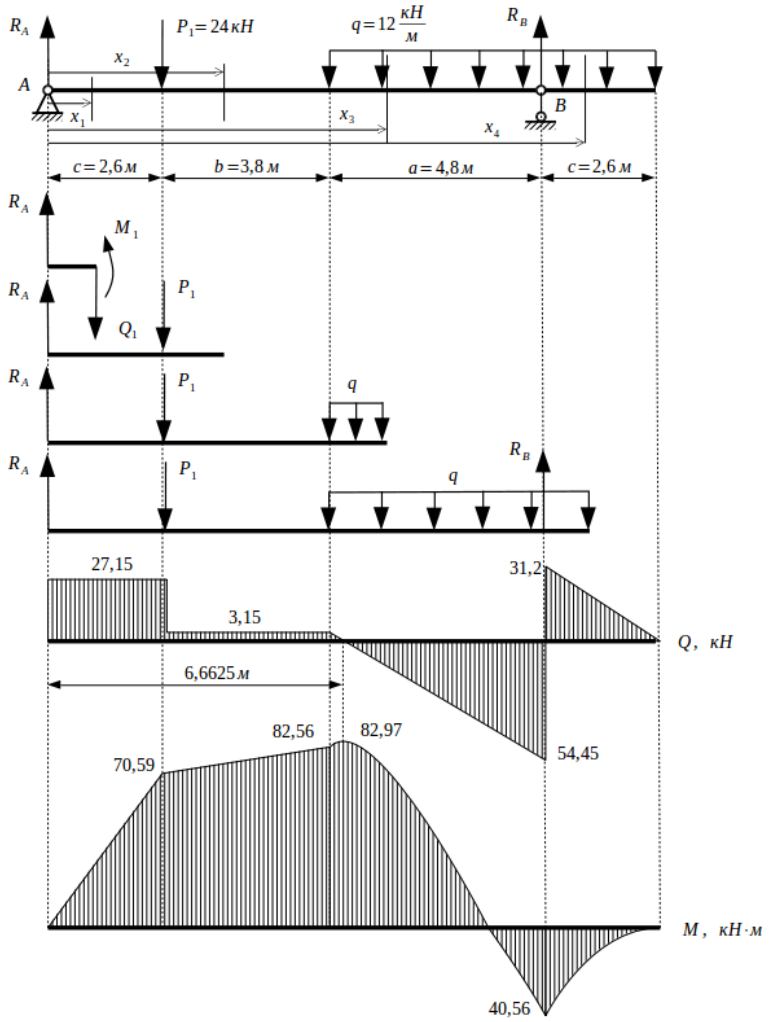
РГЗ-1

Задача 3



Определяем опорные реакции. Так как горизонтальная нагрузка отсутствует, то неподвижный шарнир имеет только вертикальную реакцию. Составляем уравнения равновесия, из которых определяем реакции:

$$\sum M_A=0:\ -P_1\cdot c-q(a+c)\cdot\left(c+b+\frac{a+c}{2}\right)+R_B\cdot(a+b+c)=0\ \Rightarrow$$

$$R_B=\frac{P_1c+q(a+c)\left(c+b+\frac{a}{2}+\frac{c}{2}\right)}{a+b+c}=\frac{24\cdot 2{,}6+12\cdot(4{,}8+2{,}6)\cdot\left(2{,}6+3{,}8+\frac{4{,}8}{2}+\frac{2{,}6}{2}\right)}{4{,}8+3{,}8+2{,}6}=85{,}65\,кН;$$

$$\sum F_y=0:\ R_A-P_1-q(a+c)+R_B=0\ \Rightarrow$$

$$R_A=P_1+q(a+c)-R_B=24+12\cdot(4{,}8+2{,}6)-85{,}65=27{,}15\,кН.$$

Участок 1 $(0\le x_1\le 2{,}6)$:

$$Q_1=R_A=27{,}15\,кН;$$

$$M_1 = R_A x_1 = 27{,}15\, x_1; \quad M_1(0) = 0; \quad M_1(2{,}6) = 27{,}15 \cdot 2{,}6 = 70{,}59\, кНм.$$

Участок 2 $(2{,}6 \le x_2 \le 6{,}4)$:

$$Q_2 = R_A - P_1 = 27{,}15 - 24 = 3{,}15\, кН;$$

$$M_2 = R_A x_2 - P_1(x_2 - 2{,}6) = 3{,}15\, x_2 + 62{,}4;$$

$$M_2(2{,}6) = 3{,}15 \cdot 2{,}6 + 62{,}4 = 70{,}59\, кНм; \quad M_2(6{,}4) = 3{,}15 \cdot 6{,}4 + 62{,}4 = 82{,}56\, кНм.$$

Участок 3 $(6{,}4 \le x_3 \le 11{,}2)$:

$$Q_3 = R_A - P_1 - q(x_3 - 6{,}4) = 79{,}95 - 12\, x_3;$$

$$Q_3(6{,}4) = 79{,}95 - 12 \cdot 6{,}4 = 3{,}15; \quad Q_3(11{,}2) = 79{,}95 - 12 \cdot 11{,}2 = -54{,}45;$$

$$Q_3\left(\frac{79{,}95}{12} = 6{,}6625\right) = 0;$$

$$M_3 = R_A x_3 - P_1(x_3 - 2{,}6) - \frac{q}{2}(x_3 - 6{,}4)^2 = -6\, x_3^2 + 79{,}95\, x_3 - 183{,}36;$$

$$M_3(6{,}4) = -6 \cdot 6{,}4^2 + 79{,}95 \cdot 6{,}4 - 183{,}36 = 82{,}56\, кНм;$$

$$M_3(11{,}2) = -6 \cdot 11{,}2^2 + 79{,}95 \cdot 11{,}2 - 183{,}36 = -40{,}56\, кНм;$$

$$M_{3max} = M_3(6{,}6625) = -6 \cdot 6{,}6625^2 + 79{,}95 \cdot 6{,}6625 - 183{,}36 \approx 82{,}97\, кНм;$$

Участок 4 $(11{,}2 \le x_3 \le 13{,}8)$:

$$Q_4 = R_A - P_1 - q(x_4 - 6{,}4) + R_B = 165{,}6 - 12\, x_4;$$

$$Q_4(11{,}2) = 165{,}6 - 12 \cdot 11{,}2 = 31{,}2; \quad Q_4(13{,}8) = 165{,}6 - 12 \cdot 13{,}8 = 0;$$

$$M_4 = R_A x_4 - P_1(x_4 - 2{,}6) - \frac{q}{2}(x_4 - 6{,}4)^2 + R_B(x_4 - 11{,}2) = -6\, x_4^2 + 165{,}6\, x_4 - 1142{,}64;$$

$$M_4(11{,}2) = -6 \cdot 11{,}2^2 + 165{,}6 \cdot 11{,}2 - 1142{,}64 = -40{,}56\, кНм;$$

$$M_4(11{,}2) = -6 \cdot 13{,}8^2 + 165{,}6 \cdot 13{,}8 - 1142{,}64 = 0.$$

Максимальный изгибающий момент: $M_{max} = 82{,}97\, кНм$.

Условие прочности:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} = \frac{82{,}97}{W}\, кНм = \frac{8{,}297 \cdot 10^7}{W}\, МПа \le [\sigma] = 160\, МПа.$$

Находим момент сопротивления:

$$W \ge \frac{8{,}297 \cdot 10^7}{160} = 518562{,}5\, мм^3 \approx 518{,}6\, см^3.$$

По сортаменту выбираем двутавр №33, для которого $W = 597\, см^3$, $J = 9840\, см^4$.

$$EJ = 2 \cdot 10^5 \cdot 9840 \cdot 10^4 = 19680 \cdot 10^9\, Н \cdot мм^2 = 19680\, кН \cdot м^2.$$

Уравнение упругой линии балки:

$$y = y_0 + \theta_0 x + \frac{R_A x^3}{6\,EJ} - \left.\frac{P_1(x - 2{,}6)^3}{6\,EJ}\right|_{x > 2{,}6} - \left.\frac{q(x - 6{,}4)^4}{24\,EJ}\right|_{x > 6{,}4} + \left.\frac{R_B(x - 11{,}2)^3}{6\,EJ}\right|_{x > 11{,}2};$$

$$y(0)=0 \;\Rightarrow\; y_0=0;$$

$$y(11{,}2)=0 \;\Rightarrow\; 11{,}2\,\theta_0+\frac{27{,}15\cdot 11{,}2^3-24\cdot 8{,}6^3-3\cdot 4{,}8^4}{6\cdot 19680}=0 \;\Rightarrow\; \theta_0\approx -0{,}016.$$

Угол поворота сечения в левой опоре:

$$\theta(0)=\theta_0=-0{,}016\,\textit{рад}.$$

Прогиб в точке приложения силы:

$$y(2{,}6)=-0{,}016\cdot 2{,}6+\frac{27{,}15\cdot 2{,}6^3}{6\cdot 19680}\approx -0{,}038\,\textit{м}=3{,}8\,\textit{см}.$$