

## ТЕМА 6

### Вариант 6.12

#### Задание

1. Вывести формулу комплексного передаточного параметра  $Y(j\omega)$ .
2. Вывести формулы частотных характеристик параметра, рассчитать их и построить характеристики.
3. Вычислить мгновенное значение тока в элементе на заданной частоте  $\omega_0$ .

#### Исходные данные

$$u(t) = U \cdot \cos(\omega t + \varphi_0), \quad U = 1 \text{ В}, \quad \omega_0 = 10^4 \text{ рад/с}, \quad \varphi_0 = \pi/4, \quad R1 = R2 = 10 \text{ кОм},$$

$$C1 = 0,01 \text{ мкФ}, \quad L1 = 1 \text{ мГн}.$$

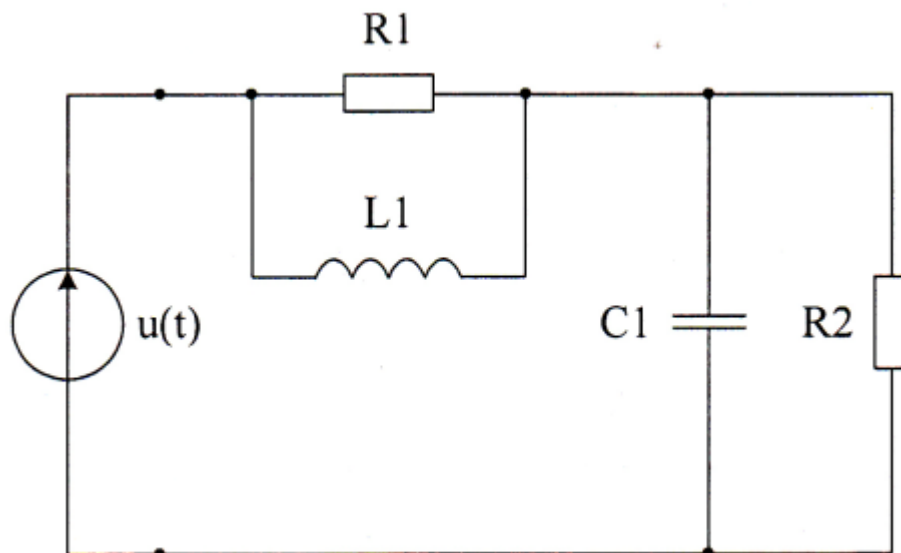
Вывести формулы:

$$Y_{UC1}(j\omega) = Y(\omega) \cdot e^{j\varphi}.$$

Построить АЧХ, ФЧХ, АФХ  $Y_{UC1}(j\omega)$ .

Вычислить  $i_{C1}(t)$ .

Схема электрической цепи:



#### Решение

1. Определим эквивалентные комплексные сопротивления параллельных ветвей цепи:

$$Z_1(j\omega) = \frac{R1 \cdot j\omega L1}{R1 + j\omega L1}.$$

$$Z_2(j\omega) = \frac{R2 \cdot \left( \frac{-j}{C1\omega} \right)}{R2 - \frac{j}{C1\omega}} = \frac{-jR2}{R2C1\omega - j};$$

Эквивалентное комплексное сопротивление цепи по отношению к зажимам источника напряжения  $u(t)$ :

$$Z_{\Sigma}(j\omega) = Z_1(j\omega) + Z_2(j\omega) = \frac{R1 \cdot j\omega L1}{R1 + j\omega L1} - \frac{jR2}{R2C1\omega - j}.$$

Комплексный ток источника напряжения  $u(t)$ :

$$I(j\omega) = \frac{U(j\omega)}{Z_{\Sigma}(j\omega)}$$

Комплексное напряжение на зажимах емкости определяется по второму закону Кирхгофа:

$$U_{C1}(j\omega) = U(j\omega) - Z_1(j\omega) \cdot I(j\omega) = U(j\omega) - Z_1(j\omega) \cdot \frac{U(j\omega)}{Z_{\Sigma}(j\omega)} = U(j\omega) \cdot \left(1 - \frac{Z_1(j\omega)}{Z_{\Sigma}(j\omega)}\right).$$

Комплексный емкостный ток определяется по закону Ома:

$$I_{C1}(j\omega) = \frac{U_{C1}(j\omega)}{-j/C1/\omega} = U(j\omega) \cdot \frac{1 - \frac{Z_1(j\omega)}{Z_{\Sigma}(j\omega)}}{-j/C1/\omega}.$$

Искомая комплексная передаточная проводимость определяется отношением:

$$\begin{aligned} Y_{C1}(j\omega) &= \frac{I_{C1}(j\omega)}{U(j\omega)} = \frac{Z_{\Sigma}(j\omega) - Z_1(j\omega)}{\frac{-j}{C1\omega} \cdot Z_{\Sigma}(j\omega)} = \frac{\frac{R1 \cdot j\omega L1}{R1 + j\omega L1} - \frac{jR2}{R2C1\omega - j} - \frac{R1 \cdot j\omega L1}{R1 + j\omega L1}}{\frac{-j}{C1\omega} \cdot \left(\frac{R1 \cdot j\omega L1}{R1 + j\omega L1} - \frac{jR2}{R2C1\omega - j}\right)} = \dots \\ &= \frac{jL1C1^2R2^2\omega^3 + (C1^2R2^2R1 + C1L1R2)\omega^2 - jC1R1R2\omega}{jC1^2R2^2R1L1\omega^3 + (2R1R2C1L1 + C1L1R2^2)\omega^2 + (-jC1R1R2^2 - jL1R2 - jL1R1)\omega - R1R2}. \end{aligned}$$

Подстановка численных значений параметров цепи дает выражение комплексной переходной проводимости:

$$\begin{aligned} Y_{C1}(j\omega) &= \frac{j10^{-11}\omega^3 - j\omega + 10^{-4}\omega^2}{j10^{-7}\omega^3 + 0,003\omega^2 - j10020\omega - 10^8} = \dots \\ &= \frac{10^{-4}\omega^2 + j(10^{-11}\omega^3 - j\omega)}{0,003\omega^2 - 10^8 + j(10^{-7}\omega^3 - 10020\omega)} = \dots \\ &= \frac{(10^{-4}\omega^2 + j(10^{-11}\omega^3 - j\omega)) \cdot (0,003\omega^2 - 10^8 - j(10^{-7}\omega^3 - 10020\omega))}{(0,003\omega^2 - 10^8)^2 + (10^{-7}\omega^3 - 10020\omega)^2} = \dots \\ &= \frac{10^{-18}\omega^6 + 10^{-7}\omega^3 + 10^8\omega}{(0,003\omega^2 - 10^8)^2 + (10^{-7}\omega^3 - 10020\omega)^2} + \dots \\ &= \dots + j \frac{-10^{-11}\omega^5 + \omega^3 + 10^8\omega}{(0,003\omega^2 - 10^8)^2 + (10^{-7}\omega^3 - 10020\omega)^2}. \end{aligned}$$

2. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) комплексной переходной проводимости:

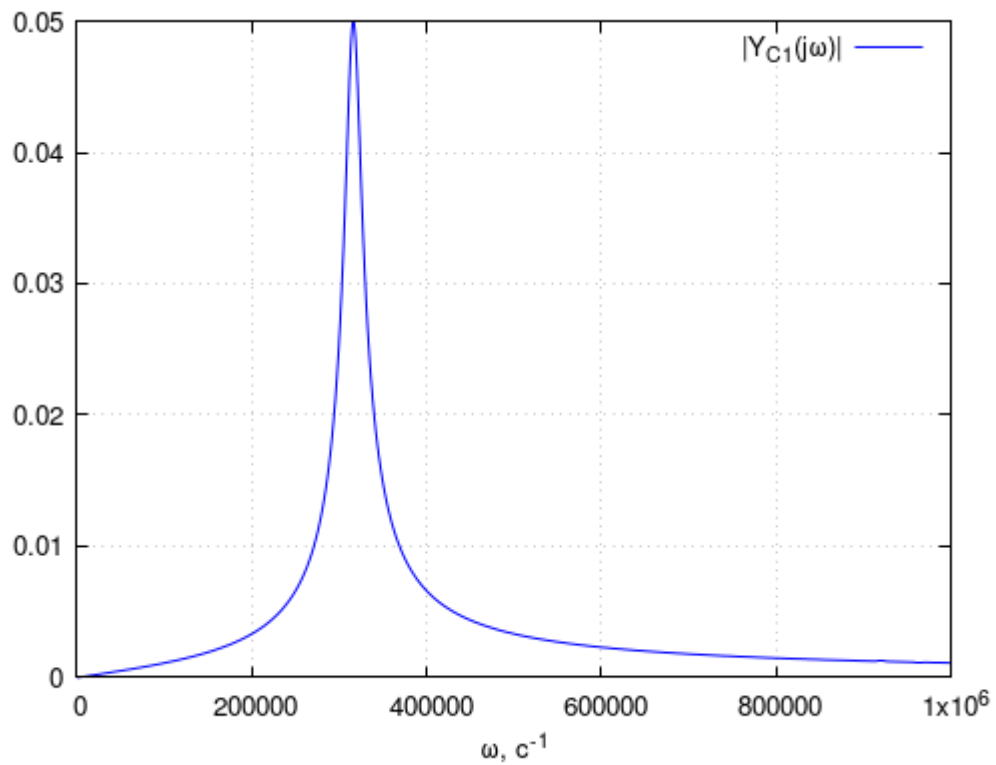
$$\begin{aligned} |Y_{C1}(j\omega)| &= \sqrt{\Re[Y_{C1}(j\omega)]^2 + \Im[Y_{C1}(j\omega)]^2} = \dots \\ &= \frac{\sqrt{[10^{-18}\omega^6 + 10^{-7}\omega^3 + 10^8\omega]^2 + [-10^{-11}\omega^5 + \omega^3 + 10^8\omega]^2}}{(0,003\omega^2 - 10^8)^2 + (10^{-7}\omega^3 - 10020\omega)^2} = \dots \\ &= \frac{\sqrt{(10^{-16}\omega^3 - 0,01\omega)^2 + [10^{-4}\omega^2]^2}}{\sqrt{(10^{-7}\omega^3 - 10020\omega)^2 + (0,003\omega^2 - 10^8)^2}}. \end{aligned}$$

Фазово-частотная характеристика (ФЧХ) комплексной переходной проводимости:

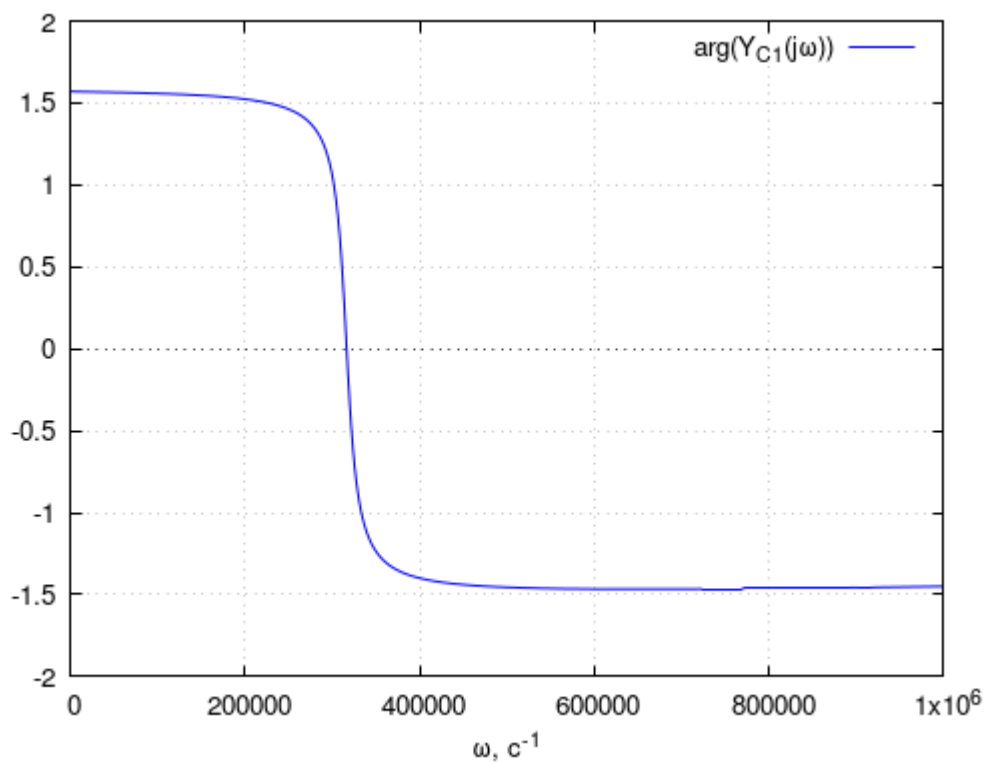
$$\begin{aligned} \arg[Y_{C1}(j\omega)] &= \arctg \frac{\Im[Y_{C1}(j\omega)]}{\Re[Y_{C1}(j\omega)]} = \dots \\ &= \arctg \frac{-10^{-11}\omega^5 + \omega^3 + 10^8\omega}{10^{-18}\omega^6 + 10^{-7}\omega^3 + 10^8\omega} = \arctg \frac{-10^{-11}\omega^4 + \omega^2 + 10^8}{10^{-18}\omega^5 + 10^{-7}\omega^2 + 10^8} = -\arctg \frac{9,98 \cdot 10^6 \omega^2 - 10^{18}}{\omega^3 + 10^{11}\omega}. \end{aligned}$$

На основании полученных выражений АЧХ и ФЧХ искомой комплексной переходной проводимости построим их графики:

- АЧХ  $Y_{C1}(j\omega)$ :



- ФЧХ  $Y_{C1}(j\omega)$ :



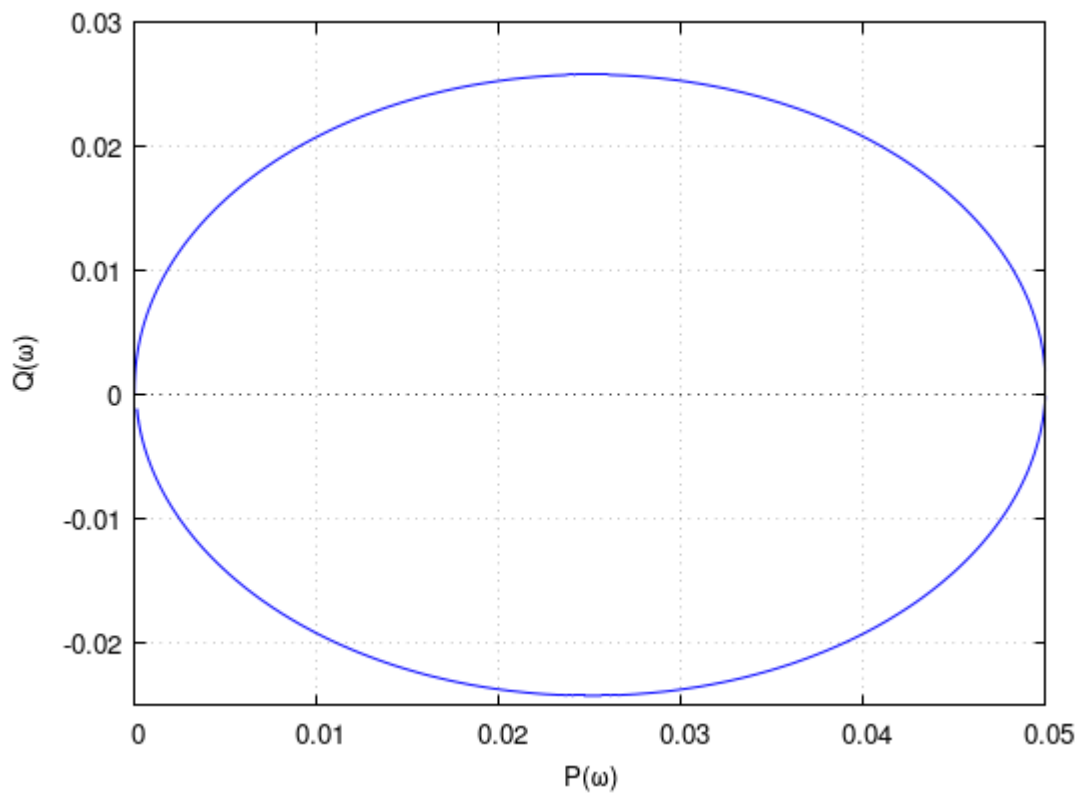
Амплитудно-фазовая характеристика переходной проводимости строится по значениям ее вещественной (ВЧХ) и мнимой частотных характеристик (МЧХ):

$$P(\omega) = |Y_{C1}(j\omega)| \cdot \cos(\arg(Y_{C1}(j\omega)));$$

$$Q(\omega) = |Y_{C1}(j\omega)| \cdot \sin(\arg(Y_{C1}(j\omega))).$$

В силу громоздкости полные выражения ВЧХ и МЧХ не приводятся.

График АФХ  $Y_{C1}(j\omega)$ :



3. Комплексная амплитуда входного напряжения:

$$\dot{U}_m = U \cdot e^{j\varphi_0} = e^{j\pi/4} = 0,7071 + j0,7071, \text{ В.}$$

Величина переходной проводимости на частоте  $\omega_0$ :

$$\begin{aligned} Y_{C1}(j\omega_0) &= \frac{j10^{-11}\omega_0^3 - j\omega + 10^{-4}\omega_0^2}{j10^{-7}\omega_0^3 + 0,003\omega_0^2 - j10020\omega_0 - 10^8} = \dots \\ &= \frac{j10^{-11}10^{12} - j10^4 + 10^{-4}10^8}{j10^{-7}10^{12} + 0,003 \cdot 10^8 - j10020 \cdot 10^4 - 10^8} = 10^{-7} + j10^{-4} \approx 10^{-4} e^{j89,94^\circ}, \text{ См.} \end{aligned}$$

Комплексный ток емкости на частоте  $\omega_0$ :

$$\begin{aligned} I_{C1}(j\omega_0) &= Y_{C1}(j\omega_0) \cdot \dot{U}_m = (10^{-7} + j10^{-4}) \cdot (0,7071 + j0,7071) = \dots \\ &= -7,071 \cdot 10^{-5} + j7,085 \cdot 10^{-5} = 10^{-4} \cdot e^{j134,94^\circ}, \text{ А.} \end{aligned}$$

Функция мгновенных значений емкостного тока на частоте  $\omega_0$ :

$$i_{C1}(t) = |I_{C1}(j\omega_0)| \cdot \sin(\omega_0 t + \arg[I_{C1}(j\omega_0)]) = 10^{-4} \sin(10^4 t + 134,94^\circ), \text{ А.}$$