

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА**  
**Федеральное Государственное Бюджетное Образовательное Учреждение Высшего**  
**Профессионального Образования**  
**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ»**  
**(МИИТ)**

Кафедра: «Электрификация  
и электроснабжение»

## **ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ**

Задание на контрольную работу №4 с методическими указаниями  
по дисциплине для студентов-специалистов 3 курса  
специальности: «Системы обеспечения движения поездов»  
специализации: «Электроснабжение железных дорог»

Москва, 2013 г.

## ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

В контрольной работе № 4 студенты решают три задачи:

1. Расчет электрического поля постоянного тока в проводящей среде;
- 2 и 3. Расчет электрической цепи с распределенными параметрами.

Контрольные задания имеют 100 вариантов. Варианты задач № 1, 2 и 3 отличаются друг от друга числовыми значениями заданных величин. Номер варианта в этих задачах определяется по двум последним цифрам шифра студента.

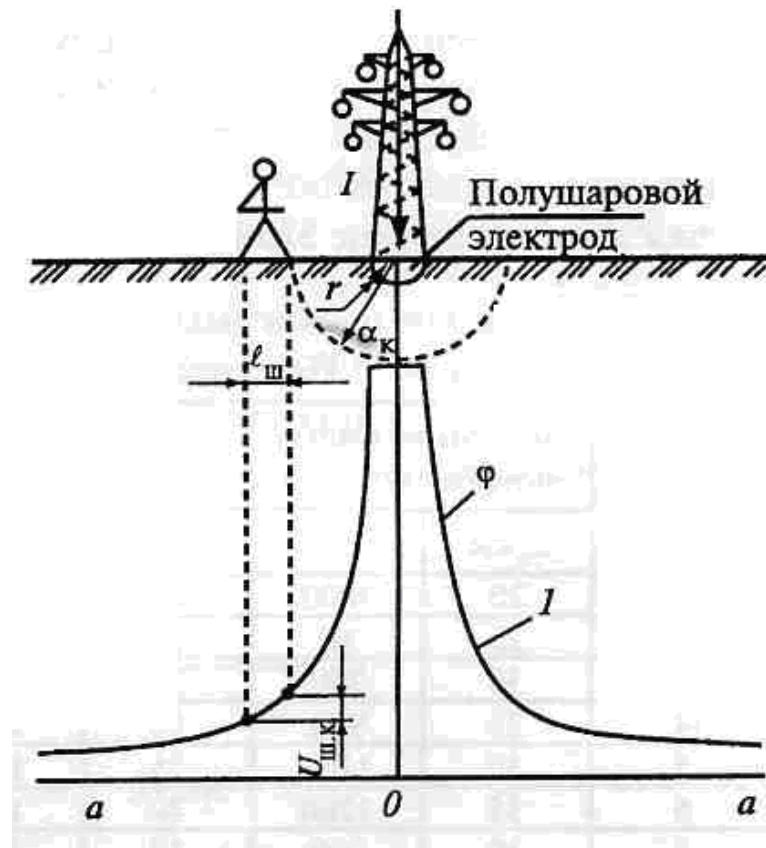
Требования к выполнению и оформлению контрольных работ изложены в рабочей программе курса «Теоретические основы электротехники». При расчете указанных задач студентам рекомендуется пользоваться интегрированным пакетом *MathCad*.

### ЗАДАЧА №1

#### РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА В ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ

Многие элементы электроустановок в соответствии с правилами устройства подлежат заземлению. Это значит, что они должны быть надежно соединены с землей с помощью заземляющих электродов, которые располагаются в земле и создают непосредственный контакт с ней. На рис.1 показан полушаровой электрод, радиус которого  $r = a$ . Этот электрод предназначен для заземления металлической опоры линии электропередачи постоянного тока. Он выполняет роль защитного заземления при коротких замыканиях и ударах молнии в провод или в опору. Ток короткого замыкания линии или ток молнии стекают через заземлитель в землю и растекаются по толще земли. В некоторых случаях земля выполняет роль обратного провода для линии электропередачи, выполненной по системе ДПЗ (два провода-земля). Удельная проводимость земли принята равной  $\gamma = 10^{-2}$  1/Ом·м.

На рис. 1 кроме схематического изображения заземляющего полушарового электрода показана кривая (1) зависимости потенциала  $\Phi$  на поверхности земли от расстояния  $a$  от центра заземляющего электрода. На рисунке изображен также человек, шагающий по направлению к центру электрода, и показан механизм возникновения шагового напряжения: разности потенциалов между двумя точками на поверхности земли, расстояния которых  $a_k$  от центра заземляющего электрода отличаются друг от друга на величину человеческого шага  $l_{ш}$ .



**Рис. 1. Схематическое изображение заземляющего полушарового электрода и кривой распределения потенциала**

В задаче требуется начертить схематическое изображение полушарового заземлителя и определить:

1. Плотность тока  $\delta$  на расстоянии  $a_1$  от центра полушарового электрода.
2. Напряженность поля  $E$  на поверхности полусферы радиуса  $a_1$ .
3. Значения потенциалов  $\varphi_k$  в точках на поверхности земли на расстояниях  $a_1, a_2, a_3, a_4$  от центра полушарового электрода.
4. Шаговое напряжение  $U_{шк}$  на тех же расстояниях  $a_1, a_2, a_3, a_4$  от центра полушарового электрода, принимая среднюю длину человеческого шага  $l_{ш}=0,8$  м. При этом считается, что воображаемый человек «шагает» (удаляется от центра, или приближается к центру электрода) по прямой, соединяющей точку его нахождения с центром заземляющего электрода.
5. Сопротивление  $R$  заземления полушарового электрода.
6. Радиус опасной зоны  $a_0$ , т.е. радиус круга на поверхности земли с центром полушарового электрода. Радиус опасной зоны определить из условия техники безопасности, принимая шаговое напряжение на границе этой зоны не превышающее 150 В.

По результатам расчета построить графики зависимости потенциала и шагового напряжения от расстояния  $a$ .

Численные значения величин, необходимых для решения задачи приведены в табл. 1. Номера вариантов выбираются: по последней цифре шифра студента номер варианта для значений  $a, I$ , а по предпоследней цифре – номер варианта значений  $a_1, a_2, a_3, a_4$ .

**Таблица 1 - Исходные данные**

Номера вариантов	Последняя цифра шифра студента		Предпоследняя цифра шифра студента			
	$a$ , см	$I$ , А	$a_1$ , см	$a_2$ , см	$a_3$ , см	$a_4$ , см
1	20	1000	25	120	500	1000
2	25	80	30	120	400	800
3	30	750	35	130	500	1000
4	25	900	30	120	400	800
5	30'	1100	35	130	500	1000
6	35	1200	40	130	400	800
7	30	900	35	200	400	1100
8	25	1000	30	ПО	300	800
9	30	800	35	120	400	1000
0	30	1000	40	130	400	800

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ №1

В данной задаче предлагается определить характеристики распределения потенциалов электрического поля па поверхности земли вокруг заземляющего устройства. Такая задача имеет практическое значение в схемах электроснабжения, например, в случае короткого замыкания проводов высокого напряжения на опору или в случае прямого удара молнии в опору.

Ток короткого замыкания, протекая по земле, как по обратному проводу, образует на поверхности земли и внутри ее электрическое поле. В задаче предлагается определить основные характеристики этого электрического поля.

Принимается, что основание опоры мачты представляет собой полушаровой электрод, радиус которого  $r = a$ . Поверхность соприкосновения полушарового электрода с землей равна  $S = 2\pi a^2$ .

При возможном коротком замыкании ток короткого замыкания  $I$ , проходящий через опору, будет отводиться в землю через заземлитель (полушаровой электрод). Плотность тока  $\delta$  на поверхности полушарового электрода при этом будет равна отношению величины тока к поверхности полушарового электрода, через которую проходит этот ток, т.е

$$\delta = \frac{I}{S} = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot a^2},$$

где  $I$  – ток короткого замыкания.

Применяя закон Ома в дифференциальной форме  $\delta = \gamma \cdot E$  можно записанное выше уравнение представить в другом виде:

$$\gamma \cdot E = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot a^2} \quad (1)$$

Из этого выражения находится напряженность электрического поля  $E$  на поверхности земли (и воображаемой полусферы в толще земли) на расстоянии  $a_k$  от центра полушарового электрода:

$$E_k = \frac{\delta}{\gamma} = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot \gamma \cdot a_k^2} \quad (2)$$

Значение потенциалов  $\varphi_k$  в точках на поверхности земли на расстоянии  $a_k$  от центра полушарового электрода находится из условия:

$$\varphi_k = \int_{a_k}^{\infty} \vec{E}_k \cdot d\vec{a} \quad (3)$$

Подставляя в это выражение значение напряженности электрического поля  $E_k$ , после соответствующих преобразований получим расчетную формулу для определения потенциала в рассматриваемых точках:

$$\varphi_k = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot \gamma \cdot a_k} \quad (4)$$

Шаговое напряжение  $U_{шk}$  на расстоянии от центра полушарового электрода (абсолютное значение разности потенциалов двух точек на поверхности земли, расстояние которых от центра заземляющего электрода различается на величину шага ( $l_{ш}$ ) может быть вычислено по формуле

$$U_{шk} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \gamma} \cdot \left[ \frac{1}{a_k} - \frac{1}{a_k + l_{ш}} \right] \quad (5)$$

или

$$U_{шk} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \gamma} \cdot \frac{l_{ш}}{a_k(a_k + l_{ш})} \quad (6)$$

Радиус зоны опасности  $a_0$  можно найти, исходя из того, что шаговое напряжение  $U_{ш0}$  на границах этой зоны не превышает допустимого значения шагового напряжения  $U_{ш.доп}$ , а внутри зоны опасности уже больше  $U_{ш.доп}$ , т.е.

$$U_{ш0} = U_{ш.доп} \quad (7)$$

В соответствии с условием задачи  $U_{ш.доп} = 150$  В.

Подставляя в выражение (7) значение шагового напряжения, получим:

$$\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \gamma} \cdot \left[ \frac{1}{a_0} - \frac{1}{a_0 + l_{ш}} \right] = U_{ш.доп} \quad (8)$$

Это выражение после преобразования можно переписать в другом виде:

$$2U_{ш.доп} \cdot \pi \cdot \gamma \cdot a_0^2 + 2U_{ш.доп} \cdot \pi \cdot \gamma \cdot l_{ш} \cdot a_0 - I \cdot l_{ш} = 0 \quad (9)$$

Решая полученное квадратное уравнение (9), определяют радиус опасной зоны  $a_0$ .

Сопротивление заземления  $R$  полушарового электрода можно найти по формуле:

$$R = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot \gamma \cdot a} \quad (10)$$

Построение графиков зависимости потенциала и шагового напряжения от расстояния  $a$  в интегрированном пакете *MathCad* приведено на рис. 2 и рис. 3.

**РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ПОСТОЯННОГО  
ТОКА В ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЕ**

**Дано:** Ток короткого замыкания, А  $I := 1000$   
 Радиус полушарового электрода, м  $r := 0.25$   
 Удельная проводимость земли, См/м  $\gamma := 10^{-2}$

**Решение:** Плотность тока  $\delta$  на расстоянии  $a$   $\delta(a) := \frac{I}{2\pi \cdot a^2}$

Закон Ома в дифференциальной форме  $E(a) := \frac{\delta(a)}{\gamma}$

Потенциал  $\varphi$  на расстоянии  $a$   $\varphi(a) := \int_a^{\infty} E(a) da$

**Построение графика  $U=U(a)$**

$a := 1..10$       $U(a) := \frac{\varphi(a)}{1000}$      **Перевод в киловольты**

$U(a)$

$a$

$U(a)$

$a$

Рис. 2. Расчет электрического поля полушарового электрода в проводящей среде, которой является земля. Зависимость потенциала от расстояния

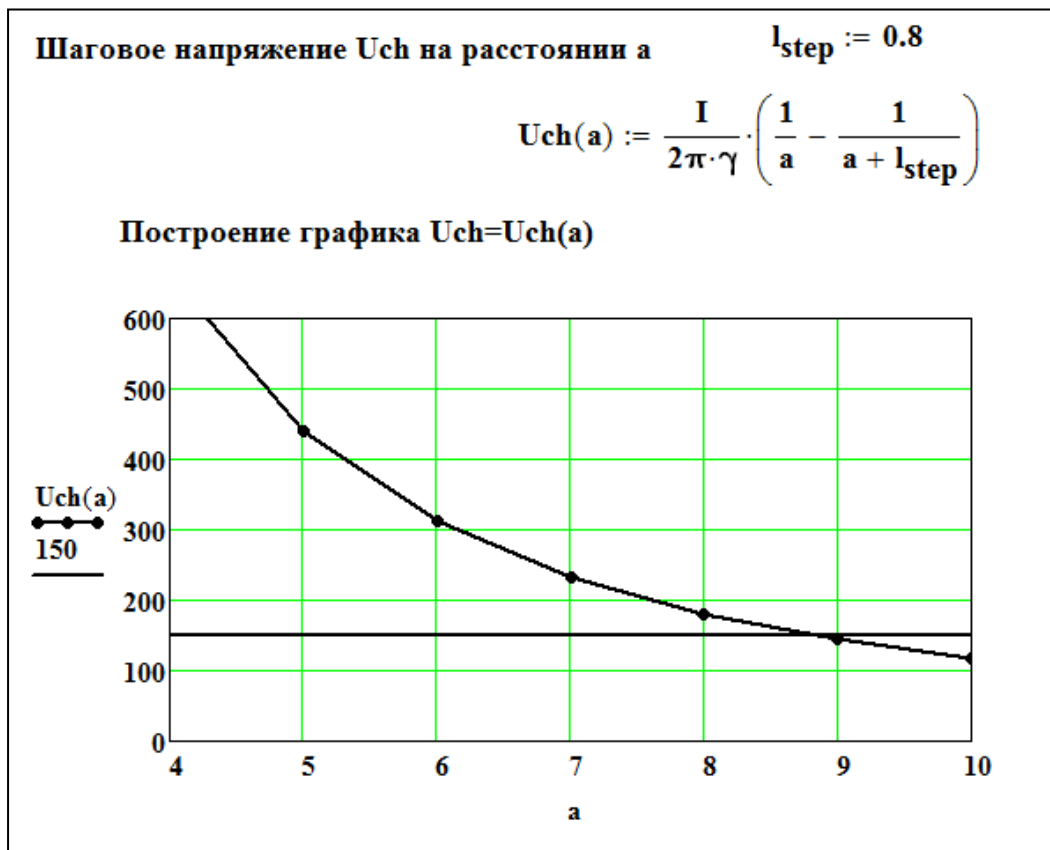


Рис.3. Расчет электрического поля полушарового электрода в проводящей среде, которой является земля. Зависимость шагового напряжения от расстояния

**ЗАДАЧА №2**  
**РАСЧЁТ ВТОРИЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДЛИННОЙ ЛИНИИ И**  
**РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕЙСТВУЮЩЕГО ЗНАЧЕНИЯ НАПРЯЖЕНИЯ ВДОЛЬ НЕЕ ПРИ**  
**ЗАДАННОЙ НАГРУЗКЕ**

Продольные и поперечные первичные параметры на единицу длины однородной длинной линии даны в табл. 2.

**Таблица 2**

Параметры линии	Предпоследняя цифра шифра студента									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$R_0$ , Ом/км	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7
$L_0$ , мГн/км	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5
$G_0$ , мкСм/км	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$C_0$ , нФ/км	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80

**Примечание:**

мГн – миллигенри ( $10^{-3}$  Гн), мкСм – микросименс ( $10^{-6}$  См), нФ – нанофарад ( $10^{-9}$  Ф).

Значения питающего напряжения  $U_1$ , длины линии  $l$ , частоты  $f$  и комплексного сопротивления нагрузки  $Z_2=R_2+jX_2$  в конце линии даны в табл. 3.

**Таблица 3**

Параметры линии	Последняя цифра шифра студента									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$U_1$ , В	80	80	90	90	100	100	110	110	120	120
$f$ , кГц	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8
$l$ , км	40	40	45	45	50	50	55	55	60	60
$R_2$ , Ом	120	130	140	160	180	200	180	160	140	120
$X_2$ , Ом	100	110	120	140	160	200	-100	-140	-120	-100

**Требуется:**

1. Определить вторичные параметры длинной линии – волновое сопротивление  $Z_B$  и коэффициент распространения  $\underline{\gamma} = \alpha + j\beta$  (коэффициент затухания  $\alpha$  и коэффициент фазы  $\beta$ ).
2. Длину волны  $\lambda$  и фазовую скорость  $V$ .
3. Входное сопротивление  $Z_{1ВХ}$  линии со стороны первичных выводов и ток в начале линии  $I_1$ .
4. Напряжение  $U_2$  и ток  $I_2$  в конце линии.
5. Построить график распределения действующего значения напряжения вдоль заданной линии с распределенными параметрами.
6. Сравнить длину волны напряжения вдоль линии по графику с длиной волны, рассчитанной в п.2.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ №2**

Задачу № 2 рекомендуется решать в интегрированном пакете *MathCad*. Пример решения показан на рис. 4 [1, 2]. Для построения графика распределения действующего значения напряжения вдоль длинной линии берется модуль комплексного напряжения  $u_k$  путем



заклучения этой величины в прямоугольные скобки –  $|u_k|$ . На графике  $l_k$  и  $u_k$  – это индексные переменные, то есть элементы массива или вектора. Каждый элемент характеризуется своим номером. Номер элемента (в данном случае  $k$ ) является нижним индексом. Индекс должен быть целым числом и начинаться с нуля. Чтобы ввести индекс, нужно нажать клавишу с открывающей квадратной скобкой, после чего ввести нужный индекс.

**Расчет электрической цепи с распределенными параметрами**  
Дано:  
 $R0 := 5.0$        $L0 := 4.0 \cdot 10^{-3}$        $f := 2000$        $l := 50$        $j := \sqrt{-1}$   
 $G0 := 0.64 \cdot 10^{-6}$        $C0 := 60 \cdot 10^{-9}$        $U1 := 100$        $Z2 := 200 + 200j$   
**Решение:** Угловая частота       $\omega := 2 \cdot \pi \cdot f$        $\omega = 1.257 \times 10^4$   
**Комплексное продольное сопротивление**  
 $Z0 := R0 + \omega \cdot L0 \cdot j$        $Z0 = 5 + 50.265i$   
**Комплексная поперечная проводимость**  
 $Y0 := G0 + \omega \cdot C0 \cdot j$        $Y0 = 6.4 \times 10^{-7} + 7.54i \times 10^{-4}$   
**Волновое сопротивление линии**       $ZB := \sqrt{\frac{Z0}{Y0}}$        $ZB = 258.523 - 12.716i$   
**Коэффициент распространения**       $\gamma := \sqrt{Z0 \cdot Y0}$        $\gamma = 9.753 \times 10^{-3} + 0.195i$   
**Коэффициент фазы**  $\beta := \text{Im}(\gamma)$       **Длина волны**  $\lambda := \frac{2\pi}{\beta}$        $\lambda = 32.236$   
 $\beta = 0.195$   
**Фазовая скорость**  $v := \frac{\omega}{\beta}$        $v = 6.447 \times 10^4$   
**Входное сопротивление со стороны первичных выводов**  
 $Z1BX := ZB \cdot \frac{Z2 + ZB \cdot \tanh(\gamma \cdot l)}{Z2 \cdot \tanh(\gamma \cdot l) + ZB}$        $Z1BX = 319.288 + 63.431i$   
**Ток в начале линии**       $I1 := \frac{U1}{Z1BX}$        $I1 = 0.301 - 0.06i$        $|I1| = 0.307$   
**Напряжение в конце линии**  
 $U2 := \frac{U1 \cdot Z2}{Z2 \cdot \cosh(\gamma \cdot l) + ZB \cdot \sinh(\gamma \cdot l)}$        $U2 = -62.45 + 1.988i$        $|U2| = 62.482$   
**Ток в конце линии**       $I2 := \frac{U2}{Z2}$        $I2 = -0.151 + 0.161i$        $|I2| = 0.221$   
**Распределение действующего напряжения вдоль линии**  
 $k := 0 .. 500$        $l_k := 0.1 \cdot k$        $u_k := U1 \cdot \cosh(\gamma \cdot l_k) - I1 \cdot ZB \cdot \sinh(\gamma \cdot l_k)$

Рис. 4. Решение задачи № 2 в интегрированном пакете *MathCad*

### ЗАДАЧА №3

## РАСЧЁТ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ДЛИННОЙ ЛИНИИ И ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕЙСТВУЮЩИХ ЗНАЧЕНИЙ НАПРЯЖЕНИЙ ПРЯМОЙ И ОБРАТНОЙ ВОЛН ВДОЛЬ ЛИНИИ

Пользуясь исходными и расчетными данными задачи № 2 определить:

1. Полные мощности в начале и в конце линии и коэффициент полезного действия линии.
2. Построить график распределения действующих значений напряжений прямой и обратной волн вдоль заданной линии с распределенными параметрами.
3. Построить график распределения фаз напряжений прямой и обратной волн вдоль заданной линии с распределенными параметрами.
4. Пояснить в каких точках возникают максимумы и минимумы напряжений.
5. Построить график распределения действующего значения напряжения вдоль заданной линии с распределенными параметрами при согласованной нагрузке.
6. Определить задержку по времени при прохождении сигналом всей длины линии.

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ №3

Задачу № 3 также рекомендуется решать в интегрированном пакете *MathCad*. Пример решения показан на рис. 5 [1, 2].

Для расчета мощности в комплексной форме, необходимо величину напряжения умножить на сопряженный комплекс тока. Чтобы величина комплекса стала сопряженной, необходимо после введения этой величины, нажать две клавиши [Shift]+[‘].

Начальные фазы прямой и обратной волн ради удобства отложены на графике в градусах. Чтобы перевести в градусы значение фазы, выраженной в радианах, нужно функцию выражения аргумента (**arg**) разделить на **deg**. Заметим, что комплексные величины в *MathCad* не подчеркиваются.

Как видно из рис. 5, значения фаз прямой и обратной волн в определенных точках линии скачкообразно изменяются. На рис.6 дано пояснение к этому скачкообразному изменению фаз. Дело в том, что, хотя с изменением расстояния фазы волн изменяются непрерывно (фаза прямой волны монотонно уменьшается, а фаза обратной волны - увеличивается по мере движения от начала к концу линии), в качестве фазы берут угол, меньший по модулю  $180^\circ$ . Поэтому при переходе из второго квадранта в третий или наоборот и происходит скачок фазы с изменением его значения и знака (рис.6).

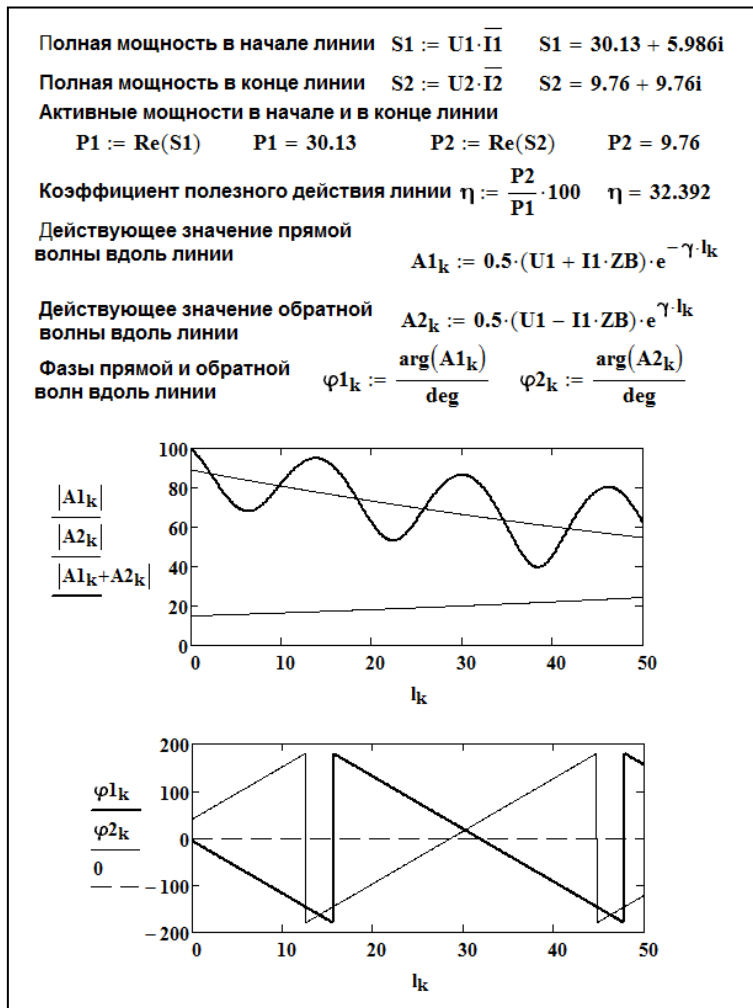


Рис. 5. Расчет энергетических показателей линии с распределенными параметрами и распределение напряжений и фаз прямой и обратной волн вдоль линии

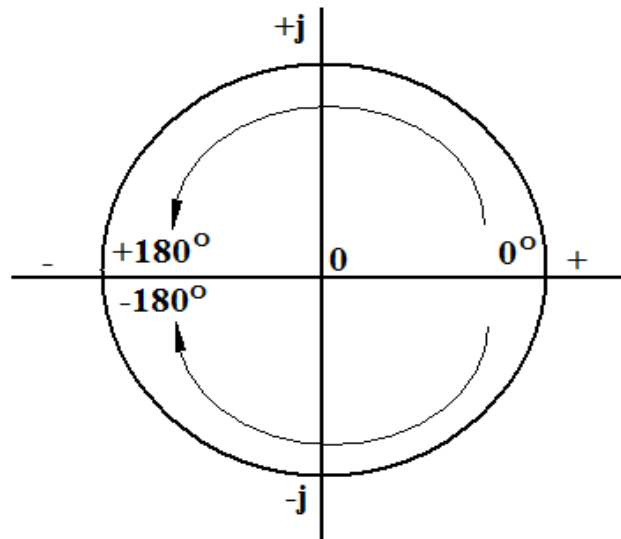


Рис. 6. Пояснение к скачкообразному изменению фазы прямой и обратной бегущих волн

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Серебряков А.С. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи с распределенными параметрами. Учебное пособие. Изд.2-е-перераб. и доп.- М.: МИИТ, 2010 – 87 с.
2. Серебряков А.С., Шумейко В.В. МАТНСАД и решение задач электротехники, Учебн. пособие для вузов ж.д. транспорта, М.: Маршрут, 2005, 240 с.
3. Демирчян К.С, Нейман Л . Р., Коровкин Н.В., Чечурин В.Л. Теоретические основы электротехники. В 3-х т. Учеб. для вузов. Изд. 4-е. перераб. и доп. - СПб.: Питер, 2004.