Предварительные указания

В работе требуется вычислить *надёжность* стержневой системы. Надёжность по принятым *условиям безотказности* представляет собой вероятность выполнения предварительно назначенных условий: прочности для опасных сечений, жесткости, соответствующие перемещениям характерных точек, устойчивости стержней системы и т.п.

В качестве условий безопасности в этой работе нужно использовать два условия прочности по нормальным напряжениям в поперечных сечениях для выбранных студентом расчётных усилий (одно условие для горизонтальных стержней и одно условие для вертикальных).

Расчёт на надёжность относится к категории вероятностных расчётов. Для каждого условия безотказности формируется своя функция *резерва прочности*, которая записывается в общем виде $\tilde{S} = \tilde{R} - \tilde{Q}$, где $\tilde{R}$ – *обобщённая прочность*, а $\tilde{Q}$ – *обобщённая нагрузка*. Вероятность выполнения условия $\tilde{S} > 0$ представляет собой надёжность N (*запас работоспособности*) системы по рассматриваемому условию. Вероятность выполнения условия $\tilde{S} < 0$ является *вероятностью отказа* V, причём $N = 1 - V$.

При наличии нескольких условий безотказности надёжность системы подсчитывается как произведение надёжностей по отдельным условиям $N = \prod N_i$. Или приближённо $N = 1 - \sum V_i$.

Считают, что резерв прочности является случайной величиной с нормальным законом распределения. Её вероятностные свойства описываются значениями величин *среднего* и *стандарта* отклонения, которые, в соответствии с методом статистической линеаризации запишутся $\overline{S} = \overline{R} - \overline{Q}$, $\hat{S} = \sqrt{\hat{R}^2 + \hat{Q}^2}$.

Надёжность по отдельным условиям вычисляют с использованием *коэффициента безопасности* $\beta = \overline{S} / \hat{S}$. Вероятность отказа $V = 0.5 - \Phi(\beta)$, где $\Phi(\gamma) = (1/(\sqrt{2\pi})) \cdot \int\limits_0^{\gamma} e^{-0.5z^2} dz$ – табличный интеграл (функция Лапласа), Надёжность $N = 1 - V$.

В случае $\overline{S} < 0$ и, соответственно, $\beta < 0$ значение надёжности можно получить $N = 0.5 - \Phi(abs(\beta))$.

В состав обобщённой нагрузки $\tilde{Q}$ входят параметры системы (напряжения, усилия, перемещения), которые зависят от входных параметров задачи (геометрических размеров, величин нагрузок, жёсткостей поперечных сечений).

В первой части работы требуется составить эти зависимости в явном виде $u = u(x_1, x_2, ..., x_n)$. Усилия получают из уравнений равновесия, напряжения – по соответственным формулам сопротивления материалов.

При выборе расчётных усилий следует иметь в виду, что, постоянная нагрузка действует непрерывно (всегда), а временная может отсутствовать. Расчётная комбинация усилий выбирается по максимальному абсолютному значению изгибающего момента с соответствующей продольной силой (для получения наибольшего абсолютного значения нормального напряжения).

Во второй части работы проводится вероятностный расчёт системы. Сначала для входных параметров требуется определить необходимые статистические характеристики: значения среднего $\overline{x}$, стандарта отклонения $\hat{x}$, а также *коэффициента вариации* $A_x = (\hat{x}/\overline{x})$.

Входные параметры заданы по-разному. Нагрузки заданы своими расчётными значениями и коэффициентами вариации A_x. Считаем, что расчётное значение нагрузки соответствует наибольшему из значений *доверительного интервала* значений нагрузки, ширина которого равна *трём стандартам* (обеспеченность $P_x = 0.9973$). Проведя преобразования получим $\bar{x} = x_p - 3 \cdot \hat{x} = x_p / (1 + 3 \cdot A_x)$.

Размеры и геометрические характеристики подобранных поперечных сечений заданы средними значениями и величиной доверительных интервалов. В соответствии с «правилом трёх стандартов», определяем значение стандарта $\hat{x} = \Delta x / 3$. Значения доверительных интервалов, заданных в %, вычисляются от средних значений соответствующих величин.

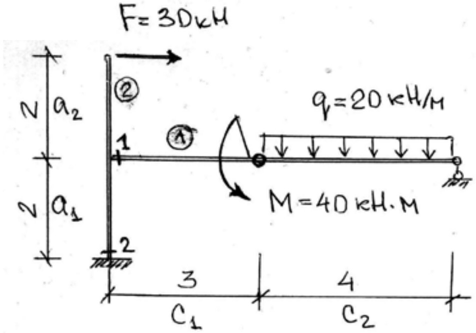
Определение статистических характеристик (значений средних, стандартов и коэффициентов вариации) выходных величин $\tilde{u}$ следует проводить в следующем порядке: сначала характеристики для внутренних усилий (изгибающих моментов, продольных сил), а затем характеристики напряжений. Для каждой величины необходимо определять доверительный интервал $\pm \Delta u$ по правилу трёх стандартов и проверять соответствие крайних значений интервалов значениям, использованным в детерминистическом расчёте (первая часть).

Значения средних $\bar{u}$ и стандартов отклонения $\hat{u}$ выходных параметров (усилий и напряжений) определять методом статистической линеаризации:

$$\bar{u} = u(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_n), \qquad \hat{u} = \sqrt{\sum_n \left((\partial u / \partial x_i) \cdot \hat{x} \right)^2}.$$

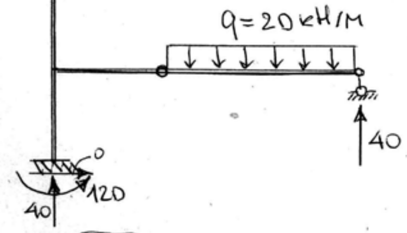
Доверительные интервалы для напряжений искать с использованием коэффициентов Стьюдента $\Delta u = t_{\infty,p} \cdot \hat{u}$.

$$\tilde{\sigma} = \bar{\sigma} \pm \Delta\sigma, \text{ или } \tilde{\sigma} \in [\bar{\sigma} - \Delta\sigma;\ \bar{\sigma} + \Delta\sigma].$$

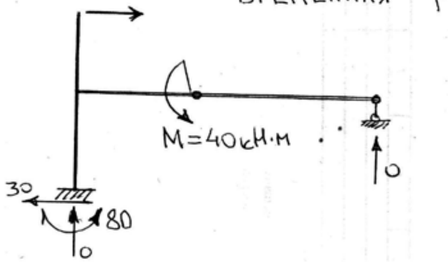


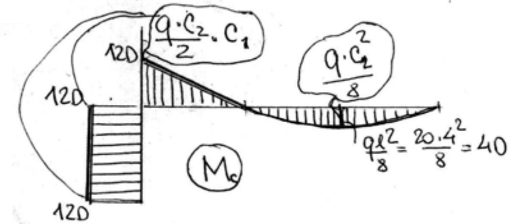
q - постоянн. нагр.
F, M - времен. нагр.

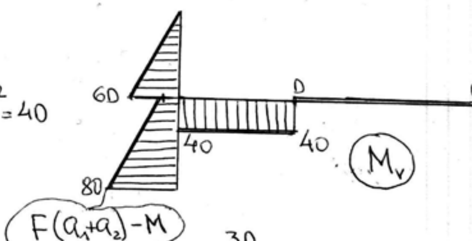
НАГРУЗКА ПОСТОЯННАЯ - q

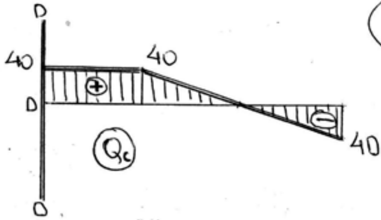


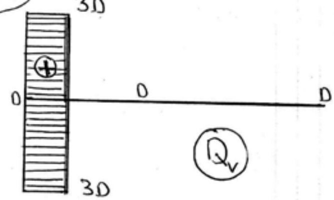
НАГРУЗКА ВРЕМЕННАЯ - P

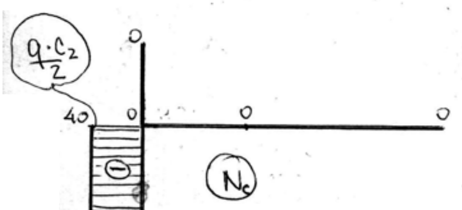


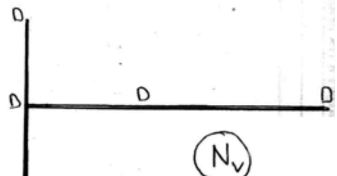












q и P

Расчётные усилия (Невыгодное сочетание нагрузок)

эл-т 1 $M = |M|_{max} = 120$ кН·м ; $\boxed{\tilde{M} = 0{,}5\cdot\tilde{q}\cdot\tilde{c}_1\cdot\tilde{c}_2}$

(у узла) $Q = |Q|_{max} = 40$ кН $\boxed{\tilde{Q} = 0{,}5\,\tilde{q}\cdot\tilde{c}_2}$

эл-т 2 $M = |M|_{max} = 120 + 80 = 200$ кН·м

(у заделки) $Q = |Q|_{max} = 0 + 30 = 30$ кН

$N = |N|_{max} = 40 + 0 = 40$ кН

$$\boxed{\begin{aligned}\tilde{M} &= 0{,}5\tilde{q}\cdot\tilde{C}_1\cdot\tilde{C}_2 + \tilde{F}(\tilde{a}_1+\tilde{a}_2) - \tilde{M}\\ \tilde{Q} &= \tilde{F}\\ \tilde{N} &= 0{,}5\cdot\tilde{q}\cdot\tilde{C}_2\end{aligned}}$$

Подбор сечений

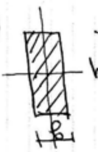
1 $R = 210$ МПа ; $M = 120$ кН·м

$$\sigma = \frac{M}{W} \le R \;;\; W_{тр} \ge \frac{M}{R} = \frac{120\cdot10^{-3}}{210} = 0{,}57143\cdot10^{-3}\,м^3 = 571{,}43\,см^3$$

1) I33 ; $W = 596{,}36\,см^3$ (597) $J = 9840\,см^4$

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{120\cdot10^{-3}}{596{,}36\cdot10^{-6}\ (597)} = 201{,}2\ (201{,}0)\ МПа < 210\ МПа$$

Недонапряжение $\delta\% = \frac{210-201{,}2\ (201{,}0)}{210}\cdot100\% = 4{,}2\%\ (4{,}29)$

2) 

$$W = \frac{bh^2}{6} = \frac{b\cdot(2b)^2}{6} = \frac{2b^3}{3} \;;\; W \ge W_{тр}$$

$$\frac{2b^3}{3} \ge W_{тр} \;;\; b \ge \sqrt[3]{\frac{W_{тр}\cdot3}{2}} = \sqrt[3]{1{,}5\cdot571{,}43} = \sqrt[3]{857{,}145} \approx 9{,}5\,см$$

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{120\cdot10^{-3}\cdot6}{9{,}5\cdot10^{-2}\cdot(19\cdot10^{-2})^2} = 209{,}94\ МПа < R = 210\ МПа$$

Недонапряжение $\delta\% = \frac{|209{,}94-210|}{210}\cdot100\% = 0{,}286\% \approx 0{,}3\%$

* размеры сечения 2) подобраны для иллюстрации, по условию их подбирать не требуется

② $R = 210$ МПа; $M = 200$ кН·м; $N = 40$ кН; $Q = 30$ кН

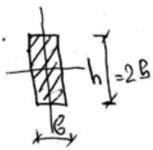
$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{W} \le R; \quad \left(\text{Прибл. } \sigma \approx \frac{M}{W} \ (N=0);\ W_{тр} \ge \frac{M}{R}\right)$$

$$W_{тр} \ge \frac{200 \cdot 10^{-3}}{210} = 0{,}95238 \cdot 10^{-3} м^3 = 952{,}38 \ см^3$$

1) I40, $W = 953 \ см^3$, $A = 72{,}6 \ см^2$

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{W} = \frac{40 \cdot 10^{-3}}{72{,}6 \cdot 10^{-4}} + \frac{200 \cdot 10^{-3}}{953 \cdot 10^{-6}} = 5{,}51 + 209{,}86 = 215{,}37 \text{ МПа} > R$$

Перенапряжение $\quad \delta\% = \dfrac{215{,}37 - 210}{210} \cdot 100\% = 2{,}56\%$



$$W = \frac{bh^2}{6} = \frac{2b^3}{3}; \quad A = bh = 2b^2$$

$$\left(\text{Прибл. } W \ge W_{тр} \ge \frac{M}{R};\ N=0\right) \qquad \frac{2b^3}{3} \ge \frac{M}{R} = W_{тр}$$

$$b \ge \sqrt[3]{\frac{3W_{тр}}{2}} = \sqrt[3]{\frac{952{,}38 \cdot 3}{2}} = 11{,}26 \ см \approx 11{,}5 \ см$$

(округление до 5 мм)

$b = 11{,}5$ см

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{W} = \frac{40 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0{,}115^2} + \frac{200 \cdot 10^{-3} \cdot 3}{2 \cdot 0{,}115^3} = 1{,}51 + 197{,}25 = 198{,}76 \text{ МПа} < R$$

Недонапряжение

$$\delta\% = \frac{210 - 198{,}76}{210} \cdot 100\% = 5{,}35\%$$

$\boxed{b = 11{,}5 \ см;\ h = 23 \ см}$

* размеры сечения 1) подобраны для иллюстрации, по условию их подбирать не требуется

Если $b = 11$ см

$$\sigma = \frac{40 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0{,}11^2} + \frac{3 \cdot 200 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0{,}11^3} = 1{,}65 + 225{,}39 = 227{,}04 \text{ МПа} > R$$

Перенапряжение $\quad \delta\% = \dfrac{227{,}04 - 210}{210} \cdot 100\% = 8{,}11\%$

не подходит

Определение статистических характеристик

Прочность

$$\bar{\sigma}_u = 300\,\text{МПа} \; ; \; A_\sigma = 0{,}1 \; ;$$

стандарт $\hat{\sigma}_u = \bar{\sigma}_u \cdot A_\sigma = 300 \cdot 0{,}1 = 30$ МПа

$$3\hat{\sigma}_u = 90\,\text{МПа}$$

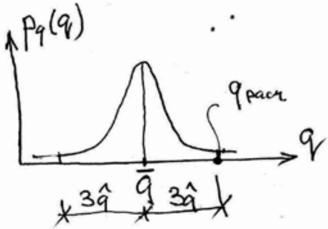
Запишем случайную величину $\tilde{\sigma}_u$ с применением доверительного интервала (правило $3\hat{x}$)

$$\tilde{\sigma}_u = \bar{\sigma}_u \pm 3\hat{\sigma}_u = 300 \pm 90\,(\text{МПа})$$

Нагрузка

$$q = 20\,\text{кН/м} \; ; \; A_q = 0{,}033$$

Значение нагрузки q соответствует наибольшему значению из доверительного интервала $[\bar{q} - 3\hat{q} ; \bar{q} + 3\hat{q}]$



$$\bar{q} + 3\hat{q} = 20$$

$$\hat{q} = \bar{q} \cdot A_q \; ; \quad \bar{q}(1 + 3A_q) = 20$$

$$\bar{q} = 20/1 + 3 \cdot 0{,}033 = 20/1{,}1 = 18{,}18\,\text{кН/м}$$

$$\hat{q} = 18{,}18 \cdot 0{,}033 \approx 0{,}6\,\text{кН/м}$$

$$\tilde{q} = \bar{q} \pm 3\hat{q} = 18{,}18 \pm 1{,}8\,(\text{МПа})$$

По аналогии $F = 30\,\text{кН} \; ; \; A_F = 0{,}1$

$$\bar{F} + 3\hat{F} = 30$$

$$\hat{F} = \bar{F} \cdot A_F \qquad \bar{F}(1 + 3A_F) = 30$$

$$\bar{F} = 30/(1 + 3 \cdot 0{,}1) = 30/1{,}3 = 23{,}08\,\text{кН}$$

$$\hat{F} = 23{,}08 \cdot 0{,}1 = 2{,}31\,\text{кН}$$

$$\tilde{F} = \bar{F} \pm 3 \cdot \hat{F} = 23{,}08 \pm 6{,}92\,(\text{кН})$$

$$M = 40\,\text{кН}\cdot\text{м}, \quad A_M = 0{,}1$$

$$\bar{M} = 40/(1 + 3 \cdot 0{,}1) = 40/1{,}3 = 30{,}77\,\text{кН}\cdot\text{м}$$

$$\hat{M} = 30{,}77 \cdot 0{,}1 = 3{,}08\,\text{кН}\cdot\text{м}$$

$$\tilde{M} = \bar{M} \pm 3\hat{M} = 30{,}77 \pm 9{,}23\,(\text{кН}\cdot\text{м})$$

Характеристики сечений

① I 33 $\quad W = 597\,см^3 \quad \Delta W = 3{,}5\,\%$

$$\overline{W} = W = 597\,см^3$$

$$3\hat{W} = \Delta W = 0{,}035 \cdot \overline{W} = 20{,}9\,см^3$$

$$\hat{W} = 20{,}9/3 = \underline{6{,}97\,см^3}\ ;\quad A_w = \frac{\hat{W}}{\overline{W}} = \frac{6{,}97}{597} \approx \underline{0{,}012}$$

$$\tilde{W} = \overline{W} \pm 3\hat{W} = 597 \pm 20{,}9\,(см^3)$$

$$A = 53{,}8\,см^2 \quad \Delta A \approx 3\%$$

$$\overline{A} = A = 53{,}8\,см^2$$

$$3\hat{A} = \Delta A = 0{,}03 \cdot \overline{A} = 1{,}61\,см^2$$

$$\hat{A} \approx 1{,}61/3 \approx \underline{0{,}54\,см^2} \qquad A_A = \frac{\hat{A}}{\overline{A}} = \frac{0{,}54}{53{,}8} \approx \underline{0{,}01}$$

$$\tilde{A} = \overline{A} \pm 3\hat{A} = 53{,}8 \pm 1{,}61\,(см^2)$$

(Характеристики прямоугольного сечения см. след. стр.)

Характеристики размеров системы

$$\tilde{a}_1 = \overline{a}_1 \pm 1\,см \quad \overline{a}_1 = 2\,м \quad \Delta a_1 = 0{,}01\,м \quad \tilde{a}_1 = 2 \pm 0{,}01\,(м)$$

$$\hat{a}_1 = \Delta a_1/3 = 0{,}01/3 = 0{,}0033\,м$$

$\tilde{a}_2 = 2 \pm 0{,}01\,(м) \quad \overline{a}_2 = 2\,м$ | $\Delta a_2 = \Delta c_1 = \Delta c_2 = 0{,}01\,м$

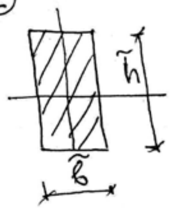
$\tilde{c}_1 = 3 \pm 0{,}01\,(м) \quad \overline{c}_1 = 3\,м$ | $\hat{a}_2 = \hat{c}_1 = \hat{c}_2 = 0{,}0033\,м$

$\tilde{c}_2 = 4 \pm 0{,}01\,(м) \quad \overline{c}_2 = 4\,м$

$$A_{a_1} = \frac{\hat{a}_1}{\overline{a}_1} = \frac{0{,}0033}{2} = 0{,}00165\ ;\quad A_{a_2} = \frac{\hat{a}_2}{\overline{a}_2} = 0{,}00165$$

$$A_{c_1} = \frac{\hat{c}_1}{\overline{c}_1} = \frac{0{,}0033}{3} = 0{,}0011\ ;\quad A_{c_2} = \frac{\hat{c}_2}{\overline{c}_2} = \frac{0{,}0033}{4} = 0{,}00082$$

②



$b = 11{,}5\text{ см}, \quad h = 23\text{ см}$

$\Delta b = \Delta h = 0{,}2\text{ см}$ (по условию)

$\tilde{b} = 11{,}5 \pm 0{,}2\,(\text{см}); \quad \tilde{h} = 23 \pm 0{,}2\,(\text{см})$

$3\hat{b} = 3\hat{h} = 0{,}2\text{ см}; \quad \hat{b} = \hat{h} = 0{,}067\text{ см}$

$$A_b = \frac{\hat{b}}{\bar{b}} = \frac{0{,}067}{11{,}5} = 0{,}0058 \approx 0{,}006$$

$$A_h = \frac{\hat{h}}{\bar{h}} = \frac{0{,}067}{23} = 0{,}0029 \approx 0{,}003$$

Площадь $\quad \tilde{A} = \tilde{b}\cdot\tilde{h}; \quad \bar{A} = \bar{b}\cdot\bar{h} = 11{,}5\cdot 23 = \underline{264{,}5\text{ см}^2}$

$$\hat{A} = \sqrt{\left(\frac{\partial A}{\partial b}\hat{b}\right)^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial h}\cdot\hat{h}\right)^2} = \sqrt{(\bar{h}\hat{b})^2 + (\bar{b}\hat{h})^2} = \bar{b}\bar{h}\sqrt{\left(\frac{\hat{b}}{\bar{b}}\right)^2 + \left(\frac{\hat{h}}{\bar{h}}\right)^2} =$$

$$= \bar{A}\underbrace{\sqrt{A_b^2 + A_h^2}}_{A_A} = 264{,}5\sqrt{0{,}006^2 + 0{,}003^2} = 264{,}5\cdot 0{,}0067 = \underline{1{,}77\text{ см}^2}$$

$$\tilde{A} = \bar{A} \pm 3\hat{A} = 264{,}5 \pm 5{,}32\ (\text{см}^2) \qquad A_A = 0{,}0067$$

Момент сопротивления

$$\tilde{W} = \frac{\tilde{b}\cdot\tilde{h}^2}{6}; \quad \bar{W} = \frac{\bar{b}\bar{h}^2}{6} = \frac{11{,}5\cdot 23^2}{6} = \underline{1013{,}92\text{ см}^3}$$

$$\hat{W} = \sqrt{\left(\frac{\partial W}{\partial b}\cdot\hat{b}\right)^2 + \left(\frac{\partial W}{\partial h}\hat{h}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\bar{h}^2}{6}\cdot\hat{b}\right)^2 + \left(2\frac{\bar{b}\bar{h}}{6}\hat{h}\right)^2} = \frac{\bar{b}\bar{h}^2}{6}\sqrt{\left(\frac{\hat{b}}{\bar{b}}\right)^2 + \left(2\frac{\hat{h}}{\bar{h}}\right)^2} =$$

$$= \bar{W}\underbrace{\sqrt{A_b^2 + 4A_h^2}}_{A_W} = 1013{,}92\cdot\sqrt{0{,}006^2 + 4\cdot 0{,}003^2} = 1013{,}92\cdot 0{,}0085 =$$

$$= 8{,}62\text{ см}^3$$

$$A_W = 0{,}0085$$

$$\tilde{W} = \bar{W} \pm 3\hat{W} = 1013{,}92 \pm 25{,}85\ (\text{см}^3)$$

Функции усилий (статистические характеристики)

① $\tilde{M} = 0{,}5\,\tilde{q}\cdot\tilde{C}_1\cdot\tilde{C}_2$; $\quad \bar{q} = 18{,}2$ кН/м $\quad \bar{C}_1 = 3$м $\quad \bar{C}_2 = 4$м

$$\bar{M} = 0{,}5\,\bar{q}\cdot\bar{C}_1\cdot\bar{C}_2 = 0{,}5\cdot 18{,}2\cdot 3\cdot 4 = \underline{109{,}2}\ \text{кН}\cdot\text{м}$$

$$\hat{M} = \sqrt{\left(\frac{\partial M}{\partial q}\cdot\hat{q}\right)^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial C_1}\cdot\hat{C}_1\right)^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial C_2}\cdot\hat{C}_2\right)^2} =$$

$$= \sqrt{(0{,}5\bar{C}_1\bar{C}_2\cdot\hat{q})^2 + (0{,}5\cdot\bar{q}\,\bar{C}_2\cdot\hat{C}_1)^2 + (0{,}5\bar{q}\,\bar{C}_1\hat{C}_2)^2} =$$

$$= 0{,}5\cdot\bar{q}\cdot\bar{C}_1\,\bar{C}_2\sqrt{\left(\frac{\hat{q}}{\bar{q}}\right)^2 + \left(\frac{\hat{C}_1}{\bar{C}_1}\right)^2 + \left(\frac{\hat{C}_2}{\bar{C}_2}\right)^2} = \bar{M}\underbrace{\sqrt{A_q^2 + A_{C_1}^2 + A_{C_2}^2}}_{A_M} =$$

$$= 109{,}2\sqrt{0{,}033^2 + 0{,}0011^2 + 0{,}00082^2} = 109{,}2\cdot 0{,}03303 = \underline{3{,}61}\ \text{кН}\cdot\text{м}$$

т.о. $A_M = \underline{0{,}033}$

с учётом „правила 3-х стандартов" $\quad \Delta M = 3\hat{M} = 10{,}82$ кН·м

$$\tilde{M} = \bar{M} \pm \Delta M = 109{,}2 \pm 10{,}82\ (\text{кН}\cdot\text{м})$$

Для напряжений в точках расчётного сечения

I 33

$\tilde{\sigma} = \dfrac{\tilde{M}}{\tilde{W}}$; $\quad \bar{W} = 597\text{см}^3$; $\quad A_W = 0{,}012$

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{M}}{\bar{W}} = \frac{109{,}2\ \text{кН}\cdot\text{м}}{597\ \text{см}^3} = \frac{109{,}2\cdot 10^{-3}\ \text{МН}\cdot\text{м}}{597\cdot 10^{-6}\ \text{м}^3} = \underline{182{,}91}\ \text{МПа}$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\left(\frac{\partial\sigma}{\partial M}\cdot\hat{M}\right)^2 + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial W}\,\hat{W}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\hat{M}}{\bar{W}}\right)^2 + \left(-\frac{\bar{M}}{\bar{W}^2}\hat{W}\right)^2} = \frac{\bar{M}}{\bar{W}}\sqrt{\left(\frac{\hat{M}}{\bar{M}}\right)^2 + \left(\frac{\hat{W}}{\bar{W}}\right)^2} =$$

$$= \bar{\sigma}\underbrace{\sqrt{A_M^2 + A_W^2}}_{A_\sigma} = 182{,}9\cdot\sqrt{0{,}033^2 + 0{,}012^2} = 182{,}9\cdot 0{,}0351 =$$

$$= \underline{6{,}42\ \text{МПа}}$$

$A_\sigma = \underline{0{,}0351}$ $\qquad \Delta\sigma = 3\hat{\sigma} = 19{,}27$ МПа (3 стандарта)

$$\tilde{\sigma} = \bar{\sigma} \pm \Delta\sigma = 182{,}91 \pm 19{,}27\ (\text{МПа})$$

(2)

$$\tilde{M} = 0{,}5\tilde{q}\tilde{c}_1\tilde{c}_2 + \tilde{F}(\tilde{a}_1+\tilde{a}_2) - \tilde{M}_f$$

$$\tilde{N} = 0{,}5\tilde{q}\cdot\tilde{c}_2$$

$\bar{M}_f = 30{,}77$ кН·м; $\hat{M}_f = 3{,}08$ кН·м
$\bar{F} = 23{,}08$ кН; $\hat{F} = 2{,}31$ кН
$\bar{q} = 18{,}2$ кН/м; $A_q = 0{,}033$

$$\bar{N} = 0{,}5\,\bar{q}\cdot\bar{c}_2 = 0{,}5\cdot 18{,}2\cdot 4 = \underline{36{,}4\text{ кН}}$$

$$\hat{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial N}{\partial q}\hat{q}\right)^2 + \left(\frac{\partial N}{\partial c_2}\hat{c}_2\right)^2} = \sqrt{(0{,}5\ \hat{q})^2 + (0{,}5\bar{q}\,\hat{c}_2)^2} =$$

$$= 0{,}5\bar{q}\bar{c}_2\sqrt{\left(\frac{\hat{q}}{\bar{q}}\right)^2 + \left(\frac{\hat{c}_2}{\bar{c}_2}\right)^2} = \bar{N}\underbrace{\sqrt{A_q^2 + A_{c_2}^2}}_{A_N} = 36{,}4\sqrt{0{,}033^2 + 0{,}00082^2} =$$

$$= 36{,}4\cdot 0{,}033 = \underline{1{,}2\text{ кН}}$$

$A_N = \underline{0{,}033}$ $\qquad \Delta N = 3\hat{N} = 3\cdot 1{,}2 = 3{,}6$ кН

$$\tilde{N} = \bar{N} \pm \Delta N = 36{,}4 \pm 3{,}6 \text{ кН}$$

$$\bar{M} = 0{,}5\,\bar{q}\,\bar{c}_1\bar{c}_2 + \bar{F}(\bar{a}_1+\bar{a}_2) - \bar{M}_f = 0{,}5\cdot 18{,}2\cdot 3\cdot 4 + 23{,}08(2+2) - 30{,}77 =$$
$$= \underline{170{,}75\text{ кН·м}}$$

$$\hat{M} = \sqrt{\left(\frac{\partial M}{\partial q}\hat{q}\right)^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial c_1}\cdot\hat{c}_1\right)^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial c_2}\cdot\hat{c}_2\right)^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial F}\hat{F}\right)^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial a_1}\hat{a}_1\right)^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial a_2}\hat{a}_2\right)^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial M_f}\hat{M}_f\right)^2} =$$

$$= \sqrt{(0{,}5\bar{c}_1\bar{c}_2\cdot\hat{q})^2 + (0{,}5\bar{q}\bar{c}_2\,\hat{c}_1)^2 + (0{,}5\bar{q}\bar{c}_1\hat{c}_2)^2 + ((\bar{a}_1+\bar{a}_2)\cdot\hat{F})^2 + (\bar{F}\hat{a}_1)^2 + (\bar{F}\hat{a}_2)^2 + \hat{M}_f^2} =$$

$$= \sqrt{(0{,}5\bar{q}\bar{c}_1\bar{c}_2)^2(A_q^2 + A_{c_1}^2 + A_{c_2}^2) + \bar{F}^2(\hat{a}_1^2 + \hat{a}_2^2) + (\bar{a}_1+\bar{a}_2)^2\hat{F}^2 + \hat{M}_f^2} =$$

$$= \sqrt{109{,}2^2(0{,}033^2 + 0{,}0011^2 + 0{,}00082^2) + 23{,}08^2(0{,}0033^2 + 0{,}0033^2) + (2+2)^2\cdot 2{,}31^2 + 3{,}08^2} =$$

$$= \sqrt{13{,}01 + 0{,}012 + 85{,}38 + 9{,}49} = \underline{10{,}39\text{ кН·м}}$$

$$A_M = \frac{\hat{M}}{\bar{M}} = \frac{10{,}39}{170{,}75} = \underline{0{,}061}$$

$$\Delta M = 3\hat{M} = 3\cdot 10{,}39 = 31{,}16 \text{ кН·м}$$

$$\tilde{M} = \bar{M} \pm \Delta M = 170{,}75 \pm 31{,}16 \text{ (кН·м)}$$

$$\tilde{\sigma} = \frac{\tilde{N}}{\tilde{A}} + \frac{\tilde{M}}{\tilde{W}} \qquad \bar{W} = 1013{,}92\ см^3 \quad A_W = 0{,}0085$$

$$\bar{A} = 264{,}5\ см^2 \quad A_A = 0{,}0067$$

$b = 11{,}5$
$h = 23$

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{N}}{\bar{A}} + \frac{\bar{M}}{\bar{W}} = \frac{364 \cdot 10^{-3}}{264{,}5 \cdot 10^{-4}} + \frac{170{,}75 \cdot 10^{-3}}{1013{,}92 \cdot 10^{-6}} = 1{,}38 + 168{,}4 = \underline{169{,}78}\ МПа$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\left(\frac{\partial \sigma}{\partial N}\hat{N}\right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial A}\cdot\hat{A}\right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial M}\hat{M}\right)^2 + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial W}\hat{W}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\hat{N}}{\bar{A}}\right)^2 + \left(-\frac{\bar{N}}{\bar{A}^2}\hat{A}\right)^2 + \left(\frac{\hat{M}}{\bar{W}}\right)^2 + \left(-\frac{\bar{M}}{\bar{W}^2}\hat{W}\right)^2} = \sqrt{\frac{\bar{N}^2}{\bar{A}^2}\left(\frac{\hat{N}^2}{\bar{N}^2} + \frac{\hat{A}^2}{\bar{A}^2}\right) + \frac{\bar{M}^2}{\bar{W}^2}\left(\frac{\hat{M}^2}{\bar{M}^2} + \frac{\hat{W}^2}{\bar{W}^2}\right)} =$$

$$= \sqrt{\bar{\sigma}_N^2\left(A_N^2 + A_A^2\right) + \bar{\sigma}_M^2\left(A_M^2 + A_W^2\right)} = \sqrt{1{,}38^2\left(0{,}033^2 + 0{,}0067^2\right) + 168{,}4^2 \cdot \left(0{,}061^2 + 0{,}0085^2\right)} = \sqrt{0{,}0022 + 107{,}571} = \underline{10{,}37\ МПа}$$

$$A_\sigma = \frac{\hat{\sigma}}{\bar{\sigma}} = \frac{10{,}37}{169{,}78} = \underline{0{,}061} \qquad \Delta\sigma = 3\hat{\sigma} = 3 \cdot 10{,}37 = 31{,}12\ МПа$$

$$\tilde{\sigma} = \bar{\sigma} \pm \Delta\sigma = 169{,}78 \pm 31{,}12\ (МПа)$$

- НАЙДЕМ ДОВЕРИТЕЛЬНЫЕ ИНТЕРВАЛЫ ЗНАЧЕНИЙ НАПРЯЖЕНИЙ В РАСЧЁТНЫХ СЕЧЕНИЯХ $\tilde{\sigma}_{(1)}$; $\tilde{\sigma}_{(2)}$ С ОБЕСПЕЧЕННОСТЬЮ 0,95

ПОЛУЧЕНО РАНЕЕ: $\bar{\sigma}_{(1)} = 182{,}91$ МПа, $\hat{\sigma}_{(1)} = 6{,}42$ МПа

$\bar{\sigma}_{(2)} = 169{,}78$ МПа, $\hat{\sigma}_{(2)} = 10{,}37$ МПа

КОЭФФИЦИЕНТ СТЬЮДЕНТА: $t_{\infty(0{,}95)} = 1{,}96$

ЗНАЧЕНИЯ ПОЛУШИРИНЫ ДОВЕРИТЕЛЬНЫХ ИНТЕРВАЛОВ

$$\Delta\sigma_{(1)} = t_{\infty(0{,}95)} \cdot \hat{\sigma}_{(1)} = 1{,}96 \cdot 6{,}42 = 12{,}58\ МПа$$

$$\Delta\sigma_{(2)} = t_{\infty(0{,}95)} \cdot \hat{\sigma}_{(2)} = 1{,}96 \cdot 10{,}37 = 20{,}33\ МПа$$

$$\tilde{\sigma}_{(1)} = \bar{\sigma}_{(1)} \pm \Delta\sigma_{(1)} = 182{,}91 \pm 12{,}58\ (МПа); \quad \tilde{\sigma}_{(1)} \in [170{,}33; 195{,}49]$$

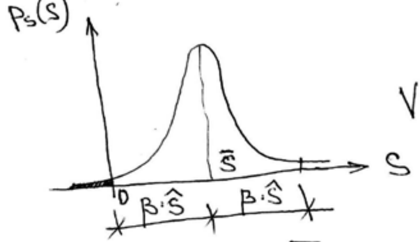
$$\tilde{\sigma}_{(2)} = \bar{\sigma}_{(2)} \pm \Delta\sigma_{(2)} = 169{,}78 \pm 20{,}33\ (МПа); \quad \tilde{\sigma}_{(2)} \in [149{,}45; 190{,}11]$$

• Рассмотрим характеристики расчётных условий безотказности

• Условия прочности в расчётных сечениях

1) $\tilde{\sigma}_{(1)} \le \tilde{\sigma}_{u}$ – для элементов группы „1"

$\tilde{S} = \tilde{\sigma}_u - \tilde{\sigma}_{(1)}$ – функция резерва прочности



$\tilde{S} < 0$ – отказ

$V = P_S(0)$ – вероятность отказа

$N = 1 - V = 1 - P_S(0)$ – надёжность (резерв работоспособности)

Известно: $\bar{\sigma}_u = 300$ МПа; $\hat{\sigma}_u = 30$ МПа

$\bar{\sigma}_{(1)} = 182{,}91$ МПа; $\hat{\sigma}_{(1)} = 6{,}42$ МПа

$$\bar{S} = \bar{\sigma}_u - \bar{\sigma}_{(1)} = 300 - 182{,}91 = 117{,}09 \text{ МПа}$$

$$\hat{S} = \sqrt{\hat{\sigma}_u^2 + \hat{\sigma}_{(1)}^2} = \sqrt{30^2 + 6{,}42^2} = 30{,}68 \text{ МПа}$$

$$A_S = \frac{\hat{S}}{\bar{S}} = \frac{30{,}68}{117{,}09} = 0{,}262$$

коэффициент безопасности

$$\beta = \frac{\bar{S}}{\hat{S}} = \frac{117{,}09}{30{,}68} = 3{,}82$$

вероятность отказа $V = 0{,}5 - \Phi(3{,}82) = 0{,}000066726$

или приближённо $\boxed{V = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\beta^2 - 1}{\beta^3} \cdot e^{-\frac{\beta^2}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6{,}28}} \cdot \frac{3{,}82^2 - 1}{3{,}82^3} \cdot e^{-\frac{3{,}82^2}{2}} =$

$= 0{,}399043 \cdot 0{,}243841 \cdot e^{-7{,}296} = 0{,}0973029 \cdot 0{,}00067811 = 0{,}000065982$

надежность

$$N_{(1)} = 1 - V_{(1)} = 1 - 0{,}000065982 = 0{,}999934$$

2) $\tilde{\sigma}_{(2)} \leq \tilde{\sigma}_{u}$ – для элементов группы „2"

$\tilde{S} = \tilde{\sigma}_{u} - \tilde{\sigma}_{(2)}$ | $\bar{\sigma}_{(2)} = 169{,}78$ МПа | $\hat{\sigma}_{(2)} = 10{,}37$ МПа

$$\bar{S} = \bar{\sigma}_{u} - \bar{\sigma}_{(2)} = 300 - 169{,}78 = 130{,}22 \text{ МПа}$$

$$\hat{S} = \sqrt{\hat{\sigma}_{u}^{2} + \hat{\sigma}_{(2)}^{2}} = \sqrt{30^2 + 10{,}37^2} = 31{,}74 \text{ МПа}$$

$$A_s = \frac{\hat{S}}{\bar{S}} = \frac{31{,}74}{130{,}22} = 0{,}2437$$

Коэффициент безопасности

$$\beta = \frac{\bar{S}}{\hat{S}} = \frac{130{,}22}{31{,}74} = 4{,}10$$

Вероятность отказа $V = 0{,}5 - \Phi(4{,}1) = 0{,}000020658$

или приближённо $V = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\beta^2 - 1}{\beta^3} e^{-\frac{\beta^2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{6{,}28}} \cdot \frac{4{,}1^2 - 1}{4{,}1^3} e^{-\frac{4{,}1^2}{2}} =$

$$= 0{,}399043 \cdot 0{,}229393 \cdot e^{-8{,}405} = 0{,}0915377 \cdot 0{,}000223745 = 0{,}00002048\text{1}$$

Надёжность

$$N_{(2)} = 1 - V_{(2)} = 1 - 0{,}00002048\text{1} = 0{,}9999795$$

- Надежность системы по двукритериальному условию безопасности

$$\begin{cases} \tilde{\sigma}_{(1)} \leq \tilde{\sigma}_{u} & (201 \text{ МПа} < R = 210 \text{ МПа}) \\ \sigma_{(2)} \leq \sigma_{u} & (198{,}76 \text{ МПа} < R = 210 \text{ МПа}) \end{cases}$$

$$N = N_{(1)} \cdot N_{(2)} = 0{,}999934 \cdot 0{,}9999795 = 0{,}9999135$$