

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧЕРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

---

Кафедра "Электротехника"

**ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ТРЁХФАЗНОГО ТОКА**

Методические указания к выполнению  
курсовой работы по дисциплине  
"Электротехника и электроника"  
для студентов механических специальностей  
заочной формы обучения

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

2005

## **Электрические цепи трёхфазного тока**

(методические указания для выполнения курсовой  
работы по дисциплине "Электротехника и электроника")  
Предназначено для студентов специальностей "Вагоны" и  
"Локомотивы" заочного факультета

Составители: П.Ю. Васильев, Б.В. Рудаков, А.Г. Филимонов

*Рецензент доцент Б.А. Трифонов*

Подписано в печать с оригинал-макета 20.12.2005

Отпечатано в авторской редакции.

Тираж 300 экз.

**Цель курсовой работы** – закрепить теоретический материал по разделу "Трёхфазные цепи" курса "Электротехника и электроника" и способствовать развитию у студентов практических навыков к расчёту и анализу цепей синусоидального переменного тока символическим методом.

Перед выполнением курсовой работы необходимо проработать соответствующие разделы учебников и материал данных методических указаний. В частности в методических указаниях рекомендуется ознакомиться с содержанием раздела "Краткие сведения из теории" и приложения № 2.

Студент выполняет курсовую работу самостоятельно в соответствии с исходными данными, приведёнными в задании.

## **Оформление курсовой работы**

Курсовая работа состоит из расчётно–пояснительной записки и графической части.

### **Пояснительная записка**

Объём записки примерно 15-20 листов формата А4. Текст пишется от руки или набирается на компьютере.

Все страницы должны иметь сквозную нумерацию.

Первым листом пояснительной записки является титульный лист (прил. 1) который не нумеруется.

На листах, следующих за титульным, приводится текст задания с числовыми данными, соответствующими заданному варианту.

Пояснительная записка должна включать следующие вопросы:

- расчёт и анализ цепи, соединённой звездой, в двух режимах: при наличии нейтрального провода и при обрыве нейтрального провода;
- расчёт и анализ цепи при соединении генератора звездой, а приёмника – треугольником.

## Графическая часть

Эта часть должна содержать:

- электрические схемы фаз приёмника;
- расчётные электрические схемы цепи при соединении приёмников звездой и треугольником;
- векторные диаграммы.

Электрические схемы располагаются как правило по ходу изложения материала на листах пояснительной записки с использованием чертёжного инструмента. Все элементы схемы должны изображаться в соответствии с требованиями ГОСТ 2.701-84 и ГОСТ 2.702-75.

Векторные диаграммы строятся с соблюдением масштабов, выбранных таким образом, чтобы лист бумаги использовался рационально.

Топографические векторные диаграммы трёх расчётных режимов строятся на миллиметровой бумаге формата *A3* или *A4* с использованием цветных карандашей (шариковых ручек).

## Краткие сведения из теории

Трёхфазной цепью называется совокупность трёх однофазных цепей, в которых действует симметричная трёхфазная система электродвижущих сил (ЭДС). Симметричной называется система трёх синусоидальных ЭДС одинаковой частоты и амплитуды, сдвинутых по фазе на одну треть временного периода. Векторная диаграмма для амплитудных значений ЭДС в этом случае представляет симметричную трёхлучевую звезду векторов.

На рис. 1а представлена такая диаграмма для момента времени  $t=0$ . Если

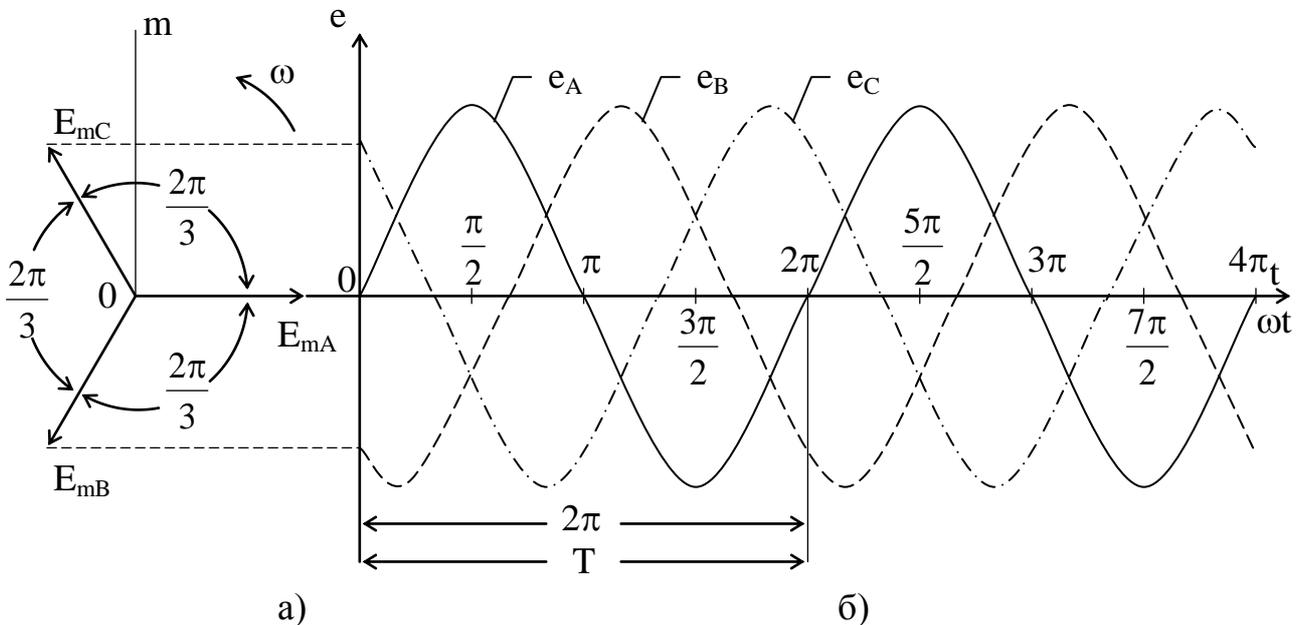


Рис. 1

вращать векторы диаграммы против часовой стрелки с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , проецируя векторы на вертикальную ось мгновенных значений "0 m" с одновременной развёрткой по горизонтальной оси, то получатся графические зависимости трёх синусоидальных ЭДС (рис. 1б), построенных в функции времени  $t$  или фазового угла  $\omega t$  ( $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ , где  $\omega$  - угловая частота,  $T$  - период,  $f$  - частота). Поскольку амплитуды ЭДС равны по величине ( $E_{mA} = E_{mB} = E_{mC} = E_m$ ), то мгновенные значения ЭДС (в соответствии с расположением векторов на рис. 1а в момент времени  $t=0$ ) записывается в виде:

$$e_A = E_m \sin \omega t; e_B = E_m \sin \left( \omega t - \frac{2\pi}{3} \right); e_C = E_m \sin \left( \omega t - \frac{4\pi}{3} \right).$$

Нетрудно убедиться, что *геометрическая сумма векторов*, изображающих синусоидальные ЭДС, а следовательно и, *алгебраическая сумма* мгновенных значений синусоид равны нулю:

$$\vec{E}_{mA} + \vec{E}_{mB} + \vec{E}_{mC} = 0, e_A + e_B + e_C = 0$$

Если представить векторы в виде комплексных чисел (см. прил. 2), то *алгебраическая сумма*:

$$\dot{E}_{mA} + \dot{E}_{mB} + \dot{E}_{mC} = 0.$$

Простейший генератор трёхфазного тока (рис. 2) представляет собой неподвижный пустотелый цилиндр, набранный из листовой электротехнической стали (статор), внутри которого вращается с постоянной скоростью  $\omega$  постоянный электромагнит N-S (ротор).

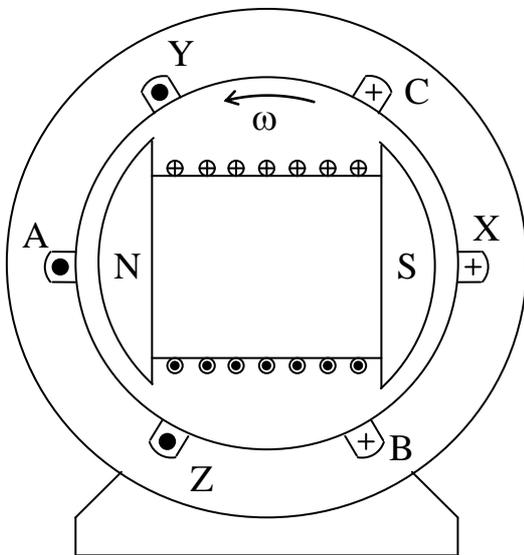


Рис. 2

двигательный пустотелый цилиндр, набранный из листовой электротехнической стали (статор), внутри которого вращается с постоянной скоростью  $\omega$  постоянный электромагнит N-S (ротор). На внутренней поверхности статора расположены три витка A-X, B-Y, C-Z, стороны которых расположены в двух диаметрально противоположных канавках (пазах). Магнитные оси этих витков *сдвинуты* относительно друг друга *на треть пространственного периода*

(в показанном на рис. 2 двухполюсном генераторе - на 120 геометрических градусов). При вращении ротора его магнитная ось N-S поочередно набегаёт на начала фаз обмотки статора A, B, C, в результате чего амплитуды ЭДС  $E_{mA}$ ,  $E_{mB}$ ,  $E_{mC}$  будут сдвинуты по фазе *на одну треть временного периода T* (рис. 1).

Три витка, расположенные на статоре (рис. 2), представляют собой три простейших источника (генератора) однофазного синусоидального тока, каждый из которых может быть подключён двумя проводами к "своему" однофазному приёмнику. В этом случае получается шестипроводная, электрически разобъединённая трёхфазная цепь.

На практике получили применение электрически связанные трёхфазные цепи, соединённые звездой или треугольником. Генератор и приёмник могут быть соединены одинаково, или один из них соединён звездой, а другой – треугольником.

Три витка  $A-X$ ,  $B-Y$ ,  $C-Z$  на статоре генератора (рис. 2) называются *фазами генератора*. Начала фаз генератора обозначаются большими буквами  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , а концы фаз - большими буквами  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  латинского алфавита. Соответственно зажимы *фаз приёмника* обозначаются малыми буквами ( $a-x$ ,  $b-y$ ,  $c-z$ ).

За положительные направления ЭДС, токов и напряжений в фазах генератора принимаются направления от конца фазы к её началу, а в фазах приёмника – от начала к концу фазы.

### Соединение фаз генератора и приёмника звездой

На рис. 3а показана схема фаз генератора, подготовленная к соединению

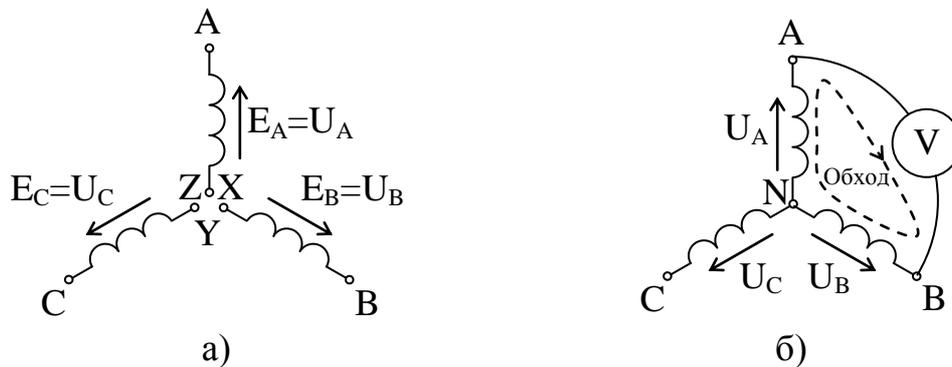


Рис. 3

звездой. Принцип соединения звездой (рис. 3б) заключается в электрическом соединении концов фаз  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  в общий электрический узел, называемый *нейтральной точкой генератора N*. Начала фаз генератора  $A$ ,  $B$ ,  $C$  подключаются к трём линейным проводам.

При расчёте цепей трёхфазного тока принято считать генератор источником бесконечной мощности, у которого отсутствуют внутренние сопротивления, а следовательно и падения напряжения в них при протекании тока, что позволяет заменить ЭДС соответствующими напряжениями, то есть  $E_{mA} = U_{mA}$ ,  $E_{mB} = U_{mB}$ ,  $E_{mC} = U_{mC}$ .

На рис. 3 стрелками показаны положительные направления ЭДС (напряжений) в фазах генератора для действующих (среднеквадратических) значений:  $E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$ ;  $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ .

*Фазным напряжением* генератора (или приёмника) называется разность электрических потенциалов, то есть *напряжение между началом и концом одной и той же фазы* генератора (или приёмника).

*Линейным напряжением* называется *напряжение между началами двух разных фаз* генератора (или приёмника).

Применительно к генератору, соединённому звездой, *фазное напряжение*  $U_A$  – это *напряжение* (разность потенциалов) между *началом фазы A* и её *концом X* (рис. 3а), или *между началом фазы A* и *нейтральной точкой N* (рис. 3б), потенциал которой является потенциалом всех трёх концов фаз X, Y, Z.

Как видно из рис. 3б, линейное напряжение  $U_{AB}$  представляет собой падение напряжения в вольтметре, подключённом к началам фаз A и B. Применив второй закон Кирхгофа к замкнутому контуру, образованному фазами A-X, B-Y и цепью вольтметра V, получим с учётом направления обхода контура (рис. 3б)  $\vec{U}_{AB} = \vec{U}_A - \vec{U}_B$ , то есть *вектор линейного напряжения  $\vec{U}_{AB}$  равен геометрической разности векторов соответствующих фазных напряжений ( $\vec{U}_A$  и  $\vec{U}_B$ )*. Переключив вольтметр на другие пары выходных зажимов генератора, получим  $\vec{U}_{BC} = \vec{U}_B - \vec{U}_C$ ,  $\vec{U}_{CA} = \vec{U}_C - \vec{U}_A$ .

На рис. 4 показана векторная диаграмма напряжений генератора с соответствующими графическими построениями. Как видно из рис. 4, линейные напряжения образуют симметричную звезду векторов ( $U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_L$ ), которая опережает звезду векторов фазных напряжений на угол  $30^\circ$ . Опустив из вершины тупого угла одного из равнобедренных треугольников высоту (которая является и медианой), получим прямоугольный треугольник  $\Delta mtq$ , из которого следуют соотношения:  $\overline{om} = \frac{U_L}{2}$ ;  $\overline{om} = \overline{oq} \cos 30^\circ = U_\phi \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Приравняв пра-



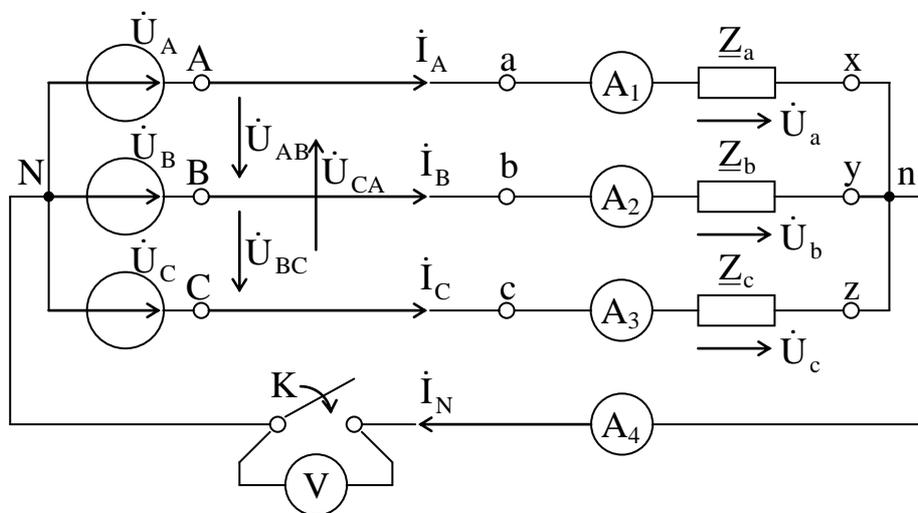


Рис. 5

электрические потенциалы начал одноимённых фаз генератора и приёмника, а нейтральный провод – потенциал концов фаз. С учётом сделанного допущения *линейные напряжения* можно определить как *напряжения между двумя линейными проводами*, а *фазные напряжения* - как *напряжения между соответствующими линейными проводами и нейтральным проводом*.

*Фазным током* генератора (или приёмника) *называется ток в фазе* генератора (или приёмника).

*Линейным током* называется *ток в линейном проводе*. Является очевидным, что при соединении звездой линейные токи равны соответствующим фазным токам ( $I_L = I_\phi$ ). Например, амперметр  $A_1$  в схеме на рис. 5 измеряет ток  $I_A$ , который, не разветвляясь, протекает по фазе А-Х генератора, линейному проводу А-а и фазе а-х приёмника.

*Ток в нейтральном проводе*  $I_N$  согласно первому закону Кирхгофа *равен сумме фазных (линейных) токов* (ключ К в схеме на рис. 5 замкнут).

Вектор тока  $\vec{I}_N$  равен геометрической сумме  $\vec{I}_N = \vec{I}_A + \vec{I}_B + \vec{I}_C$ , а комплекс тока  $\dot{I}_N$  равен алгебраической сумме  $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$ .

При симметричной нагрузке ток в нейтральном проводе равен нулю и необходимость в нём отпадает. Поэтому заведомо симметричные приёмники (например, асинхронные и синхронные двигатели при соединении обмоток статора звездой) подключаются к источнику тремя линейными проводами.

Покажем, что при симметричной нагрузке ток в нейтральном проводе отсутствует ( $\dot{I}_N = 0$ ). Как известно, симметричной нагрузкой является приёмник, у которого равны комплексные сопротивления фаз, то есть  $\underline{Z}_{ax} = \underline{Z}_{by} = \underline{Z}_{cz} = \underline{Z}_\phi = z_\phi e^{j\varphi} = r_\phi + jx_\phi$ . Поскольку сопротивления нейтрального и линейных проводов приняты равными нулю, то симметричная система напряжений с выходных зажимов  $A, B, C, N$  генератора накладывается на входные зажимы  $a, b, c, n$  приёмника, то есть можно принять:  $\dot{U}_A = \dot{U}_a, \dot{U}_B = \dot{U}_b, \dot{U}_C = \dot{U}_c$ .

Согласно закону Ома в комплексной форме фазные (линейные) токи приёмника:  $\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_\phi}; \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_\phi}; \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_\phi}$ .

Ток нейтрального провода:  $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \frac{1}{\underline{Z}_\phi} (\dot{U}_A + \dot{U}_B + \dot{U}_C) = 0$ , так как выражение в скобках обращается в нуль.

При несимметричной нагрузке ток в нейтральном проводе не равен нулю, поэтому при обрыве провода (ключ  $K$  в схеме рис. 5 разомкнут) появляется разность электрических потенциалов между нейтральными точками генератора и приёмника, которое называется *напряжением смещения нейтрали* ( $U_N$ ).

Комплекс действующего значения этого напряжения рассчитывается по формуле:

$$\dot{U}_N = \frac{\dot{U}_A \underline{Y}_A + \dot{U}_B \underline{Y}_B + \dot{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N}, \quad (1)$$

где  $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$  - комплексы фазных напряжений генератора;

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A}, \underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B}, \underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C} - \text{комплексы проводимостей фаз приёмника;}$$

$$\underline{Y}_N = \frac{1}{\underline{Z}_N} - \text{комплексная проводимость нейтрального провода } (\underline{Z}_N - \text{его}$$

комплексное сопротивление).

При разомкнутом ключе  $K$  (рис. 5) можно составить уравнения по второму закону Кирхгофа для трёх замкнутых контуров, образованных каждой из фаз  $A,$

$B, C$  трехфазной цепи с измерительной цепью вольтметра  $V$ , показывающего величину напряжения смещения нейтрали  $U_N = \text{mod} \dot{U}_N$ , и получить выражение для фазных напряжений приёмника:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_a &= \dot{U}_A - \dot{U}_N \\ \dot{U}_b &= \dot{U}_B - \dot{U}_N \\ \dot{U}_c &= \dot{U}_C - \dot{U}_N \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Нетрудно убедиться, что вычитание одного и того же вектора  $\dot{U}_N$  из векторов фазных напряжений генератора  $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$  делает систему фазных напряжений приёмника несимметричной, а это приводит к ненормальной работе фаз приёмника.

При наличии нейтрального провода (ключ  $K$  в схеме на рис. 5 замкнут) можно принять  $\underline{Z}_N = 0$ , то есть  $\underline{Y}_N = \frac{1}{\underline{Z}_N} \rightarrow \infty$ , вследствие чего правая часть равенства (1) обращается в нуль. Таким образом, при наличии нейтрального провода напряжение смещения нейтрали  $\dot{U}_N = 0$ , а фазные напряжения приёмника, как это следует из равенств (2), будут равны фазным напряжениям генератора, то есть будут симметричными. Поэтому можно утверждать, что *наличие нейтрального провода обеспечивает независимость работы фаз приёмника*, поскольку каждая фаза оказывается включённой на одну и ту же величину напряжения.

Из равенств (1) и (2) также следует, что при отсутствии нейтрального провода ( $\underline{Y}_N = 0, \underline{Z}_N \rightarrow \infty$ ) и симметричной нагрузке ( $\underline{Y}_A = \underline{Y}_B = \underline{Y}_C = \underline{Y}_\phi$ ) напряжение смещения нейтрали  $\dot{U}_N = 0$ , то есть система фазных напряжений приёмника будет также симметричной.

Необходимо обратить внимание на то, что *система линейных напряжений всегда остаётся симметричной* (даже при обрыве нейтрального провода и несимметричной нагрузке, когда симметрия фазных напряжений приёмника нарушается).

### Соединение фаз приёмника треугольником

На рис. 6 показана трёхфазная трехпроводная схема, в которой генератор

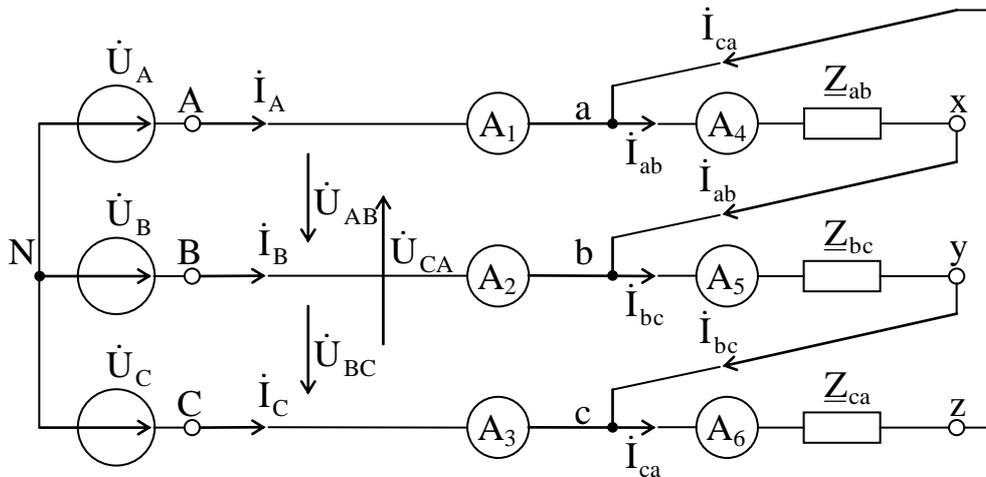


Рис. 6

включён звездой, а приёмник треугольником. Принцип соединения фаз приёмника (или генератора) заключается в следующем: конец первой фазы "x" соединяется с началом второй "b", конец второй "y" – с началом третьей "c", конец третьей "z" - с началом первой "a". В результате получается замкнутый контур, который для фазных ЭДС генератора является замкнутым накоротко. Однако сумма трёх фазных ЭДС (напряжений), образующих симметричную систему, равна нулю, поэтому ток короткого замыкания в контуре от действия этих ЭДС отсутствует.

При соединении фаз генератора или приёмника треугольником является очевидным равенство фазных и линейных напряжений, то есть  $U_{\phi} = U_L$ , поскольку конец предыдущей фазы имеет потенциал начала следующей. Следовательно, напряжение между началом и концом одной фазы (фазное) становится напряжением между началами двух разных фаз (линейным). Это можно пояснить также тем обстоятельством, что каждая фаза приёмника (рис. 6) оказывается включённой между двумя линейными проводами.

Линейные провода, подключённые к началам фаз приёмника, образуют три электрических узла с соответствующими двумя фазами треугольника.

На основании первого закона Кирхгофа можно записать следующие зависимости

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_A &= \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} \\ \dot{I}_B &= \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} \\ \dot{I}_C &= \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

то есть *линейный ток равен разности двух фазных токов*, образующих электрический узел с этим линейным током.

В равенствах (3) фигурируют алгебраические операции с комплексами действующих значений токов (символический метод).

Эти равенства можно записать в векторной форме (графический метод, основанный на геометрическом вычитании векторов)

$$\left. \begin{aligned} \vec{I}_A &= \vec{I}_{ab} - \vec{I}_{ca} \\ \vec{I}_B &= \vec{I}_{bc} - \vec{I}_{ab} \\ \vec{I}_C &= \vec{I}_{ca} - \vec{I}_{bc} \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

или в алгебраической форме для мгновенных значений (аналитический метод)

$$\left. \begin{aligned} i_A &= i_{ab} - i_{ca} \\ i_B &= i_{bc} - i_{ab} \\ i_C &= i_{ca} - i_{bc} \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Нетрудно убедиться, что сумма линейных токов всегда тождественно равна нулю, поскольку в правых частях этих равенств каждый фазный так присутствует со знаком плюс и минус.

Рассмотрим случай симметричной нагрузки ( $\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = \underline{Z}_{\phi} = z_{\phi} e^{j\varphi} = r_{\phi} + jx_{\phi}$ ).

Поскольку на зажимы  $a, b, c$  приёмника (рис. 6) подаётся симметричная система линейных напряжений генератора, которые являются для приёмника одновременно фазными, то можно сделать вывод, что *при соединении треугольником обеспечивается независимость работы фаз приёмника, как и в схеме "звезда с нейтральным проводом"*. По аналогии с симметричным режимом приёмника, соединённого звездой, можно сделать вывод, что фазные токи в тре-

угольнике образуют симметричную трёхлучевую звезду векторов, сдвинутую относительно звезды фазных напряжений на угол  $\varphi = \arctg \frac{x_{\phi}}{r_{\phi}}$ .

Для определения соотношения между фазными и линейными токами симметричного приёмника, соединённого треугольником, рассмотрим симметричную звезду фазных токов безотносительно к векторной диаграмме напряжений (рис. 7).

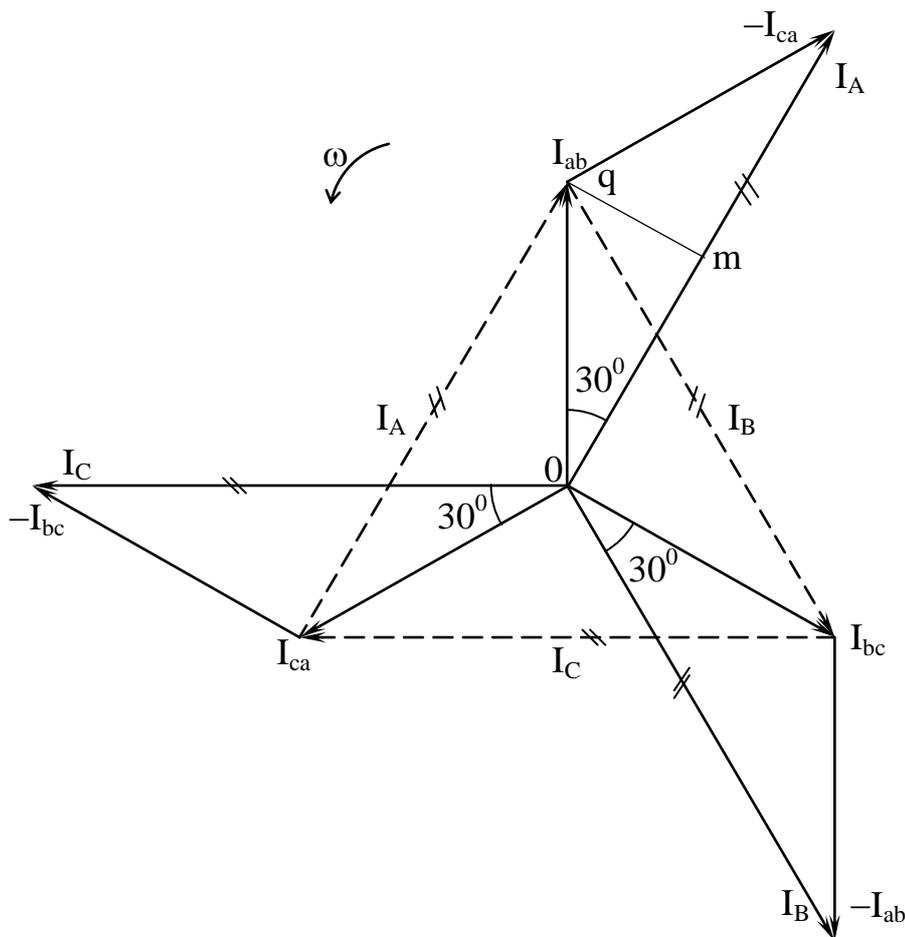


Рис. 7

Проделав графические операции в соответствии с равенствами (4), можно убедиться, что система векторов линейных токов представляет симметричную трёхлучевую звезду, которая на  $30^\circ$  отстаёт от звезды векторов фазных токов. На основании вспомогательных построений по аналогии с фазными и линейными напряжениями генератора, соединённого звездой (рис. 4), получаем  $I_L = \sqrt{3} I_{\phi}$ , то есть при симметричной нагрузке линейный ток в  $\sqrt{3}$  раз больше фазного. На топографических векторных диаграммах линейные токи  $\vec{I}_A, \vec{I}_B,$

$\vec{I}_C$  обычно показываются в виде сторон треугольника с вершинами в концах звезды векторов фазных токов (на рис. 7 линейные токи выделены пунктиром).

### Мощность в цепях трёхфазного тока

Поскольку трёхфазная цепь является совокупностью трёх однофазных цепей, то мощность трёхфазной цепи равна сумме мощностей трёх фаз.

Применительно к цепи, соединённой звездой с нейтральным проводом, активная мощность:

$$P = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C, \quad (6)$$

где  $U_A, U_B, U_C$  – фазные напряжения,

$I_A, I_B, I_C$  – фазные (линейные) токи,

$\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$  – углы сдвига между фазными напряжениями и токами.

Реактивная мощность:

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = U_A I_A \sin \varphi_A + U_B I_B \sin \varphi_B + U_C I_C \sin \varphi_C, \quad (7)$$

Полная (кажущаяся) мощность:

$$S = S_A + S_B + S_C = U_A I_A + U_B I_B + U_C I_C, \quad (8)$$

### Мощность симметричного приёмника

Очевидно, мощность симметричного приёмника равна утроенной мощности одной фазы.

Активная мощность:  $P = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi$ , где  $\varphi = \varphi_A = \varphi_B = \varphi_C$  – угол сдвига между фазными напряжениями и токами.

Принято мощность симметричного приёмника выражать через линейные величины. Сделав соответствующие подстановки: для звезды  $U_\phi = \frac{U_L}{\sqrt{3}}$ ;  $I_\phi = I_L$ ; и

для треугольника  $U_\phi = U_L$ ,  $I_\phi = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$ , получим для обоих случаев одну и ту же

зависимость для активной мощности  $P = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi$ . По аналогии можно за-

писать:  $Q = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi$ ,  $S = \sqrt{3} U_L I_L$ .

Представляет интерес выражение для мгновенной мощности симметричного трёхфазного приёмника.

Как известно *однофазная цепь является неуравновешенной*, поскольку мгновенная мощность содержит пульсирующую с двойной частотой составляющую. Например, для фазы А симметричного приёмника однофазная мгновенная мощность

$$p_A = u_A i_A = U_\phi I_\phi \cos \varphi - U_\phi I_\phi \cos(2\omega t + \varphi) = P_\phi - S_\phi \cos(2\omega t + \varphi) \quad (9)$$

Мгновенные мощности двух других фаз

$$p_B = u_B i_B = P_\phi - S_\phi \cos(2\omega t - 240^\circ + \varphi)$$

$$p_C = u_C i_C = P_\phi - S_\phi \cos(2\omega t - 480^\circ + \varphi)$$

Можно показать, что мгновенная мощность всех трёх фаз симметричного приёмника:  $p = p_A + p_B + p_C = 3P_\phi - 0 = 3P_\phi = const$ , то есть пульсирующие составляющие фаз симметричного приемника взаимно уничтожают друг друга, а *мгновенная мощность является постоянной величиной*, равной утроенной активной (средней за период) мощности одной фазы. Таким образом, *симметричная трёхфазная цепь является уравновешенной*. Например, двигатели трёхфазного тока в отличие от однофазных не содержат знакопеременных составляющих электромагнитного момента, что благоприятно сказывается на их рабочих характеристиках.

При расчёте цепей синусоидального тока символическим методом, в том числе и трёхфазных цепей, вводится понятие о *комплексной мощности*. В частности комплексная мощность  $\dot{S}$  однофазной цепи (см. прил. 2):

$$\dot{S} = \dot{U} \dot{I}^* = P + jQ, \quad (9)$$

где  $\dot{U}$  - комплекс действующего значения напряжения на входе цепи,

$\dot{I}^*$  - сопряжённый комплекс действующего значения тока в цепи,

$P = UI \cos \varphi = \operatorname{Re} \dot{S}$  - активная мощность,

$Q = UI \sin \varphi = \operatorname{Im} \dot{S}$  - реактивная мощность.

Соответственно комплексная мощность трёхфазной цепи равна сумме ком-

плексных мощностей всех трёх фаз.

Например, применительно к соединению звездой

$$\dot{S} = \dot{S}_A + \dot{S}_B + \dot{S}_C = \dot{U}_A \dot{I}_A^* + \dot{U}_B \dot{I}_B^* + \dot{U}_C \dot{I}_C^* = (P_A + P_B + P_C) + j(Q_A + Q_B + Q_C). \quad (10)$$

Следует обратить внимание на различие в индексах основных величин, характеризующих работу цепи при соединении звездой и треугольником.

Так при соединении звездой сопротивления фаз приёмника, фазные напряжения, фазные (линейные) токи, мощности фаз индексируются одной буквой, например  $\underline{Z}_a, U_A, I_A, P_A$ . Двойную индексацию имеют линейные напряжения  $U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}$ .

При соединении треугольником применяется в основном индексация двумя буквами, поскольку фазы включают между двумя линейными проводами, например  $\underline{Z}_{ab}, U_{AB}, I_{AB}, P_{AB}$ . Исключение составляют линейные токи:  $I_A, I_B, I_C$ .

### Задание на курсовую работу

Задана трёхфазная цепь, состоящая из генератора, соединённого звездой, и несимметричного приёмника, соединённого звездой с последующим переключением на треугольник.

Генератор вырабатывает симметричную систему фазных и линейных напряжений (ЭДС) и является источником бесконечной мощности.

Генератор соединён с приёмником тремя линейными проводами, а при соединении приёмника звездой четвёртым (нейтральным) проводом. Сопротивления нейтрального и линейных проводов принимаются равными нулю, вследствие чего на входные зажимы приёмника подаётся симметричная система напряжений генератора.

Фазы приёмника в общем случае содержат активные и реактивные сопротивления и проводимости (рис. 8). Фаза  $a - x$  имеет неразветвлённый участок

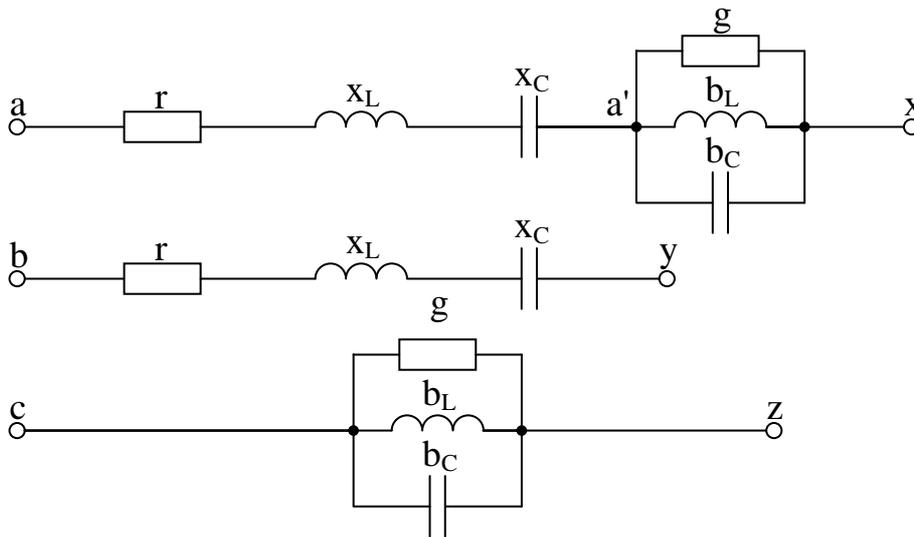


Рис. 8

$a - a'$  и участок  $a' - x$  с параллельным включением элементов, фаза  $b - y$  – последовательное, а фаза  $c - z$  – параллельное соединение элементов.

Студент рассчитывает трёхфазную цепь в соответствии со своим вариантом, который определяется двумя последними цифрами шифра. Численные значения сопротивлений и проводимостей фаз приёмника, а также величина фазного

напряжения генератора берутся по номеру строки из табл. 1, определяемому числом из последних двух цифр шифра. Таблица числовых данных содержит 30 строк. Если предпоследняя цифра шифра ноль (или отсутствует), то номер строки определяется по последней цифре шифра. Если число из последних двух цифр больше 30, то необходимо вычесть из этого числа 30 или 60, чтобы получить необходимый номер строки для своего варианта.

### Требуется

1. Переписать текст задания на курсовую работу. Изобразить схемы фаз приёмника (рис. 8) и выписать числовые данные величин согласно заданному варианту.

2. Записать в комплексной форме сопротивления и проводимости фаз приёмника *с проверкой правильности расчётов* обратным эквивалентным переходом. Комплексные сопротивления фаз приёмника показать *в двух формах записи комплексного числа*: алгебраической и показательной.

3. Изобразить расчётную схему трёхфазной цепи, соединённой по схеме звезда с нейтральным проводом (рис. 5). Рассчитать схему в двух режимах: нормальном и при обрыве нейтрального провода (ключ  $K$  - разомкнут). Комплексные токи и напряжений показываються *в двух формах записи*: алгебраической и показательной. Определить показания электроизмерительных приборов. Построить в комплексной плоскости топографические векторные диаграммы *с соблюдением масштабов и показом углов сдвига между напряжениями и токами в фазах приёмника*.

4. Выполнить расчётные и графические операции по той же программе для схемы цепи *при включении приёмника треугольником* (рис. 6).

5. Проверить баланс мощностей и произвести сравнение режимов работы заданной трёхфазной цепи.

Таблица 1

№ п/п	Фазное напряжение U <sub>ф</sub> , В	Параметры фазы "а-х", Ом, Ом <sup>-1</sup>						Параметры фазы "б-у", Ом						Параметры фазы "с-з", Ом <sup>-1</sup>		
		r	x <sub>L</sub>	x <sub>C</sub>	g	b <sub>L</sub>	b <sub>C</sub>	r	x <sub>L</sub>	x <sub>C</sub>	g	b <sub>L</sub>	b <sub>C</sub>	g	b <sub>L</sub>	b <sub>C</sub>
1	220	4,0	8,0	5,0	0,16	0,12	0,24	6,0	8,0	16,0	0,08	0,06	0,12	0,08	0,06	0,12
2	127	3,0	4,0	8,0	0,12	0,16	0,32	8,0	6,0	12,0	0,05	0,1	0,1	0,08	0,08	0,16
3	220	4,0	6,0	3,0	0,16	0,12	0,24	6,0	12,0	18,0	0,08	0,08	0,16	0,08	0,08	0,16
4	127	8,0	12,0	6,0	0,08	0,06	0,12	12,0	24,0	36,0	0,04	0,04	0,08	0,04	0,04	0,08
5	220	4,0	3,0	6,0	0,16	0,24	0,36	8,0	12,0	6,0	0,08	0,18	0,12	0,08	0,18	0,12
6	127	3,0	4,0	8,0	0,12	0,32	0,16	4,0	6,0	3,0	0,06	0,08	0,16	0,06	0,08	0,16
7	220	4,0	6,0	3,0	0,16	0,24	0,12	6,0	16,0	24,0	0,06	0,08	0,16	0,06	0,08	0,16
8	127	6,0	8,0	16,0	0,06	0,08	0,16	16,0	12,0	24,0	0,025	0,02	0,02	0,025	0,02	0,02
9	220	4,0	6,0	9,0	0,16	0,12	0,24	8,0	18,0	12,0	0,04	0,09	0,06	0,04	0,09	0,06
10	127	8,0	12,0	6,0	0,08	0,12	0,06	24,0	16,0	48,0	0,03	0,04	0,08	0,03	0,04	0,08
11	220	10,0	50,0	10,0	0,1	0,05	0,04	50,0	10,0	60,0	0,025	0,04	0,02	0,025	0,04	0,02
12	127	40,0	100,0	50,0	0,025	0,05	0,04	100,0	300,0	100,0	0,0125	0,01	0,0125	0,0125	0,01	0,0125
13	220	20,0	50,0	30,0	0,05	0,15	0,05	30,0	20,0	50,0	0,02	0,02	0,04	0,02	0,02	0,04
14	127	30,0	50,0	20,0	0,05	0,05	0,1	30,0	50,0	20,0	0,02	0,02	0,025	0,02	0,02	0,025
15	220	15,0	10,0	25,0	0,05	0,1	0,05	30,0	30,0	50,0	0,02	0,025	0,02	0,025	0,01	0,05
16	127	10,0	5,0	10,0	0,25	0,5	0,25	20,0	40,0	10,0	0,025	0,01	0,025	0,025	0,01	0,05
17	220	8,0	8,0	4,0	0,1	0,05	0,1	30,0	50,0	30,0	0,025	0,05	0,025	0,025	0,05	0,025
18	127	40,0	30,0	20,0	0,04	0,05	0,01	60,0	100,0	140,0	0,0125	0,04	0,02	0,0125	0,04	0,02
19	220	16,0	24,0	12,0	0,04	0,03	0,06	24,0	48,0	72,0	0,02	0,02	0,04	0,02	0,02	0,04
20	127	8,0	6,0	12,0	0,08	0,12	0,18	16,0	24,0	12,0	0,04	0,09	0,06	0,04	0,09	0,06
21	220	4,0	8,0	2,0	0,2	0,2	0,25	10,0	25,0	10,0	0,05	0,05	0,04	0,05	0,05	0,04
22	127	5,0	12,0	2,0	0,05	0,05	0,04	100,0	150,0	50,0	0,01	0,01	0,0225	0,01	0,01	0,0225
23	220	10,0	10,0	20,0	0,1	0,05	0,04	50,0	30,0	50,0	0,025	0,02	0,045	0,025	0,02	0,045
24	127	5,0	12,0	2,0	0,05	0,05	0,04	100,0	100,0	50,0	0,01	0,02	0,01	0,01	0,02	0,01
25	220	20,0	30,0	10,0	0,05	0,05	0,01	100,0	100,0	150,0	0,01	0,01	0,02	0,01	0,01	0,02
26	127	8,0	2,0	10,0	0,2	0,02	0,04	25,0	25,0	10,0	0,04	0,06	0,02	0,04	0,06	0,02
27	220	20,0	40,0	10,0	0,05	0,04	0,05	100,0	150,0	50,0	0,01	0,01	0,02	0,01	0,01	0,02
28	127	15,0	10,0	25,0	0,05	0,2	0,1	30,0	10,0	60,0	0,02	0,02	0,04	0,02	0,02	0,04
29	220	8,0	4,0	8,0	0,1	0,1	0,05	20,0	40,0	10,0	0,025	0,05	0,025	0,025	0,05	0,025
30	127	8,0	12,0	6,0	0,16	0,24	0,36	8,0	12,0	6,0	0,08	0,18	0,12	0,08	0,18	0,12

## Подготовка заданной цепи к расчёту символическим методом

Поскольку символический метод расчёта и анализа цепей синусоидального тока основан на алгебраических операциях с комплексными числами, необходимо представить в комплексной форме все заданные величины: напряжения генератора, сопротивления и проводимости фаз приёмника.

### Комплексы фазных и линейных напряжений генератора

Перед началом расчёта необходимо зафиксировать на комплексной плоскости расположение системы координат  $+1, +j$ . При построении топографических векторных диаграмм ориентация системы координат в плоскости чертежа не должна изменяться, поэтому необходимо перемещать начало координат из точки в точку по правилу параллельного переноса векторов.

Для записи в комплексной форме фазных напряжений генератора, образующих симметричную звезду векторов (рис. 9), целесообразно совместить вектор

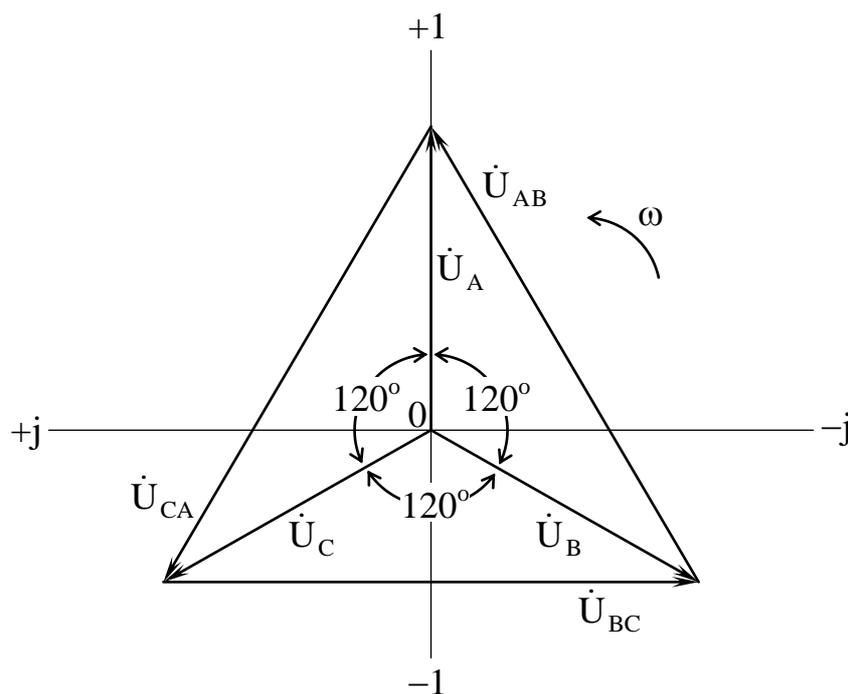


Рис. 9

напряжения фазы  $\dot{U}_A$  с положительной полуосью  $+1$  действительных величин.

Используя алгебраическую и показательную формы записи комплексного числа (см. прил. 2), следует записать фазные напряжения генератора в виде:  $\dot{U}_A = U_\phi e^{j0} = U_\phi$ ;  $\dot{U}_B = \dot{U}_A e^{-j120} = U_\phi(-0,5-j0,867)$ ;  $\dot{U}_C = \dot{U}_A e^{+j120} = U_\phi(-0,5+j0,867)$ .

Комплексы линейных напряжений:  $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B = U_\phi(1,5+j0,867)$ ;  
 $\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C = -1,73U_\phi$ ;  $\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A = U_\phi(-1,5+j0,867)$ .

### Комплексные сопротивления и проводимости фаз приёмника

Схемы соединения элементов в фазах приёмника представлены на рис. 8.

- **Фаза a – x** имеет два участка  $a - a'$  с последовательным соединением сопротивлений и разветвлённый участок  $a' - x$ , то есть в этой фазе имеет место смешанное соединение элементов, которое необходимо заменить эквивалентным последовательным и параллельным.

Комплексное сопротивление фазы  $a - x$ :

$\underline{Z}_{ax} = \underline{Z}_{aa'} + \underline{Z}_{a'x}$ , где  $\underline{Z}_{aa'} = r_{aa'} + jx_{Laa'} - jx_{Ca'a'} = r_{aa'} + jx_{aa'}$  – комплексное сопротивление неразветвлённого участка;

$\underline{Z}_{a'x} = \frac{1}{\underline{Y}_{a'x}} = r_{a'x} + jx_{a'x}$  – комплексное сопротивление разветвлённого участка,

комплексная проводимость которого  $\underline{Y}_{a'x} = g_{a'x} - jb_{La'x} + jb_{Ca'x} = g_{a'x} - jb_{a'x}$ .

Комплексное сопротивление фазы  $a - x$ :

$\underline{Z}_{ax} = \underline{Z}_{aa'} + \underline{Z}_{a'x} = (r_{aa'} + r_{a'x}) + j(x_{aa'} + x_{a'x}) = r_{ax} + jx_{ax} = z_{ax} e^{j\varphi_{ax}}$ , где  $r_{ax} = r_{aa'} + r_{a'x} = \text{Re } \underline{Z}_{ax}$ ;  $x_{ax} = x_{aa'} + x_{a'x} = \text{Im } \underline{Z}_{ax}$ ;  $z_{ax} = \sqrt{r_{ax}^2 + x_{ax}^2} = \text{mod } \underline{Z}_{ax}$ ,  $\varphi_{ax} = \text{arctg } \frac{x_{ax}}{r_{ax}}$  – угол

сдвига по фазе между фазным напряжением и фазным током в фазе  $a - x$ .

Знак угла определяется знаком мнимой части алгебраической формы записи комплексного сопротивления (знаком аргумента в показательной форме записи).

Комплексная проводимость фазы  $a - x$ :

$\underline{Y}_{ax} = \frac{1}{\underline{Z}_{ax}} = \frac{1}{r_{ax} + jx_{ax}} = \frac{r_{ax}}{z_{ax}^2} - j \frac{x_{ax}}{z_{ax}^2} = g_{ax} - jb_{ax} = y_{ax} e^{-j\varphi_{ax}}$ , где  $g_{ax} = \text{Re } \underline{Y}_{ax}$  – активная

проводимость;  $b_{ax} = \text{Im } \underline{Y}_{ax}$  - реактивная проводимость;  $y_{ax} = \sqrt{g_{ax}^2 + b_{ax}^2}$  - полная проводимость.

Для контроля правильности вычислений рекомендуется сделать обратный эквивалентный переход от проводимости к сопротивлению, то есть

$$\underline{Z}_{ax} = \frac{1}{\underline{Y}_{ax}} = \frac{1}{g_{ax} - jb_{ax}} = r_{ax} + jx_{ax}.$$

Следует обратить внимание, что при эквивалентных переходах знак реактивной составляющей меняется на противоположный.

- **Фаза b – y** имеет последовательное соединение сопротивлений.

Комплексное сопротивление:

$$\underline{Z}_{by} = r_{by} + jx_{Lby} - jx_{Cby} = r_{by} + jx_{by} = z_{by} e^{j\varphi_{by}}, \text{ где } \varphi_{by} = \arctg \frac{x_{by}}{r_{by}} - \text{угол сдвига по}$$

фазе между фазным напряжением и фазным током в фазе b – y.

$$\text{Комплексная проводимость: } \underline{Y}_{by} = \frac{1}{\underline{Z}_{by}} = g_{by} - jb_{by}.$$

$$\text{Обратный переход (проверка): } \underline{Z}_{by} = \frac{1}{\underline{Y}_{by}} = r_{by} + jx_{by}.$$

- **Фаза c – z** состоит из параллельно включённых проводимостей.

$$\text{Комплексная проводимость фазы c – z: } \underline{Y}_{cz} = g_{cz} - jb_{Lcz} + jb_{Ccz} = g_{cz} - jb_{cz}.$$

Комплексное сопротивление фазы c – z:

$$\underline{Z}_{cz} = \frac{1}{\underline{Y}_{cz}} = \frac{1}{g_{cz} - jb_{cz}} = r_{cz} + jx_{cz} = z_{cz} e^{j\varphi_{cz}}, \text{ где } \varphi_{cz} = \arctg \frac{x_{cz}}{r_{cz}} - \text{угол сдвига по}$$

фазе между фазным напряжением и фазным током в фазе c – z.

$$\text{Обратный переход (проверка): } \underline{Y}_{cz} = \frac{1}{\underline{Z}_{cz}} = g_{cz} - jb_{cz}.$$

## Расчёт цепи при соединении приёмника звездой

Расчётная схема цепи "звезда с нейтральным проводом" представлена на рис. 5. В цепь включены электроизмерительные приборы: четыре амперметра и вольтметр, измеряющий напряжение смещения нейтрали при обрыве нейтрального провода (ключ  $K$  разомкнут).

Поскольку в данной работе сопротивлениями соединительных проводов пренебрегаем, то при замкнутом ключе  $K$  (рис. 5) на зажимы приёмника  $a, b, c, n$  подаётся со стороны генератора симметричная система фазных и линейных напряжений, а при разомкнутом ключе  $K$  – только симметричная система линейных напряжений.

Как упоминалось ранее, фазные величины приёмника при соединении звездой индексируются одной буквой:  $\underline{Z}_a = \underline{Z}_{ax}$ ,  $\underline{Z}_b = \underline{Z}_{by}$ ,  $\underline{Z}_c = \underline{Z}_{cz}$ ,  $\dot{U}_a$ ,  $\dot{U}_b$ ,  $\dot{U}_c$ ,  $\dot{I}_a = \dot{I}_A$ ,  $\dot{I}_b = \dot{I}_B$ ,  $\dot{I}_c = \dot{I}_C$ .

Если нагрузка несимметрична, то при наличии нейтрального провода  $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$ ,  $\dot{U}_N = 0$ .

При обрыве нейтрального провода  $\dot{I}_N = 0$ ,  $\dot{U}_N \neq 0$ , причём симметрия фазных напряжений приёмника нарушается, а линейных напряжений – сохраняется.

### Нормальный режим работы (ключ $K$ замкнут)

Фазные (линейные) токи:  $\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{\underline{Z}_a} = \dot{U}_a \underline{Y}_a$ ;  $\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{\underline{Z}_b} = \dot{U}_b \underline{Y}_b$ ;  $\dot{I}_C = \frac{\dot{U}_C}{\underline{Z}_c} = \dot{U}_c \underline{Y}_c$ .

Ток в нейтральном проводе:  $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$ .

Здесь и в дальнейшем комплексы токов (и напряжений) представлять в двух формах записи: алгебраической и показательной.

Измерительные приборы показывают модули соответствующих комплексных величин. Амперметры:  $A_1 \rightarrow I_A = \text{mod } \dot{I}_A$ ;  $A_2 \rightarrow I_B = \text{mod } \dot{I}_B$ ;  $A_3 \rightarrow I_C = \text{mod } \dot{I}_C$ ;  $A_4 \rightarrow I_N = \text{mod } \dot{I}_N$ . Показание вольтметра  $V \rightarrow U_N = \text{mod } \dot{U}_N = 0$ .

*Комплексные мощности фаз приёмника*, представляют собой произведение комплексов фазных напряжений на сопряжённые комплексы "своих" фазных (линейных) токов:

$$\dot{S}_A = \dot{U}_A \dot{I}_A^* = P_A + jQ_A; \dot{S}_B = \dot{U}_B \dot{I}_B^* = P_B + jQ_B; \dot{S}_C = \dot{U}_C \dot{I}_C^* = P_C + jQ_C.$$

*Суммарная активная мощность приёмника:*

$P_{ПРУ} = P_A + P_B + P_C$ , где  $P_{ПРУ}$  - активная мощность приёмника при наличии нейтрального провода.

### **Режим работы цепи при обрыве нейтрального провода (ключ $K$ разомкнут)**

При обрыве нейтрального провода (ключ  $K$  на схеме рис. 5 разомкнут) появляется напряжение смещения нейтрали. Комплекс  $\dot{U}_N$  этого напряжения рассчитывается по формуле (1) при условии, что  $\underline{Y}_N = 0$ , поскольку  $\underline{Z}_N \rightarrow \infty$ :

$$\dot{U}_N = \frac{\dot{U}_a \underline{Y}_a + \dot{U}_b \underline{Y}_b + \dot{U}_c \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}$$

*Фазные напряжения приёмника:*

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_N; \dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_N; \dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_N.$$

*Фазные (линейные) токи:*

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_a}{\underline{Z}_a} = \dot{U}_a \underline{Y}_a, \dot{I}_B = \frac{\dot{U}_b}{\underline{Z}_b} = \dot{U}_b \underline{Y}_b, \dot{I}_C = \frac{\dot{U}_c}{\underline{Z}_c} = \dot{U}_c \underline{Y}_c.$$

*Проверка правильности расчётов:* убедиться в выполнении первого закона Кирхгофа при обрыве нейтрального провода:  $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$ .

Если равенство не выполняется, необходимо искать ошибку в расчётах.

*Комплексные мощности фаз приёмника:*

$$\dot{S}_a = \dot{U}_a \dot{I}_a^* = P_a + jQ_a; \dot{S}_b = \dot{U}_b \dot{I}_b^* = P_b + jQ_b; \dot{S}_c = \dot{U}_c \dot{I}_c^* = P_c + jQ_c.$$

*Суммарная активная мощность приёмника:*  $P'_{ПРУ} = P_A + P_B + P_C$ , где  $P'_{ПРУ}$  - активная мощность приёмника при обрыве нейтрального провода.

*Показания электроизмерительных приборов:* Амперметры:  $A_1 \rightarrow I_A = \text{mod } \dot{I}_A$ ;  $A_2 \rightarrow I_B = \text{mod } \dot{I}_B$ ;  $A_3 \rightarrow I_C = \text{mod } \dot{I}_C$ ;  $A_4 \rightarrow I_N = \text{mod } \dot{I}_N = 0$ . Показание вольтметра

$$V \rightarrow U_N = \text{mod } \dot{U}_N.$$

### **Порядок построения топографических векторных диаграмм при соединении трёхфазной цепи звездой**

Диаграммы строятся с учётом масштабов токов и напряжений, а также принятой ранее ориентации координатных осей комплексной плоскости и векторной диаграммы напряжений генератора. Масштабы следует выбрать удобными для построения векторов по координатам алгебраической формы записи комплексных токов и напряжений с учётом рационального использования листа бумаги.

#### **Нормальный режим работы (ключ $K$ замкнут)**

Вначале следует изобразить векторную диаграмму фазных и линейных напряжений генератора (рис. 9), которая является и диаграммой напряжений приёмника. В начале координат  $O$  находятся точки  $N$  и  $n$  генератора и приёмника. Затем строятся в масштабе векторы токов  $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C, \dot{I}_N$  из начала координат. Показывается справедливость графического построения  $\vec{I}_N = \vec{I}_A + \vec{I}_B + \vec{I}_C$  (рис. 10).

Показать углы сдвига фаз  $\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C$ . Примерный вид векторной диаграммы для одной из конкретных цепей приведён на рис. 10. На диаграмме использовались масштабы для напряжений  $m_U = 40 \text{ В/см}$  и токов  $m_I = 2 \text{ А/см}$ .

#### **Режим работы цепи при обрыве нейтрального провода (ключ $K$ разомкнут)**

В начале строится векторная диаграмма напряжений генератора. Затем с соблюдением масштаба строится из начала координат  $N$  вектор напряжения смещения нейтрали  $\dot{U}_N$ , при этом конец вектора  $\dot{U}_N$  определит электрический потенциал нейтральной точки приёмника  $n$  (рис. 11).

Параллельным переносом начало координат комплексной плоскости перемещается в точку  $n$ , и строятся в соответствующих масштабах векторы фазных



токов  $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$  (что необходимо проиллюстрировать графически сложением векторов токов), а углы  $\varphi_A$ ,  $\varphi_B$ ,  $\varphi_C$  должны быть такими же по величине и знаку, как и на предыдущей векторной диаграмме. На рис. 10 и рис. 11 приведены векторные диаграммы для одной и той же цепи с сохранением масштабов.

## Расчёт цепи при соединении приёмника треугольником

Расчётная схема цепи приведена на рис. 6. Генератор остаётся включённым звездой, а приёмник переключён на треугольник.

Поскольку фазы приёмника оказываются включёнными между линейными проводами, то фазные величины индексируются двумя буквами, в частности  $\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_a = \underline{Z}_{ax}$ ,  $\underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_b = \underline{Z}_{by}$ ,  $\underline{Z}_{ca} = \underline{Z}_c = \underline{Z}_{cz}$ .

Фазные напряжения приёмника в данной схеме цепи представляют собой симметричную систему линейных напряжений генератора:  $\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB}$ ,  $\dot{U}_{bc} = \dot{U}_{BC}$ ,  $\dot{U}_{ca} = \dot{U}_{CA}$ , то есть фазные напряжения (а следовательно и токи) приёмника возрастут по сравнению со схемой "звезда с нейтральным проводом" в  $\sqrt{3}$  раз.

### Основные расчётные зависимости

$$\text{Фазные токи: } \dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}}; \dot{I}_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{\underline{Z}_{bc}}; \dot{I}_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{\underline{Z}_{ca}}.$$

$$\text{Линейные токи: } \dot{I}_A = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca}; \dot{I}_B = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab}; \dot{I}_C = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc}.$$

$$\text{Комплексные мощности фаз приёмника: } \dot{S}_{ab} = \dot{U}_{ab} \dot{I}_{ab}^* = P_{ab} + jQ_{ab}; \dot{S}_{bc} = \dot{U}_{bc} \dot{I}_{bc}^* = P_{bc} + jQ_{bc}; \dot{S}_{ca} = \dot{U}_{ca} \dot{I}_{ca}^* = P_{ca} + jQ_{ca}.$$

$$\text{Суммарная активная мощность приёмника: } P_{\text{ПР}\Delta} = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca}.$$

Показания амперметров в схеме рис. 6:

$$I_A = \text{mod } \dot{I}_A - \text{показание первого амперметра,}$$

$$I_B = \text{mod } \dot{I}_B - \text{показание второго амперметра,}$$

$$I_C = \text{mod } \dot{I}_C - \text{показание третьего амперметра,}$$

$$I_{ab} = \text{mod } \dot{I}_{ab} - \text{показание четвёртого амперметра,}$$

$$I_{bc} = \text{mod } \dot{I}_{bc} - \text{показание пятого амперметра,}$$

$$I_{ca} = \text{mod } \dot{I}_{ca} - \text{показание шестого амперметра.}$$

### Топографическая векторная диаграмма

Вначале строятся векторная диаграмма напряжений генератора (рис. 9). Затем строят векторы фазных токов  $\dot{I}_{ab}$ ,  $\dot{I}_{bc}$ ,  $\dot{I}_{ca}$ , совмещая их начала с началами векторов "своих" фазных напряжений  $\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{AB}$ ,  $\dot{U}_{bc} = \dot{U}_{BC}$ ,  $\dot{U}_{ca} = \dot{U}_{CA}$  (рис. 12).

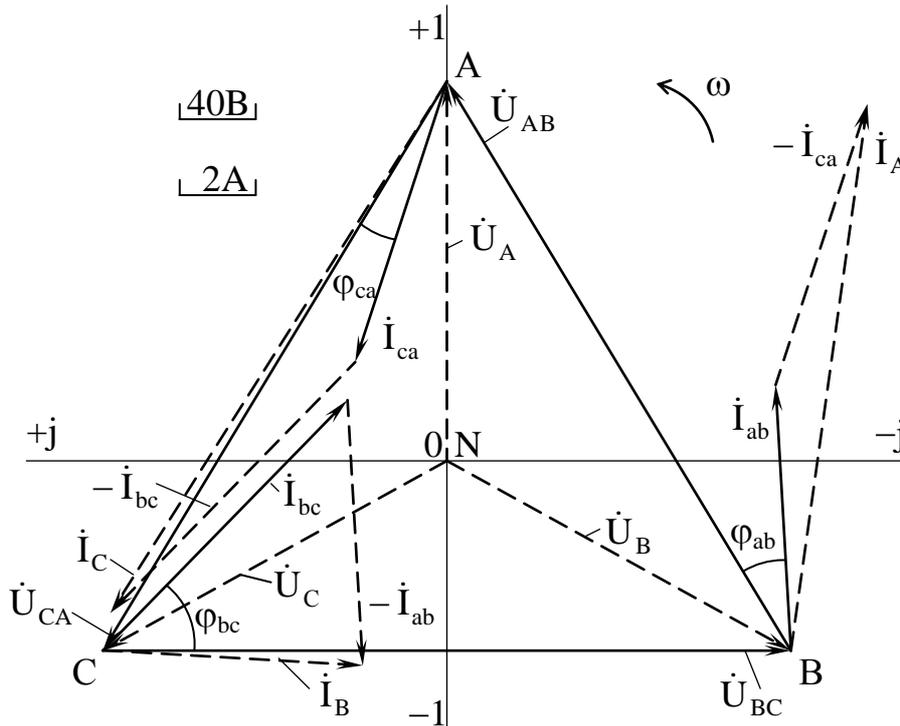


Рис. 12

Для этого необходимо параллельным переносом совмещать начало координат комплексной плоскости с вершинами треугольника линейных напряжений генератора  $B$ ,  $C$ ,  $A$  (рис. 12). Затем строятся векторы линейных токов, используя параллельный перенос вычитаемых векторов фазных токов в соответствии с первым законом Кирхгофа:

$$\vec{I}_A = \vec{I}_{ab} + (-\vec{I}_{ca}); \vec{I}_B = \vec{I}_{bc} + (-\vec{I}_{ab}); \vec{I}_C = \vec{I}_{ca} + (-\vec{I}_{bc}).$$

Векторы линейных токов треугольника  $\dot{I}_A$ ,  $\dot{I}_B$ ,  $\dot{I}_C$  являются одновременно фазными токами генератора. Необходимо построить звезду векторов этих токов, вернув начало координат в точку  $N$  (на рис. 12 это построение не сделано). На диаграмме необходимо показать углы сдвига в фазах приёмника:  $\varphi_{ab}$ ,  $\varphi_{bc}$ ,  $\varphi_{ca}$  и генератора:  $\varphi_A'$ ,  $\varphi_B'$ ,  $\varphi_C'$ .

Приведённые на рис. 10, 11, 12 векторные диаграммы трёх режимов работы одной и той же конкретной цепи построены с сохранением масштабов. В ряде случаев возможно изменение масштаба для токов в векторной диаграмме (рис. 12) из-за возрастания величины токов при включении приёмника треугольником.

## Проверка баланса мощностей и сравнение результатов расчёта

В любой электрической цепи должен соблюдаться закон сохранения энергии, то есть электрическая энергия, вырабатываемая генератором должна быть строго равна энергии, потребляемой приёмником и теряемой в линии передачи (в рассчитываемой цепи потеря энергии в проводах отсутствует, поскольку приняты равными нулю их сопротивления).

Применительно к рассматриваемой трёхфазной цепи закон сохранения энергии (баланс мощностей) формулируется следующим образом: активная мощность генератора должна быть равна активной мощности приёмника. Если баланс мощностей не выполняется, то необходимо искать ошибку в расчётах.

Ранее были рассчитаны активные мощности приёмника для трёх режимов цепи: "звезда с нейтральным проводом", "звезда без нейтрального провода" и схема, в которой генератор соединён звездой, а приёмник – треугольником.

### Активные мощности генератора и проверка баланса мощностей

*Звезда с нейтральным проводом.* Поскольку в этом режиме фазные токи и фазные напряжения приёмника и генератора совпадают, то баланс мощностей выполняется автоматически, то есть активная мощность приёмника  $P_{ПРУ}$  равна активной мощности генератора  $P_{ГΥ}$  ( $P_{ПРУ} = P_{ГΥ}$ ).

*Звезда без нейтрального провода.* Комплексные мощности фаз генератора:

$$\dot{S}_A = \dot{U}_A \dot{I}_A^* = P_A + jQ_A; \quad \dot{S}_B = \dot{U}_B \dot{I}_B^* = P_B + jQ_B; \quad \dot{S}_C = \dot{U}_C \dot{I}_C^* = P_C + jQ_C.$$

Активная мощность генератора при обрыве нейтрального провода:

$$P'_{ГΥ} = P_A + P_B + P_C.$$

Выписать полученную ранее величину  $P'_{ПРУ} = \dots$ , и убедиться, что  $P'_{ГΥ} = P'_{ПРУ}$ .

*Генератор соединён звездой, приёмник – треугольником.* Комплексные мощности фаз генератора:

$$\dot{S}_A = \dot{U}_A \dot{I}_A^* = P_A + jQ_A; \quad \dot{S}_B = \dot{U}_B \dot{I}_B^* = P_B + jQ_B; \quad \dot{S}_C = \dot{U}_C \dot{I}_C^* = P_C + jQ_C.$$

Активная мощность генератора при соединении приёмника треугольником:

$$P_{ГΔ} = P_A + P_B + P_C.$$

Выписать полученную ранее величину  $P_{ПР\Delta} = \dots$ , и убедиться, что  $P_{Г\Delta} = P_{ПР\Delta}$ .

### Сравнение результатов расчёта токов в фазах приёмника и активных мощностей в фазах приёмника и генератора.

Сравниваемые величины необходимо занести в сводную таблицу (табл. 2).

Таблица 2

Вели- чи- ны № п/п	Режимы рабо- ты цепи	Фазные токи, А			Активные мощности фаз, кВт						
		$I_{ax}$	$I_{by}$	$I_{cz}$	Приёмника			Генератора			
					$P_{ax}$	$P_{by}$	$P_{cz}$	$P_A$	$P_B$	$P_C$	
1	Звезда с нейтральным проводом										
2	Звезда без нейтрального провода										
3	Приёмник со- единённый треугольником										

Все величины в таблице являются действительными числами: *токи* – модули соответствующих комплексов, измеренные амперметрами, *мощности* – действительные части соответствующих комплексных мощностей.

По данным строк 1 и 3 табл. 2 сравнить соотношения фазных токов и суммарных активных мощностей *при соединении приёмника треугольником и звездой с нейтральным проводом.*

*Соотношения фазных токов:*

$$\frac{I_{ax\Delta}}{I_{axY}} = \dots; \frac{I_{by\Delta}}{I_{byY}} = \dots; \frac{I_{cz\Delta}}{I_{czY}} = \dots$$

*Соотношения активных мощностей приёмника (генератора) при соедине-*

нии треугольником и звездой с нейтральным проводом:

$$\frac{P_{Г\Delta}}{P_{Г\Upsilon}} = \frac{P_{ПР\Delta}}{P_{ПР\Upsilon}} = \dots$$

На основании сравнения полученных результатов *сделать соответствующие выводы.\**

### **Библиографический список**

1. Касаткин А.С., Немцов М.В. Электротехника М.: Академия, 2003г.
2. Борисов Ю.М., Липатов Д.Н., Зорин Ю.Н. Электротехника М.: Энергоатомиздат, 1985г.
3. Расчёт и анализ сложной трёхфазной цепи символическим методом: Метод. указ./Сост. Б.В. Рудаков, Б.А. Трифионов.- Спб.: ПГУПС. 2003г.
4. Методика решения задач по расчёту цепей трёхфазного тока: Метод. указ./Сост. А.И. Хожаинов, Б.В. Рудаков, А.Г. Филимонов Спб.: ПГУПС. 2000.

\* При защите курсовой работы могут быть заданы все вопросы, связанные с расчётами и полученными результатами, в том числе контрольные вопросы, приведённые в прил. 3.

Петербургский государственный  
университет путей сообщения

Кафедра "Электротехника"

Расчётно-пояснительная записка  
к курсовой работе

## **Электрические цепи трёхфазного тока**

Шифр варианта \_\_\_\_\_

Исполнитель:

Студент \_\_\_\_\_ Иванов И. И.

Ф. И. О., шифр

Руководитель работы \_\_\_\_\_ Петров П. П.

Санкт – Петербург

2006

### Некоторые сведения о символическом методе расчёта цепей синусоидального тока

Символический метод основан на представлении токов и напряжений, а также сопротивлений, проводимостей и мощностей в виде комплексных чисел.

В отличие от действительных чисел, которые являются точками на числовой оси, комплексное число представляет собой более общее понятие числа и изображается точкой на числовой плоскости с прямоугольной системой координат  $+1, +j$ .

На рис. 13 комплексное число  $\dot{C}$  представлено в виде точки с координатами:

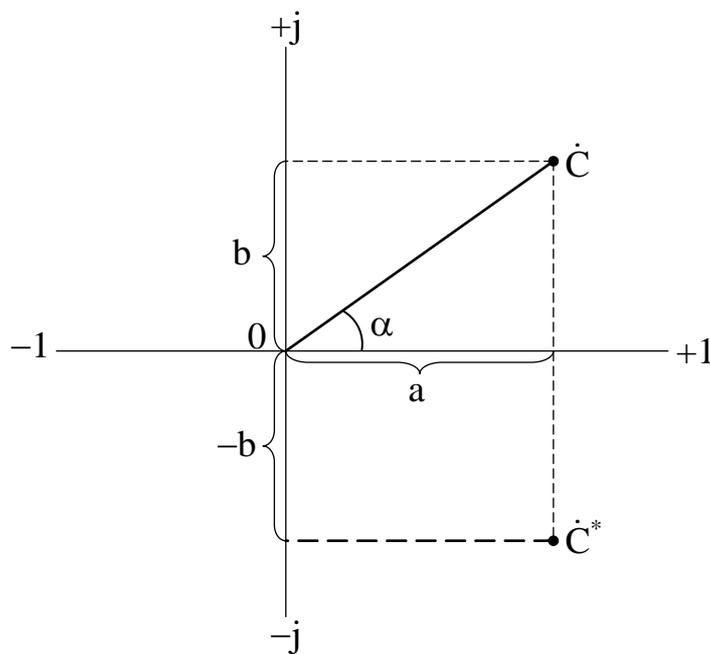


Рис. 13

$a$  по оси вещественных  $+1$  и  $b$  по оси мнимых  $+j$  величин. Комплексное число может быть представлено в виде  $\dot{C} = a + jb$  (алгебраическая форма записи), где  $a$  - вещественная ( $Re$ ) часть числа,  $b$  - мнимая ( $Im$ ) часть комплексного числа, то есть  $a = Re \dot{C}$ ,  $b = Im \dot{C}$ . Мнимая единица  $j = \sqrt{-1}$ , ( $j^2 = -1$ ), ( $-j^2 = +1$ ).

Отрезок  $c$ , измеряемый от начала координат до точки  $\dot{C}$  (см. рис. 13), называется модулем ( $mod$ ) комплексного числа. Угол  $\alpha$ , измеряемый между отрез-

ком  $c$  и осью вещественных  $+1$ , называется аргументом ( $arg$ ) комплексного числа, то есть  $c = mod \dot{C}$ ,  $\alpha = arctg \frac{b}{a} = arg \dot{C}$ .

Кроме алгебраической, существует еще две равнозначные ей формы записи комплексного числа: тригонометрическая  $\dot{C} = c \cos \alpha + jc \sin \alpha$  и показательная  $\dot{C} = c e^{j\alpha}$ . На практике обычно используются две формы записи: алгебраическая и показательная.

Сложение и вычитание комплексных чисел удобнее производить в алгебраической форме записи, а умножение и деление - в показательной.

Множитель  $e^{j\alpha}$  в показательной форме записи комплексного числа  $\dot{C} = c e^{j\alpha}$  называется оператором поворота вектора на угол  $\alpha$  в положительном направлении (против часовой стрелки). В частности, умножив положительную полуось действительных величин  $+1$  на оператор  $e^{j\frac{\pi}{2}} = \cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2} = +j$ , получим новый вектор  $+j$ , то есть положительную полуось мнимых величин. Таким образом:  $+j$  – оператор поворота на  $90^\circ$  против часовой стрелки, а  $-j$  – оператор поворота на  $90^\circ$  по часовой стрелки (в отрицательном направлении).

Сопряжённым комплексным числом  $\dot{C}^*$  (рис. 13) называется такое, которое отличается от исходного комплексного числа  $\dot{C}$  только знаком мнимой части (знаком аргумента в показательной форме записи).

Если комплексное число имеет вид  $\dot{C} = a+jb = c e^{j\alpha}$ , то сопряжённое с ним число  $\dot{C}^* = a-jb = c e^{-j\alpha}$ . Нетрудно убедиться, что произведение сопряжённых комплексных чисел есть вещественное число, равное квадрату модуля  $\dot{C} \dot{C}^* = c^2 = a^2 + b^2$ .

Поскольку синусоидальные токи и напряжения изображаются векторами, то, совместив начало каждого вектора с началом координат  $O$  комплексной плоскости, можно утверждать, что конец вектора (точка) является комплексным числом, а длина вектора (модуль комплексного числа) с учетом масштаба представляет собой величину соответствующего тока или напряжения.

Принято обозначать комплексы токов, напряжений и мощностей соответствующими буквами с точками наверху ( $\dot{U}$ ,  $\dot{I}$ ,  $\dot{S}$ ). Комплексы сопротивлений и проводимостей, которые не являются гармоническими функциями времени, индексируют подчеркиванием внизу ( $\underline{Z}$ ,  $\underline{Y}$ ).

Рассмотрим переход от параметрического метода расчёта к символическому на примере закона Ома для цепи с последовательным соединением активного  $r$ , индуктивного  $x_L$  и ёмкостного  $x_C$  сопротивлений. Закон Ома в параметрическом

методе записывается в виде:  $I = \frac{U}{z} = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}}$ , где  $z = \sqrt{r^2 + x^2}$  - полное

сопротивление цепи (гипотенуза треугольника сопротивлений),  $r$  и  $x = x_L - x_C$  - активное и реактивное сопротивления цепи (катеты треугольника сопротивлений).

Угол  $\varphi$  в треугольнике сопротивлений  $\varphi = \arctg \frac{x}{r}$  - угол сдвига по фазе между током  $I$  и напряжением  $U$  на входе цепи.

Предположим, что цепь имеет индуктивный характер ( $x_L > x_C$ ) и перенесём векторную диаграмму напряжения и тока в комплексную плоскость, совместив начала векторов с началом координат  $+1, +j$ . Очевидно концы векторов  $\dot{U}$  и  $\dot{I}$  (точки) представляют собой комплексы действующих значений напряжения и тока (рис. 14).

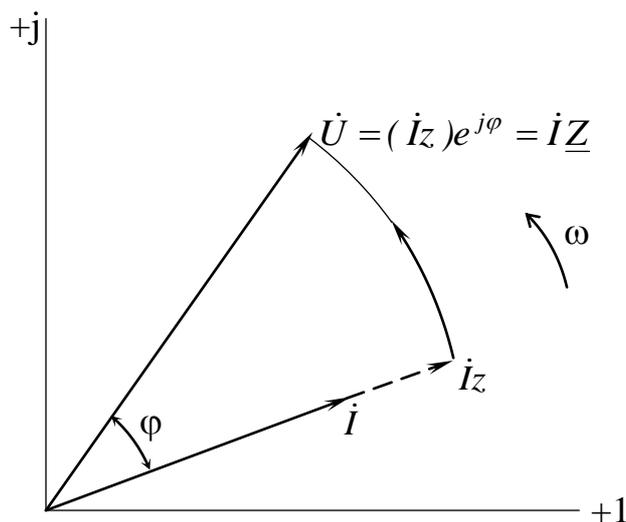


Рис. 14

Умножив вектор тока  $\dot{I}$  на вещественное число (скаляр)  $z$ , получим вектор  $\dot{I}z$ , равный по длине вектору  $\dot{U}$ , но сонаправленный с вектором тока  $\dot{I}$ . Чтобы получить истинное положение вектора  $\dot{U}$  на диаграмме (рис. 14), необходимо умножить вектор  $\dot{I}z$  на оператор поворота  $e^{j\varphi}$  на угол  $\varphi$  в положительном направлении (против часовой стрелки). Таким образом можно записать:

$\dot{U} = (\dot{I}z) e^{j\varphi} = \dot{I}(z e^{j\varphi}) = \dot{I} \underline{Z}$ , где  $\underline{Z} = z e^{j\varphi} = z \cos\varphi + jz \sin\varphi = r + j(x_L - x_C) = r + jx_L - jx_C = r + jx$  – комплексное сопротивление цепи,  $r = z \cos\varphi = \text{Re } \underline{Z}$  – активное,  $x = z \sin\varphi = \text{Im } \underline{Z}$  – реактивное сопротивление цепи.

Очевидно выражение  $\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}}$  – представляет собой закон Ома для последовательной цепи в комплексной форме.

По аналогии можно записать в комплексной форме законы Кирхгофа:

I закон:  $\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0$  – алгебраическая сумма комплексных токов в узле равна нулю;

II закон:  $\sum_{k=1}^n \dot{E}_k = \sum_{k=1}^m \dot{I}_k \underline{Z}_k$  – алгебраическая сумма комплексных ЭДС в замкнутом контуре равна алгебраической сумме комплексных падений напряжения в ветвях, образующих этот контур.

Комплексная проводимость эквивалентной разветвлённой цепи:

$$\underline{Y} = \frac{I}{\underline{Z}} = \frac{I}{r + jx} = \frac{I(r - jx)}{(r + jx)(r - jx)} = \frac{r - jx}{r^2 + x^2} = \frac{r}{z^2} - j \frac{x}{z^2} = g - jb = y e^{-j\varphi}, \text{ где } g = \frac{r}{z^2},$$

$b = \frac{x}{z^2}$ ,  $y = \sqrt{g^2 + b^2}$  – активная, реактивная и полная проводимости.

Обратный эквивалентный переход:

$$\underline{Z} = \frac{I}{\underline{Y}} = \frac{I}{g - jb} = \frac{I(g + jb)}{(g - jb)(g + jb)} = \frac{g + jb}{g^2 - b^2} = \frac{g}{y^2} + j \frac{b}{y^2} = r + jx = z e^{j\varphi}, \text{ где } r = \frac{g}{y^2},$$

$x = \frac{b}{y^2}$ ,  $z = \sqrt{r^2 + x^2}$  – активное, индуктивное и полное сопротивления. Следует

обратить внимание, что при эквивалентных переходах от последовательной цепи к параллельной и наоборот знак реактивной составляющей изменяется на противоположный.

В символическом методе расчёта вводится понятие о комплексной мощности, которая представляет собой произведение комплекса напряжения на сопряжённый комплекс тока.

На рис. 15 приведена векторная диаграмма для цепи, рассмотренной ранее

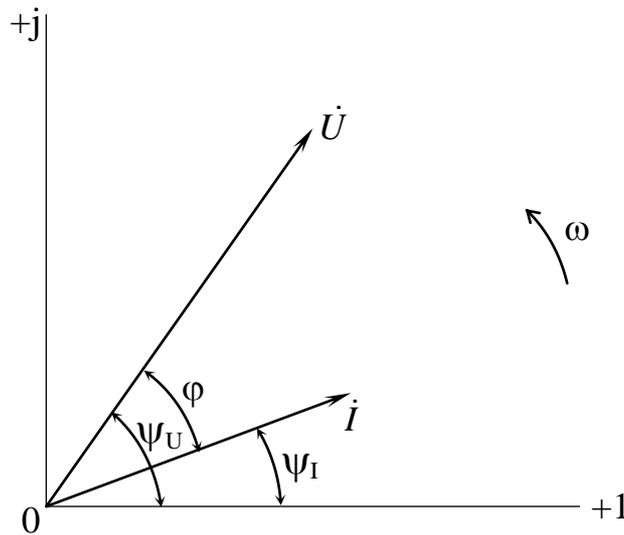


Рис. 15

(рис. 14), и отличающейся тем, что на ней показаны начальные фазы напряжения  $\psi_U$  и тока  $\psi_I$  (диаграммы строятся для момента времени  $t=0$ ). Очевидно  $\psi_U - \psi_I = \varphi$ .

Комплексы векторов напряжения и тока в показательной форме имеют вид:

$$\dot{U} = U e^{j\psi_U}; \quad \dot{I} = I e^{j\psi_I}.$$

Сопряжённый комплекс тока  $\dot{I}^* = I e^{-j\psi_I}$ .

Комплексная мощность (по определению)

$\dot{S} = \dot{U} \dot{I}^* = U I e^{j(\psi_U - \psi_I)} = U I e^{j\varphi} = U I \cos \varphi + j U I \sin \varphi = P + jQ$ , где  $P = \text{Re } \dot{S}$  - активная мощность,  $Q = \text{Im } \dot{S}$  - реактивная мощность.

**Перечень основных вопросов, предлагаемых при защите курсовой работы  
"Электрические цепи трёхфазного тока"**

1. Трёхфазные цепи. Основные определения и термины. Простейший генератор трёхфазного тока. Соединение звездой и треугольником, соотношения между фазными и линейными напряжениями и токами.

2. Схема трёхфазной цепи соединённой звездой. Симметричная и несимметричная нагрузка. Напряжение смещения нейтрали. Роль нейтрального провода. Векторные диаграммы.

3. Схема соединения трёхфазного генератора и приёмника треугольником. Основные соотношения. Векторные диаграммы. Сравнение со схемой "звезда с нейтральным проводом".

4. Мощность в трёхфазной цепи. Формулы активной, реактивной и полной мощности симметричного приёмника. Мгновенная мощность симметричного приёмника. Измерение активной мощности.

5. Основы алгебры комплексных чисел. Закон Ома в комплексной форме. Комплексное сопротивление и комплексная проводимость. Эквивалентный переход от последовательной цепи к параллельной и наоборот.

6. Законы Кирхгофа в комплексной форме. Комплексная мощность в цепи синусоидального тока.

7. Топографические векторные диаграммы в комплексной плоскости и принципы их построения.

## Содержание

Оформление курсовой работы . . . . .	3
Краткие сведения из теории . . . . .	5
Задание на курсовую работу . . . . .	19
Подготовка заданной цепи к расчёту символическим методом . . . . .	22
Расчёт цепи при соединении приёмника звездой . . . . .	25
Расчёт цепи при соединении приёмника треугольником . . . . .	30
Проверка баланса мощностей и сравнение результатов расчёта . . . . .	33
Библиографический список . . . . .	35
Приложение 1 . . . . .	36
Приложение 2 . . . . .	37
Приложение 3 . . . . .	42