

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО ПРИБОРОСТРОЕНИЯ

ГРАФИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ
Методические указания
к выполнению домашних заданий
по дисциплине
«Инженерная и компьютерная графика»



Санкт-Петербург
2014

Составители: В. П. Дядькин, И. Н. Лукьяненко, А. Г. Федоренко
Рецензент кандидат технических наук, доцент *В. П. Котов*

Приведены условия позиционных, метрических и комплексных задач к разделу начертательной геометрии для студентов, изучающих курс «Инженерная и компьютерная графика». Даны методические указания по оформлению решения и примеры выполнения задач.

Издание предназначено для студентов всех специальностей, изучающих на I курсе дисциплину «Инженерная и компьютерная графика».

Методические указания подготовлены кафедрой прикладной математики и рекомендованы к изданию редакционно-издательским советом Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения.

Печатается в авторской редакции
Компьютерная верстка *С. В. Мацанура*

Сдано в набор 19.12.13. Подписано к печати 05.06.14.
Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Усл. печ. л. 3,8.
Уч.-изд. л. 4,1. Тираж 100 экз. Заказ № 213.

Редакционно-издательский центр ГУАП
190000, Санкт-Петербург, Б. Морская ул., 67

© Санкт-Петербургский государственный
университет аэрокосмического
приборостроения (ГУАП), 2014

1. ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

1.1. Предмет и задачи инженерной графики

Инженерная графика – одна из учебных дисциплин, составляющих основу общеинженерной подготовки специалистов по авиационному приборостроению и радиотехнике.

Основные задачи курса инженерной графики состоят в том, чтобы научить студентов:

- правильно составлять рабочие чертежи приборов, электрооборудования, радиоаппаратуры и грамотно читать их;
- применять графические методы при решении инженерных задач.

Теоретический базис курса инженерной графики составляют элементы начертательной геометрии – раздел, в котором излагаются способы построения проекционных чертежей. Изучение начертательной геометрии развивает пространственное представление, зрительную память и логическое мышление – качества, необходимые для инженерной деятельности.

1.2. Краткое содержание программы курса

Элементы начертательной геометрии. Предмет инженерной графики и ее задачи. Краткая история развития методов изображений и технического чертежа. Требования ГОСТов ЕСКД к графическому оформлению чертежей.

Метод проекций. Виды проекций и их свойства. Обратимость чертежа. Комплексный чертеж точки. Изображение точки в декартовой системе координат.

Чертежи прямых общего и частного положения. Определение натуральной величины отрезка прямой. Чертежи параллельных, пересекающихся и скрещивающихся прямых. Определение видимости геометрических элементов на чертеже.

Плоскость и способы отображения ее на чертеже. Чертежи плоскостей общего и частного положения. Прямая и точка в плоскости.

Прямые уровня в плоскости. Пересечение прямой с плоскостью. Пересечение двух плоскостей. Преобразование комплексного чертежа методом замены плоскостей проекций и основные задачи, решаемые этим методом.

Чертежи кривых линий, многогранников и поверхностей. Принадлежность точки и линии поверхностям. Взаимное пересечение поверхностей. Развертывание поверхностей. Построение разверток пирамидальных (конических) и призматических (цилиндрических) поверхностей. Приближенное построение разверток кривых поверхностей.

Аксонметрические проекции. Образование. Виды. Стандартные прямоугольные изометрические и диметрические проекции.

Рекомендуемая литература

1. [744(075), Ч37, 744] *Чекмарев А. А.* Инженерная графика. – М.: Высшая школа, 2004. – 380 с. (имеются экземпляры в отделах: ФО(2)); 2006. – 380 с. (имеются экземпляры в отделах: ФО(3), ГС(95), ГСЧЗ(1)); 2008. – 380 с. (имеются экземпляры в отделах: ФО(2), ГС(46), ГСЧЗ(2)).

2. [744(035), П58, 744(035)] *Попова Г. Н., Алексеев С. Ю.* Машиностроительное черчение: справочник, 2006. – 354 с. (имеются экземпляры в отделах: ФО(3), ГС(42), СО(32), КИР(10), ГСЧЗ(2)).

3. [744(083), Ч-37, 744(083)] *Чекмарев А. А., Осипов В. И.* Справочник по машиностроительному черчению. – М.: Высшая школа, 2008. – 492 с. (имеются экземпляры в отделах: ФО(2), ГС(97)).

4. ГОСТ 2.101-68 ГОСТ2.117-71. Основные положения.

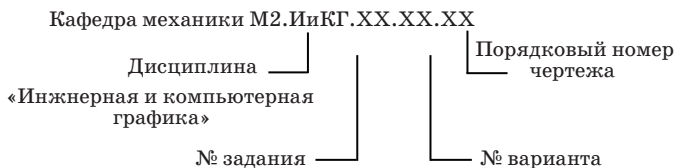
5. ГОСТ 2.301-68 – ГОСТ2.317-69. Общие правила выполнения чертежей.

1.3. Указания по оформлению работ

В методических указаниях приведены условия 7 задач, которые студент должен решить в течение семестра и представить на зачете или экзамене в сброшюрованном виде с титульным листом (образец оформления показан в приложении).

Каждый лист чертежа или эскиза оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ 2.104-68 основной надписью (Форма 1), которая на листах формата А4 располагается вдоль короткой стороны листа, а на форматах А3 – в правом нижнем углу листа.

В графе 2 основной надписи должно стоять обозначение документа, который имеет следующую структуру:



Заполнение основной надписи и текст условия задач выполняется чертежным шрифтом по ГОСТ 2.304-81, а графические построения выполняются линиями по ГОСТ 2.303-68.

Проекции точек изображают кольцами с наружным диаметром 1,5-2 мм и обозначают прописными буквами латинского алфавита или арабскими цифрами. При графическом задании условий задач № 4-7 размеры исходного чертежа должны быть изменены с учетом наиболее рационального использования поля чертежа, т.е. увеличены в 3-4 раза.

Задачи № 1, 4 и 6 оформляются на листах чертежной бумаги формата А4 или А3, а остальные задачи решаются и оформляются в эскизной форме на листах бумаги в клетку формата близкого к А4, допускается решение задач на компьютере.

Все чертежи и эскизы должны быть выполнены в полном соответствии с требованиями гостов ЕСКД, отличаться четкостью и аккуратностью исполнения.

1.4. Условия задач № 1-7 и исходные данные для их решения

Задача № 1

По заданным координатам вершин треугольника $\triangle ABC$ (табл. 1.1) построить его проекции. Определить натуральную величину сторон треугольника и их углы наклона к плоскостям проекций: AB к Π_1 , AC к Π_2 , BC к Π_3 . Построить натуральную величину $\triangle ABC$.

Задача № 2

Определить натуральную величину расстояния от точки S до плоскости $\Sigma(\triangle ABC)$ (табл. 1.1).

Задача № 3

По заданным координатам вершин треугольника $\triangle ABC$ (табл. 1.1) построить горизонтальную и фронтальную проекции плоскости $\Sigma(\triangle ABC)$ и точки S . Определить:

- а) расстояние от точки S до плоскости $\Sigma(\triangle ABC)$;
- б) натуральную величину $\triangle ABC$;
- в) натуральную величину угла между плоскостями $\Sigma(\triangle ABC)$ и $\Omega(AB, S)$ (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Исходные данные для задач № 1, 2 и 3

Вариант №	Координаты точек (мм) для задач № 1, 2 и 3											
	A			B			C			S		
	X_A	Y_A	Z_A	X_B	Y_B	Z_B	X_C	Y_C	Z_C	X_S	Y_S	Z_S
1	60	60	15	10	40	0	40	10	30	150	50	25
2	55	0	20	25	50	50	5	15	0	45	45	0
3	60	5	15	40	60	50	5	30	0	30	60	10
4	10	40	0	60	60	15	40	10	35	55	30	5
5	25	50	50	55	0	20	5	15	0	50	40	10
6	40	60	50	60	5	15	5	30	0	25	60	10
7	40	10	35	10	40	0	60	60	15	15	502	25
8	55	0	20	5	15	0	25	50	50	45	45	10
9	60	5	15	5	30	0	40	60	50	30	60	10
10	60	60	15	40	10	30	10	40	0	55	30	5
11	25	50	50	40	10	30	5	0	20	50	40	10
12	40	60	50	5	30	0	60	5	15	25	60	10
13	60	55	15	10	35	0	40	5	30	15	45	20
14	55	5	20	25	55	50	5	20	0	45	50	10
15	60	5	20	40	60	55	5	30	5	30	60	10
16	55	60	15	40	0	35	10	30	10	10	50	25

Примечание: в варианте 1,4,7,10,13,16 в задаче №3 решение пойдёт влево и вниз от исходных проекций. В остальных вариантах – вправо и вниз.

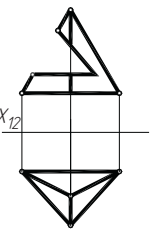
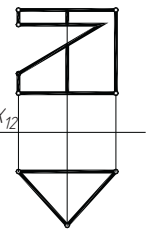
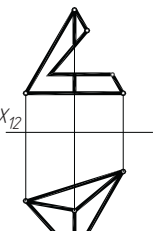
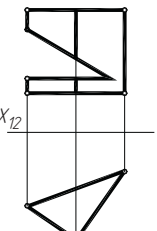
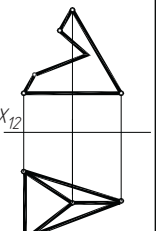
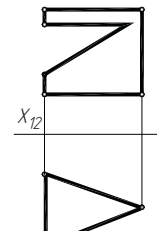
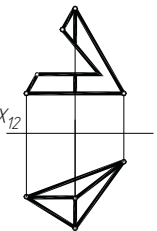
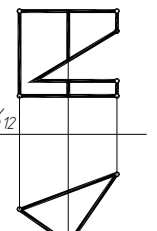
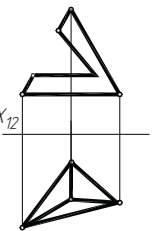
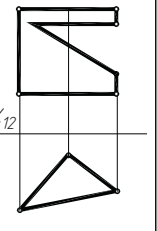
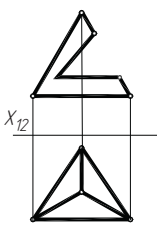
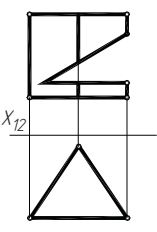
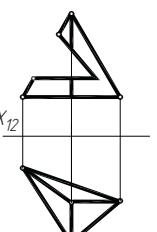
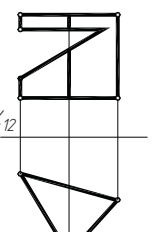
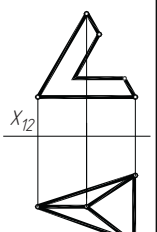
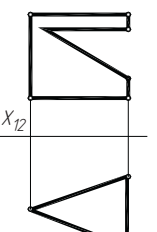
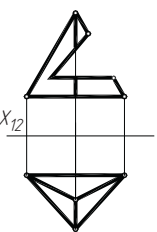
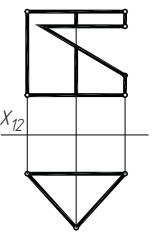
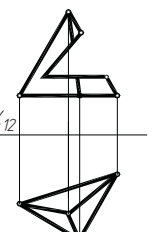
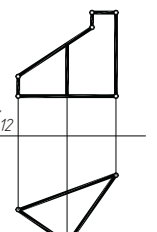
Результаты решений пунктов *a* и *b* сравнить с результатами, полученными в задачах № 1 и 2.

Задача № 4

По заданной фронтальной проекции гранной поверхности с вырезом построить горизонтальную и профильную проекции этой поверхности, изометрическую проекцию, выполнить развертку (табл. 1.2).

Исходные данные для задачи № 4

Таблица 1.2

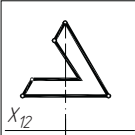
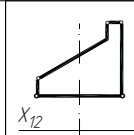
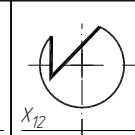
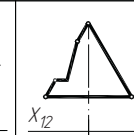
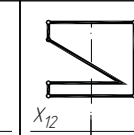
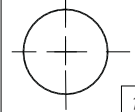
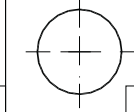
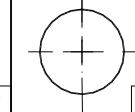
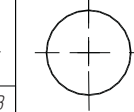
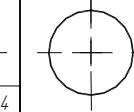
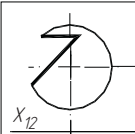
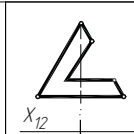
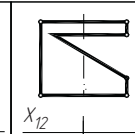
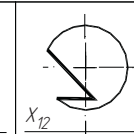
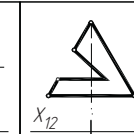
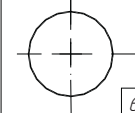
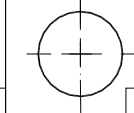
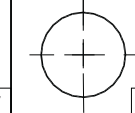
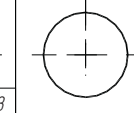
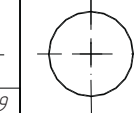
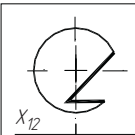
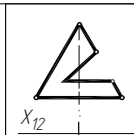
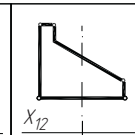
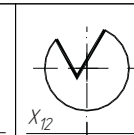
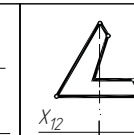
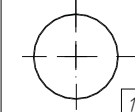
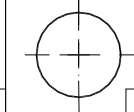
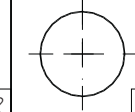
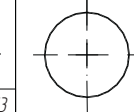
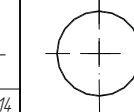
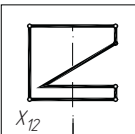
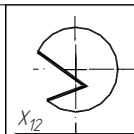
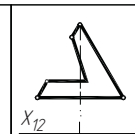
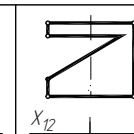
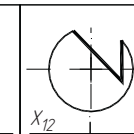
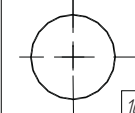
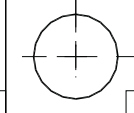
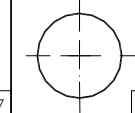
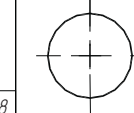
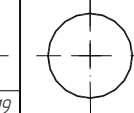
 <p>1</p>	 <p>2</p>	 <p>3</p>	 <p>4</p>	 <p>5</p>
 <p>6</p>	 <p>7</p>	 <p>8</p>	 <p>9</p>	 <p>10</p>
 <p>11</p>	 <p>12</p>	 <p>13</p>	 <p>14</p>	 <p>15</p>
 <p>16</p>	 <p>17</p>	 <p>18</p>	 <p>19</p>	 <p>20</p>

Задача № 5

По заданной фронтальной проекции поверхности вращения с вырезом построить горизонтальную и профильную проекции этой поверхности (табл. 1.3).

Исходные данные для задачи № 5

Таблица 1.3

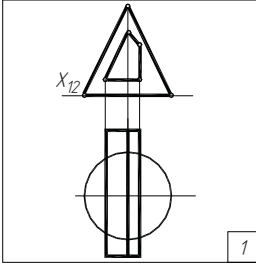
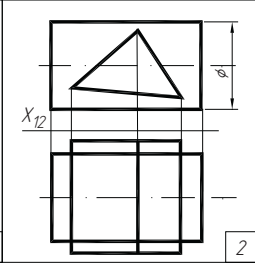
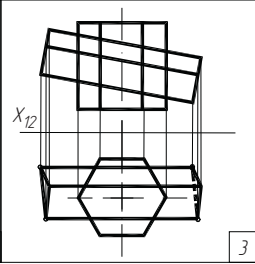
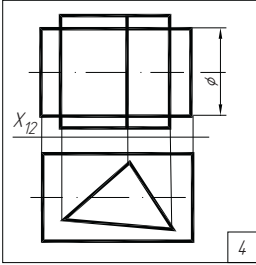
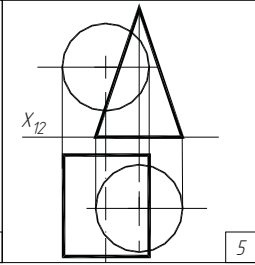
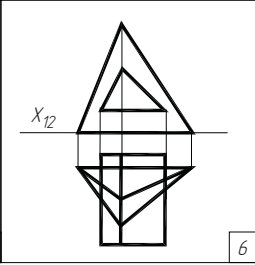
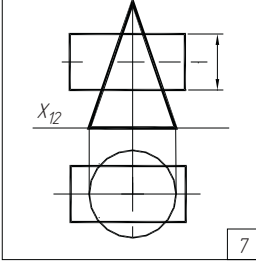
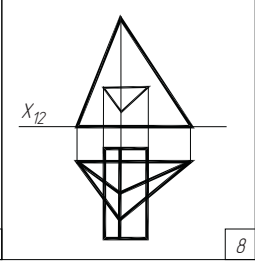
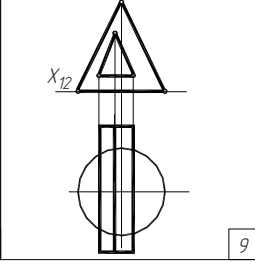
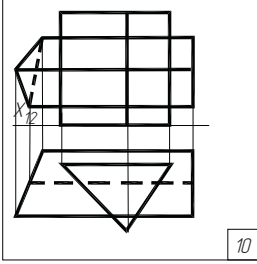
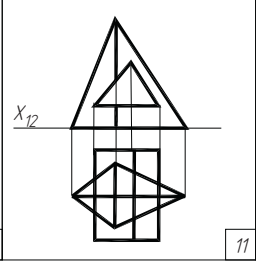
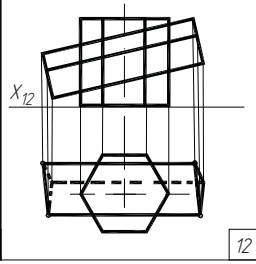
 X_{12}	 X_{12}	 X_{12}	 X_{12}	 X_{12}
				
1	2	3	4	5
 X_{12}	 X_{12}	 X_{12}	 X_{12}	 X_{12}
				
6	7	8	9	10
 X_{12}	 X_{12}	 X_{12}	 X_{12}	 X_{12}
				
11	12	13	14	15
 X_{12}	 X_{12}	 X_{12}	 X_{12}	 X_{12}
				
16	17	18	19	20

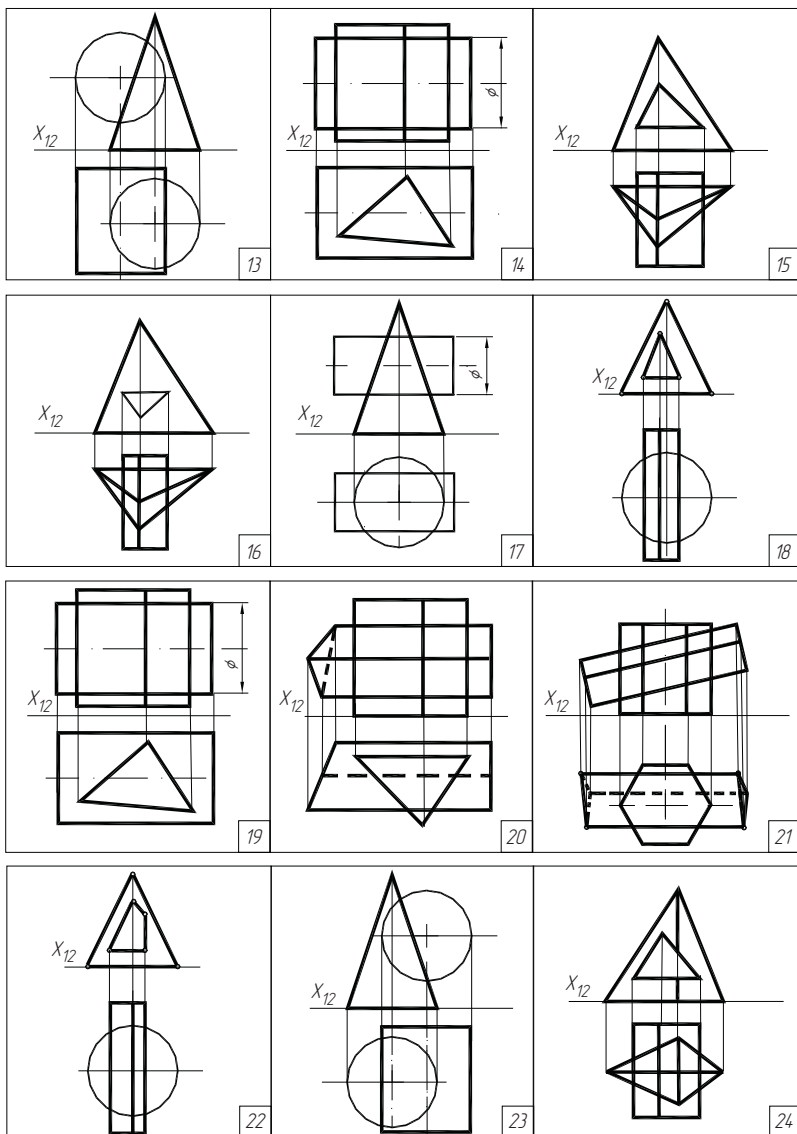
Задача № 6

Построить проекции линий пересечения двух поверхностей.
 Определить видимость (табл. 1.4).

Исходные данные для задачи № 6

Таблица 1.4

 <p>1</p>	 <p>2</p>	 <p>3</p>
 <p>4</p>	 <p>5</p>	 <p>6</p>
 <p>7</p>	 <p>8</p>	 <p>9</p>
 <p>10</p>	 <p>11</p>	 <p>12</p>

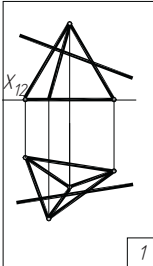
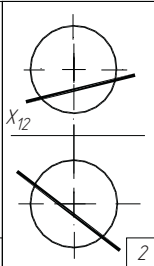
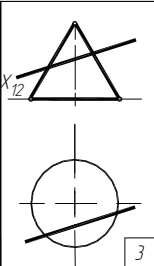
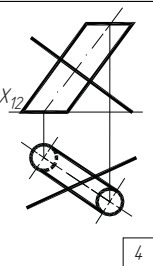
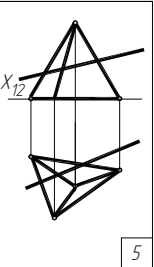
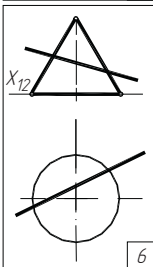
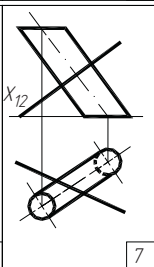
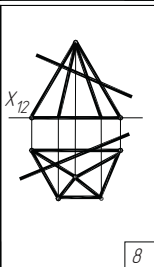
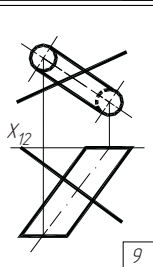
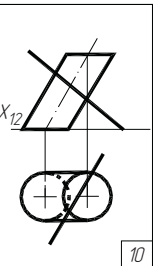
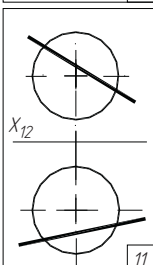
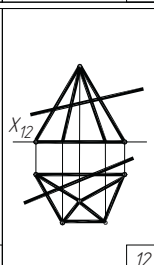
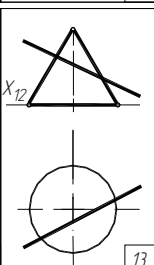
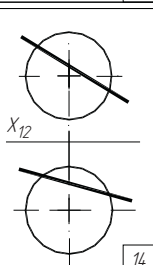
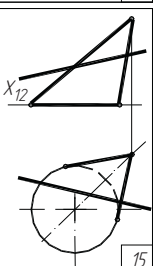
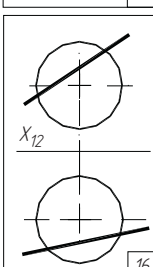
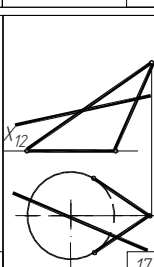
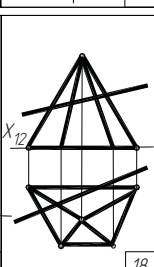
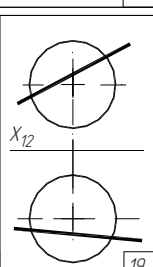
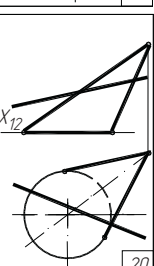


Задача № 7

Найти точки пересечения прямой l с поверхностью. Определить видимость прямой (табл. 1.5).

Исходные данные для задачи № 7

Таблица 1.5

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ № 1, 2, 3

2.1. Определение натуральной величины отрезков и углов их наклона к плоскостям проекций (способ прямоугольного треугольника)

Способ прямоугольного треугольника.

Для определения на комплексном чертеже отрезка его натуральной величины и угла его наклона к какой либо плоскости проекций Π_i необходимо построить прямоугольный треугольник, в котором один катет – это проекция отрезка на данную плоскость Π_i , а другой катет равен разности третьих координат концов отрезка. Гипотенуза будет являться натуральной величиной отрезка, а угол между гипотенузой и проекцией отрезка, это угол наклона отрезка к данной плоскости проекции Π_i .

На рис. 2.1 определена натуральная величина отрезка $[AB]$ и углы его наклона α, β, γ к плоскостям проекций Π_1, Π_2, Π_3 . Так, для определения угла α наклона отрезка к плоскости Π_1 построен прямоугольный треугольник $\Delta A_1 B_1 B$, в котором один катет – это проекция $A_1 B_1$ отрезка на плоскость Π_1 , а другой катет равен разности высот $\Delta Z = [Z_A - Z_B]$. Угол между гипотенузой и проекцией отрезка, это угол наклона отрезка к плоскости Π_1

$$\alpha = \widehat{AB, \Pi_1} = \widehat{A_1 B_1, AB}.$$

Аналогично определены углы наклона к другим плоскостям:

$$\beta = \widehat{AB, \Pi_2} = \widehat{A_2 B_2, AB};$$

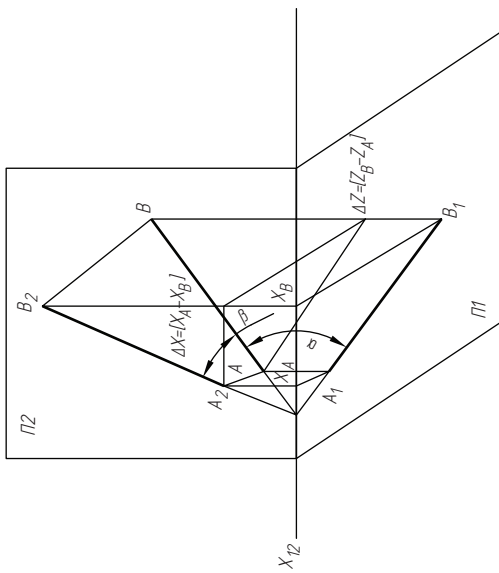
$$\gamma = \widehat{AB, \Pi_3} = \widehat{A_3 B_3, AB}.$$

Решение задачи № 1 (рис. 2.2)

По заданным координатам вершин треугольника ΔABC построить его проекции. Определить натуральную величину сторон треугольника и их углы наклона к плоскостям проекций: AB к Π_1 , AC к Π_2 , BC к Π_3 . Построить натуральную величину ΔABC .

Для построения проекции точки A на плоскости Π_1 откладываем по осям X_{12} и Y_{13} координаты X_A и Y_A и проводим линии связи, перпендикулярные к этим осям. На пересечении этих линий связи получаем горизонтальную проекцию точки A_1 . Фронтальная проекция точки A_2 определяется координатами X_A и Z_A , а профильная проекция координатами Y_A и Z_A . Аналогично строятся проекции точек B и C (рис. 2.2).

a/



b/

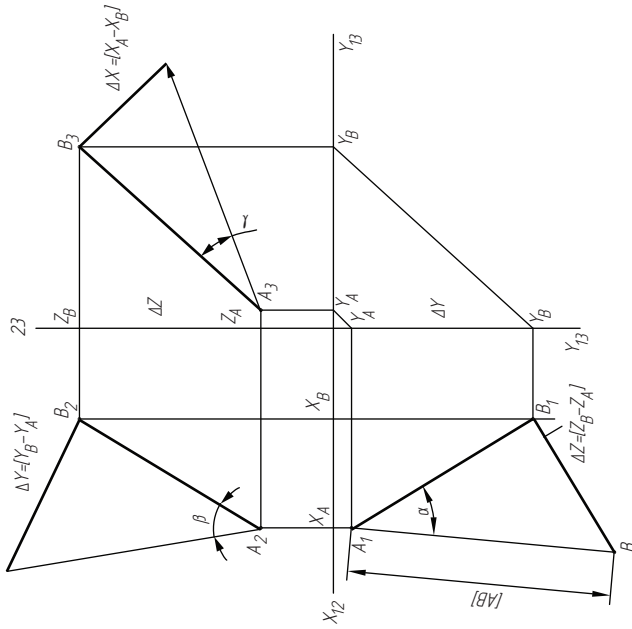
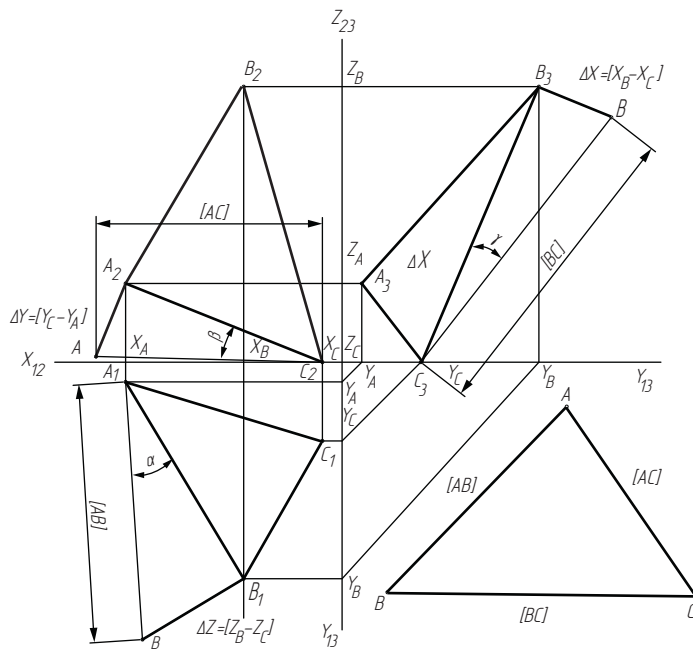


Рис. 2.1

По заданным координатам вершин треугольника ABC построить его проекции. Определить натуральную величину его сторон и их углы наклона к плоскостям проекции: AB к П1, AC к П2, BC к П3. Определить натуральную величину треугольника ABC.

A			B			C			S		
X_A	Y_A	Z_A	X_B	Y_B	Z_B	X_C	Y_C	Z_C	X_S	Y_S	Z_S
55	5	20	25	55	50	5	20	0	45	50	10



				13.ИГ.ХХХХ.01.ХХ.01				
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Задача №1	Лит.	Масса	Масштаб
Разраб.	Иванов							1:1
Проб.	Сидоров					Лист 1	Листов 1	
Т.контр.								
Н.контр.					Рис.2.2	ГЧАП, гр.ХХХХ		
Утв.								

Рис. 2.2

Для определения натуральной величины отрезка $[AB]$ и угла его наклона α к плоскости проекции Π_1 стоим прямоугольный треугольник $\Delta A_1 B_1 C_1$ в котором один из катетов является проекцией отрезка $A_1 B_1$ на данную плоскость, а другой катет $B_1 C_1$ есть разность третьей координаты $\Delta Z = [Z_B - Z_A]$ у концов отрезка, которая определяется по оси Z_{23} как расстояние между линиями связи. Гипотенуза $A_1 C_1$ есть натуральная величина отрезка $[AB]$, а угол α между гипотенузой $A_1 C_1$ и проекцией отрезка $A_1 B_1$ – угол наклона к плоскости Π_1 .

Аналогично определяются натуральные величины отрезков $[AC]$, $[BC]$ и их углы наклона β и γ к плоскостям проекций Π_2 и Π_3 соответственно. При этом отрезки $A_2 A$ и $B_3 B$ определяются как $\Delta Y = [Y_B - Y_A] = A_2 A$, $\Delta X = [X_B - X_A] = B_3 B$.

Для построения натуральной величины треугольника ABC строим отрезок $[AB]$, а затем из точки A проводим дугу радиусом $R = [AC]$, а из точки B – дугу радиусом $[BC]$. На пересечении этих дуг получаем вершину C треугольника ABC .

2.2. Прямые уровни в плоскости, проецирование прямого угла

Прямые уровни в плоскости.

Прямой уровня называется прямая, параллельная какой-либо плоскости проекции Π_i . На комплексном чертеже главным признаком прямой уровня является то, что одна её проекция параллельна оси. На рис. 2.3. приведены комплексные чертежи:

- а) горизонтали $h \parallel \Pi_1, h_2 \parallel X_{12}$;
- б) фронталь $f \parallel \Pi_2, f_1 \parallel X_{12}$;
- в) профильная прямая $p \parallel \Pi_3, p_1 \parallel Y_{13}; p_2 \parallel Z_{23}$.

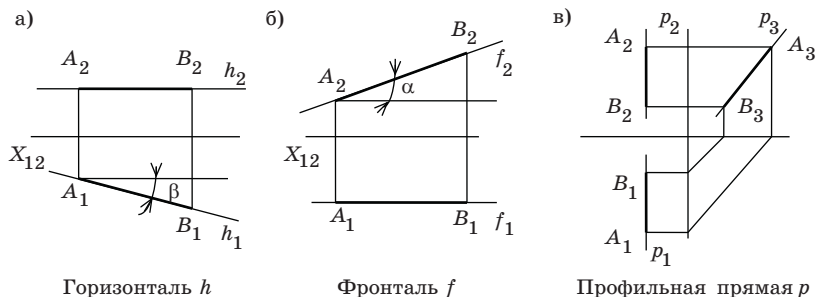


Рис. 2.3. Прямые уровни

Через любую точку плоскости можно провести прямые уровня. Их построение начинается с проведения через выбранную точку той проекции прямой уровня, которая параллельна оси X_{12} .

На рис. 2.4. показано построение фронтали $f(f_1, f_2)$ и горизонтали $h(h_1, h_2)$ в плоскости $\Sigma(\Delta ABC)$. Через выбранную точку плоскости $A(A_1, A_2)$ проводим параллельно оси X_{12} проекции f_1 и h_2 , а затем строим проекции f_2 и h_1 .

Проецирование прямого угла.

Если одна из сторон прямого угла, образованного пересекающимися или скрещивающимися прямыми, параллельна какой-либо плоскости проекций (т.е. является прямой уровня h, f или p), то на эту плоскость (Π_1, Π_2 или Π_3) прямой угол проецируется в натуральную величину. При этом вторая сторона не должна быть перпендикулярна данной плоскости проекций.

В самом деле, пусть сторона BC (рис. 2.5, а) прямого угла ABC параллельна плоскости проекций Π_1 (является горизонталью h). Так как при параллельном переносе плоскости проекций Π_1 проекция на эту плоскость не изменяется, то для простоты рассуждений переместим плоскость Π_1 параллельно самой себе так, чтобы она прошла через параллельную ей сторону BC . Тогда из условия, что угол ABC – прямой, на основании обратной теоремы «о трех перпендикулярах» следует, что угол $A_1B_1C_1$, являющийся ортогональной проекцией прямого угла, также прямой угол.

Так как условия перпендикулярности скрещивающихся прямых сводятся к условиям перпендикулярности пересекающихся

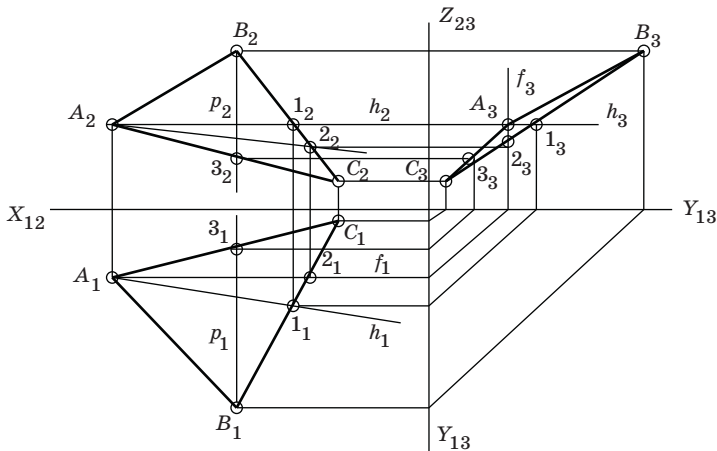


Рис. 2.4. Прямые уровня на плоскости общего положения

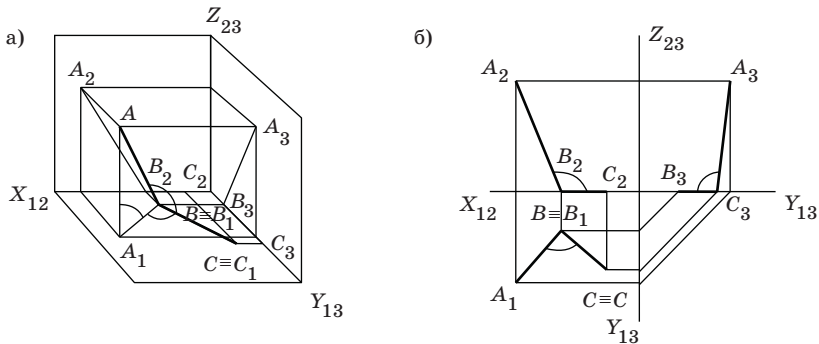


Рис. 2.5. Проецирование прямого угла

прямых, проведенных через произвольную точку пространства и соответственно параллельных скрещивающимся прямым, то рассмотренные свойства ортогональной проекции прямого угла распространяются как на пересекающиеся, так и на скрещивающиеся взаимно перпендикулярные прямые (рис. 2.5, б).

2.2.1. Перпендикулярность прямой и плоскости

Как известно, прямая n (нормаль), перпендикулярна плоскости $n \perp \Sigma(\Delta ABC)$, таким образом она перпендикулярна любой прямой этой плоскости. Поэтому, нормаль n к плоскости $\Sigma(\Delta ABC)$ перпендикулярна всякой горизонтали h и фронтالي f этой плоскости, т.е. $n \perp h \in \Sigma$ и $n \perp f \in \Sigma$. Эта перпендикулярность, сохраняется для горизонтали на горизонтальной проекции h_1 , и для фронтالي на фронтальной проекции f_2 (рис. 2.6).

Таким образом, проекции n_1 и n_2 нормали n , перпендикулярной к плоскости $\Sigma(\Delta ABC)$, должны удовлетворять условиям $n_1 \perp h_1 \in \Sigma_1(\Delta A_1 B_1 C_1)$; $n_2 \perp f_2 \in \Sigma_2(\Delta A_2 B_2 C_2)$, где h_1 и f_2 соответствующие проекции произвольных горизонталей h и фронталей f плоскости $\Sigma(\Delta ABC)$ (рис. 2.6).

В общем случае справедливо и обратное положение: если горизонтальная проекция l_1 какой-либо прямой l перпендикулярна горизонтальной проекции h_1 любой горизонтали, а ее фронтальная проекция l_2 перпендикулярна фронтальной проекции f_2 любой фронтالي, принадлежащих плоскости $\Sigma(\Delta ABC)$, то прямая l является нормалью к плоскости $l \perp \Sigma(\Delta ABC)$.

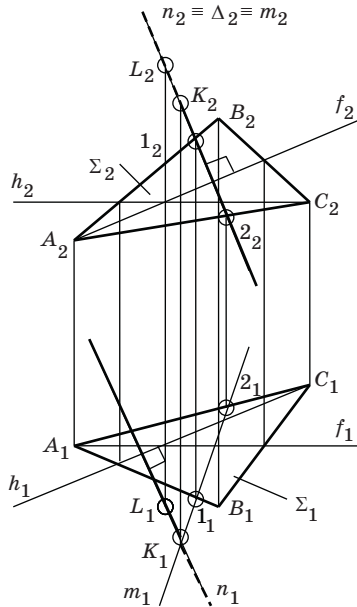


Рис. 2.6. Перпендикуляр n к плоскости

2.2.2. Пересечение прямой и плоскости

Точку пересечения прямой $l(l_1, l_2)$ с плоскостью общего положения $\Sigma(\Delta ABC)$ строят в следующем порядке (рис. 2.7):

а) разрезаем плоскость $\Sigma_2(\Delta A_2 B_2 C_2)$ фронтально-проецирующей плоскостью Δ_2 , совпадающей с прямой l_2 . Получаем линию разреза m_2 проходящую через точки $1_2, 2_2$;

$$m_2 \in \Sigma_2(\Delta A_2 B_2 C_2) \equiv l_2;$$

б) строим горизонтальную проекцию прямой $m_1(1_1, 2_1)$;

в) определяем точку K_1 , точку пересечения прямой l_1 с прямой $m_1(1_1, 2_1)$, которая и является горизонтальной проекцией точки K , точки пересечения прямой l с плоскостью $\Sigma(\Delta ABC)$;

$$K_1 = l_1 \cap m_1;$$

г) строим с помощью линий связи фронтальную проекцию точки K_2 и определяем видимость проекций прямых l_1 и l_2 .

Решение задачи № 2 (рис. 2.8)

Определить натуральную величину расстояния от точки $S(S_1, S_2)$ до плоскости $\Sigma(\Delta ABC)$.

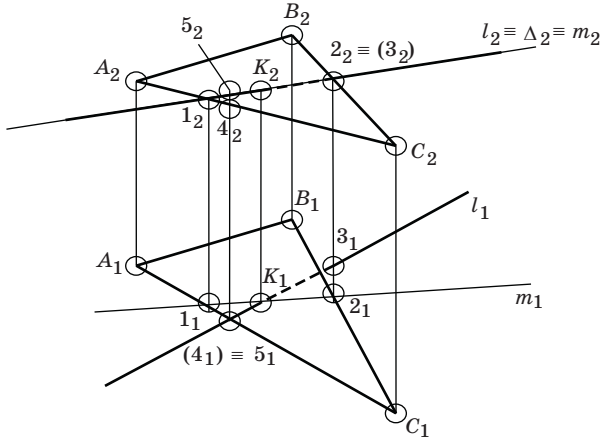


Рис. 2.7. Пересечение прямой l с плоскостью Σ

Решение задачи на определение расстояния от точки до плоскости общего положения классическими методами Начертательной геометрии выполняется в три этапа.

1. Через заданную точку $S(S_1, S_2)$ проводим нормаль n , перпендикулярную к заданной плоскости $\Sigma(\Delta ABC)$.

Для этого сначала необходимо в плоскости $\Sigma(\Delta ABC)$ провести любую фронталь f и горизонталь h (рис. 2.4), а затем через проекции точек S_1 и S_2 провести проекции прямой n_1 и n_2 так, чтобы выполнялись условия (рис. 2.8):

$$n_1 \perp h_1 \in \Sigma_1(\Delta A_1 B_1 C_1), n_2 \perp f_2 \in \Sigma_2(\Delta A_2 B_2 C_2).$$

2. Найти точку пересечения прямой n с плоскостью $\Sigma(\Delta ABC)$ (рис. 2.6):

$$K = m \cap \Sigma(\Delta ABC).$$

Для этого проводим в плоскости $\Sigma_2(\Delta A_2 B_2 C_2)$ фронтально-конкурирующую прямую m_2 с прямой l_2

$$m_2 \in \Sigma_2(\Delta A_2 B_2 C_2) \equiv l_2;$$

и строим горизонтальную проекцию прямой m_1

$$m_1 \in \Sigma_1(\Delta A_1 B_1 C_1) \equiv l_1.$$

На пересечении проекций прямых l_1 и m_1 находим горизонтальную проекцию точки K_1 :

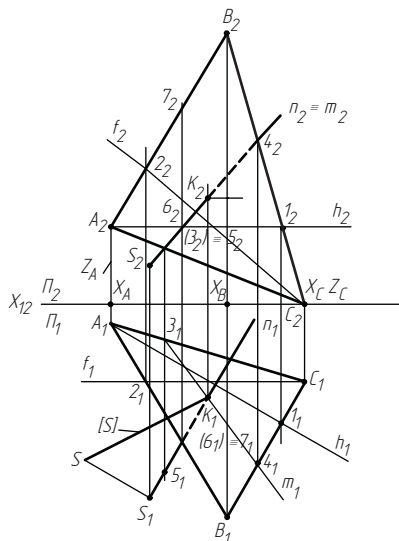
$$K_1 = l_1 \cap m_1.$$

По заданным координатам вершин треугольника ABC построить горизонтальную и фронтальную проекции плоскости ABC и точки S.

Определить:

- расстояние от точки S до плоскости ABC;

Результаты сравнить с задачей N 1



						М2.ИМКГ.ХХХХ.02.ХХ.01		
Изм./Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Задача N2	Лит.	Масса	Масштаб	
Разраб.	Иванов						1:1	
Проб.	Сидоров				Лист 1	Листов 1		
Т.контр.				Рис.2.8.	ГЧАП,зр.ХХХХ			
Н.контр.								
Чтб.								

Рис. 2.8

С помощью линий связи находим фронтальную проекцию точки K_2 .

3. По найденным проекциям расстояния S_1K_1 и S_2K_2 методом прямоугольного треугольника (рис. 2.1) находим натуральную величину расстояния $[SK]$ от точки $S(S_1, S_2)$ до плоскости общего положения $\Sigma_2(\Delta A_2B_2C_2)$.

2.3. Решение позиционных и метрических задач методом замены плоскостей проекций

Способ замены плоскостей проекций состоит в том, что одна из двух основных плоскостей проекций Π_1 или Π_2 заменяется новой плоскостью проекций Π_4 (перпендикулярной незаменяемой плоскости проекций) таким образом, чтобы она оказалась в частном положении по отношению к оригиналу.

Пусть точка A задана своими проекциями A_1 и A_2 в системе плоскостей проекций Π_1 и Π_2 (рис. 2.9, а). Заменим плоскость Π_2 на новую плоскость Π_4 , перпендикулярную плоскости Π_1 . Опустив перпендикуляр из точки A на плоскость Π_4 получаем проекцию A_4 точки A на плоскость Π_4 .

Нетрудно видеть, что в новой системе плоскостей проекций Π_1, Π_4 точка A определяется проекциями A_1 и A_4 , при этом координата Z_A , содержащаяся в заменяемой плоскости проекций Π_2 , остается неизменной в новой плоскости Π_4 , а в плоскости проекций остается неизменной проекция точки A_1 .

Произведем операцию перехода от системы Π_1, Π_2 к системе Π_1, Π_4 , $\Pi_2 \rightarrow \Pi_4$, на комплексном чертеже (рис. 2.9, б). Так как гори-

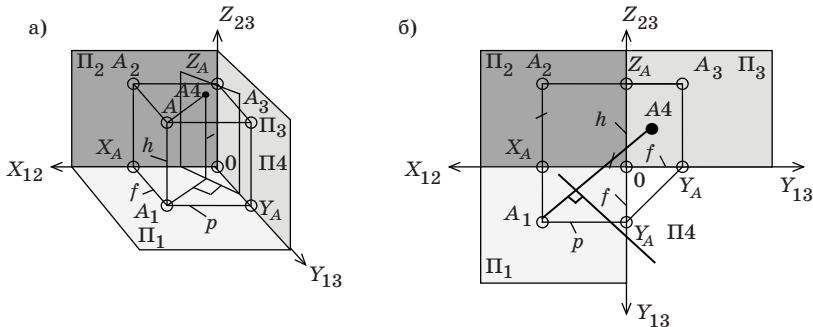


Рис. 2.9. Замена плоскостей проекций

зонтальная проекция точки остается неизменной, то через эту проекцию проводим новую линию связи, перпендикулярную оси X_{14} .

Измерив на плоскости Π_2 высоту точки Z_A и отложив ее на новой линии связи от оси X_{14} , получим новую проекцию A_4 на плоскость Π_4 .

Аналогичным образом производится замена плоскости Π_1 на новую плоскость проекций Π_4 , $\Pi_1 \rightarrow \Pi_4$, перпендикулярную плоскости Π_2 . При этой замене остается неизменной фронтальная проекция A_2 и глубина точки Y_A .

2.3.1. Преобразование прямой $l(l_1, l_2)$ общего положения в прямую уровня

Чтобы прямую $l(l_1, l_2)$ общего положения, проходящую через проекции точек A_1B_1 и A_2B_2 , преобразовать в прямую уровня (рис. 2.10) достаточно заменить одну плоскость проекций, например Π_2 на новую плоскость Π_4 , перпендикулярную неизменной плоскости Π_1 и параллельную прямой l_1 , $\Pi_2 \rightarrow \Pi_4$. Новая ось X_{14} должна располагаться параллельно горизонтальной проекции прямой $X_{14} \parallel l_1$. Из горизонтальных проекций концов отрезка прямой A_1B_1 проводим линии связи, перпендикулярные новой оси X_{14} . Расстояния концов отрезка A_4B_4 от оси X_{14} равны расстояниям проекций концов A_2B_2 от оси X_{12} (т.е. неизменными остаются координаты Z_A и Z_B).

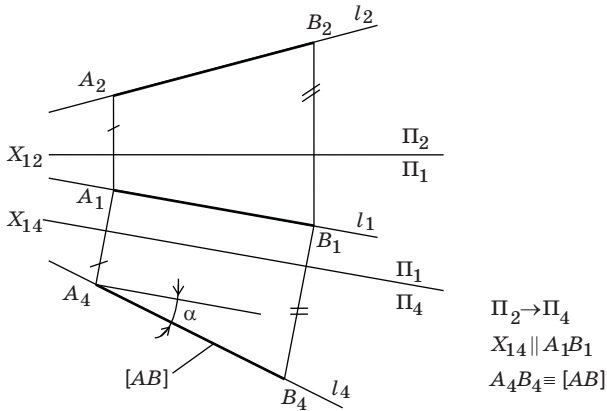


Рис. 2.10. Преобразование прямой общего положения в прямую уровня

2.3.2. Преобразование прямой уровня $l(l_1, l_2)$ в проецирующую прямую

Пусть прямая $l(l_1, l_2)$, проходящая через проекции точек A_1B_1 и A_2B_2 , будет фронталью $f(f_1, f_2)$ в системе плоскостей проекций (Π_1, Π_2) (рис. 2.11). Заменяем плоскость Π_1 на новую плоскость Π_4 , $\Pi_1 \rightarrow \Pi_4$, располагая ее перпендикулярно прямой l_2 и плоскости Π_2 . На комплексном чертеже новая ось $X_{24} \perp l_2(A_2B_2)$. Проводя новые линии связи от точек A_2 и B_2 и откладывая от новой оси X_{24} глубину Y точек A_1 и B_1 , измеренные на плоскости Π_1 , получим проекцию прямой l_4 на плоскость Π_4 в виде точки $A_4 \equiv B_4 \equiv l_4$.

Если бы данная прямая l являлась горизонталью, то для ее преобразования в проецирующую прямую нужно было заменить плоскость Π_1 на плоскость Π_4 , перпендикулярную прямой l .

2.3.3. Преобразование прямой общего положения в проецирующую прямую

Для преобразования прямой $l(l_1, l_2)$ общего положения, проходящую через проекции точек A_1B_1 и A_2B_2 , в проецирующую прямую нужно последовательно провести преобразования, рассмотренные в п. 2.3.1 и 2.3.2.

На рис. 2.12 доказано соответствующее преобразование комплексного чертежа. Вначале в системе Π_1, Π_2 проведена замена плоскости Π_2 на Π_4 , $\Pi_2 \rightarrow \Pi_4$, причем $\Pi_4 \perp \Pi_1$ а $X_{14} \parallel A_1B_1$. Далее в системе Π_1, Π_4 , в которой прямая l_4 является прямой уровня относительно плоскости Π_4 , производим замену плоскости Π_1 на

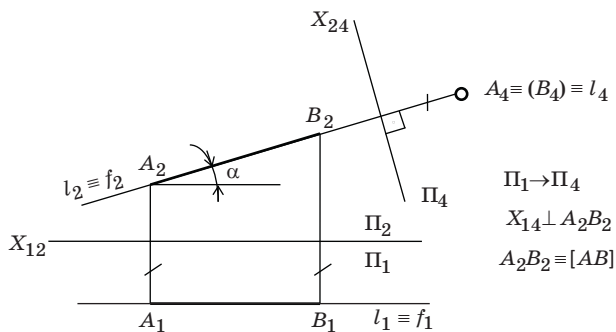


Рис. 2.11. Преобразование прямой уровня в проецирующую прямую

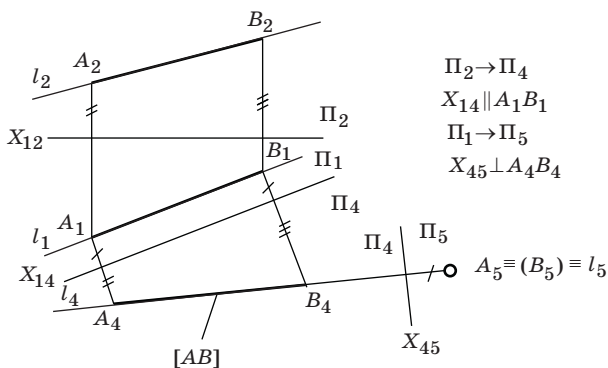


Рис. 2.12. Преобразование прямой общего положения в проецирующую прямую

Π_5 , $\Pi_1 \rightarrow \Pi_5$, причем $\Pi_5 \perp \Pi_4$, а $X_{45} \perp l_4$. В системе плоскостей Π_4 , Π_5 прямая l_5 является проецирующей прямой относительно плоскости Π_5 .

2.3.4. Преобразование плоскости общего положения $\Sigma(\Delta ABC)$ в проецирующую плоскость

Проведем в плоскости $\Sigma_2(\Delta A_2 B_2 C_2)$ через точку A_2 горизонталь h_2 (рис. 2.13). При замене плоскости проекций Π_2 на Π_4 , $\Pi_2 \rightarrow \Pi_4$,

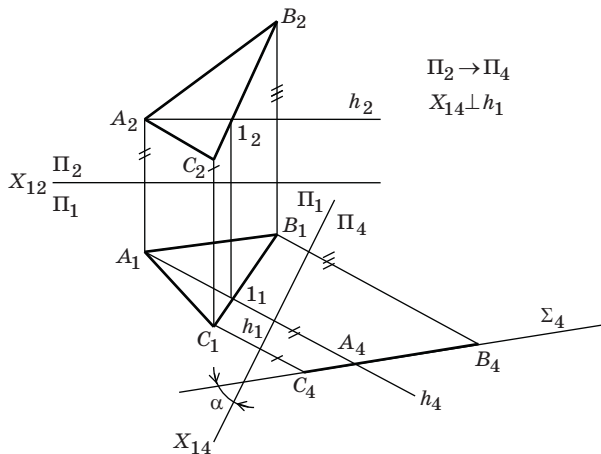


Рис. 2.13. Преобразование плоскости общего положения в проецирующую плоскость

перпендикулярно горизонтали h_1 , получаем проецирующую плоскость $\Sigma_4(\Delta A_4 B_4 C_4)$. Относительно плоскости Π_4 плоскость $\Sigma_4(\Delta A_4 B_4 C_4)$ превращается в прямую Σ_4 . Для этого проведем ось X_{14} перпендикулярно горизонтали h_1 ($X_{14} \perp h_1$). Проецируя точки A_1, B_1, C_1 на новую ось X_{14} , ординаты точек A_4, B_4, C_4 относительно этой оси определяем на плоскости Π_2 как расстояния от точек A_2, B_2, C_2 до оси X_{12} . Угол α , образованный проекцией плоскости Σ_4 и осью X_{14} , является натуральной величиной угла наклона плоскости Σ к плоскости проекций Π_1 . Аналогично можно определить угол наклона плоскости Σ к плоскости Π_2 , для этого нужно заменить плоскость Π_1 на Π_5 , $\Pi_1 \rightarrow \Pi_5$ перпендикулярно фронтали f_2 .

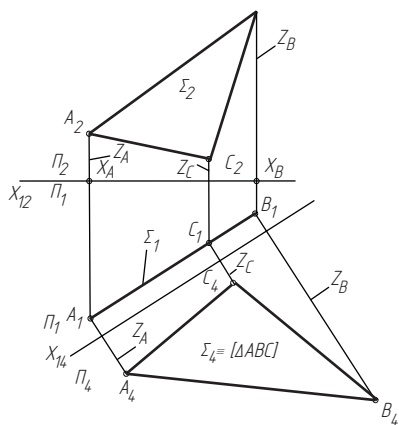
2.3.5. Преобразование проецирующей плоскости $\Sigma(\Delta ABC)$ в плоскость уровня

Пусть плоскость $\Sigma(\Delta ABC)$ является горизонтально проецирующей плоскостью (рис. 2.14). Для преобразования этой плоскости в плоскость уровня заменим плоскость проекций Π_2 на плоскость Π_4 , $\Pi_2 \rightarrow \Pi_4$, параллельную горизонтальной проекции плоскости $\Sigma_1(\Delta A_1 B_1 C_1)$. Для этого проведем новую ось X_{14} , параллельную плоскости $\Sigma_1(\Delta A_1 B_1 C_1)$. Проецируя точки A_1, B_1, C_1 на новую ось X_{14} , ординаты точек A_4, B_4, C_4 относительно этой оси определяем из плоскости Π_2 как расстояния от точек A_2, B_2, C_2 до оси X_{12} . В системе плоскостей Π_1, Π_4 плоскость Σ_4 является плоскостью уровня относительно плоскости Π_4 ($\Sigma_4 \parallel \Pi_4$) и проекция треугольника $\Delta A_4 B_4 C_4$, определяющего плоскость, дает натуральный вид этого треугольника.

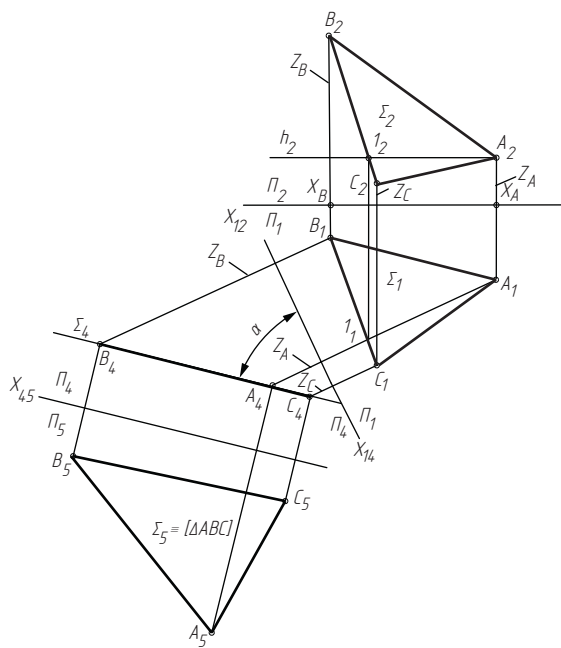
Если бы плоскость $\Sigma(\Delta ABC)$ являлась фронтально-проецирующей плоскостью, то для ее преобразования в плоскость уровня следовало заменить горизонтальную плоскость проекций Π_1 на новую плоскость Π_5 , $\Pi_1 \rightarrow \Pi_5$, ($\Sigma_5 \parallel \Pi_5$).

2.3.6. Преобразование плоскости общего положения $\Sigma(\Delta ABC)$ в плоскость уровня

Для преобразования плоскости общего положения $\Sigma(\Delta ABC)$ в плоскость уровня нужно последовательно выполнять преобразования, рассмотренные в п. 2.3.4 и п. 2.3.5. На рис. 2.15 показано соответствующее преобразование комплексного чертежа. Вначале в системе плоскостей Π_1, Π_2 производится замена плоскости Π_2 на плоскость Π_4 , $\Pi_2 \rightarrow \Pi_4$, перпендикулярную горизонтали h_1 плоскости $\Sigma_1(\Delta A_1 B_1 C_1)$. Затем в системе плоскостей Π_1, Π_4 , в которой



Puc. 2.14



Puc. 2.15

плоскость Σ_4 является проецирующей плоскостью относительно плоскости Π_4 , производится замена плоскости Π_1 на плоскость Π_5 , $\Pi_1 \rightarrow \Pi_5$, причем плоскость $\Pi_5 \parallel \Sigma_4$. В системе плоскостей Π_4, Π_5 плоскость Σ_5 является плоскостью уровня относительно плоскости Π_5 , поэтому проекция $\Delta A_5 B_5 C_5$ треугольника ΔABC дает натуральный вид этого треугольника.

Решение задачи № 3 (рис. 2.16 и рис. 2.17)

По заданным координатам вершин треугольника ΔABC построить горизонтальную и фронтальную проекции плоскости $\Sigma(\Delta ABC)$ точки S .

а) Определить расстояние от точки S до плоскости $\Sigma(\Delta ABC)$, сравнить с результатом, полученным в задаче № 2.

Для определения расстояния от точки S до плоскости общего положения $\Sigma(\Delta ABC)$ достаточно преобразовать плоскость общего положения в проецирующую плоскость (п.2.3.4) и опустить перпендикуляр из точки S_4 на проекцию плоскости Σ_4 , тогда проекция расстояния $S_4 K_4$ и есть натуральная величина (рис. 2.16)

$$S_4 K_4 = [SK].$$

б) Определить натуральную величину треугольника ΔABC , сравнить с результатом, полученным в задаче № 1.

Для определения натуральной величины треугольника ΔABC достаточно плоскость общего положения $\Sigma(\Delta ABC)$, преобразовать в плоскость уровня (п.2.3.6) (рис. 2.16).

в) Определить натуральную величину угла между плоскостями

$$\alpha = \Sigma(\Delta ABC), \widehat{\Omega}(\Delta ABS).$$

Так как эти плоскости пересекаются по прямой AB , то для определения натуральной величины угла между плоскостями достаточно прямую AB общего положения преобразовать в проецирующую прямую (п.3) и получить на плоскости Π_5 проекции точек C_5 и S_5 , принадлежащих разным плоскостям (рис. 2.17).

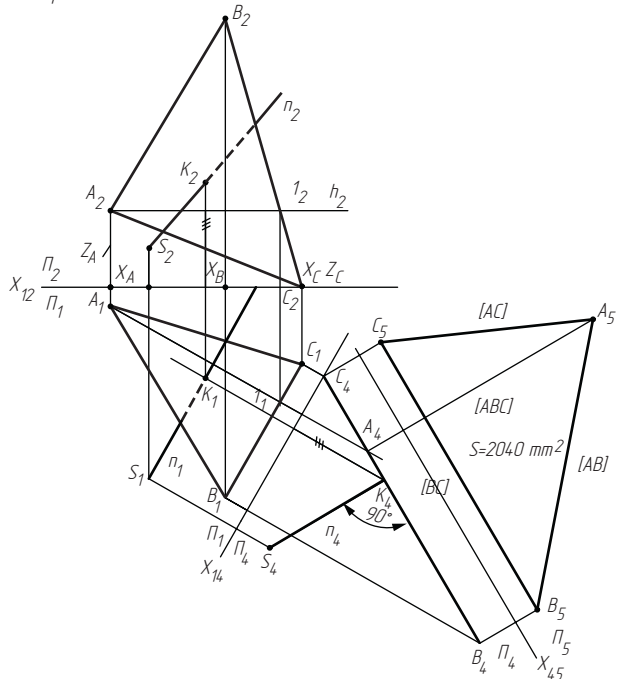
Решение задачи № 3 может быть выполнено на одном листе бумаги формата А3, или на двух листах формата А4, при этом первый лист с решением пунктов 3а, б оформляется основной надписью Форма 1 (рис. 2.16), а второй лист с решением пункта 3в основной надписью Форма 2а (рис. 2.17) по ГОСТ 2.104-68.

По заданным координатам вершин треугольника ABC построить горизонтальную и фронтальную проекции плоскости ABC и точки S .

Определить:

- расстояние от точки S до плоскости ABC ;
- натуральную величину треугольника ABC .

Результаты сравнить с задачей N 2

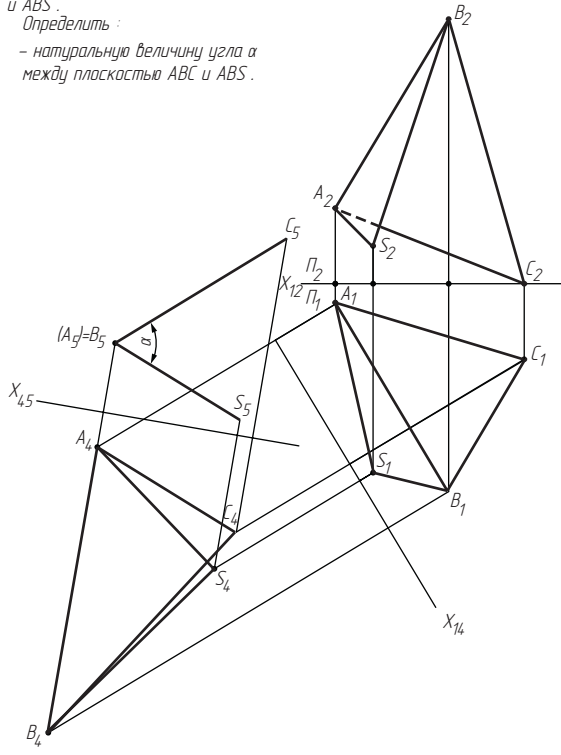


				M2.ИМКГ.ХХХХ.02.ХХ.01				
Изм	Лист	И. докум	Подп.	Дата	Задача N 3	Лист	Масса	Масштаб
Разраб.	Иванов							1:1
Проб.	Сидоров					Лист 1	Листов 1	
Т.контр.								
И.контр.					Рис.2.16	ГУАП, зр.ХХХХ		
Утв.								

Рис. 2.16

По заданным координатам вершин треугольника ABC построить горизонтальную и фронтальную проекции плоскости ABC и ABS.

Определить:
 - натуральную величину угла α между плоскостями ABC и ABS.



				M2.ИМКГ.ХХХХ.02.ХХ.01				
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Задача N 3	Лит.	Масса	Масштаб
Разраб.	Иванов							1:1
Проб.	Сидоров					Лист 1	Листов 1	
Т.контр.								
Н.контр.					Рис.2.17	ГУАП, г.р.ХХХХ		
Утв.								

Рис. 2.17

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ № 4 И 5

3.1. Гранные поверхности (пирамида, призма)

3.1.1. Построение третьей проекции поверхности по двум заданным и проекций точек

Многогранником (пирамида, призма) называется поверхность, ограниченная со всех сторон плоскостями, элементами которой являются вершины, ребра и грани, поэтому на комплексном чертеже они изображаются проекциями своих вершин и ребер.

Определителями этих поверхностей являются фронтальная и горизонтальная проекции (если на ней имеется проекция основания поверхности). Для построения профильной проекции гранной поверхности необходимо связать с ней пространственную систему координат, выбирая ее начало так, чтобы координаты всех вершин были минимальны.

Построение точек на гранных поверхностях выполняют с помощью прямых, лежащих в гранях и проведенных через заданные проекции точек. Хотя выбор вспомогательной прямой, связывающей точку с гранью произволен, необходимо стремиться к тому, чтобы проекции этой прямой можно было построить наиболее просто. Поэтому в качестве вспомогательных прямых целесообразно использовать прямые, параллельные ребрам.

В качестве примера рассмотрим приемы построения профильной проекции пирамиды $SABC$ (рис. 3.1, а) и трехгранной призмы $A'B'C'ABC$ (рис. 3.1, б) по заданным фронтальной и горизонтальной проекциям и нахождения проекций точек M и N , заданных фронтальными проекциями $M_2 \equiv (N_2)$.

Выбираем пространственную систему координат так, чтобы основания поверхностей (ΔABC) лежат в горизонтальной плоскости Π_1 , а крайняя правая точка пирамиды C и ребро призмы $C'C$ находились в горизонтальной плоскости Π_3 , тогда координаты всех вершин будут минимальными, что повышает точность построений.

Построение профильной плоскости проекции поверхности очевидно из рис. 3.1, а и б. Для построения горизонтальной и профильной проекции точек M и N проведем через заданные фронтальные проекции $M_2 \equiv (N_2)$ горизонтальную плоскость уровня Γ_2 , которая пересекает поверхность по точкам $1_2, 2_2, 3_2$, образующие треугольник $\Delta 1_2 2_2 3_2$, параллельный проекции основания $\Delta A_1 B_1 C_1$, а у прямой призмы совпадающий с проекцией основания.

Горизонтальные проекции точек M_1 и N_1 и находятся с помощью линий связи. Построение профильных проекций точек M_3 и N_3 показано на рис. 3.1, а и б.

3.1.2. Построение пересечения гранной поверхности проецирующей плоскостью

При пересечении многогранника проецирующей плоскостью одна из проекций сечения вырождается в отрезок прямой линии. Чтобы определить недостающие проекции сечения, воспользуемся способом ребер. Он заключается в том, что отыскиваются проекции вершин многоугольника сечения, как проекции точек пересечения соответствующих ребер многоугольника с секущей плоскостью.

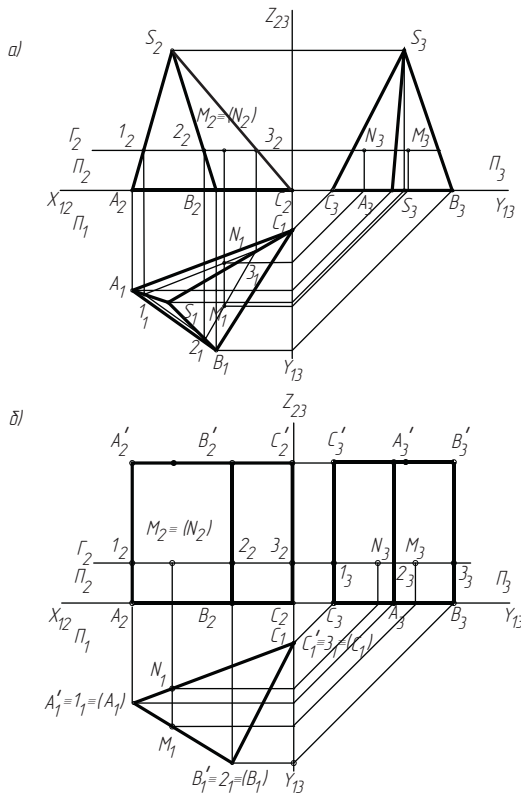


Рис. 3.1

Трехгранная пирамида $SABC$ и трехгранная призма $A'B'C' ABC$, стоящие на горизонтальной плоскости, пересекаются фронтально-проецирующей плоскостью Σ (рис. 3.2). Фронтальные проекции $1_2, 2_2, 3_2$ точек пересечения ребер с плоскостью Σ , являющиеся точками пересечения фронтальных проекций ребер со следом плоскости Σ_2 , позволяют определить горизонтальную проекцию $1_1, 2_1, 3_1$ и профильную проекцию $1_3, 2_3, 3_3$ вершин искомого сечения на соответствующих горизонтальных и профильных проекциях ребер многогранника.

3.1.3. Построение развертки гранной поверхности

Преобразование, при котором все элементы поверхности совмещаются в одной плоскости без складок и разрывов, называется развертыванием поверхности, а результатом является развертка, над которой на чертеже помещают символ \square , заменяющий слово “Развертка”. При этом на развертке должна быть обязательно видна наружная сторона поверхности. При построении развертки их контуры обводятся толстой сплошной линией, а линии сгиба на развертках гранных поверхностей тонкой штрихпунктирной линией с двумя точками (ГОСТ 2.305-68).

Развертка *пирамиды* (рис. 3.3, а) состоит из развертки боковой поверхности и основания (ΔABC). Если основание пирамиды лежит в горизонтальной плоскости уровня, то его натуральная величина известна – это горизонтальная проекция основания $\Delta A_1 B_1 C_1$ на рис. 3.1–3.3, а. Для развертки боковой поверхности пирамиды необходимо определить натуральные величины боковых ребер SA, SB и SC методом прямоугольного треугольника, рассмотренном в задаче № 1. При этом целесообразно учитывать равенство координат ΔZ для всех ребер. Вторым катетом треугольников будут проекции ребер $S_1 A_1, S_1 B_1, S_1 C_1$ на плоскость Π_1 .

Развертка боковой поверхности пирамиды получается в виде нескольких примыкающих друг к другу треугольников, построенных по трем их сторонам. Чтобы на развертке, которая строится слева направо, была видна наружная сторона поверхности, необходимо обходить поверхность против часовой стрелки от ребра SA , по которому разрезана боковая поверхность пирамиды.

К полученной развертке боковой поверхности следует добавить основание, пристроив его к любому ребру, например к ребру AC .

Для построения на развертке точки, находящейся на одном из ребер, например точка 1 на ребре SC , достаточно с помощью линии связи найти ее положение на натуральной величине ребра $[SC]$.

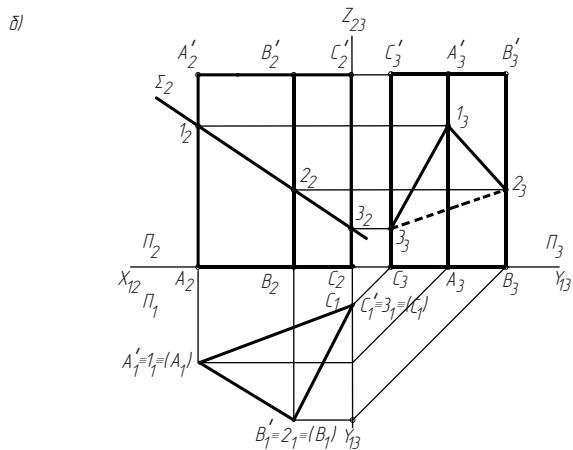
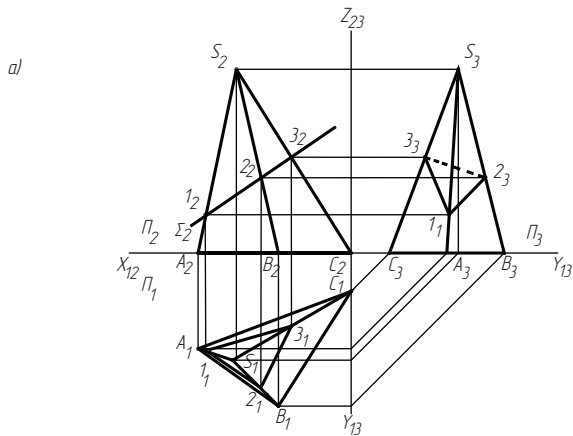


Рис. 3.2

Для построения на развертке произвольных точек, например точки 2, находящейся в грани SAB и точки 3, находящейся в грани SAC , необходимо провести через них прямые SE и SF , найти их натуральные величины и построить на них точки 2 и 3.

Развертка *прямой призмы* (рис. 3.3, б) очень легко выполняется способом раскатки, так как на проекциях видны натуральные величины всех боковых ребер и оснований.

Разрезав боковую поверхность призмы по ребру $A'A$, строим сначала боковую грань $A'ABB'$, а затем все остальные грани против

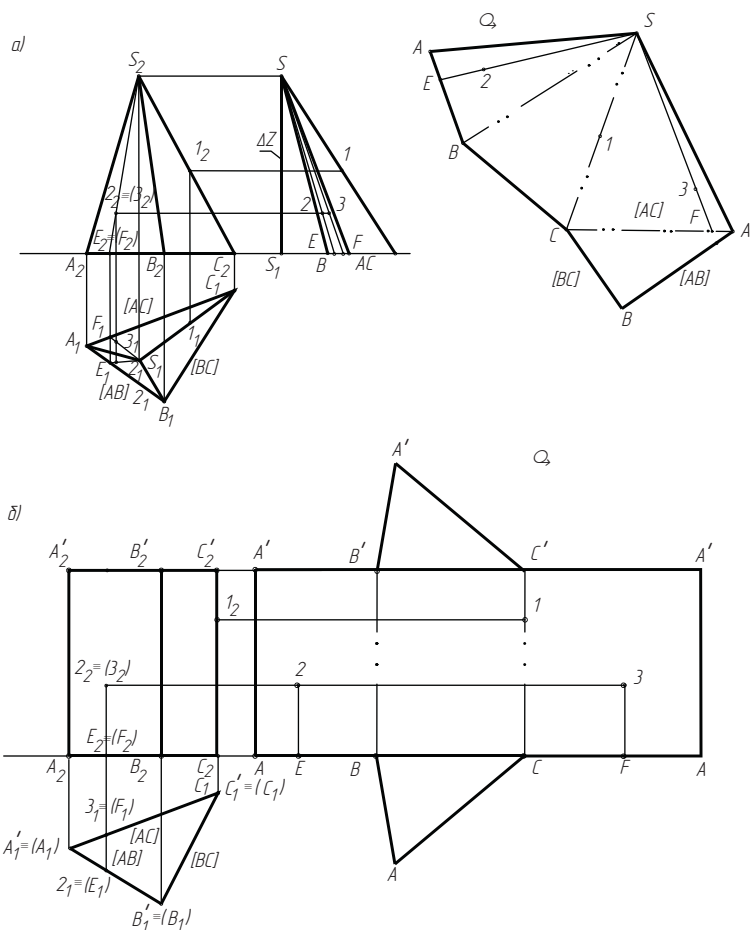


Рис. 3.3

часовой стрелки от ребра $A'A$. Верхнее и нижнее основание могут быть присоединены к любому ребру, например к ребрам BC и $B'C'$.

Построение на развертке произвольных точек, находящихся на ребре (точка 1) или боковых гранях (точки 2 и 3), ясно из рис. 3.3, б.

3.1.4. Аксонометрические проекции

В некоторых случаях при выполнении технических чертежей оказывается необходимым иметь наряду с комплексным черте-

жом оригинала и более наглядное его изображение, обладающее свойством обратимости. С этой целью применяют чертеж, состоящий только из одной параллельной проекции данного оригинала, дополненной проекцией пространственной системы координат, к которой предварительно отнесен изображаемый оригинал. Такой метод получения одно проекционного обратимого чертежа называется аксонометрическим методом.

Таким образом, построение аксонометрических проекций сводится к применению координатного метода на проекционном чертеже. Так как при пользовании координатным методом приходится производить измерения по координатным осям, то отсюда и произошло название метода. Слово “аксонометрия” означает буквально “осе измерение”.

Из множества видов возможных аксонометрических проекций наиболее часто используется ортогональная изометрия, у которой показатели искажений по всем трем осям равны $u = v = w = 0,82$, а аксонометрические оси образуют между собой углы по 120° .

На практике пользуются приведенной ортогональной изометрией, у которой показатели искажения принимаются равными единице $u = v = w = 1$. Это значит, что изображение выполняется в масштабе увеличения $(1,22: 1)$, что отражается над построенным изображением заголовком “Изометрия $(1,22: 1)$ ” (рис. 3.4).

Построение изометрии начинают с построения вторичной горизонтальной проекции точки S'_1 и координатным отрезкам X_S, Y_S , взятым с комплексного чертежа. Учитывая, что коэффициенты искажений приняты равным 1, достаточно измерить координату X_S на оси OX_{12} и отложить ее на аксонометрической оси $O'X'$. Через полученную точку X'_S провести прямую, параллельную оси $O'Y'$ и отложить на ней координату $Y'_1 = Y_S$. Из полученной вторичной проекции точки S'_1 (проведем прямую, параллельную оси $O'Z'$, на которой откладываем отрезок $S'_1S' = Z'_S = Z_S$ (рис. 3.4, а).

В качестве примера на рис. 3.4, б построена изометрия трехгранной пирамиды, основания которой (ΔABC) расположены в горизонтальной плоскости проекций P_1 . Поэтому вторичная проекция основания $(\Delta A'_1B'_1C'_1)$ является и его аксонометрическим изображением.

Построив изометрию вершины S' , строим с учетом видимости изометрию ребер $S'A', S'B', S'C'$.

Решение задачи № 4 (рис. 3.5 и рис. 3.6)

По заданной фронтальной проекции гранной поверхности с вырезом построить горизонтальную и профильную проекции этой поверхности, аксонометрическую проекцию, выполнить развертку.

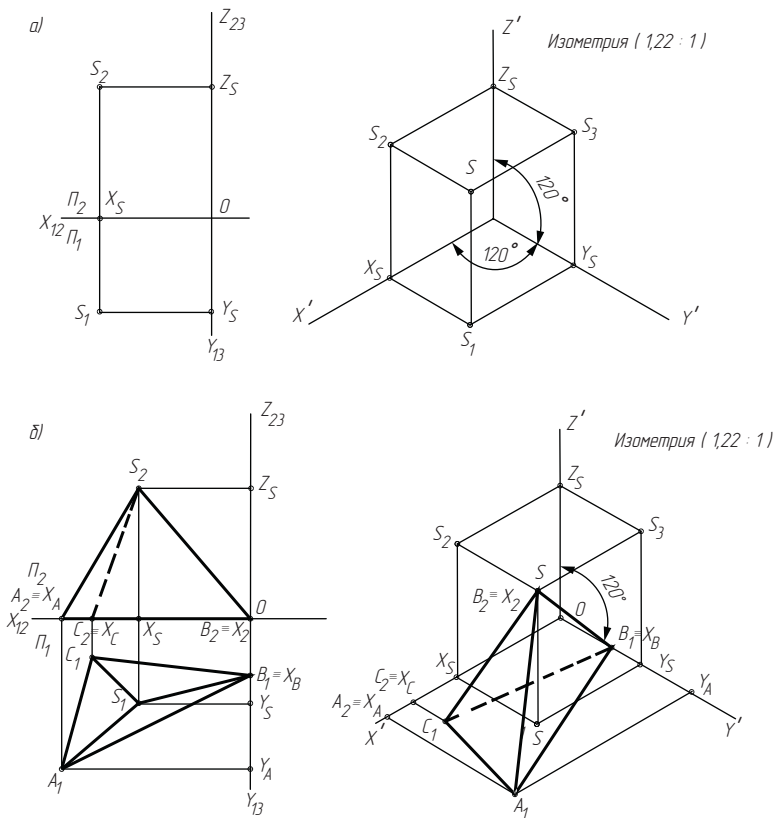


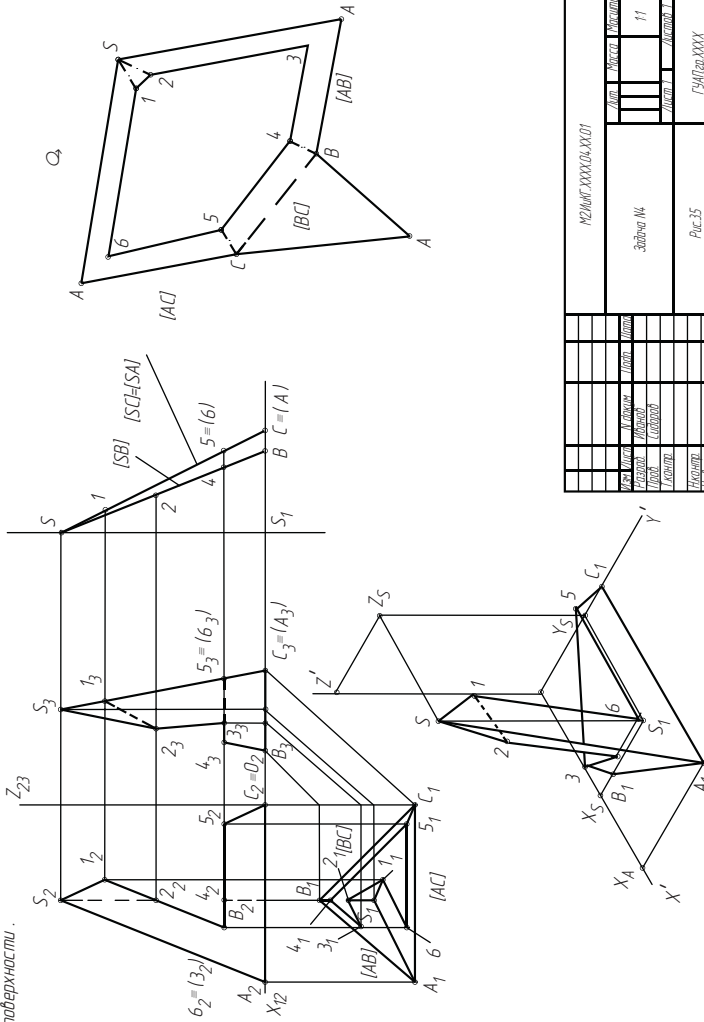
Рис. 3.4

Построив с необходимым увеличением заданные фронтальную и горизонтальную проекции поверхности, связываем с ними систему координат $OXYZ$ так, чтобы начало координат O_2 совпало с фронтальной проекцией основания поверхности C_2 , после чего вычерчиваем тонкими линиями профильную проекцию поверхности без вырезов.

На фронтальной проекции поверхности обозначаем с учетом видимости все точки $1_2, 2_2, \dots, 6_2$ определяющие линию выреза и находим их горизонтальные $1_1, 2_1, \dots, 6_1$ и профильные $1_3, 2_3, \dots, 6_3$ проекции, которые соединяем с учетом видимости в той же последовательности, как и на фронтальной проекции.

Для проверки правильности решения рекомендуется вырезать из плотной бумаги копию развертки и склеить поверхность. Поста-

Дана фронтальная проекция граничной поверхности с вырезом. Построить горизонтальную и профильную проекции этой поверхности, а также её изометрию. Выполнить развертку поверхности.



ИЗДАНИЕ: XXXX.001.XX.XX		Дата: _____	Масштаб: _____
Исполнитель: _____	Проверено: _____	Задание №: _____	11
Учебное заведение: _____	Специальность: _____	Дисциплина: _____	_____
Наименование: _____	Рис. 3.5	ГИАП.РП.00000	
Срок: _____	_____	Формат: А5	

Рис. 3.5

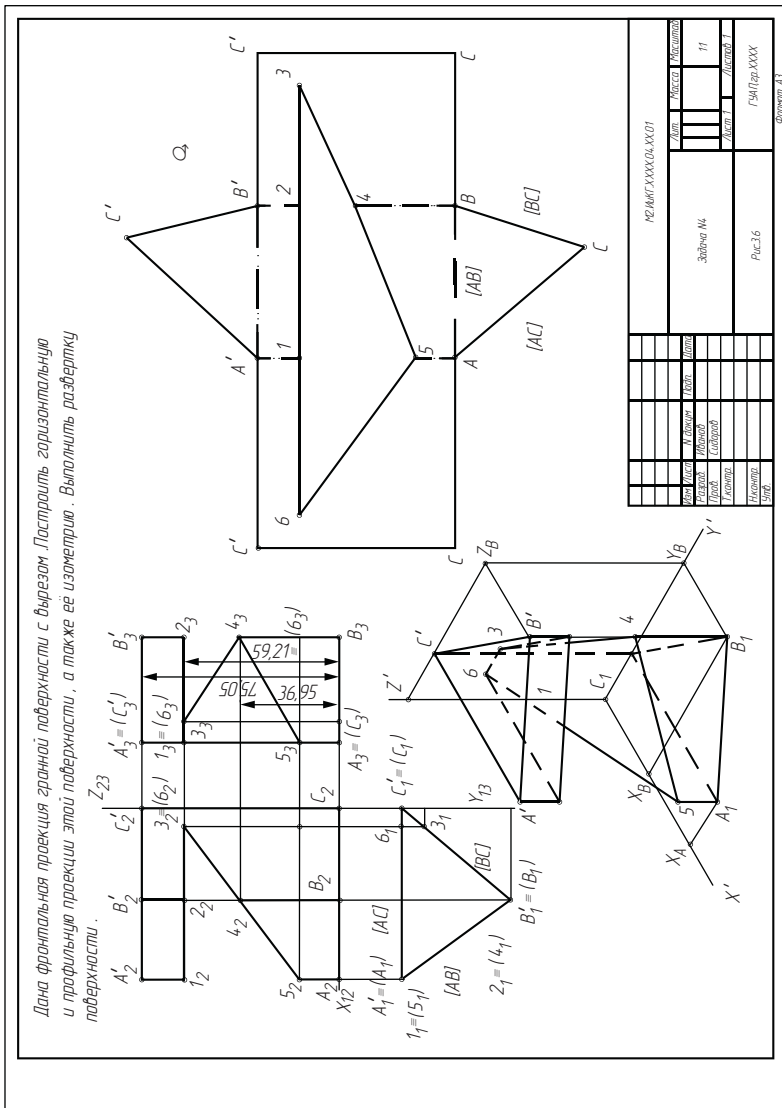


Рис. 3.6

МЕ/ИМ/XXXXXX/XX/01										
Дата	Имя	Уровень	Место	Материал	Масштаб	Масштаб	Масштаб	Масштаб	Масштаб	Масштаб
Задача №						11				
Исполнитель						Зав. кафедрой				
Проверено						Метод. кабинет				
Исполнено						Метод. кабинет				
Выполнено						Метод. кабинет				
Дата						Год/Пар/XXXX				
Лист						Рис.3.6				
Всего						Листов 1				

вив ее на горизонтальную проекцию основания, сравните полученные изображения спереди и слева с полученными изображениями на фронтальной и профильной плоскостях проекций. Определите, как нужно смотреть на поверхность, чтобы изображение совпало с изометрическим изображением поверхности на чертеже.

3.2. Поверхности вращения (конус, цилиндр, сфера)

3.2.1. Построение проекций точек на поверхности вращения

Построение проекций точек 1 и $1'$ на поверхностях вращения, заданных их фронтальными проекциями $1_2 \equiv (1'_2)$, выполняют при помощи параллелей, которые получаются при пересечении поверхности горизонтальной плоскостью уровня Σ . Линией пересечения поверхности такой плоскостью (рис. 3.7, а, б, в) является окружность радиуса R^Σ , проецирующаяся на горизонтальную плоскость Π_1 без искажения, поэтому горизонтальные проекции точек 1_1 и $1'_1$ находятся по линии связи. Для нахождения профильных проекций точек 1_3 и $1'_3$ достаточно измерить на горизонтальной проекции расстояние от оси вращения до проекций точек 1_1 и $1'_1$ и отложить его на профильной проекции.

Аналогично находятся горизонтальные проекции точек 3 и $3'$, расположенных на профильных очерковых образующих поверхностей. Профильные проекции 3 и $3'$ строятся с помощью линий связи.

Проекция точек 2 и 4 , расположенных на фронтальных очерковых образующих конуса и цилиндра, строятся с помощью линий связи, а профильные проекции точек 4_3 и 5_3 , находят откладывая от оси вращения расстояния, измеренные на горизонтальных проекциях (рис. 3.7, в).

3.2.2. Пересечение конуса проецирующей плоскостью (конические сечения)

При пересечении конуса проецирующими плоскостями (рис. 3.8) получаются все виды кривых второго порядка (конические сечения). Если секущая плоскость Σ_2 не параллельна ни одной из образующих конуса, т. е. пересекает все образующие, то в сечении получается эллипс, в частности, если секущая плоскость перпендикулярна оси конуса Σ'_2 , то получается окружность.

Если секущая плоскость лежит внутри области, ограниченной плоскостями T_2 и T'_2 , или параллельна образующей конуса, то в се-

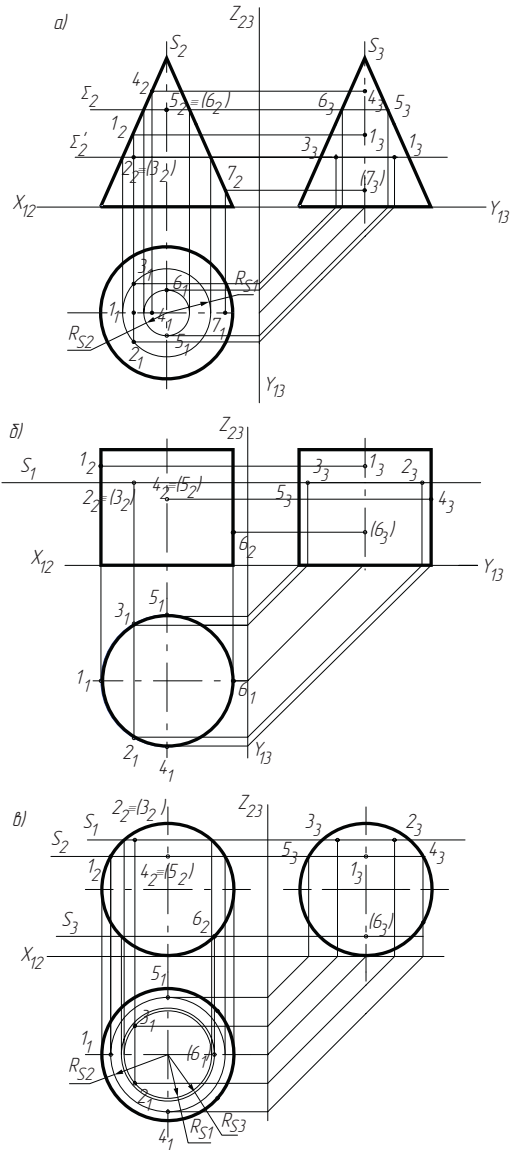


Рис. 3.7

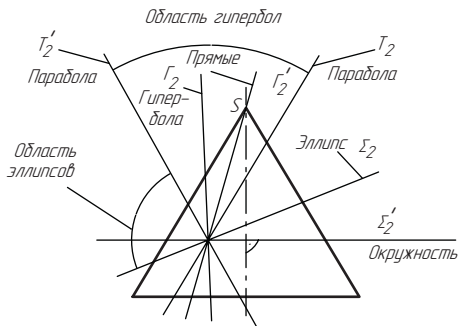


Рис. 3.8

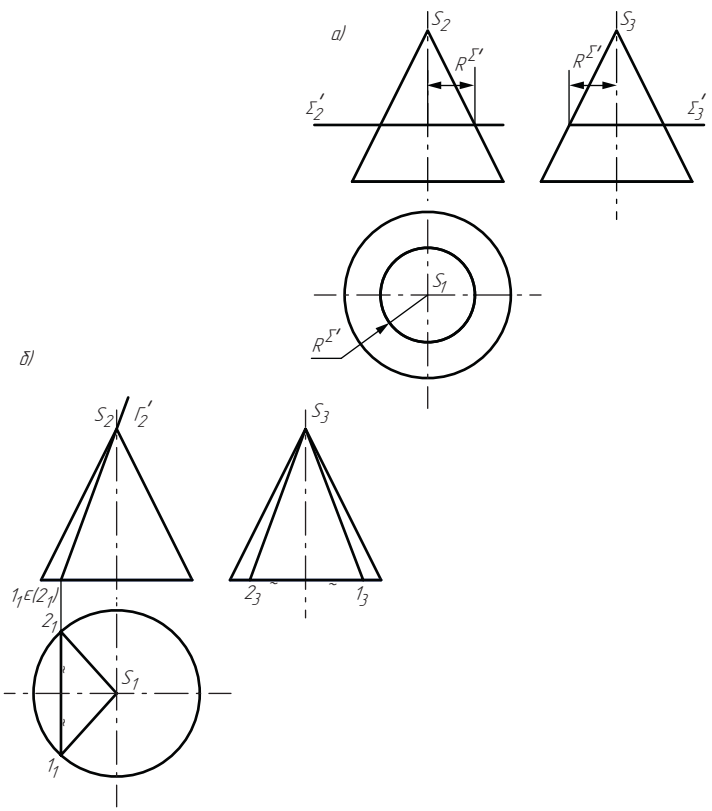


Рис. 3.9

чении получается парабола. Плоскости T_2 и T'_2 , параллельные очерковому образующим конуса, делят пространство на две области: область гипербол и область эллипсов. В частности, если плоскость Γ'_2 проходит через вершину конуса S_2 , то в сечении получается пара пересекающихся прямых.

В тех случаях, когда линия пересечения конуса плоскостью представляет собой окружность или пару прямых, построения проводятся по их основным элементам (рис. 3.9 а, б).

Лекальные кривые – гиперболы, параболы, эллипсы, строят по точкам (рис. 3.10). В начале определяют положения вершин и замыкающих хорд для парабол и гипербол (рис. 3.10, а, б), или больших и малых осей для эллипсов (рис. 3.10, в). Затем строят точки, рас промежуточных точек, определяемые точностью построения.

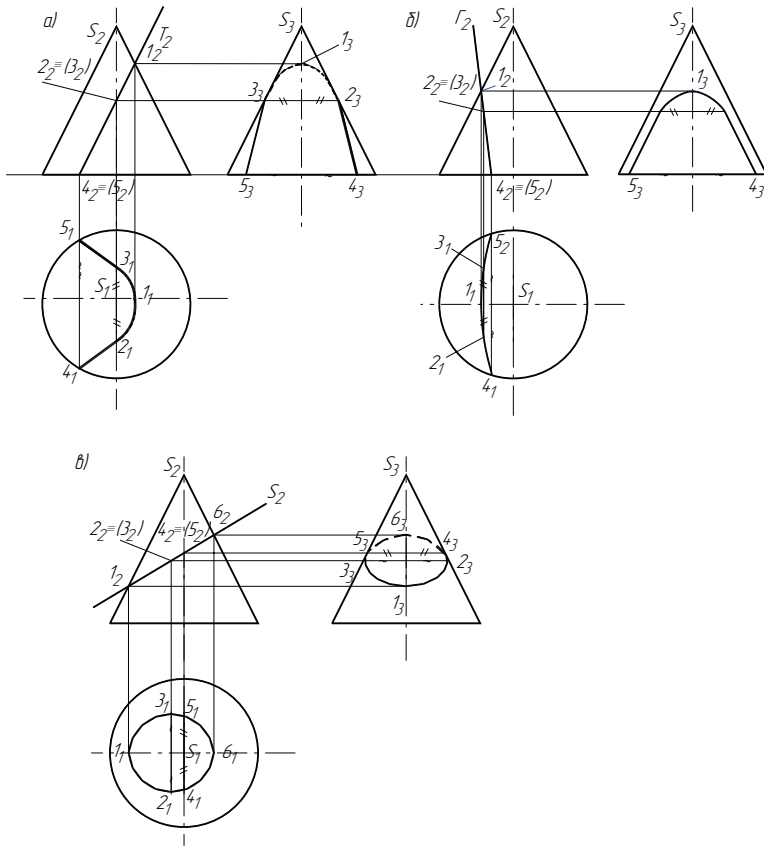


Рис. 3.10

3.2.3. Пересечение цилиндра проецирующей плоскостью

Вид сечения кругового цилиндра плоскостью зависит от ее положения относительно оси цилиндра. Если секущая плоскость Δ_2 перпендикулярна (рис. 3.11, а) или T_2 параллельна (рис. 3.11, б) оси цилиндра, то в сечении получается окружность или пара параллельных прямых. Во всех остальных случаях, когда плоскость Σ_2 наклонена к оси цилиндра (рис. 3.11, в), линией пересечения является эллипс (или его часть). Величина большой оси эллипса A_2B_2 зависит от угла наклона секущей плоскости к оси цилиндра, малая ось C_3D_3 равна его диаметру.

3.2.4. Пересечение сферы проецирующей плоскостью

Линией пересечения сферы плоскостью всегда является окружность, проекция которой, в зависимости от положения секущей плоскости, может быть прямой линией, окружностью или эллипсом.

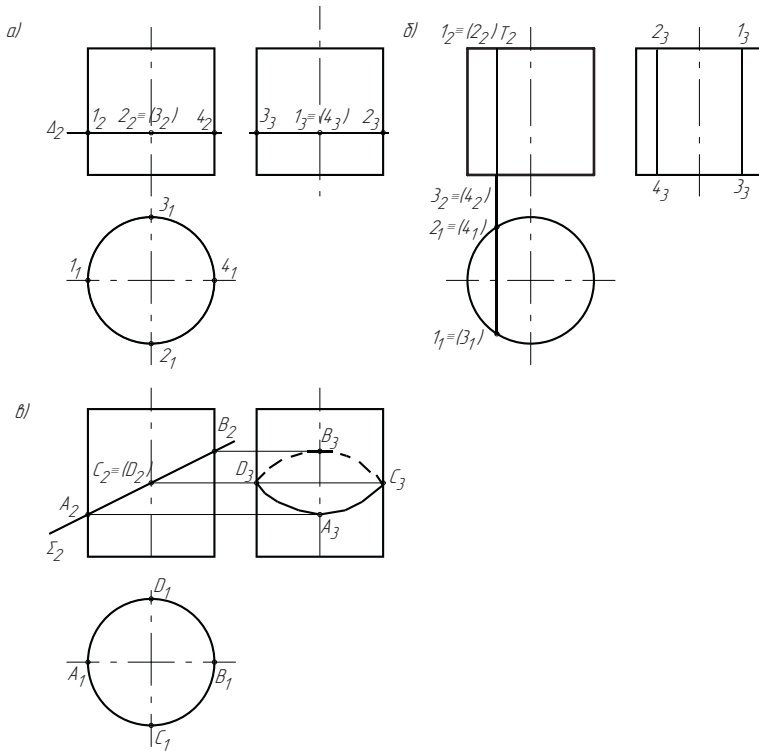


Рис. 3.11

Если секущая плоскость Σ_2 является фронтально проецирующей (рис. 3.12), то фронтальная проекция окружности представлена отрезком A_2B_2 , а горизонтальная и профильная проекции – эллипсами.

Фронтальная проекция центра сечения O'_2 находится на середине отрезка A_2B_2 , который является диаметром окружности сечения $d=A_2B_2$. Эллипсы, являющиеся горизонтальной и профильной проекциями окружности диаметра d , определяются своими осями A_1B_1 , C_1D_1 и A_3B_3 , C_3D_3 , причем оси $C_1D_1=C_3D_3=d$. По имеющимся осям эллипс можно построить любым из известных способов, однако для уточнения чертежа необходимо дополнить построение точками E , F на экваторе и K , L на профильном меридиане сферы, являющимися точками смены видимости.

В том случае, когда секущая плоскость Δ_2 является плоскостью уровня, т.е. параллельна какой-либо плоскости проекций Π , то на эту плоскость окружность радиуса R^Δ проецируется без искажения, а на две другие плоскости проекций – в виде прямых линий.

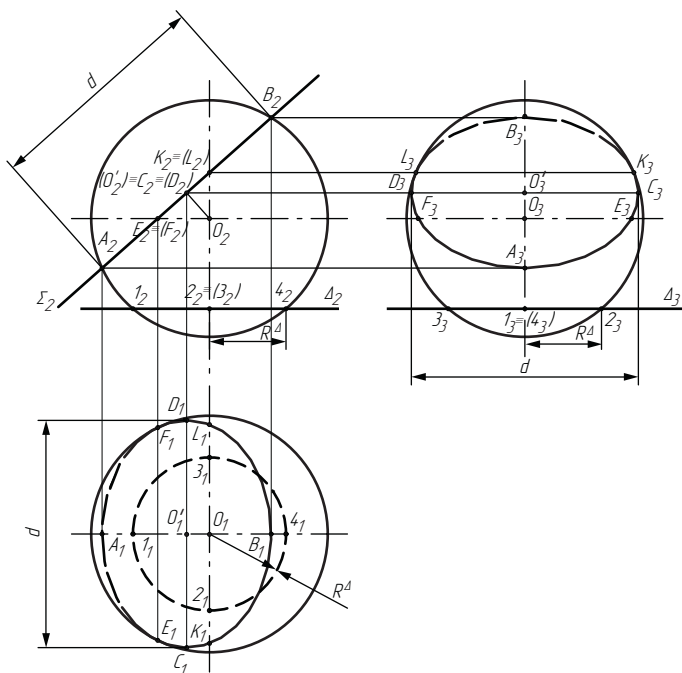


Рис. 3.12

Решение задачи № 5 (рис. 3.13 – 3.15)

Даны фронтальные проекции поверхностей вращения (конуса, цилиндра, сферы) с вырезом. Построить горизонтальные и профильные проекции этих поверхностей. (Диаметры окружностей и высоту конуса и цилиндра принять равными 60 мм.)

Задача выполняется на трех листах формата А4, причем на первом листе основная надпись выполняется по Форме 1 (рис. 2.16), а на остальных по Форме 2а (рис. 2.17).

Пример № 1

По фронтальной проекции конуса с вырезом построить горизонтальную и профильную проекции (рис. 3.13).

В данном примере вырез образован плоскостью Θ_2 , пересекающей конус по окружности радиуса R^Θ , и плоскостью Σ_2 , пересекающей конус по эллипсу. Большая ось эллипса определяется отрезком $1_2 7_2$, а малая отрезком $6_1 6'_1$ (равная отрезку $6_3 6'_3$). Для правильного

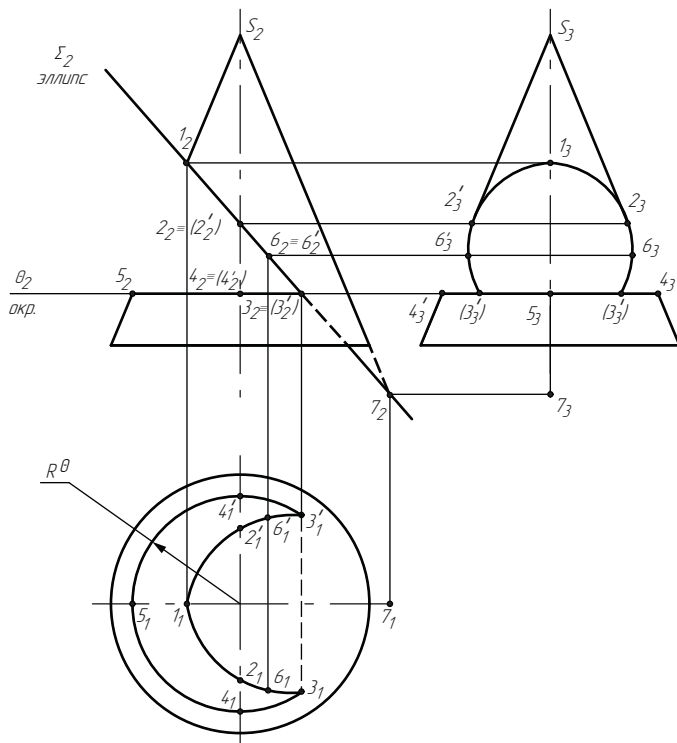


Рис. 3.13

построения проекций линий выреза необходимо обозначить все точки, находящиеся на одинаковых образующих конуса ($1_1, 2_1, 6_1, 3_1, 4_1, 5_1, 4'_1, 3'_1, 6'_1, 2'_1$) и точки $3_1, 3'_1$, в которых соединяются окружность и эллипс, и найти их горизонтальные и профильные проекции.

Для построения линии пересечения на Π_1 соединяем горизонтальные проекции точек, принадлежащих плоскости Θ по дуге окружности радиуса R^Θ , а плоскости Σ – по эллипсу.

Для построения профильной проекции вычерчиваем тонкими линиями конус без выреза, а затем переходим к построению точек, принадлежащих вырезу. Найденные профильные проекции точек соединяем в той же последовательности, как на остальных проекциях, с учетом видимости.

Пример № 2

По фронтальной проекции прямого кругового цилиндра с вырезом построить горизонтальную и профильную проекции (рис. 3.14).

В данном примере цилиндр пересечен двумя фронтально – проектирующими плоскостями Σ и T . Плоскость Σ пересекает цилиндр по эллипсу, фронтальная проекция которого совпадает со следом плоскости Σ_2 , а горизонтальная – с горизонтальной проекцией цилиндра (с его очерком). Большая ось эллипса определяется отрез-

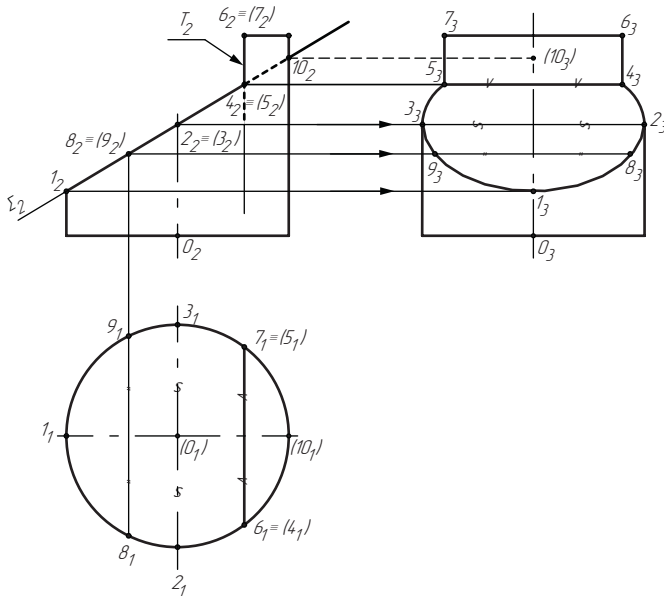


Рис. 3.14

ком $1_2 10_2$, а малая $2_1 3_1$ (равная $2_3 3_3$ и диаметру цилиндра). Построение промежуточных точек эллипса $8_3, 9_3$ ясно из чертежа.

Плоскость T пересекает верхнее основание цилиндра по прямой $6_3 7_3$, которая перпендикулярна к плоскости Π_2 и проецируется на нее в точки $6_2 \equiv (7_2)$, которые на горизонтальной проекции находятся на очерке цилиндра.

Плоскости Σ и T пересекаются по прямой, перпендикулярной к плоскости Π_2 и проецируются на Π_2 в точки $4_2 \equiv (5_2)$, а на Π_1 в прямую перпендикулярную оси X_{12} . Следовательно, сечение цилиндра плоскостью T представляет прямоугольник, проходящий через точки $4_3, 6_3, 7_3, 5_3$.

Для построения профильной проекции вычерчиваем тонкими линиями цилиндр без срезов, а затем переходим к построению точек, принадлежащих срезам.

Найденные профильные проекции точек соединяем в такой же последовательности, как и на остальных проекциях, учитывая при этом их видимость.

Пример № 3

По фронтальной проекции сферы с вырезом построить горизонтальную и профильную проекции (рис. 3.15).

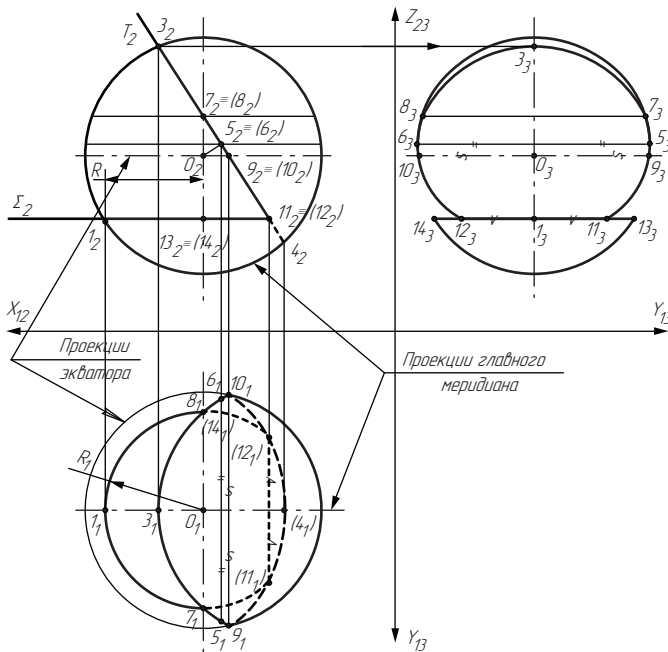


Рис. 3.15

В данном примере сфера пересечена двумя фронтально-проецирующими плоскостями Σ и T , которые пересекают ее по окружностям.

Окружность радиуса R , по которой пересекается сфера плоскостью Σ на фронтальной проекции, совпадает со следом Σ_2 , а на Π_1 проецируется без искажения.

Плоскости Σ и T пересекаются по прямой, которая на фронтальной проекции проецируется в точку $11_2 \equiv (12_2)$, а на горизонтальной – в отрезок, проходящий через точки $11_1, 12_1$.

Плоскость T пересекает сферу по окружности, фронтальная проекция которой совпадает со следом T_2 , а горизонтальная и профильная проекции представляют собой эллипсы. Фронтальная проекция малой оси эллипса проходит через точки $3_2 \equiv 4_2$, горизонтальные проекции которых находим на горизонтальной проекции главного фронтального меридиана.

Фронтальная проекция большой оси эллипса, делящая малую ось пополам, определяется на Π_2 точками $5_2 \equiv (6_2)$, горизонтальные проекции которых находятся при помощи параллели, проведенной через эти точки.

В точках 9_1 и 10_1 , лежащих на экваторе, видимая часть эллипса на горизонтальной проекции переходит в невидимую.

Для построения линии пересечения на Π_1 соединяем горизонтальные проекции найденных точек, принадлежащих плоскости Σ по дуге окружности радиуса R , а плоскости T – по эллипсу с учетом зависимости.

Для построения профильной проекции вычерчиваем тонкими линиями сферу без срезов, а затем переходим к построению точек, принадлежащих срезам. Найденные профильные проекции точек соединяем в такой же последовательности, как на остальных проекциях с учетом видимости.

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ № 6

4.1. Пересечение поверхностей

Результатом взаимного пересечения двух поверхностей является пространственная линия, состоящая из одной или нескольких частей. Строят такую линию по отдельным точкам: опорным (вышняя и низшая, крайняя левая и правая, точки изменения видимости) и промежуточным.

В частном случае, если одной из пересекающихся поверхностей является призма или цилиндр, занимающие проецирующее положение, решение этой задачи значительно упрощается, так как на комплексном чертеже уже имеется одна проекция линии пересечения, совпадающая с очерком проецирующей поверхности, наложенным на проекцию другой поверхности. Вторая проекция линии пересечения строится по правилам построения точек на поверхности и их соединения в определенной последовательности с учётом видимости.

Следует отметить, что характер линии пересечения поверхностей определяется как видом поверхностей, так и их взаимным расположением.

При пересечении двух гранных поверхностей линия пересечения – пространственная ломаная линия. При пересечении гранной поверхности с поверхностью вращения линия пересечения представляет собой пространственную кривую, состоящую из отрезков плоских кривых второго порядка (эллипсов, парабол и т. д.). И, наконец, при пересечении двух поверхностей вращения линия пересечения – пространственная кривая четвертого порядка.

В зависимости от взаимного расположения пересекающихся поверхностей различают случаи:

- если неполное врезание одной поверхности в другую, то линия пересечения – одна замкнутая пространственная линия;
- если полное врезание (пронизание) одной поверхности в другую, то линия пересечения распадается на две замкнутые части – линию входа и линию выхода;
- если врезание с касанием одной поверхности по отношению к другой, то линия пересечения будет состоять из нескольких частей, имеющих общие точки.

4.1.1. Пересечение гранных поверхностей

Порядок построения линии пересечения гранных поверхностей рассмотрим на примере пересечения трехгранной призмы *ABC*

и четырехгранной горизонтально проецирующей призмы $DEFL$ (рис. 4.1).

Из анализа комплексного чертежа пересекающихся её поверхностей следует, что имеет место случай полного пересечения (трёхгранная призма полностью пересекает четырёхгранную), следовательно линия пересечения распадается на две замкнутые пространственные ломаные линии.

Для построения линии пересечения необходимо найти точки пересечения всех рёбер трехгранной призмы ABC с гранями четырёхгранной $DEFL$, а также точки пересечения рёбер DD' и FF' четырёхгранной призмы с гранями трехгранной призмы.

Четырёхгранная призма $DEFL$ является горизонтально проецирующей, следовательно, на горизонтальной плоскости мы имеем проекцию линии пересечения там, где очерк $D_1E_1F_1L_1$ наложен на проекцию трехгранной призмы.

Для построения фронтальной проекции линии пересечения отмечаем горизонтальные проекции точек пересечения ребра AA' (точ-

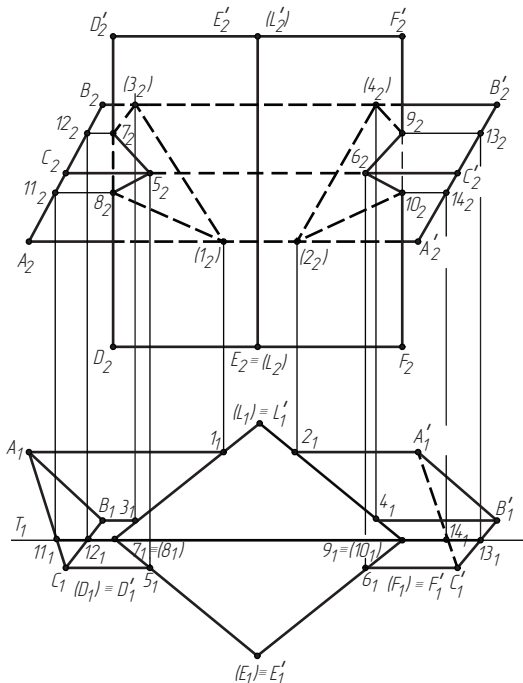


Рис. 4.1

ки $1_1, 2_1$), ребра BB' (точки $3_1, 4_1$), ребра CC' (точки $5_1, 6_1$) с поверхностью призмы $DEFL$. Точки пересечения ребра DD' (точки $7_1, 8_1$) с гранями призмы ABC на фронтальной проекции определяется с помощью вспомогательных точек $11_1, 12_1$. Точки пересечения ребра FF' (точки $9_1, 10_1$) с гранями призмы ABC на фронтальной проекции определяются с помощью вспомогательных точек $13_1, 14_1$.

Фронтальные проекции точек $1_2, 2_2, \dots, 6_2$ находим с помощью линий связи на соответствующие проекции ребер $A_2A'_2, B_2B'_2, C_2C'_2$. Для нахождения фронтальных проекций точек $7_2, 8_2$ и $9_2, 10_2$ пересечения ребер DD' и FF' с трехгранной призмой проведем через них вспомогательную плоскость $T_1 \perp \Pi_1$, которая пересечет трехгранную призму по контуру $11_1-12_1-13_1-14_1$. Фронтальные проекции точек $7_2, 8_2, 9_2, 10_2$ находятся там, где проекции сторон $1_2 2_1 3_2$ и $11_2 14_2$ пересекают проекции ребер $D_2 D'_2$ и $F_2 F'_2$.

Линия пересечения гранных поверхностей определяется только точками пересечения ребер с поверхностями, поэтому не требуется определять промежуточные и опорные точки.

Последовательность соединения точек определяется порядком их расположения с учетом видимости на вырожденной проекции четырехгранной призмы $1_1, 3_1, 7_1, 5_1, (8_1), 1_1$ и $2_1, 4_1, 9_1, 6_1, (10_1), 2_1$, поэтому на фронтальной проекции соединяем точки в той же последовательности.

4.1.2. Пересечение гранной поверхности с поверхностью вращения

Построим линию пересечения призмы ABC и конуса (рис. 4.2).

Одна из пересекающихся поверхностей (трехгранная призма ABC) занимает фронтально-проецирующее положение, поэтому проекция линии пересечения совпадает с фронтальной проекцией призмы. Пересечение является полным, и линия пересечения распадается на две линии (входа и выхода), каждая из которых замкнута, представляет собой пространственную линию, состоящую из отрезков плоских кривых, получающихся в пересечении поверхности конуса с боковыми гранями призмы. Отрезки плоских кривых соединяются в точках пересечения ребер призмы с поверхностью конуса. Следовательно, построение линии пересечения сводится к построению линий пересечения конуса плоскостями, в которых лежат боковые грани призмы.

На плоскости Π_2 отмечаем точки $1_2, 2_2, 3_2$, в которых ребра призмы пересекают конус.

Грань призмы $AA'B'B$ лежит в плоскости Θ , проходящей через вершину конуса, и пересекает конус по отрезкам прямых $S_1 D_1$ и

конуса гранью $B_1B'_1C'_1C_1$ является частью эллипса, ограниченного точками $2_1, 5_1$ и $2'_1, 5'_1$. Для построения горизонтальной проекции частей эллипса возьмем промежуточные точки $3_2 \equiv (3'_2)$ и $4_2 \equiv (4'_2)$ горизонтальные проекции $3_1, 3'_1$ и $4_1, 4'_1$, которых находятся с помощью вспомогательных секущих плоскостей T_2 и T'_2 , пересекающих конус по окружностям радиусов R_T и $R_{T'}$.

Соединяем горизонтальные проекции точек линии пересечения в порядке их следования на фронтальной проекции с учетом того, что часть окружности, ограниченная точками $1_1, 5_1$ лежит на невидимой грани $A_1A'_1C'_1C_1$ призмы и является также невидимой.

4.1.3. Построение линии пересечения поверхностей вращения с использованием плоскостей-посредников

Построим линию пересечения двух поверхностей вращения: конуса и сферы (рис. 4.3).

Пересечение поверхностей неполное, линия пересечения – замкнутая симметричная пространственная кривая четвертого порядка. Для построения опорных и вспомогательных точек целесо-

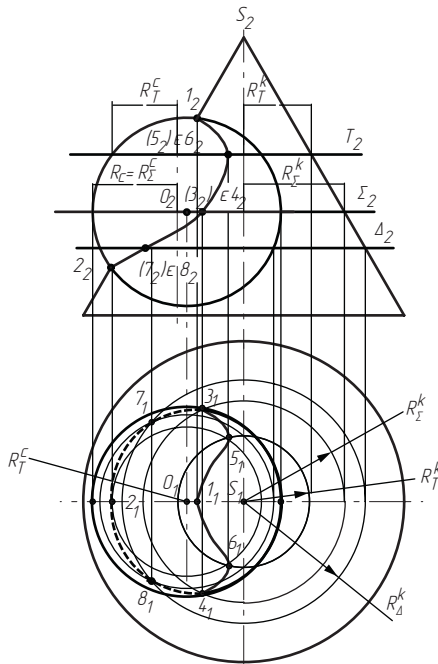


Рис. 4.3

образно воспользоваться в качестве плоскостей-посредников горизонтальными плоскостями уровня, которые дадут при пересечении с поверхностями конуса и сферы графически простые линии – окружности, проецирующиеся на плоскость Π_1 без искажения.

Обе поверхности имеют общую плоскость симметрии, проходящую через ось вращения конуса и центр сферы, которая параллельна плоскости Π_2 , следовательно, точки 1_2 и 2_2 пересечения фронтальных очерковых образующих поверхностей являются высшей и низшей точками линии пересечения.

Для построения точек 3_1 и 4_1 , лежащих на экваторе сферы и являющихся точками переходной видимости на Π_1 используем вспомогательную горизонтальную плоскость Σ_2 , проходящую через экватор сферы. Плоскость Σ_2 пересекает сферу по экватору радиусом R_Σ^c , а конус – по окружности радиуса R_Σ^k , пересечение горизонтальных проекций которых дает проекции точек 3_1 и 4_1 . Фронтальные проекции точек 3_2 и 4_2 находятся на фронтальной проекции экватора сферы.

Любая промежуточная точка строится аналогично. Например, для построения точек 5_1 и 6_1 проводим вспомогательную плоскость T_2 , которая рассечёт сферу по окружности радиуса R_T^c , а конус – по окружности радиуса R_T^k . Пересечение горизонтальных проекций этих окружностей даёт горизонтальные проекции точек 5_1 и 6_1 , а их фронтальные проекции находятся на проекции плоскости T_2 . Аналогичным образом находятся точки 7_1 и 8_1 , используя вспомогательную плоскость Δ_2 .

Соединяем последовательно фронтальные проекции точек от верхней точки 1_2 до нижней 2_2 плавной кривой. В той же последовательности соединяем горизонтальные проекции точек. Учтём, что точки 3_1 и 4_1 , являются точками смены видимости.

4.1.4. Построение линии пересечения поверхностей вращения, описанных около сферы (Теорема Монжа)

Если нормали, проведенные к очерковым образующим двух пересекающихся поверхностей вращения, равны, то сфера радиуса $R=H_k=H_c$ будет касаться обеих поверхностей (рис. 4.4). В этом случае линия пересечения распадается на две плоские кривые, имеющие точки двойного прикосновения. Это положение известно как «теорема Монжа».

Построим линию пересечения конической и цилиндрической поверхностей, описанных около общей сферы, радиус которой ра-

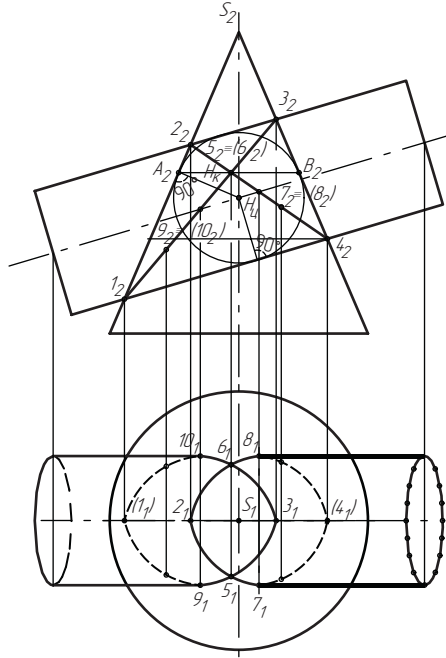


Рис. 4.4

вен нормалям, опущенным из точки O_2 на образующие поверхностей конуса и цилиндра $R=H_K=H_{Ц}$.

На основании теоремы Монжа линия пересечения в данном случае распадается на две плоские кривые (эллипсы), проецирующиеся в виде прямых 1_23_2 и 2_24_2 на Π_2 и проходящие через прямую, соединяющую точки двойного прикосновения 5_26_2 .

Точки 1_2 , 3_2 и 2_2 , 4_2 , определяющие соответственно большие оси эллипсов, находятся без дополнительных построений в местах пересечения очерковых образующих.

Опорные точки $7_2 \equiv (8_2)$ и $9_2 \equiv (10_2)$, определяющие малые оси эллипсов, расположены на экваторе цилиндра, их горизонтальные проекции, которые найдены с помощью линий связи, являются точками смены видимости.

Для построения горизонтальных проекций опорных точек 5_1 и 6_1 (точек двойного касания) используется параллель конуса A_2B_2 , проходящая через фронтальные проекции этих точек. Аналогично с помощью параллелей определяются проекции всех промежуточных точек.

Одноименные проекции всех построенных точек соединяем с учетом видимости в порядке принадлежности их соответствующим эллипсам.

Решение задачи № 6 (рис. 4.5)

В качестве примера рассмотрим построение проекций линии пересечения двух гранных поверхностей: трёхгранной пирамиды $SABC$ и трёхгранной призмы $DEFD'E'F'$ (рис. 4.5).

Анализируя комплексный чертёж пересекающихся поверхностей видим, что линия пересечения – это пространственная замкнутая ломаная линия, фронтальной проекцией которой будет часть треугольника $\Delta D_2E_2F_2$, наложенная на проекцию пирамиды $S_2A_2B_2C_2$, так как призма является фронтально проецирующей.

Вершинами ломаной линии являются точки: $1_2, 5_2$ пересечения ребра S_2C_2 с призмой, $2_2, 4_2$ пересечения ребра S_2B_2 с призмой и точки $3_2, 6_2$ пересечения ребра $D_2D'_2$ призмы с пирамидой.

Отметив с учётом видимости фронтальные проекции точек $1_2, 2_2, 3_2, 4_2, 5_2$ и 6_2 , находим их горизонтальные проекции $1_1, 2_1, 3_1, 4_1, 5_1$ и 6_1 .

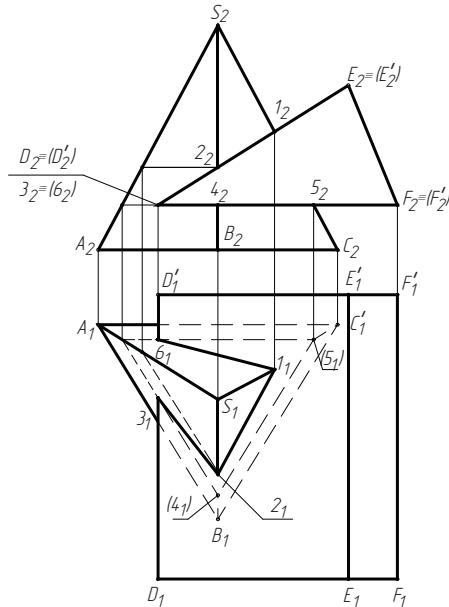


Рис. 4.5

Последовательность соединения горизонтальных проекций точек определяется порядком их расположения с учётом видимости на вырожденной проекции трёхгранной призмы.

После построения горизонтальной проекции линии пересечения определяем видимость линии и элементов пересекающихся поверхностей. Невидимые линии проводятся тонкой штриховой линией.

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ № 7

5.1. Алгоритм определения точек пересечения прямой с поверхностью

Определение точек M , N пересечения прямой l с поверхностью Φ проводят по следующему алгоритму.

Через данную прямую l проводят такую плоскость-посредник Σ , чтобы линия пересечения поверхности этой плоскостью – посредником была графически простой (многоугольником или окружностью).

Поверхность Φ	Плоскость-посредник Σ	Линия пересечения $LIN = \Phi \cap \Sigma$
Гранная (пирамида, призма)	Любая проецирующая плоскость $\Sigma(l) \perp \Pi_1$	Многоугольник
Конус	Проходит через вершину конуса $S\Sigma(l, S)$	Треугольник
Наклонный цилиндр	Проходит параллельно оси цилиндра $\Sigma(l \cap k)$; $k \parallel$ оси цилиндра	Параллелограмм
Сфера	Любая проецирующая плоскость $\Sigma(l) \perp \Pi_1$	Окружность

5.2. Пересечение прямой с гранной поверхностью

Используем приведённый выше алгоритм для определения точек пересечения прямой общего положения l с поверхностью Φ пирамиды $SABC$ (рис. 5.1):

– проводим через прямую фронтально-проецирующую плоскость $\Sigma_2 \equiv l_2$;

– находим фронтальные проекции точек пересечения ребер пирамиды, проецирующей плоскостью $1_2, 2_2, 3_2$, и строим горизонтальные проекции этих точек $1_1, 2_1, 3_1$. Они образуют замкнутую ломаную линию, которая на горизонтальной проекции имеет вид треугольника $\Delta 1_1 2_1 3_1$, лежащего в плоскости Σ_1 , со сторонами $1_1 2_1, 2_1 3_1$ и $1_1 3_1$. Эти отрезки одновременно принадлежат боковым граням пирамиды $S_1 A_1 B_1, S_1 A_1 C_1$ и $S_1 B_1 C_1$ соответственно, т.е. поверхности Φ пирамиды $SABC$;

– прямая l_1 принадлежит плоскости Σ_1 , поэтому точками ее пересечения с поверхностью Φ пирамиды $SABC$ являются точки M_1 и N_1 , точки пересечения прямой l_1 и отрезков $1_1 3_1$ (грань $S_1 A_1 C_1$) и $2_1 3_1$ (грань $S_1 B_1 C_1$). Определяем горизонтальные проекции точек

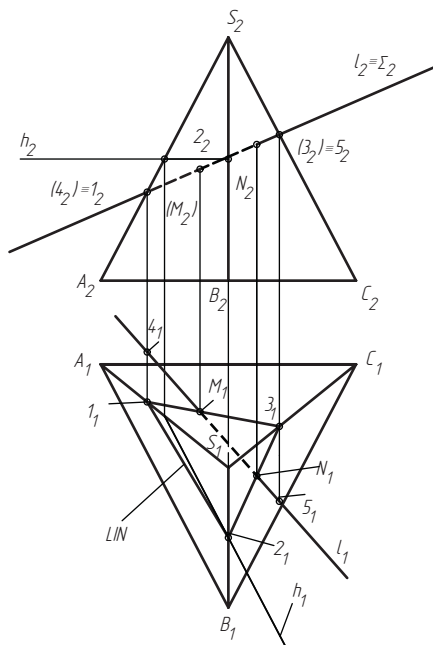


Рис. 5.1

$$M_1N_1 = l_1 \cap \text{LIN}(\Delta 1_1 2_1 3_1)$$

и строим их фронтальные проекции.

Видимость прямой l на фронтальной плоскости определяется по конкурирующим точкам $1_2 \equiv (4_2)$ и $(3_2) \equiv 5_2$, принадлежащим прямой l_2 и рёбрам пирамиды S_2A_2 и S_2C_2 .

5.3. Пересечение прямой с конусом

Чтобы задать плоскость-посредник Σ проведём через вершину конуса S вспомогательную прямую k , пересекающуюся с заданной прямой l в точке A (рис. 5.2, а), т. е. плоскость $\Sigma(l \cap k)$ задаётся двумя пересекающимися прямыми. Прямые l и k пересекаются с горизонтальной плоскостью проекций Π_1 в точках E_1 и F_1 соответственно, которые позволяют построить линию E_1F_1 пересечения плоскости Σ_1 и плоскости Π_1 (след плоскости Σ_1).

Решение задачи на комплексном чертеже (рис. 5.2, б) полностью соответствует пространственному решению, приведённому на рис. 5.2, а.

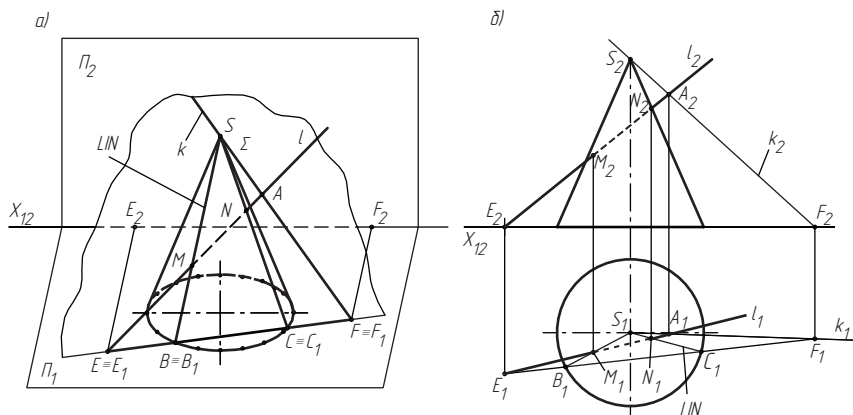


Рис. 5.2

1. Продлим прямую l_2 до пересечения с осью X_{12} . Через произвольно взятую на прямой l_2 точку A_2 и вершину конуса S_2 проводим прямую k_2 до пересечения с осью X_{12} .

2. Пересечение фронтальных проекций прямых l_2 и k_2 с осью X_{12} дает фронтальные проекции точек E_2 и F_2 , горизонтальные проекции которых E_1, F_1 находим с помощью линий связи.

Прямая E_1F_1 (след плоскости Σ_1) пересекает проекцию основания конуса в точках B_1 и C_1 . Треугольник $\Delta S_1B_1C_1$ является горизонтальной проекцией вспомогательной плоскости $\Sigma(l \cap k)$, в которой лежит прямая l_1 , а стороны этого треугольника S_1B_1 и S_1C_1 принадлежат поверхности конуса Φ

$$\text{LIN}(\Delta SBC) = \Phi \cap \Sigma(l \cap k).$$

3. Пересечение горизонтальной проекции прямой l_1 с треугольником $S_1B_1C_1$ дает горизонтальные проекции искомых точек M_1, N_1

$$M_1N_1 = l_1 \cap \text{LIN}(\Delta S_1B_1C_1).$$

Фронтальные проекции точек M_2, N_2 находятся с помощью линий связи.

5.4. Пересечение прямой с наклонным цилиндром

Чтобы задать плоскость-посредник Σ , проведем параллельно оси цилиндра через произвольно взятую на заданной прямой l точку A прямую k в этом случае плоскость $\Sigma(l \cap k)$ параллельна оси цилиндра

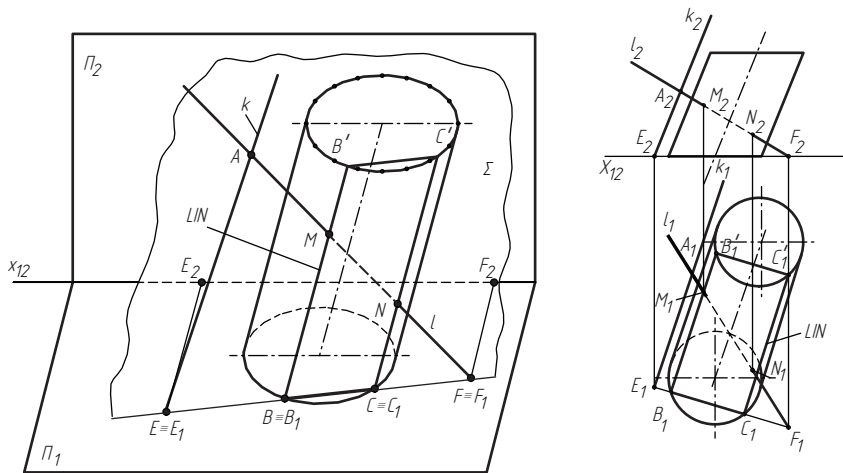


Рис. 5.3

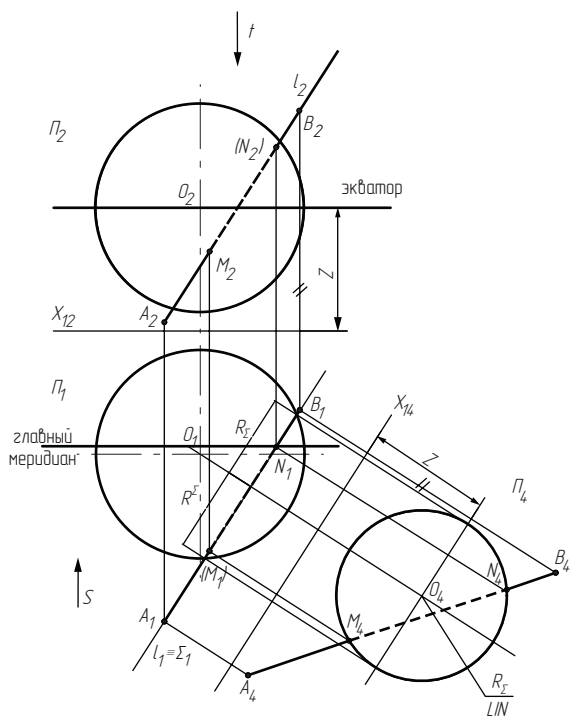


Рис. 5.4

дра и пересечет цилиндр по параллелограмму $BB'C'C$ (рис. 5.3, а). Линия пересечения плоскости-посредника $\Sigma(l \cap k)$ и горизонтальной плоскости проекций Π_1 (след плоскости) строится по точкам E_1 и F_1 пересечения прямых l_1 и k_1 плоскостью Π_1 , а линия пересечения цилиндра плоскостью Σ – по точкам B_1 и C_1 , в которых след плоскости Σ_1 пересекает основание цилиндра. Пересечение прямой l_1 с параллелограммом $BB'C'C$ даёт искомые точки M_1 соответствует пространственному рисунку, приведённому на рис. 5.3, а.

5.5. Пересечение прямой со сферой

Для определения точек M и N пересечения прямой l с поверхностью сферы Φ (рис. 5.4) проведём через заданную прямую l , горизонтально проецирующую плоскость-посредник $\Sigma_1 \perp \Pi_1$, проекция которой совпадает с проекцией прямой $\Sigma_1 \equiv l_1$. Плоскость-посредник Σ пересекает сферу по окружности радиуса R^Σ .

Проведём преобразование комплексного чертежа заменой плоскости Π_2 на новую плоскость $\Pi_4 \parallel \Sigma$. Тогда окружность радиуса R^Σ проецируется на Π_4 без искажения.

Отложим на проекции l_1 прямой l две произвольные точки A_1, B_1 , и спроецируем их на прямую l_2 (точки A_2, B_2). Ось X_{14} проведем параллельно прямой l_1 . На плоскость проекций Π_4 спроецируем центр сферы O_4 и точки A_4, B_4 , через которые проведем прямую l_4 . Построим из центра сферы O_4 окружность радиуса R^Σ . Эта окружность и прямая l_4 пересекаются в точках M_4, N_4 , которые являются точками пересечения прямой l с поверхностью сферы Φ . Для определения видимости точек M_1, N_1 производят обратное проецирование точек M_4, N_4 с плоскости Π_4 на плоскость Π_1 . Видимость точек M_2, N_2 определяется после проецирования точек M_1, N_1 с плоскости Π_1 на плоскость Π_2 . Точка (M_1) является невидимой на плоскости проекций Π_1 , т.к. проекция этой точки M_2 на плоскости проекций Π_2 находится ниже «экватора» сферы. Точка M_2 является видимой на плоскости проекций Π_2 , т.к. проекция этой точки M_1 на плоскости проекций Π_1 находится перед «главным меридианом» сферы. Аналогично определяется видимость точек N_1 и N_2 .

ОБРАЗЕЦ ОФОРМЛЕНИЯ ТИТУЛЬНОГО ЛИСТА

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения»

Кафедра прикладной математики

Работу принял
Доцент, к.т.н.

ГРАФИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

Отчет по курсу
«Инженерная и компьютерная графика»
М2.ИИКГ.200400.01.15.01

Работу выполнил (а)
Студент(ка) гр. _____

Ф.И.О.

Санкт-Петербург
2013 г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Общие методические указания	3
1.1. Предмет и задачи инженерной графики	3
1.2. Краткое содержание программы курса	3
1.3. Указания по оформлению работ.....	4
1.4. Условия задач № 1–7 и исходные данные для их решения	5
2. Методические указания к решению задач № 1, 2, 3.....	12
2.1. Определение натуральной величины отрезков и углов их наклона к плоскостям проекций (способ прямоугольного треугольника)	12
2.2. Прямые уровня в плоскости, проецирование прямого угла	15
2.2.1. Перпендикулярность прямой и плоскости	17
2.3. Решение позиционных и метрических задач методом замены плоскостей проекций	21
2.3.1. Преобразование прямой $l(l_1, l_2)$ общего положения в прямую уровня.....	22
2.3.2. Преобразование прямой уровня $l(l_1, l_2)$ в проецирующую прямую	23
2.3.3. Преобразование прямой общего положения в проецирующую прямую	23
2.3.4. Преобразование плоскости общего положения $\Sigma(\Delta ABC)$ в проецирующую плоскость	24
2.3.5. Преобразование проецирующей плоскости $\Sigma(\Delta ABC)$ в плоскость уровня.....	25
2.3.6. Преобразование плоскости общего положения $\Sigma(\Delta ABC)$ в плоскость уровня.....	25
3. Методические указания к решению задач № 4 и 5	30
3.1. Гранные поверхности (пирамида, призма).....	30
3.1.1. Построение третьей проекции поверхности по двум заданным и проекций точек	30
3.1.2. Построение пересечения гранной поверхности проецирующей плоскостью	31
3.1.3. Построение развертки гранной поверхности	32
3.1.4. Аксонометрические проекции	34
3.2. Поверхности вращения (конус, цилиндр, сфера)	39
3.2.1. Построение проекций точек на поверхности вращения	39
3.2.2. Пересечение конуса проецирующей плоскостью (конические сечения)	39
3.2.3. Пересечение цилиндра проецирующей плоскостью.....	43
3.2.4. Пересечение сферы проецирующей плоскостью.....	43
4. Методические указания к решению задачи № 6	49
4.1. Пересечение поверхностей	49
4.1.1. Пересечение гранных поверхностей.....	49
4.1.2. Пересечение гранной поверхности с поверхностью вращения	51

4.1.3. Построение линии пересечения поверхностей вращения с использованием плоскостей-посредников.....	53
4.1.4. Построение линии пересечения поверхностей вращения, описанных около сферы (теорема Монжа)	54
5. Методические указания к решению задачи № 7	58
5.1. Алгоритм определения точек пересечения прямой с поверхностью	58
5.2. Пересечение прямой с гранной поверхностью	58
5.3. Пересечение прямой с конусом	58
5.4. Пересечение прямой с наклонным цилиндром	60
5.5. Пересечение прямой со сферой	62
<i>Приложение. Образец оформления титульного листа</i>	<i>63</i>