	60	19	41

## Вариант 5

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	36		62				
1→4	36	10					
1→5	33	12	16				
2→3	43			2→3	80	-10	19
2→5	62	47	82				
3→5	20	22	51				
3→6	100	33	51				
4→5	27	27	56				
4→7	20			7→4	80	52	19
5→6	30			5→6	36	-45	19
5→7	62			7→5	60	30	19
6→7	18	15	75				

## Вариант 6

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	10		91				
1→3	12			1→3	80	10	46
1→4	15	27	56				
2→6	13	22	75				
2→7	22	33	62				
3→4	15			4→3	40	15	46
3→5	91	47	68				
3→6	15	10	62				
4→6	43	20	82				
5→6	24			6→5	40	-15	46
5→7	22						
6→7	10			7→6	60	24	46

## Вариант 7

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	20	10					
1→3	20		20				
1→5	18			1→5	40	10	50
2→3	12	12	62				
2→4	33	12	68				
3→4	18	15	56				
3→6	43	12	91				
4→6	22	33	82				
4→7	51			4→7	36	-12	50
5→6	24						
5→7	20	27	43	7→5	80	20	50
6→7	18			6→7	40	15	50

## Вариант 8

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	24	15					
1→4	24	30	91				
1→5	33	39					
2→3	22		43				
2→4	30			2→4	60	20	16
3→4	43	51	75				
3→7	100		75				
4→5	39	24	82				
4→6	30			4→6	40	23	16
4→7	68	27	39				
5→6	91			6→5	40	43	16
6→7	10			7→6	80	-5	16

## Вариант 9

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	10			1→2	80	-20	33
1→3	30						
1→4	36	10	15				
1→6	51	15					
2→3	18	18	62				
2→5	75	27	68				
3→5	68	18	82				
4→5	33			5→4	36	-18	33
4→7	10			4→7	30	30	33
5→6	11			6→5	40	65	33
5→7	22	47	82				
6→7	33	33	11				

## Вариант 10

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	30	22					
1→3	30	12	91				
1→4	22		91				
1→6	24			1→6	80	10	40
2→5	24	10	75				
2→7	22	12	82				
3→4	20	15	56				
3→6	47			3→6	60	10	40
4→5	56			5→4	36	25	40
4→6	33			4→6	80	-15	40
5→7	10	16	91				
6→7	36	15	82				

## Вариант 11

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	20	10	51				
1→4	20						
1→5	22		75				
2→3	75			2→3	40	-10	29
2→4	39			4→2	60	22	29
3→4	91	18	75				
3→7	39	15	91				
4→5	27	15	82				
4→6	18	56	91				
4→7	22			4→7	36	30	29
5→6	22			5→6	30	-12	29
6→7	56	22	39				

## Вариант 12

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	10			2→1	36	12	28
1→3	10	33	62				
1→4	33	47	91				
1→6	22	10	91				
2→3	36	12					
2→5	10		47				
3→5	43	15	68				
4→5	91			5→4	36	18	28
4→7	56			4→7	40	-20	28
5→6	36			5→6	40	-15	28
5→7	24	15	68				
6→7	18	18	39				

## Вариант 13

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	56						
1→3	22	12	91				
1→4	20		82				
1→6	27			6→1	60	12	39
2→5	24	18	75				
2→7	27	12	91				
3→4	20	15	91				
3→6	20			6→3	60	12	39
4→5	56			5→4	40	80	39
4→6	33			4→6	40	-45	39
5→7	10	18	91				
6→7	43	18	56				

## Вариант 14

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	11	12	82				
1→3	12	10	68				
1→4	10			1→4	80	50	32
2→3	24	20	91				
2→5	33						
2→7	51		68				
3→4	51			3→4	40	-25	32
4→6	68	12	75				
4→7	16	11	82				
5→6	39			6→5	30	30	32
5→7	91			5→7	36	-15	32
6→7	12	12	39				

## Вариант 15

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	11	10					
1→3	36		91				
1→4	22			1→4	36	-10	38
1→5	82	18	82				
2→5	56			5→2	40	18	38
2→7	39			7→2	60	35	38
3→4	33	12	82				
3→6	82	15	68				
4→6	18	18	91				
5→6	47	22	75				
5→7	62			7→5	60	-15	38
6→7	91	22	82				

## Вариант 16

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	43	12	75				
1→3	12		82				
1→4	24			1→4	40	45	36
2→3	82			2→3	40	-10	36
2→5	39	27	91				
2→6	12	12	68				
3→4	75			4→3	36	12	36
4→5	56	27					
4→7	22	68	91				
5→6	82	18	82				
5→7	75	33	75				
6→7	47			7→6	80	25	36

## Вариант 17

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	16			2→1	36	10	50
1→3	47	12	82				
1→4	20						
2→3	24	15	91				
2→4	91			4→2	40	-20	50
3→5	62		91				
3→6	30			6→3	40	20	50
4→5	51	12	43				
4→7	56	33	82				
5→6	27	12	56				
5→7	75	82	91				
6→7	22			6→7	80	15	50



## Вариант 18

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	27	10					
1→3	12	12	82				
1→4	47			1→4	60	10	40
2→4	22			4→2	60	25	40
2→6	20			6→2	36	12	40
3→4	39	18	82				
3→5	43	27	91				
3→7	22		68				
4→5	68	10	91				
5→6	10			6→5	40	-40	40
5→7	12	15	68				
6→7	16	56	62				

## Вариант 19

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	12			2→1	80	8	35
1→3	36	47	91				
1→4	91	18	82				
2→4	91	56	24				
2→5	68			2→5	60	11	35
3→4	11	10	180				
3→6	10	56	27				
4→5	43	10	13				
4→6	51	27	18				
4→7	22			7→4	80	49	35
5→7	56			5→7	60	37	35
6→7	82						

## Вариант 20

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	39	15	62				
1→4	27	12	68				
1→5	82	12	56				
2→3	43	18	56				
2→5	43		82				
3→5	51			5→3	60	24	42
3→6	18	33					
4→5	24	10	62				
4→7	27			7→4	80	-18	42
5→6	20	15	91				
5→7	18			5→7	30	28	42
6→7	56			7→6	36	31	42

## Вариант 21

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	100	12	11				
1→3	12			3→1	80	16	23
1→4	22	22	15				
2→4	15	56	39				
2→5	82	56					
3→4	51		56				
3→6	39			3→6	40	-22	23
4→5	47	33	11				
4→6	20	12	16				
4→7	10	47	91				
5→7	18			7→5	60	30	23
6→7	36			6→7	40	75	23

## Вариант 22

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	33	10	62				
1→4	47			1→4	80	26	32
1→5	36	22	43				
2→3	15	12	43				
2→5	82	18	51				
3→5	43	15	39				
3→6	100	33	82				32
4→5	27			4→5	80	-10	
4→7	20	47					
5→6	10		16				
5→7	51			7→5	60	22	32
6→7	12			7→6	36	-14	32

## Вариант 23

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	10	12	91				
1→3	11	12	91				
1→4	20			1→4	80	10	35
2→6	12	15					
2→7	16		56				
3→4	11	22	75				
3→5	18	15	82				
3→6	36			6→3	60	15	35
4→6	12			4→6	36	-22	35
5→6	18	12	82				
5→7	10		62				
6→7	12			6→7	40	30	35

## Вариант 24

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	10			1→2	60	-10	40
1→3	10	18	11				
1→5	36	15	62				
2→3	27	30	91				
2→4	22	12					
3→4	18			4→3	80	22	40
3→6	18						
4→6	51	24	56				
4→7	12	43	82				
5→6	56			5→6	36	-15	40
5→7	24			5→7	40	35	40
6→7	10	10	68				

## Вариант 25

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	10	12					
1→4	24	10	82				
1→5	62						
2→3	22	33	68				
2→4	30			4→2	40	-10	38
3→4	18	20	75				
3→7	39		82				
4→5	39	24	82				
4→6	30			4→6	40	18	38
4→7	22	27	29				
5→6	91			5→6	60	30	38
6→7	36			6→7	36	-20	38

## Вариант 26

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	10			2→1	40	10	46
1→3	15	10					
1→4	36	27	51				
1→6	39	15					
2→3	18	12	62				
2→5	75	27	68				
3→5	30	27	62				
4→5	33			4→5	36	-30	46
4→7	47			4→7	80	15	46
5→6	11			5→6	60	10	46
5→7	22		82				
6→7	51	33	75				

## Вариант 27

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	43	10	24				
1→3	30	12					
1→4	51		91				
1→6	39			6→1	40	10	35
2→5	24	12	75				
2→7	24	18	75				
3→4	20	15	56				
3→6	47			3→6	60	15	35
4→5	56			4→5	80	-15	35
4→6	56			4→6	80	35	35
5→7	10	16	68				
6→7	62	30	82				

## Вариант 28

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	24	18					
1→3	30		91				
1→4	20			4→1	36	-10	50
2→3	18	22	91				
2→5	33	10	68				
2→7	22		75				
3→4	51			3→4	80	15	50
4→6	24	12	68				
4→7	18	15	82				
5→6	27			5→6	80	40	50
5→7	10			7→5	60	-25	50
6→7	12	15	91				

## Вариант 29

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	51			1→2	80	-70	28
1→3	75	10	33				
1→4	20	12					
1→5	47		91				
2→5	56			2→5	80	48	28
2→7	22			7→2	36	18	28
3→4	10	33	82				
3→6	82	15	91				
4→6	11	18	62				
5→6	30	47	68				
5→7	36			5→7	40	32	28
6→7	43	27	75				

## Вариант 30

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	10	12	82				
1→3	11						
1→4	20			1→4	80	10	25
2→3	24	27	91				
2→5	33	10	82				
2→7	33		68				
3→4	51			3→4	80	25	25
4→6	24	12	68				
4→7	16	18	82				
5→6	39			6→5	40	10	25
5→7	10			7→5	36	30	25
6→7	12	15	62				

## Вариант 31

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	51			1→2	60	15	45
1→3	36	12	91				
1→4	20						
1→5	47	18	91				
2→5	56			5→2	80	31	45
2→7	24			7→2	40	-62	45
3→4	18	33	82				
3→6	82	15	91				
4→6	18	18	91				
5→6	30	22	75				
5→7	91			5→7	60	10	45
6→7	43	27	75				

## Вариант 32

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	18	56	75				
1→3	16		91				
1→4	24	22					
2→3	91			2→3	60	15	43
2→5	39	27	91				
2→6	15	10	51				
3→4	75			4→3	80	10	43
4→5	13			5→4	36	-40	43
4→7	22	68	62				
5→6	82	18	82				
5→7	22	33	75				
6→7	47			7→6	40	30	43

## Вариант 33

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	11	10	91				
1→3	47	18	82				
1→4	16			4→1	40	82	45
2→3	12	15	82				
2→4	91			4→2	40	-70	45
3→5	62						
3→6	82			3→6	80	10	45
4→5	51	10	43				
4→7	56	27	82				
5→6	16	12	75				
5→7	75	27	91				
6→7	62			6→7	60	22	45



## Вариант 34

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	18			2→1	80	-10	44
1→3	13	12	91				
1→4	47						
2→4	18			2→4	60	18	44
2→6	20			6→2	36	52	44
3→4	39	12	82				
3→5	47	18	56				
3→7	22	22	68				
4→5	24	12	91				
5→6	11			6→5	80	19	44
5→7	12	15	91				
6→7	27	56	75				

## Вариант 35

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	30			1→2	30	15	30
1→3	24	18	33				
1→4	27	22	18				
2→4	27			2→4	60	52	30
2→5	82	68	22				
3→4	56	56	18				
3→6	100			6→3	60	21	30
4→5	470	10	27				
4→6	22	12	27				
4→7	10			4→7	80	12	30
5→7	56						
6→7	82	15	68				

## Вариант 36

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	91	10					
1→4	91	10	75				
1→5	56			5→1	36	-12	40
2→3	36	12	68				
2→5	62	12	68				
3→5	22			3→5	30	81	40
3→6	62			3→6	80	42	40
4→5	68	30	91				
4→7	75	18	82				
5→6	20	22	56				
5→7	47		39				
6→7	18			7→6	60	32	40

## Вариант 37

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	18	10	47				
1→3	20	10	68				
1→4	10	12					
2→6	39	27	75				
2→7	36	18	82				
3→4	33			3→4	60	-15	18
3→5	51			3→5	36	15	18
3→6	24	68	91				
4→6	18		68				
5→6	12			6→5	80	22	18
5→7	10			7→5	80	10	18
6→7	27		82				

## Вариант 38

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	75	12					
1→3	51	12	56				
1→5	10	27					
2→3	36			2→3	36	10	21
2→4	27		91				
3→4	51	22	47				
3→6	27			6→3	36	15	21
4→6	24	10	43				
4→7	62	12	82				
5→6	10		75				
5→7	18			5→7	80	-20	21
6→7	36			7→6	60	12	21

## Вариант 39

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	18		39				
1→3	18			1→3	60	-10	37
1→4	24			4→1	36	12	37
2→6	91	15	91				
2→7	39	15	82				
3→4	33	27					
3→5	30	18	91				
3→6	22	10	68				
4→6	20		62				
5→6	15			5→6	80	12	37
5→7	12			7→5	40	15	37
6→7	27	10	82				

## Вариант 40

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	18	12					
1→3	24	15					
1→5	39	27	36				
2→3	47			3→2	40	30	28
2→4	33		91				
3→4	51	82	47				
3→6	27			3→6	40	-10	28
4→6	24	10	43				
4→7	62	18	82				
5→6	68			5→6	30	21	28
5→7	22		56				
6→7	91			7→6	60	18	28

## Вариант 41

Ветвь и направление тока в ней	Параметры нагрузки			Параметры источника ЭДС			
	$R$ , Ом	$L$ , мГн	$C$ , мкФ	Направление	$E$ , В	$\varphi$ , °	$f$ , Гц
1→2	24	10	91				
1→3	15						
1→4	47			4→1	30	-80	25
2→4	22	27					
2→6	18			6→2	24	24	25
3→4	39	12	56				
3→5	43		91				
3→7	56			3→7	80	10	25
4→5	36	33	75				
5→6	12			5→6	80	-15	25
5→7	62	15	68				
6→7	24	68	82				

## 7. Рекомендации к оформлению РГР

Отчет к расчетно-графическому заданию работе является документом о проделанной работе, поэтому в нем должны содержаться все необходимые сведения для проверки результатов расчета. Составление отчета – индивидуальная работа каждого студента. Отчет выполняется чернилами (пастой); текст должен быть написан четким, понятным почерком и не содержать исправлений. Схемы электрических цепей, таблицы и другие графические построения выполняются на миллиметровой бумаге карандашом с применением чертежного инструмента или специальных шаблонов. При начертании схем электрических цепей должны соблюдаться требования ГОСТов на графические и буквенные обозначения их элементов. Масштаб на схемах предпочтительно выбирать равным  $1:10n$ ,  $2:10n$ ,  $5:10n$ . Допускается формирование отчета на персональном компьютере с последующим выводом на печать, включая графический материал при соблюдении требований ГОСТов.

Все вычисления должны быть представлены в отчете полностью, при этом обязательно следует указывать расчетные формулы. Нумерацию токов в ветвях рекомендуется выполнять с двойным индексом в соответствии со столбцом 1 таблицы задания, например  $I_{12}$ , а контурных токов или узловых потенциалов – с одинарным, например  $I_1$  или  $U_4$ . Не исключено, что при расчете баланс мощностей полностью выполняться не будет – это возможно из-за погрешностей при округлении. В этом случае рекомендуется использовать инженерный калькулятор Matcad или специальные математические программные пакеты, например Matlab, что позволит снизить ошибки при округлении во время промежуточных вычислений и обеспечить точность, как минимум, порядка  $10^{-3}$ .

Структура отчета должна включать в себя все пункты задания и может содержать дополнительные разделы с теоретическими положениями и/или выдержками из стандартов. В заключительной части отчета должен быть сформулирован вывод о выполнении поставленной цели и дана оценка погрешности расчета различными методами. Вывод должен быть кратким, лаконичным и содержать конкретные результаты.

После проверки преподавателем каждая работа должна быть индивидуально защищена студентом. В ходе защиты студент должен показать знания теоретических положений по теме работы, уметь пояснить порядок проведения расчетов и проанализировать полученные результаты. Защита расчетно-графической работы проводится, как правило, в конце учебного семестра или на занятии, назначенном преподавателем.

## Приложения

## Приложение 1

**Расчетные значения токов в схемах электрических цепей  
с несколькими источниками ЭДС по вариантам**

## Вариант 1

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	0.046-j0.057	0.074
1→3	$I_{13}$	-0.060-j0.447	0.451
1→4	$I_{14}$	0.014+j0.505	0.505
2→3	$I_{23}$	0.379+j0.449	0.588
2→5	$I_{25}$	-0.291-j0.401	0.496
2→6	$I_{26}$	-0.042-j0.105	0.113
3→4	$I_{34}$	0.319+j0.002	0.319
4→5	$I_{45}$	0.435+j0.835	0.941
4→7	$I_{47}$	-0.102-j0.329	0.344
5→6	$I_{56}$	0.218+j0.167	0.275
5→7	$I_{57}$	-0.075+j0.267	0.277
6→7	$I_{67}$	0.177+j0.061	0.187

## Вариант 2

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	-0.380-j0.326	0.500
1→3	$I_{13}$	-0.409-j0.106	0.422
1→4	$I_{14}$	0.788+j0.432	0.899
2→3	$I_{23}$	0.418+j0.303	0.516
2→4	$I_{24}$	-0.797-j0.629	1.016
3→5	$I_{35}$	-0.356-j0.222	0.420
3→6	$I_{36}$	0.365+j0.419	0.556
4→5	$I_{45}$	0.069-j0.023	0.073
4→7	$I_{47}$	-0.078-j0.174	0.191
5→6	$I_{56}$	-0.152-j0.021	0.154
5→7	$I_{57}$	-0.135-j0.224	0.262
6→7	$I_{67}$	0.213+j0.398	0.451

## Вариант 3

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$0.955+j0.536$	1.095
1→3	$I_{13}$	$-0.144-j0.026$	0.147
1→4	$I_{14}$	$-0.810-j0.510$	0.957
2→4	$I_{24}$	$1.777+j2.116$	2.763
2→6	$I_{26}$	$-0.822-j1.580$	1.781
3→4	$I_{34}$	$-0.417-j0.951$	1.038
3→5	$I_{35}$	$0.176+j0.563$	0.590
3→7	$I_{37}$	$0.097+j0.361$	0.374
4→5	$I_{45}$	$0.550+j0.656$	0.855
5→6	$I_{56}$	$0.630+j1.847$	1.952
5→7	$I_{57}$	$0.096-j0.628$	0.636
6→7	$I_{67}$	$-0.192+j0.268$	0.329

## Вариант 4

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$0.073+j0.257$	0.267
1→3	$I_{13}$	$-0.053-j0.162$	0.171
1→4	$I_{14}$	$-0.020-j0.094$	0.096
2→4	$I_{24}$	$0.050+j0.073$	0.088
2→5	$I_{25}$	$0.023+j0.184$	0.185
3→4	$I_{34}$	$0.078+j0.023$	0.082
3→6	$I_{36}$	$-0.131-j0.186$	0.228
4→5	$I_{45}$	$0.030+j0.334$	0.335
4→6	$I_{46}$	$0.113-j0.271$	0.293
4→7	$I_{47}$	$-0.035-j0.061$	0.071
5→7	$I_{57}$	$0.053+j0.518$	0.520
6→7	$I_{67}$	$-0.019-j0.456$	0.457

## Вариант 5

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$0.035+j0.287$	0.290
1→4	$I_{14}$	$-0.011-j0.322$	0.322
1→5	$I_{14}$	$-0.024+j0.034$	0.042
2→3	$I_{23}$	$0.201+j0.418$	0.464
2→5	$I_{25}$	$-0.166-j0.131$	0.211
3→5	$I_{35}$	$0.182+j0.270$	0.325
3→6	$I_{36}$	$0.019+j0.148$	0.149
4→5	$I_{45}$	$-0.145+j0.145$	0.205
4→7	$I_{47}$	$0.134-j0.466$	0.485
5→6	$I_{56}$	$0.126+j0.341$	0.364
5→7	$I_{57}$	$-0.279-j0.023$	0.280
6→7	$I_{67}$	$0.145+j0.489$	0.510

## Вариант 6

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.217-j0.396$	0.452
1→3	$I_{13}$	$0.524+j0.875$	1.020
1→4	$I_{14}$	$-0.306-j0.479$	0.569
2→6	$I_{26}$	$-0.078-j0.684$	0.688
2→7	$I_{27}$	$-0.139+j0.287$	0.319
3→4	$I_{34}$	$0.228+j0.160$	0.278
3→5	$I_{35}$	$0.195+j0.232$	0.303
3→6	$I_{36}$	$0.101+j0.483$	0.493
4→6	$I_{46}$	$-0.079-j0.319$	0.328
5→6	$I_{56}$	$-1.582-j0.067$	1.584
5→7	$I_{57}$	$1.777+j0.299$	1.802
6→7	$I_{67}$	$-1.638-j0.586$	1.740



## Вариант 7

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.308+j0.142$	0.339
1→3	$I_{13}$	$-0.065-j0.031$	0.072
1→5	$I_{15}$	$0.372-j0.111$	0.389
2→3	$I_{23}$	$-0.153+j0.047$	0.160
2→4	$I_{24}$	$-0.155+j0.095$	0.182
3→4	$I_{34}$	$-0.042-j0.013$	0.044
3→6	$I_{36}$	$-0.175+j0.029$	0.177
4→6	$I_{46}$	$-0.192-j0.033$	0.195
4→7	$I_{47}$	$-0.005+j0.115$	0.115
5→6	$I_{56}$	$0.829+j1.056$	1.342
5→7	$I_{57}$	$-0.456-j1.167$	1.253
6→7	$I_{67}$	$0.462+j1.052$	1.149

## Вариант 8

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$0.754+j0.388$	0.848
1→4	$I_{14}$	$-0.068-j0.154$	0.168
1→5	$I_{15}$	$-0.686-j0.234$	0.725
2→3	$I_{23}$	$0.059-j0.064$	0.086
2→4	$I_{24}$	$0.695+j0.452$	0.829
3→4	$I_{34}$	$-0.109-j0.137$	0.175
3→7	$I_{37}$	$0.167+j0.073$	0.183
4→5	$I_{45}$	$0.096-j0.063$	0.115
4→6	$I_{46}$	$0.290+j0.067$	0.297
4→7	$I_{47}$	$0.133+j0.157$	0.205
5→6	$I_{56}$	$-0.590-j0.297$	0.660
6→7	$I_{67}$	$-0.300-j0.230$	0.378

## Вариант 9

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$1.163+j0.229$	1.185
1→3	$I_{13}$	$-0.793-j0.456$	0.915
1→4	$I_{14}$	$-0.076-j0.142$	0.161
1→6	$I_{16}$	$-0.294+j0.369$	0.472
2→3	$I_{23}$	$0.676+j0.373$	0.772
2→5	$I_{25}$	$0.487-j0.143$	0.508
3→5	$I_{35}$	$-0.117-j0.084$	0.144
4→5	$I_{45}$	$-0.680-j0.635$	0.930
4→7	$I_{47}$	$0.604+j0.493$	0.779
5→6	$I_{56}$	$0.305-j0.491$	0.578
5→7	$I_{57}$	$-0.615-j0.371$	0.718
6→7	$I_{67}$	$0.011-j0.121$	0.122

## Вариант 10

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.215-j0.290$	0.361
1→3	$I_{13}$	$-0.087-j0.014$	0.088
1→4	$I_{14}$	$0.050-j0.366$	0.370
1→6	$I_{16}$	$0.253+j0.670$	0.716
2→5	$I_{25}$	$0.057-j0.029$	0.064
2→7	$I_{27}$	$-0.272-j0.261$	0.377
3→4	$I_{34}$	$0.135-j0.215$	0.254
3→6	$I_{36}$	$-0.223+j0.201$	0.300
4→5	$I_{45}$	$-0.405-j0.330$	0.522
4→6	$I_{46}$	$0.590-j0.251$	0.641
5→7	$I_{57}$	$-0.348-j0.359$	0.500
6→7	$I_{67}$	$0.620+j0.620$	0.876

## Вариант 11

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.039-j0.328$	0.330
1→4	$I_{14}$	$-0.016+j0.246$	0.246
1→5	$I_{15}$	$0.055+j0.082$	0.099
2→3	$I_{23}$	$0.487+j0.060$	0.491
2→4	$I_{24}$	$-0.526-j0.387$	0.653
3→4	$I_{34}$	$0.284+j0.173$	0.333
3→7	$I_{37}$	$0.204-j0.114$	0.233
4→5	$I_{45}$	$0.137+j0.060$	0.149
4→6	$I_{46}$	$-0.151-j0.297$	0.333
4→7	$I_{47}$	$-0.244+j0.269$	0.363
5→6	$I_{56}$	$0.192+j0.142$	0.238
6→7	$I_{67}$	$0.041-j0.155$	0.161

## Вариант 12

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.124-j0.376$	0.396
1→3	$I_{13}$	$0.127+j0.314$	0.339
1→4	$I_{14}$	$0.186+j0.116$	0.219
1→6	$I_{16}$	$-0.189-j0.053$	0.197
2→3	$I_{23}$	$-0.178-j0.309$	0.357
2→5	$I_{25}$	$0.054-j0.067$	0.086
3→5	$I_{35}$	$-0.051+j0.005$	0.051
4→5	$I_{45}$	$-0.222-j0.092$	0.241
4→7	$I_{47}$	$0.408+j0.208$	0.458
5→6	$I_{56}$	$0.134+j0.096$	0.165
5→7	$I_{57}$	$-0.353-j0.250$	0.432
6→7	$I_{67}$	$-0.056+j0.043$	0.070

## Вариант 13

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$0.205-j0.193$	0.281
1→3	$I_{13}$	$-0.077+j0.002$	0.077
1→4	$I_{14}$	$0.478+j0.293$	0.561
1→6	$I_{16}$	$-0.606-j0.103$	0.615
2→5	$I_{25}$	$0.121-j0.243$	0.272
2→7	$I_{27}$	$0.084+j0.051$	0.098
3→4	$I_{34}$	$0.662+j0.304$	0.728
3→6	$I_{36}$	$-0.738-j0.302$	0.798
4→5	$I_{45}$	$-0.268+j0.618$	0.674
4→6	$I_{46}$	$1.408-j0.021$	1.408
5→7	$I_{57}$	$-0.148+j0.375$	0.403
6→7	$I_{67}$	$0.063-j0.426$	0.431

## Вариант 14

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$0.197-j0.701$	0.728
1→3	$I_{13}$	$0.287-j0.624$	0.686
1→4	$I_{14}$	$-0.483+j1.325$	1.410
2→3	$I_{23}$	$0.123-j0.103$	0.161
2→5	$I_{25}$	$0.025-j0.493$	0.493
2→7	$I_{27}$	$0.048-j0.106$	0.116
3→4	$I_{34}$	$0.410-j0.727$	0.834
4→6	$I_{46}$	$0.190+j0.315$	0.368
4→7	$I_{47}$	$-0.264+j0.283$	0.387
5→6	$I_{56}$	$-0.291-j0.471$	0.553
5→7	$I_{57}$	$0.315-j0.022$	0.316
6→7	$I_{67}$	$-0.100-j0.156$	0.185

## Вариант 15

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.484-j0.469$	0.674
1→3	$I_{13}$	$-0.180-j0.055$	0.188
1→4	$I_{14}$	$0.629+j0.411$	0.752
1→5	$I_{15}$	$0.035+j0.113$	0.118
2→5	$I_{25}$	$-0.459+j0.029$	0.460
2→7	$I_{27}$	$-0.025-j0.498$	0.498
3→4	$I_{34}$	$-0.249-j0.090$	0.265
3→6	$I_{36}$	$0.069+j0.035$	0.077
4→6	$I_{46}$	$0.381+j0.321$	0.498
5→6	$I_{56}$	$-0.067-j0.125$	0.142
5→7	$I_{57}$	$-0.357+j0.267$	0.446
6→7	$I_{67}$	$0.382+j0.231$	0.446

## Вариант 16

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.018-j0.269$	0.270
1→3	$I_{13}$	$-0.411-j0.615$	0.740
1→4	$I_{14}$	$0.430+j0.884$	0.983
2→3	$I_{23}$	$0.210+j0.224$	0.307
2→5	$I_{25}$	$-0.075+j0.005$	0.075
2→6	$I_{26}$	$-0.154-j0.499$	0.522
3→4	$I_{34}$	$-0.201-j0.391$	0.440
4→5	$I_{45}$	$-0.012-j0.0006$	0.012
4→7	$I_{47}$	$0.240+j0.494$	0.549
5→6	$I_{56}$	$-0.270-j0.162$	0.315
5→7	$I_{57}$	$0.184+j0.166$	0.248
6→7	$I_{67}$	$-0.424-j0.660$	0.785

## Вариант 17

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.647-j0.131$	0.660
1→3	$I_{13}$	$0.231+j0.178$	0.292
1→4	$I_{14}$	$0.416-j0.047$	0.418
2→3	$I_{23}$	$-0.049-j0.225$	0.230
2→4	$I_{24}$	$-0.598+j0.094$	0.605
3→5	$I_{35}$	$-0.009+j0.146$	0.146
3→6	$I_{36}$	$0.191-j0.193$	0.272
4→5	$I_{45}$	$-0.008+j0.196$	0.196
4→7	$I_{47}$	$-0.174-j0.148$	0.228
5→6	$I_{56}$	$0.318+j0.569$	0.652
5→7	$I_{57}$	$-0.336-j0.227$	0.405
6→7	$I_{67}$	$0.509+j0.376$	0.633

## Вариант 18

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-1.035-j0.386$	1.104
1→3	$I_{13}$	$-0.171+j0.022$	0.172
1→4	$I_{14}$	$1.205+j0.364$	1.259
2→4	$I_{24}$	$-1.357-j0.257$	1.381
2→6	$I_{26}$	$0.322-j0.130$	0.347
3→4	$I_{34}$	$0.001-j0.033$	0.033
3→5	$I_{35}$	$-0.228+j0.034$	0.230
3→7	$I_{37}$	$0.056+j0.021$	0.059
4→5	$I_{45}$	$-0.150+j0.074$	0.167
5→6	$I_{56}$	$-0.641-j0.034$	0.641
5→7	$I_{57}$	$0.263+j0.143$	0.299
6→7	$I_{67}$	$-0.319-j0.163$	0.358

## Вариант 19

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$0.276+j0.068$	0.284
1→3	$I_{13}$	$-0.139-j0.038$	0.144
1→4	$I_{14}$	$-0.137-j0.030$	0.140
2→4	$I_{24}$	$-0.187-j0.449$	0.486
2→5	$I_{25}$	$0.463+j0.517$	0.694
3→4	$I_{34}$	$-0.130-j0.263$	0.293
3→6	$I_{36}$	$-0.009+j0.225$	0.225
4→5	$I_{45}$	$-0.065+j0.207$	0.217
4→6	$I_{46}$	$0.020+j0.168$	0.169
4→7	$I_{47}$	$-0.409-j1.117$	1.190
5→7	$I_{57}$	$0.398+j0.724$	0.826
6→7	$I_{67}$	$0.011+j0.393$	0.394

## Вариант 20

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$0.197-j0.003$	0.197
1→4	$I_{14}$	$-0.485-j0.053$	0.488
1→5	$I_{14}$	$0.288+j0.057$	0.293
2→3	$I_{23}$	$-0.046-j0.204$	0.210
2→5	$I_{25}$	$0.243+j0.201$	0.316
3→5	$I_{35}$	$-0.396-j0.413$	0.573
3→6	$I_{36}$	$0.350+j0.209$	0.408
4→5	$I_{45}$	$0.815+j0.403$	0.909
4→7	$I_{47}$	$-1.300-j0.457$	1.378
5→6	$I_{56}$	$-0.403-j0.585$	0.710
5→7	$I_{57}$	$1.352+j0.833$	1.588
6→7	$I_{67}$	$-0.052-j0.377$	0.380

## Вариант 21

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.029-j0.012$	0.031
1→3	$I_{13}$	$0.058-j0.064$	0.086
1→4	$I_{14}$	$-0.029+j0.076$	0.081
2→4	$I_{24}$	$0.034+j0.259$	0.261
2→5	$I_{25}$	$-0.063-j0.271$	0.278
3→4	$I_{34}$	$-0.081-j0.319$	0.329
3→6	$I_{36}$	$0.139+j0.255$	0.291
4→5	$I_{45}$	$0.028-j0.078$	0.083
4→6	$I_{46}$	$-0.071+j0.031$	0.077
4→7	$I_{47}$	$-0.033+j0.062$	0.070
5→7	$I_{57}$	$-0.035-j0.349$	0.351
6→7	$I_{67}$	$0.068+j0.286$	0.294

## Вариант 22

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.418-j0.361$	0.553
1→4	$I_{14}$	$0.918+j0.965$	1.332
1→5	$I_{14}$	$-0.500-j0.604$	0.784
2→3	$I_{23}$	$-0.112-j0.169$	0.203
2→5	$I_{25}$	$-0.306-j0.192$	0.361
3→5	$I_{35}$	$-0.076-j0.153$	0.171
3→6	$I_{36}$	$-0.037-j0.015$	0.040
4→5	$I_{45}$	$0.829+j0.358$	0.903
4→7	$I_{47}$	$0.089+j0.607$	0.613
5→6	$I_{56}$	$0.009+j0.057$	0.058
5→7	$I_{57}$	$-0.062-j0.648$	0.651
6→7	$I_{67}$	$-0.027+j0.042$	0.050



## Вариант 23

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.930-j0.480$	1.046
1→3	$I_{13}$	$-1.009-j0.708$	1.232
1→4	$I_{14}$	$1.939+j1.187$	2.273
2→6	$I_{26}$	$-0.947+j0.101$	0.952
2→7	$I_{27}$	$0.017-j0.581$	0.582
3→4	$I_{34}$	$0.535-j0.023$	0.535
3→5	$I_{35}$	$0.042-j0.179$	0.184
3→6	$I_{36}$	$-1.585-j0.505$	1.664
4→6	$I_{46}$	$2.474+j1.164$	2.734
5→6	$I_{56}$	$0.008+j0.177$	0.177
5→7	$I_{57}$	$0.033-j0.356$	0.357
6→7	$I_{67}$	$-0.050+j0.937$	0.939

## Вариант 24

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$0.586+j0.123$	0.599
1→3	$I_{13}$	$-0.060-j0.222$	0.230
1→5	$I_{15}$	$-0.526+j0.099$	0.535
2→3	$I_{23}$	$-0.489-j0.375$	0.616
2→4	$I_{24}$	$1.076+j0.498$	1.185
3→4	$I_{34}$	$-1.402-j1.298$	1.911
3→6	$I_{36}$	$0.853+j0.701$	1.104
4→6	$I_{46}$	$-0.308-j0.275$	0.413
4→7	$I_{47}$	$-0.019-j0.526$	0.526
5→6	$I_{56}$	$-0.302-j0.228$	0.378
5→7	$I_{57}$	$-0.224+j0.327$	0.397
6→7	$I_{67}$	$0.243+j0.198$	0.314

## Вариант 25

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.651-j0.086$	0.657
1→4	$I_{14}$	$0.343+j0.120$	0.363
1→5	$I_{15}$	$0.308-j0.034$	0.310
2→3	$I_{23}$	$-0.016+j0.052$	0.055
2→4	$I_{24}$	$-0.636-j0.138$	0.650
3→4	$I_{34}$	$0.337+j0.231$	0.409
3→7	$I_{37}$	$-0.353-j0.178$	0.395
4→5	$I_{45}$	$-0.094+j0.192$	0.213
4→6	$I_{46}$	$0.355+j0.281$	0.453
4→7	$I_{47}$	$-0.217-j0.261$	0.339
5→6	$I_{56}$	$0.215+j0.158$	0.266
6→7	$I_{67}$	$0.570+j0.439$	0.719

## Вариант 26

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.393-j0.592$	0.710
1→3	$I_{13}$	$0.640+j0.449$	0.782
1→4	$I_{14}$	$0.536+j0.400$	0.669
1→6	$I_{16}$	$-0.783-j0.257$	0.824
2→3	$I_{23}$	$-0.289-j0.420$	0.509
2→5	$I_{25}$	$-0.104-j0.172$	0.201
3→5	$I_{35}$	$0.351+j0.029$	0.352
4→5	$I_{45}$	$0.246-j0.230$	0.337
4→7	$I_{47}$	$0.290+j0.629$	0.693
5→6	$I_{56}$	$0.858+j0.399$	0.947
5→7	$I_{57}$	$-0.366-j0.771$	0.854
6→7	$I_{67}$	$0.076+j0.142$	0.161

## Вариант 27

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.067-j0.061$	0.091
1→3	$I_{13}$	$0.781+j0.148$	0.795
1→4	$I_{14}$	$0.448+j0.400$	0.600
1→6	$I_{16}$	$-1.161-j0.487$	1.259
2→5	$I_{25}$	$-0.124+j0.004$	0.124
2→7	$I_{27}$	$0.056-j0.065$	0.086
3→4	$I_{34}$	$0.163+j0.212$	0.268
3→6	$I_{36}$	$0.618-j0.064$	0.621
4→5	$I_{45}$	$0.310-j0.027$	0.311
4→6	$I_{46}$	$0.300+j0.639$	0.706
5→7	$I_{57}$	$0.186-j0.023$	0.188
6→7	$I_{67}$	$-0.243+j0.088$	0.258

## Вариант 28

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$0.691-j0.012$	0.691
1→3	$I_{13}$	$0.586+j0.316$	0.665
1→4	$I_{14}$	$-1.277-j0.304$	1.312
2→3	$I_{23}$	$0.563+j0.065$	0.567
2→5	$I_{25}$	$-0.441-j0.099$	0.452
2→7	$I_{27}$	$0.569+j0.022$	0.570
3→4	$I_{34}$	$1.149+j0.380$	1.210
4→6	$I_{46}$	$-0.549-j0.294$	0.623
4→7	$I_{47}$	$0.421+j0.370$	0.561
5→6	$I_{56}$	$1.763+j1.334$	2.210
5→7	$I_{57}$	$-2.204-j1.432$	2.628
6→7	$I_{67}$	$1.214+j1.040$	1.598

## Вариант 29

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$0.397-j0.494$	0.634
1→3	$I_{13}$	$-0.027+j0.022$	0.035
1→4	$I_{14}$	$-0.180+j0.206$	0.274
1→5	$I_{15}$	$-0.190+j0.266$	0.327
2→5	$I_{25}$	$1.220+j0.605$	1.362
2→7	$I_{27}$	$-0.823-j1.099$	1.373
3→4	$I_{34}$	$0.025-j0.093$	0.096
3→6	$I_{36}$	$-0.052+j0.115$	0.126
4→6	$I_{46}$	$-0.155+j0.113$	0.192
5→6	$I_{56}$	$0.049-j0.065$	0.082
5→7	$I_{57}$	$0.980+j0.936$	1.356
6→7	$I_{67}$	$-0.158+j0.163$	0.226

## Вариант 30

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.033-j0.361$	0.362
1→3	$I_{13}$	$-0.130+j0.105$	0.167
1→4	$I_{14}$	$0.163+j0.256$	0.303
2→3	$I_{23}$	$0.099+j0.363$	0.376
2→5	$I_{25}$	$-0.078-j0.591$	0.596
2→7	$I_{27}$	$-0.053-j0.133$	0.144
3→4	$I_{34}$	$-0.031+j0.468$	0.469
4→6	$I_{46}$	$0.146+j0.272$	0.309
4→7	$I_{47}$	$-0.014+j0.452$	0.452
5→6	$I_{56}$	$-0.289-j0.204$	0.353
5→7	$I_{57}$	$0.210-j0.387$	0.440
6→7	$I_{67}$	$-0.143+j0.068$	0.158

## Вариант 31

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.012+j0.162$	0.163
1→3	$I_{13}$	$-0.004-j0.065$	0.065
1→4	$I_{14}$	$-0.082-j0.187$	0.204
1→5	$I_{15}$	$0.098+j0.089$	0.132
2→5	$I_{25}$	$-0.043-j0.590$	0.592
2→7	$I_{27}$	$0.031+j0.753$	0.753
3→4	$I_{34}$	$0.045-j0.0004$	0.045
3→6	$I_{36}$	$-0.048-j0.065$	0.081
4→6	$I_{46}$	$-0.037-j0.187$	0.191
5→6	$I_{56}$	$-0.082-j0.336$	0.346
5→7	$I_{57}$	$0.137-j0.165$	0.214
6→7	$I_{67}$	$-0.167-j0.588$	0.611

## Вариант 32

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$0.314+j0.239$	0.395
1→3	$I_{13}$	$-0.609-j0.633$	0.878
1→4	$I_{14}$	$0.294+j0.394$	0.492
2→3	$I_{23}$	$0.095+j0.402$	0.413
2→5	$I_{25}$	$0.221+j0.036$	0.224
2→6	$I_{26}$	$-0.001-j0.200$	0.200
3→4	$I_{34}$	$-0.514-j0.231$	0.564
4→5	$I_{45}$	$-0.664-j0.037$	0.665
4→7	$I_{47}$	$0.444+j0.201$	0.487
5→6	$I_{56}$	$-0.249-j0.085$	0.263
5→7	$I_{57}$	$-0.194+j0.084$	0.211
6→7	$I_{67}$	$-0.250-j0.284$	0.378

## Вариант 33

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.192+j0.584$	0.615
1→3	$I_{13}$	$0.181+j0.356$	0.400
1→4	$I_{14}$	$0.011-j0.941$	0.941
2→3	$I_{23}$	$0.104+j0.048$	0.114
2→4	$I_{24}$	$-0.295+j0.536$	0.612
3→5	$I_{35}$	$-0.385+j0.099$	0.397
3→6	$I_{36}$	$0.669+j0.305$	0.736
4→5	$I_{45}$	$0.033-j0.116$	0.121
4→7	$I_{47}$	$-0.318-j0.288$	0.429
5→6	$I_{56}$	$-0.102+j0.036$	0.108
5→7	$I_{57}$	$-0.250-j0.054$	0.256
6→7	$I_{67}$	$0.568+j0.342$	0.663

## Вариант 34

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.507+j0.141$	0.526
1→3	$I_{13}$	$0.335+j0.235$	0.409
1→4	$I_{14}$	$0.173-j0.376$	0.413
2→4	$I_{24}$	$-0.248+j0.680$	0.724
2→6	$I_{26}$	$-0.259-j0.540$	0.599
3→4	$I_{34}$	$0.050-j0.166$	0.173
3→5	$I_{35}$	$0.041-j0.038$	0.056
3→7	$I_{37}$	$0.243+j0.439$	0.501
4→5	$I_{45}$	$-0.025+j0.139$	0.141
5→6	$I_{56}$	$-0.145-j0.584$	0.602
5→7	$I_{57}$	$0.161+j0.685$	0.704
6→7	$I_{67}$	$-0.404-j1.124$	1.194

## Вариант 35

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$0.204+j0.624$	0.656
1→3	$I_{13}$	$-0.221-j0.444$	0.496
1→4	$I_{14}$	$0.017-j0.180$	0.180
2→4	$I_{24}$	$0.299+j0.980$	1.024
2→5	$I_{25}$	$-0.095-j0.356$	0.369
3→4	$I_{34}$	$0.131+j0.057$	0.143
3→6	$I_{36}$	$-0.352-j0.501$	0.612
4→5	$I_{45}$	$-0.120-j0.021$	0.121
4→6	$I_{46}$	$-0.029-j0.010$	0.031
4→7	$I_{47}$	$0.596+j0.888$	1.069
5→7	$I_{57}$	$-0.215-j0.377$	0.434
6→7	$I_{67}$	$-0.381-j0.511$	0.637

## Вариант 36

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$0.163+j0.069$	0.177
1→4	$I_{14}$	$0.150+j0.048$	0.158
1→5	$I_{14}$	$-0.313-j0.117$	0.335
2→3	$I_{23}$	$-0.030+j0.230$	0.232
2→5	$I_{25}$	$0.193-j0.161$	0.251
3→5	$I_{35}$	$-0.182-j0.046$	0.188
3→6	$I_{36}$	$0.153+j0.276$	0.316
4→5	$I_{45}$	$0.084-j0.115$	0.142
4→7	$I_{47}$	$0.066+j0.163$	0.176
5→6	$I_{56}$	$-0.095-j0.601$	0.608
5→7	$I_{57}$	$-0.124+j0.161$	0.203
6→7	$I_{67}$	$0.057-j0.325$	0.330

## Вариант 37

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	0.209+j0.113	0.238
1→3	$I_{13}$	0.301+j0.155	0.339
1→4	$I_{14}$	-0.510-j0.268	0.576
2→6	$I_{26}$	0.041+j0.051	0.065
2→7	$I_{27}$	0.168+j0.062	0.179
3→4	$I_{34}$	0.824+j0.509	0.968
3→5	$I_{35}$	-0.582-j0.407	0.711
3→6	$I_{36}$	0.060+j0.054	0.080
4→6	$I_{46}$	0.313+j0.241	0.395
5→6	$I_{56}$	-0.290-j0.329	0.438
5→7	$I_{57}$	-0.292-j0.079	0.303
6→7	$I_{67}$	0.124+j0.017	0.125

## Вариант 38

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	-0.367+j0.370	0.521
1→3	$I_{13}$	-0.436-j0.364	0.568
1→5	$I_{15}$	0.802-j0.006	0.802
2→3	$I_{23}$	-0.203+j0.523	0.561
2→4	$I_{24}$	-0.163-j0.153	0.224
3→4	$I_{34}$	0.065+j0.141	0.155
3→6	$I_{36}$	-0.704+j0.018	0.704
4→6	$I_{46}$	-0.080-j0.045	0.092
4→7	$I_{47}$	-0.018+j0.033	0.038
5→6	$I_{56}$	-0.519-j0.574	0.774
5→7	$I_{57}$	1.322+j0.567	1.438
6→7	$I_{67}$	-1.303-j0.601	1.435



## Вариант 39

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.085+j0.072$	0.111
1→3	$I_{13}$	$1.437+j0.066$	1.438
1→4	$I_{14}$	$-1.352-j0.138$	1.359
2→6	$I_{26}$	$-0.464-j0.156$	0.489
2→7	$I_{27}$	$0.379+j0.228$	0.442
3→4	$I_{34}$	$1.011-j0.417$	1.094
3→5	$I_{35}$	$0.549+j0.591$	0.807
3→6	$I_{36}$	$-0.124-j0.109$	0.165
4→6	$I_{46}$	$-0.341-j0.555$	0.651
5→6	$I_{56}$	$1.797+j1.847$	2.577
5→7	$I_{57}$	$-1.248-j1.256$	1.770
6→7	$I_{67}$	$0.868+j1.028$	1.345

## Вариант 40

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.381-j0.175$	0.419
1→3	$I_{13}$	$0.448+j0.082$	0.455
1→5	$I_{15}$	$-0.067+j0.093$	0.115
2→3	$I_{23}$	$-0.375-j0.275$	0.465
2→4	$I_{24}$	$-0.006+j0.100$	0.100
3→4	$I_{34}$	$-0.014-j0.096$	0.097
3→6	$I_{36}$	$0.087-j0.096$	0.130
4→6	$I_{46}$	$-0.093-j0.183$	0.205
4→7	$I_{47}$	$0.074+j0.186$	0.200
5→6	$I_{56}$	$-0.149+j0.063$	0.162
5→7	$I_{57}$	$0.081+j0.030$	0.087
6→7	$I_{67}$	$-0.155-j0.216$	0.266

## Вариант 41

Ветвь	Расчетный ток		
	Обозначение	Комплексное значение	Действующее значение, А
1→2	$I_{12}$	$-0.179-j0.575$	0.602
1→3	$I_{13}$	$0.705-j0.057$	0.707
1→4	$I_{14}$	$-0.526+j0.632$	0.822
2→4	$I_{24}$	$1.070-j0.129$	1.078
2→6	$I_{26}$	$-1.249-j0.446$	1.326
3→4	$I_{34}$	$-0.092-j0.237$	0.254
3→5	$I_{35}$	$0.312-j0.086$	0.323
3→7	$I_{37}$	$0.485+j0.266$	0.553
4→5	$I_{45}$	$0.453+j0.266$	0.525
5→6	$I_{56}$	$1.264+j0.487$	1.354
5→7	$I_{57}$	$-0.500-j0.307$	0.586
6→7	$I_{67}$	$0.015+j0.041$	0.043

## Перечень основных стандартов ЕСКД

Строгая регламентация правил оформления конструкторской документации необходима для того, чтобы избежать разночтений и разного толкования документов на разных предприятиях-изготовителях техники в пределах страны или группы стран, заключивших соглашение об использовании единой системы стандартизации.

Состав конструкторской документации, а также правила ее оформления, выпуска и обращения, включая внесение изменений, исправлений и дополнений, определяются системой государственных стандартов, называемой "Единая система конструкторской документации" (ЕСКД). Эта система введена в действие в 1968 году взамен ранее действовавших стандартов.

Обозначение стандартов строится по классификационному принципу следующим образом:

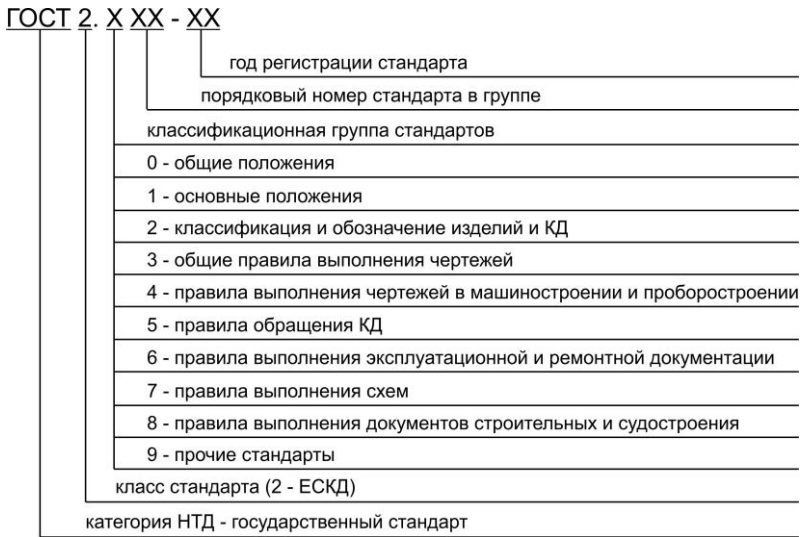


Рис. П2.1. Структура обозначения ЕСКД

### Правила выполнения схем:

ГОСТ 2.701-2008	Схемы. Виды и типы. Общие требования к выполнению
ГОСТ 2.702-75	Общие правила выполнения электрических схем
ГОСТ 2.705-70	Правила выполнения электрических схем обмоток и изделий с обмотками
ГОСТ 2.704-76	Правила выполнения гидравлических и пневматических схем

ГОСТ 2.708-81	Правила выполнения электрических схем цифровой вычислительной техники
ГОСТ 2.709-89	Система обозначения цепей в электрических схемах
ГОСТ 2.710-81	Обозначения буквенно-цифровые в электрических схемах

### **Обозначения условные графические в схемах**

ГОСТ 2.721-74	Обозначения условные графические общего применения
ГОСТ 2.722-68	Машины электрические
ГОСТ 2.723-68	Катушки индуктивности, реакторы, дроссели, трансформаторы, автотрансформаторы и магнитные усилители
ГОСТ 2.725-68	Устройства коммутирующие
ГОСТ 2.726-68	Токосъемники
ГОСТ 2.727-68	Разрядники, предохранители
ГОСТ 2.728-74	Резисторы, конденсаторы
ГОСТ 2.729-68	Приборы электроизмерительные
ГОСТ 2.730-73	Приборы полупроводниковые
ГОСТ 2.731-81	Приборы электровакуумные
ГОСТ 2.732-68	Источники света
ГОСТ 2.733-68	Обозначения условные графические детекторов ионизирующих излучений в схемах
ГОСТ 2.734-68	Линии сверхвысокой частоты и их элементы
ГОСТ 2.735-68	Антенны и радиостанции
ГОСТ 2.736-68	Элементы пьезоэлектрические и магнитострикционные; линии задержки
ГОСТ 2.739-68	Аппараты, коммутаторы и станции коммутационные телефонные
ГОСТ 2.740-89	Аппараты и трансляции телеграфные
ГОСТ 2.741-68	Приборы акустические
ГОСТ 2.743-91	Элементы цифровой техники
ГОСТ 2.745-68	Электронагреватели, устройства и установки электротермические
ГОСТ 2.746-68	Генераторы и усилители квантовые
ГОСТ 2.747-68	Размеры условных графических обозначений
ГОСТ 2.748-68	Обозначения условные графические электростанций и подстанций в схемах электроснабжения
ГОСТ 2.749-84	Элементы и устройства железнодорожной сигнализации, централизации и блокировки
ГОСТ 2.754-72	Обозначения условные графические электрического оборудования и проводов на схемах

ГОСТ 2.755-87	Устройства коммутационные и контактные соединения
ГОСТ 2.756-76	Воспринимающая часть электромеханических устройств
ГОСТ 2.757-81	Элементы коммутационного поля коммутационных систем
ГОСТ 2.758-81	Сигнальная техника
ГОСТ 2.759-82	Элементы аналоговой техники
ГОСТ 2.760-82	Электрооборудование и проводка на планах в судостроении
ГОСТ 2.761-84	Компоненты волоконно-оптических систем передачи
ГОСТ 2.762-85	Частоты и диапазоны частот для систем передачи с частотным распределением каналов
ГОСТ 2.763-85	Устройства с импульсно-кодовой модуляцией
ГОСТ 2.764-86	Интегральные оптоэлектронные элементы индикации
ГОСТ 2.765-87	Запоминающие устройства
ГОСТ 2.767-89	Реле защиты
ГОСТ 2.768-90	Источники электрохимические, электротермические и тепловые
ГОСТ 2.770-68	Элементы кинематики
ГОСТ 2.780-68	Элементы гидравлических и пневматических сетей
ГОСТ 2.781-96	Аппараты гидравлические и пневматические, устройства управления и приборы контрольно-измерительные
ГОСТ 2.782-96	Машины гидравлические и пневматические
ГОСТ 2.784-96	Элементы трубопроводов
ГОСТ 2.785-70	Арматура трубопроводная
ГОСТ 2.787-71	Элементы, приборы и устройства газовой системы хроматографов
ГОСТ 2.788-74	Аппараты выпарные
ГОСТ 2.789-74	Аппараты теплообменные
ГОСТ 2.790-74	Аппараты колонные
ГОСТ 2.791-74	Отстойники и фильтры
ГОСТ 2.792-74	Аппараты сушильные
ГОСТ 2.793-79	Элементы и устройства машин и аппаратов химических производств. Общие обозначения
ГОСТ 2.794-79	Устройства питающие и дозирующие
ГОСТ 2.795-80	Центрифуги
ГОСТ 2.796-95	Элементы вакуумных систем
ГОСТ 2.797-81	Правила выполнения вакуумных схем

### Стандартные ряды номинальных значений электрических сопротивлений и емкостей

Номинальные сопротивления резисторов, выпускаемых промышленностью в соответствии с рекомендациями международной электротехнической комиссией (МЭК), стандартизованы. Для постоянных резисторов установлено шесть рядов: E6, E12, E24, E48, E96, E192, а для переменных резисторов установлен ряд E6. Кроме этого допускается использовать ряд E3.

Цифра после буквы E указывает число номинальных значений в каждом десятичном интервале (декаде). Номиналы сопротивлений соответствуют числам в приведенных ниже таблицах или числам, полученным умножением или делением этих чисел на  $10^n$ , где  $n$  – целое положительное или отрицательное число.

Таблица ПЗ.1

#### Стандартные ряды E3, E6, E12 и E24 номинальных значений сопротивлений

E3	E6	E12	E24	E3	E6	E12	E24	E3	E6	E12	E24
1,0	1,0	1,0	1,0	2,2	2,2	2,2	2,2	4,7	4,7	4,7	4,7
			1,1				2,4				5,1
		1,2	1,2			2,7	2,7			5,6	5,6
			1,3				3,0				6,2
	1,5	1,5	1,5		3,3	3,3	3,3		6,8	6,8	6,8
			1,6				3,6				7,5
		1,8	1,8			3,9	3,9			8,2	8,2
			2,0				4,3				9,1

Таблица ПЗ.2

#### Стандартные ряды E48, E96 и E192 номинальных значений сопротивлений

E48	E96	E192	E48	E96	E192	E48	E96	E192	E48	E96	E192
100	100	100	178	178	178	316	316	316	562	562	562
		101			180			320			569
	102	102		182	182		324	324		576	576
		104			184			328			583
105	105	105	187	187	187	332	332	332	590	590	590
		106			189			336			597
	107	107		191	191		340	340		604	604
		109			193			344			612
110	110	110	196	196	196	348	348	348	619	619	619
		111			198			352			626
	113	113		200	200		357	357		634	634
		114			203			361			642
115	115	115	205	205	205	365	365	365	649	649	649

E48	E96	E192	E48	E96	E192	E48	E96	E192	E48	E96	E192
		117			208			370			657
	118	118		210	210		374	374		665	665
		120			213			379			673
121	121	121	215	215	215	383	383	383	681	681	681
		123			218			388			690
	124	124		221	221		392	392		698	698
		126			223			397			706
127	127	127	226	226	226	402	402	402	715	715	715
		129			229			407			723
	130	130		232	232		412	412		732	732
		132			234			417			741
133	133	133	237	237	237	422	422	422	750	750	750
		135			240			427			759
		137		243	243		432	432		768	768
		138			246			437			777
140	140	140	249	249	249	442	442	442	787	787	787
		142			252			448			796
	143	143		255	255		453	453		806	806
		145			258			459			816
147	147	147	261	261	261	464	464	464	825	825	825
		149			264			470			835
	150	150		267	267		475	475		845	845
		152			271			481			856
154	154	154	274	274	274	487	487	487	866	866	866
		156			277			493			876
	158	158		280	280		499	499		887	887
		160			284			505			898
162	162	162	287	287	287	511	511	511	909	909	909
		164			291			517			920
	165	165		294	294		523	523		931	931
		167			298			530			942
169	169	169	301	301	301	536	536	536	953	953	953
		172			305			542			965
	174	174		309	309		549	549		976	976
		176			312			556			

Международной электротехнической комиссией (МЭК) установлено семь предпочтительных рядов для значений номинальной емкости (Публикация № 63): E3; E6; E12; E24; E48; E96; E192. Цифры после буквы E указывают на число номинальных значений в каждом десятичном интервале (декаде).

Продолжение прил. 3

Номинальные емкости соответствуют числам декады и числам, полученным путем их умножения и деления на  $10^n$ , где  $n$  – целое положительное или отрицательное число. В производстве конденсаторов чаще всего используют ряды ЕЗ, Е6, Е12, Е24, реже Е48, Е96 и Е192.

Таблица ПЗ.3

## Стандартные ряды ЕЗ, Е6, Е12 и Е24 номинальных значений емкостей

Е24	Е12	Е6	ЕЗ	Е24	Е12	Е6	ЕЗ
1,0	1,0	1,0	1,0	3,3	3,3	3,3	
1,1				3,9	3,9		
1,2	1,2			4,3			
1,3				4,7	4,7	4,7	4,7
1,5	1,5	1,5	1,5	5,1			
1,6				5,6	5,6		
1,8	1,8			6,2			
2,0				6,8	6,8	6,8	
2,2	2,2	2,2	2,2	7,5			
2,4				8,2	8,2		
2,7	2,7			9,1			
3,0							

Таблица ПЗ.4

## Стандартные ряды Е48, Е96 и Е192 номинальных значений емкостей

Е 192	Е96	Е48	Е 192	Е96	Е48	Е 192	Е96	Е48	Е 192	Е96	Е48
100	100	100	172			309	309		583		
101			174	174		312			583		
102	102		176			316	316	316	590	590	590
104			178	178	178	320			597		
105	105	105	180			324	324		604		
106			182	182		328			612		
107	107		184			348	348	348	619	619	619
109			187	187	187	352			626		
110	110	110	189			357	357		634	634	
111			191	191		361			642		
113	113		193			365	365	365	649	649	649
114			196	196		370			657		
115	115	115	198			374			665		
117			200	200		379			673		
118	118		203			383	383	383	681	681	681
120			205	205	205	388			690		



<b>Е 192</b>	<b>Е96</b>	<b>Е48</b>	<b>Е 192</b>	<b>Е96</b>	<b>Е48</b>	<b>Е 192</b>	<b>Е96</b>	<b>Е48</b>	<b>Е 192</b>	<b>Е96</b>	<b>Е48</b>
121	121	121	208			392	392		698	698	
123			210	210		397			706		
124	124		213			402	402	402	750	750	750
125			215	215	215	407			759		
127	127	127	218			412			768	768	
129			221	221		417			777		
130	130		223			422	422	422	787	787	787
132			237	237	237	427			796		
133	133	133	240			432	432		806	806	
135			243			437			816		
137			246			442	442	442	825	825	825
138			249	249	249	448			835		
140	140	140	252			453	453		845		
142			255			459			845	845	
143			258			464	464	464	856		
145			26*	261	261	470			866	866	866
147	147	147	264			475	475		876		
149			267	267		481			887	887	
150	150		271			511	511	511	898		
152			274	274	274	517			909	909	909
154	154	154	277			523	523		920		
156			280	280		530			931	931	
158	158		284			536	536	536	942		
160			287	287	287	542			953	953	953
162	162	162	291			549	549		965		
164			294	294		556			976	976	
165	165		298			562	562	562	988		
167			301	301	301	509					
169	169	169	305			576	576				

**Библиографический список**

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи : учебник для бакалавров / Л. А. Бессонов. — 12-е изд., исправ. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2014. — 701 с.
2. Демирчан К.С. Теоретические основы электротехники : учебник для вузов / К.С. Демирчан, Л.Р. Нейман, Н.В. Коровкин – 5-е изд. Т1. СПб.: Питер, 2009. – 512 с.
3. Касаткин А.С. Курс электротехники: учебник для вузов / А.С. Касаткин, М.В. Немцов. – 8-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2005. – 542 с.
4. Прянишников В.А. Электротехника и ТОО в примерах и задачах. Практическое пособие / В.А. Прянишников, Е.А. Петров, Ю.М. Осипов – М.: Издательство Корона-Век, 2012. – 336 с.
5. Иванов И.И. Электротехника : учебник для вузов / И.И. Иванов, Г.И. Соловьев, В.С. Равдоник. – 3-е изд., стер. – СПб.: Издательство Лань., 2005. – 496 с.
6. Зевеке Г.В. Основы теории цепей : учебник для вузов / Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. – 5-е изд, перераб. – М.: Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.
7. Евдокимов Ф.Е. Общая электротехника : учебник / Ф. Е. Евдокимов. – 3-е изд., испр. – М.: Высш. шк., 2004. – 366 с.
8. Лоторейчук Е.А. Теоретические основы электротехники: учеб. / Е.А. Лоторейчук. – М.: ИНФРА-М, 2008. – 316 с.
9. Коровкин Н.В. Теоретические основы электротехники: сб. задач: учеб. пособие / Н. В. Коровкин, Е. Е. Селина, В. Л. Чечурин. – СПб.: Питер, 2006. – 512 с.
10. Новгородцев А.Б. Теоретические основы электротехники. 30 лекций по теории электрических цепей: учеб. пособие / А. Б. Новгородцев. – 2-е изд. – СПб.: Питер, 2006. – 575 с.
11. Башарин С.А. Теоретические основы электротехники. Теория электрических цепей и электромагнитного поля: учеб. пособие / С.А. Башарин, В. В. Федоров. – М.: Академия, 2004. – 303 с.
12. Жаворонков М.А., Кузин А.В. Электротехника и электроника: учеб. пособие / М.А. Жаворонков, А.В. Кузин. – М.: Академия, 2005. – 394 с.

**Оглавление**

Введение .....	3
1. Условные графические обозначения элементов электрических цепей .....	4
2. Общие сведения об электрических цепях синусоидального тока .....	11
3. Метод контурных токов .....	22
4. Метод узловых напряжений .....	32
5. Баланс мощностей .....	42
6. Задания к РГР .....	47
7. Рекомендации к оформлению РГР .....	68
Приложения .....	69
Приложение 1. Расчетные значения токов в схемах исходных электрических цепей с несколькими источниками ЭДС по вариантам .....	69
Приложение 2. Перечень основных стандартов ЕСКД .....	90
Приложение 3. Стандартные ряды номинальных значений сопротивлений и емкостей .....	93
Библиографический список .....	97

Учебное издание

**РАСЧЕТ РАЗВЕТВЛЕННОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ  
СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА С НЕСКОЛЬКИМИ  
ИСТОЧНИКАМИ ЭДС В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ**

Методические указания к выполнению расчетно-графической работы  
по дисциплине общая электротехника и электроника  
для студентов направления бакалавриата 27.03.02 (221400) – Управление  
качеством.

Составители: **Солдатенков** Алексей Сергеевич  
**Паращук** Ольга Владимировна

Подписано в печать 15.09.15. Формат 60x84/16. Усл. печ. л. 5,8. Уч. – изд.л. 6,2  
Тираж 40 экз. Заказ Цена  
Отпечатано в Белгородском государственном технологическом университете  
им. В.Г. Шухова  
308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46