



Рубежный контроль №2
Дифференциальное исчисление функции нескольких
переменных.

$z = z(x, y)$ и её полный дифференциал первого порядка:

1. $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$

11. $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$

2. $z = \frac{x^2 y^2}{x + y}$

12. $z = \frac{x^3}{1 - 5y}$

3. $z = \arcsin(xy)$

13. $z = \frac{x^3 y}{4x - y}$

4. $z = \arcsin \frac{y}{x}$

14. $z = e^{\frac{x}{\sqrt{y}}}$

5. $z = \ln(x^2 + y^2)$

15. $z = \arcsin \frac{x}{y}$

6. $z = y^{\ln x}$

16. $z = e^{xe^y}$

7. $z = \sin^2(3y + 2x)$

17. $z = e^{ye^{xy}}$

8. $z = \arcsin \sqrt{\frac{y}{x}}$

18. $z = \operatorname{arctg}(3xy)$

9. $z = \operatorname{arctg} \frac{x + y}{1 - xy}$

19. $z = \sin^2(xy)$

10. $z = y^2 \sqrt{\ln x}$

20. $z = \sin^2(5x + 2y)$

21-40. Найти градиент функции $z = z(x, y)$ в точке M ; производную функции по направлению вектора \overline{MN} :

21. $z = xy - 2x^2 + 4y - 5$ $M(2;3)$ $N(1;1)$;

22. $z = 4x^2 + 5y^2 - 6xy + x + y + 2$ $M(1;-2)$ $N(4;2)$;

23. $z = 5x^2 - y^2 + 6xy - 2x + 2y - 1$ $M(2;4)$ $N(3;2)$;

24. $z = 3xy + 3x^2 + 3y^2 + x + y + 1$ $M(-2;-2)$ $N(2;1)$;

25. $z = -5xy + 3x^3 - 2y^2 - 5x + y - 1$ $M(3;-2)$ $N(1;2)$;

26. $z = x^2 - 4y^2 + 2xy + 2x + 2y$ $M(3;3)$ $N(1;2)$;

27. $z = 2x^2 + 2y^2 + 5xy + 5x + 5y - 5$ $M(1;-2)$ $N(0,5;0,5)$;



28. $z = -3y^2 + 3x^2 - 3xy - x + y - 11$ $M(3;0)$ $N(2;2)$;
 29. $z = 2x^2 - 2y^2 + 5xy + x + 2y + 5$ $M(2;-3)$ $N(1;2)$;
 30. $z = x^2 + y^2 - 2xy + x + 2y - 1$ $M(-1;1)$ $N(0;0)$;
 31. $z = 4x^2 - 4y^2 - xy - 2x + 2y - 2$ $M(-3;-2)$ $N(2;0)$;
 32. $z = x^3 - y^3 + x^2y + y^2x$ $M(1;-1)$ $N(2;1)$;
 33. $z = 4x^2 - 4y^2 - 2xy - x + y - 4$ $M(2;2)$ $N(1;0)$;
 34. $z = 2x^2 + 2y^2 + 2xy - 4x + 4y - 4$ $M(1;-1)$ $N(0;2)$;
 35. $z = 3x^2 - 3y^2 - 6xy + y - 11$ $M(2;2)$ $N(-1;2)$;
 36. $z = 2x^3 + 2y^3 + x^2y$ $M(2;-1)$ $N(3;1)$;
 37. $z = 2x^2 - y^2 + 4xy - x - y - 1$ $M(2;-3)$ $N(2;1)$;
 38. $z = 3x^2y^2 + xy + 12$ $M(1;-2)$ $N(-3;-4)$;
 39. $z = -xy + x^2 - y^2 - x + y - 2$ $M(3;-2)$ $N(-3;2)$;
 40. $z = 4x^2 - y^2 - 2xy + x + 2y$ $M(1;-1)$ $N(0;4)$.

41–60. Дано уравнение поверхности в неявном виде $F(x, y, z) = 0$. Составить уравнение касательной плоскости и уравнение нормали к данной поверхности в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$, если заданы абсцисса x_0 и ордината y_0 этой точки:

41. $4xy^2z + x^3y - x^2z + 4y = 0;$ $x_0 = 2,$ $y_0 = -1;$
 42. $x^2 - 2xy + y^2 - x + 2y - z = 0;$ $x_0 = 1,$ $y_0 = 1;$
 43. $x^2 + y^2 - (z - 5)^2 = 0;$ $x_0 = 1,$ $y_0 = 3;$
 44. $yz - x^2 + 2xz + 1 = 0;$ $x_0 = 3,$ $y_0 = -2;$
 45. $xyz + x^2 + y^2z - y^3 + 1 = 0;$ $x_0 = -1,$ $y_0 = 2;$
 46. $y + \ln \frac{x}{z} - z = 0;$ $x_0 = 1,$ $y_0 = 1;$
 47. $x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2xy + 2xz + 4yz - 8 = 0;$ $x_0 = 2,$ $y_0 = 2;$
 48. $x^2 + y^2 - z^2 + 1 = 0;$ $x_0 = 2,$ $y_0 = 2;$
 49. $2^{\frac{x}{z}} + 2^{\frac{y}{z}} - 8 = 0;$ $x_0 = 2,$ $y_0 = 2;$
 50. $\sin x \cos y - z = 0;$ $x_0 = \frac{\pi}{4},$ $y_0 = \frac{\pi}{4};$
 51. $x^2 + 2y^2 - z = 0;$ $x_0 = 1,$ $y_0 = 1;$
 52. $x^2 + y^2 - z^2 = 0;$ $x_0 = 3,$ $y_0 = 4;$
 53. $x^2 + y^2 - xz - yz = 0;$ $x_0 = 0,$ $y_0 = 2;$



54. $x^3y + 4xyz + y^2z - x - 3 = 0;$ $x_0 = 1,$ $y_0 = 4;$
55. $x^2 - y^2 - 2z = 0;$ $x_0 = 2,$ $y_0 = 2;$
56. $\arctg \frac{y}{z} - z = 0;$ $x_0 = 1,$ $y_0 = 1;$
57. $\ln(x^2 + y^2) - z = 0;$ $x_0 = 1,$ $y_0 = 0;$
58. $x^2z - xyz - y^2 - x - 3 = 0;$ $x_0 = -2,$ $y_0 = 3;$
59. $1 + x^2 + y^2 - z = 0;$ $x_0 = 1,$ $y_0 = 3;$
60. $\sqrt{x} + 2\sqrt{y} + 3\sqrt{z} - 2 = 0;$ $x_0 = 2,$ $y_0 = 4.$

61–80. Исследовать функцию $z = z(x, y)$ на экстремум:

61. $z = 6y - 3y^2 - 2x^2 + 4y - 5;$
62. $z = 8y^3 + x^3 - 6xy + 1;$
63. $z = 9x + y^2 + x^2 - 6y + xy + 20;$
64. $z = y^2 + x^3 - 3xy;$
65. $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y;$
66. $z = -2x\sqrt{y} + 3x^2 - 8x + y + 8;$
67. $z = x^4 + y^4 - 2x^2 - 4xy - 2y^2;$
68. $z = 4\sqrt{xy} + y^2 + x^2 - 2x - 2y + 8;$
69. $z = y^2 + x^2 - 2x - 2y + 8;$
70. $z = 6y - y^2 - x^2 + 3x - xy;$
71. $z = x^3y^3(12 - x - y);$
72. $z = \frac{1}{x} + \frac{x}{y} + y, (x > 0, y > 0);$
73. $z = 2xy - 2y^2 - 3x^2 + 10;$
74. $z = -xy^2 + 2x^3 + y^2 + 5x^2;$
75. $z = y^2 + x^2 - xy + 9x - 6y + 20;$
76. $z = y^2 + x^2 + xy + x - y + 1;$
77. $z = 3x^2 - 2x\sqrt{y} + y - 8x + 8;$
78. $z = 4x - y^2 - x^2 - 4y;$
79. $z = 3x^2 - 2x\sqrt{y} + y - 8x + 8;$
80. $z = x^3y^2(6 - x - y), (x > 0, y > 0).$