

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ  
КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДО РОЗРАХУНКОВО-  
ПРОЕКТУВАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ  
З ДИСЦИПЛІНИ «ОПІ? МАТЕРІАЛІВ»

Київ КПІ 1993

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ  
КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
ДО РОЗРАХУНКОВО-ПРОЕКТУВАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ  
З ДИСЦИПЛІНИ "ОПІР МАТЕРІАЛІВ"  
для студентів всіх спеціальностей  
денної та вечірньої форм навчання

Частина I

Затверджено  
на засіданні кафедри динаміки,  
міцності машин та опору матеріалів  
Протокол № 9 від 03.03.93

Київ КПІ 1993

Методичні вказівки до розрахунково-проектувальних завдань з дисципліни "Опір матеріалів" для студентів всіх спеціальностей денної та вечірньої форм навчання: Частина I / Укл. Г.С.Візерська, Л.В.Рогозіна, Б.І.Ковальчук, К.М.Рудаков. - К.: КПІ, 1993. - 52 с.

Укладачі: Г.С.Візерська, Л.В.Рогозіна,  
Б.І.Ковальчук, К.М.Рудаков

Рецензенти М.І.Бобир  
В.П.Ламашевський

При вивченні курсу опору матеріалів найбільш ефективним методом навчання прийомом розв'язування задач є самостійна робота студентів. У зв'язку з цим програмами курсів опору матеріалів для студентів КПІ всіх спеціальностей передбачено протягом навчального року виконання розрахунково-проектувальних завдань.

При укладанні даного збірника підібрані такі задачі і в такій кількості, щоб з них можна було скласти розрахунково-проектувальні завдання для студентів будь-якої спеціальності. При цьому був врахований багаторічний досвід роботи колективу кафедри [1 - 5].

Розрахункові схеми і числові дані до задач підібрані так, щоб забезпечити не менше 100 варіантів кожної задачі, однакових за змістом і складністю.

При необхідності задачі можуть бути спрощені шляхом зменшення кількості запитань або спрощення розрахункової схеми /за вказівкою викладача/.

#### ВИБІР ВАРІАНТА ЗАВДАННЯ

Варіант розрахункової схеми і числові дані вибираються студентом відповідно до його шифру, що встановлюється викладачем. Шифр визначається двозначним числом, перша цифра якого вказує номер розрахункової схеми, друга - номер рядка або стовпця в таблиці з числовими даними до задачі.

При складанні умов задачі у відповідності з одержаним шифром студенту слід мати на увазі:

1. Якщо в таблиці навантаження подано з від'ємним знаком, то на рисунку слід змінити його напрям на протилежний і надалі знак "-" не брати до уваги.

2. З таблиці слід виписувати значення тільки тих величин /навантажень, розмірів/, які вказані у відповідній шифру розрахунковій схемі.

## ОФОРМЛЕННЯ РОЗРАХУНКОВО-ПРОЕКТУВАЛЬНОЇ РОБОТИ

1. Робота виконується на папері стандартного формату А4. Справа і зліва залишаються поля 3 см /для закріплення обкладинки і для зауважень рецензента/.

2. Обкладинка робиться з щільного креслярського паперу. На титульній сторінці вказуються назва і номер роботи, назва дисципліни, прізвище, ім'я та по-батькові студента, його шифр, назва факультету, групи, прізвище та ініціали викладача /див. додаток/.

3. Кожну задачу слід починати з нової сторінки. Перед розв'язком задачі вказати її номер, назву, переписати повністю умову задачі, числові дані, навести розрахункову схему.

4. Розв'язок задачі необхідно супроводжувати короткими поясненнями, кресленнями і ескізами.

5. Креслення і графіки виконуються на білому папері того самого формату /А4/ з обов'язковим додержанням масштабу і всіх вимог стандарту. На кресленні повинні бути аказані буквені позначення і числові значення всіх величин, використаних у розрахунку.

6. При розв'язанні задач шукану величину слід спочатку одержати в алгебраїчному виді, а потім в остаточну формулу підставити числові значення величин. У відповіді обов'язково вказати одиниці одержаної величини.

7. Остаточний результат слід підкреслити або обвести рамкою.

## ЗАДАЧА № 1

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТІВ ОПОРУ ПЕРЕРІЗІВ, СКЛАДЕНИХ  
З ПРОСТИХ ФІГУР

Для заданого перерізу /рис. 1, табл. 1/ визначити моменти опору відносно головних центральних осей. Взяти:  $d = 0,1a$ ,  $t = 0,2a$ .

Таблиця 1

Параметр	Варіант										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
$a$ , см	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$n$	1,5	1,4	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
$\alpha$	0,3	0,4	0,2	0,4	0,3	0,4	0,2	0,4	0,3	0,4	0,3

## ПЛАН РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

1. Накреслити переріз в масштабі, проставити розміри.
2. Провести допоміжні координатні осі  $Y$ ,  $Z$ , які б включали вісь симетрії перерізу /одну з головних центральних осей/.
3. Розбити переріз на прості частини, провести їх центральні осі  $Y_i$ ,  $Z_i$  паралельно допоміжним осям. Проставити координати центрів ваги простих фігур відносно допоміжних осей  $Y$ ,  $Z$ .
4. Визначити невідому координату центра ваги всієї фігури і вказати її на кресленні. Провести другу головну центральну вісь.
5. Визначити відстані  $a_i$ ,  $b_i$  між власними центральними осями простих фігур  $Y_i$ ,  $Z_i$  і головними центральними осями  $Y$ ,  $Z$  всього перерізу. Вказати ці відстані на кресленні.
6. Обчислити моменти інерції перерізу відносно головних центральних осей, використовуючи відомі формули для простих перерізів і правило паралельного переносу.
7. Визначити моменти опору перерізу відносно головних центральних осей.

# ЗАДАЧА № 2

ВИЗНАЧЕННЯ ГОЛОВНИХ ЦЕНТРАЛЬНИХ МОМЕНТІВ ІНЕРЦІЇ  
СКЛАДЕНИХ СИМЕТРИЧНИХ ПЕРЕРІЗІВ

Для заданого складеного перерізу /рис. 2, табл. 2/ визначити головні центральні моменти інерції.

Таблиця 2

Варіант	Розміри кутника, мм	Номер швелера	Номер двотавра	Розміри полоси, мм	$\alpha$
0	56x56x5	16	10	140x8	0,5
1	63x63x5	18	14	180x8	0,6
2	50x50x5	20	18	200x8	0,65
3	70x70x5	22	24	240x10	0,7
4	75x75x5	24	30	280x10	0,7
5	80x80x6	27	33	320x10	0,75
6	90x90x6	30	36	340x12	0,75
7	100x100x7	33	40	380x12	0,8
8	110x110x7	36	50	412x12	0,8
9	125x125x8	40	60	460x12	0,85

## ПЛАН РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

1. Накреслити переріз в масштабі, проставити основні розміри.

2. Провести допоміжні координатні осі  $Y, Z$ , які б включали вісь симетрії, проставити координати  $Y_i, Z_i$  центрів ваги простих фігур відносно вибраних осей.

3. Знайти невідому координату центра ваги складеного перерізу, вказати її на кресленні. Провести другу головну центральну вісь.

4. Визначити відстані  $a_i, b_i$  між центральними осями простих фігур  $Y_i, Z_i$  і головними центральними осями  $Y_c, Z_c$  всього перерізу. Вказати ці відстані на кресленні.

5. Обчислити головні центральні моменти інерції складеного перерізу, використовуючи таблиці сортаменту прокатної сталі і правило паралельного переносу.

3-856

7

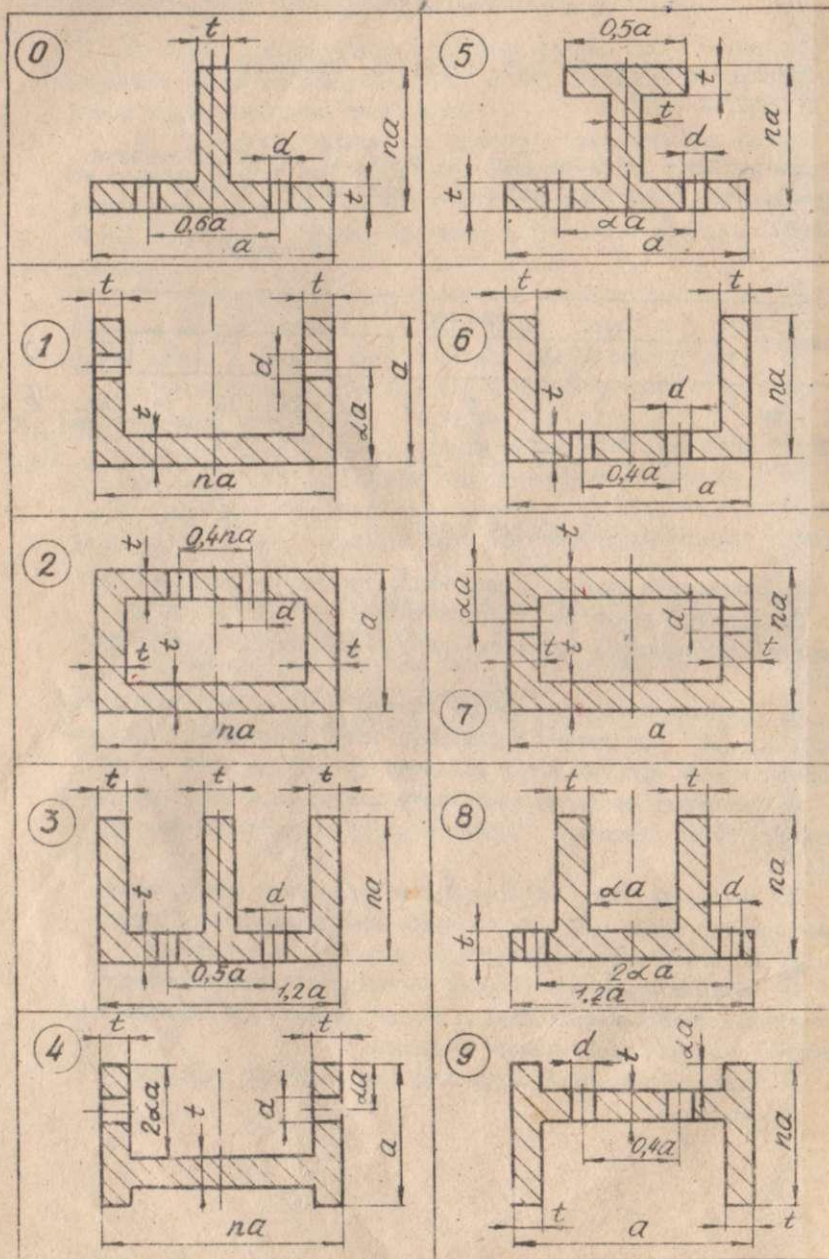


Рис. I  
6

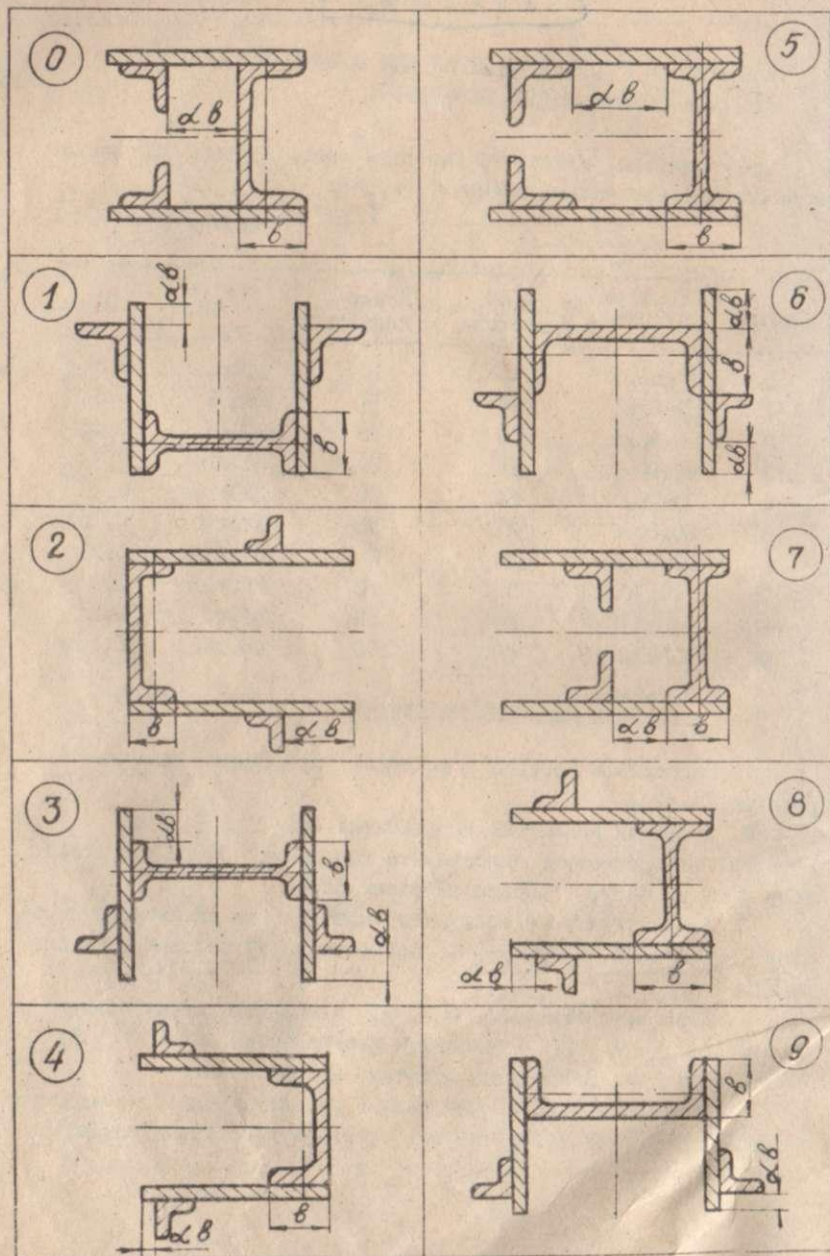


Рис.2  
3

### ЗАДАЧА №3

ВИЗНАЧЕННЯ ГОЛОВНИХ ЦЕНТРАЛЬНИХ МОМЕНТІВ ІНЕРЦІЇ  
СКЛАДЕНИХ НЕСИМЕТРИЧНИХ ПЕРЕРІЗІВ

Для заданого перерізу /рис. 3,б, табл. 3/ визначити положення головних центральних осей і значення головних центральних моментів інерції.

Таблиця 3

Варіант	$\alpha$	Розміри кутника, мм	Номер швелера /двутавра/
0	0,3	56х36х5	16
1	0,4	63х40х8	18
2	0,5	70х45х5	20
3	0,6	75х50х6	22
4	0,7	80х50х6	24
5	0,3	90х56х6	27
6	0,4	100х63х7	30
7	0,5	125х80х8	33
8	0,6	160х100х10	36
9	0,7	200х125х12	40

### ПЛАН РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

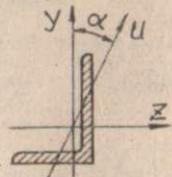
1. Накреслити переріз в масштабі, проставити основні розміри.
2. Провести допоміжні координатні осі  $Y, Z$ . Знайти і проставити на кресленні координати  $Y_i, Z_i$  центрів ваги простих фігур відносно вібраних осей.
3. Визначити положення центра ваги складеного перерізу, вказати на кресленні його координати  $Y_c, Z_c$  і провести центральні осі  $Y_c, Z_c$  паралельно допоміжним осям  $Y, Z$ . Вирахувати і проставити на кресленні відстані  $a_i, b_i$  між власними центральними осями  $Y_i, Z_i$  кожної фігури і центральними осями складеного перерізу  $Y_c, Z_c$ .
4. Використовуючи таблиці сортаменту прокатної сталі і правило паралельного переносу, знайти осьові  $J_{Yc}, J_{Zc}$  і від-

центровий  $J_{y_c z_c}$  моменти інерції перерізу відносно центральних осей.

5. Визначити напрямок головних центральних осей і побудувати їх /приклад оформлення креслення див. на рис. 3, а/.

6. Обчислити головні центральні моменти інерції перерізу.

Примітка. Відцентровий момент інерції кутника відносно його центральних осей  $Y, Z$ , паралельних полицям, можна визначити безпосередньо по довіднику або розрахувати за формулою



$$|J_{ZY}| = \frac{J_{max} - J_{min}}{2} \sin 2\alpha;$$

$$J_{min} = J_u;$$

$$J_{max} = J_z + J_y - J_{min}.$$

Значення моментів інерції кутника  $J_y, J_z, J_u$  відносно осей  $Y, Z$  і головної осі  $U$  містяться в таблицях сортаменту прокатної сталі.

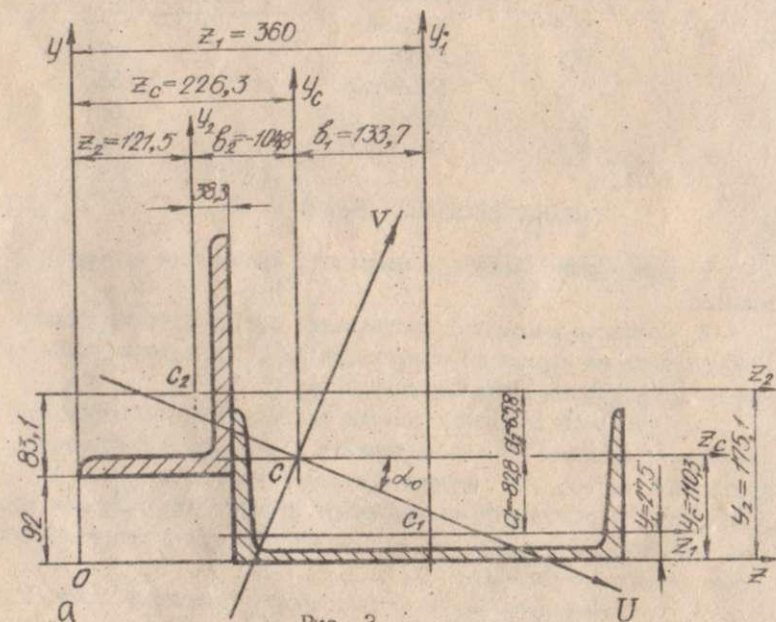


Рис. 3

10

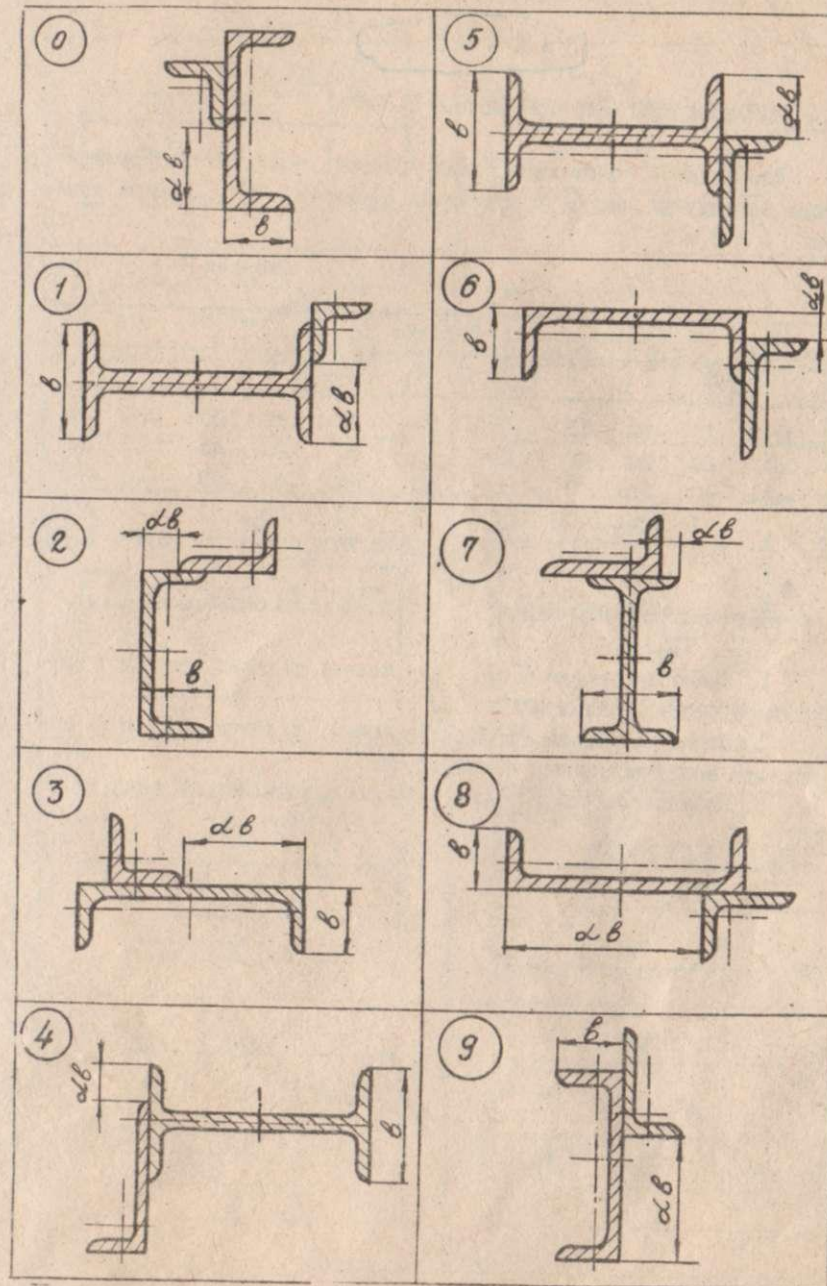


Рис. 3. Закінчення

II

# ЗАДАЧА № 4

## ПОБУДОВА ЕПЮР ДЛЯ КОНСОЛЬНИХ БАЛОК

Для заданої консольної балки /рис. 4, табл. 4/ побудувати епюри поперечних сил  $Q$  і згинаючих моментів  $M$ . Довжина консолі  $l = 3$  м.

Таблиця 4

Параметр	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Q$ , кН/м	10	-10	15	-15	20	25	-20	30	-30	35
$P$ , кН	20	30	40	25	15	30	-35	-40	-50	-50
$M$ , кН·м	40	30	20	50	60	45	-60	-50	-40	-20
$n$	1	0,5	0,25	0,5	1	0,75	0,75	1	0,25	0,5
$k$	0,5	1	0,75	1	0,25	0,25	0,5	1	0,75	0,75

## ПЛАН РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

1. Записати вирази  $Q(x)$  для кожної ділянки консолі і побудувати епюру поперечних сил  $Q$ .
2. Записати вирази  $M(x)$  для кожної ділянки консолі і побудувати епюру згинаючих моментів  $M$ .
3. Побудовані епюри перевірити за властивостями епюр.

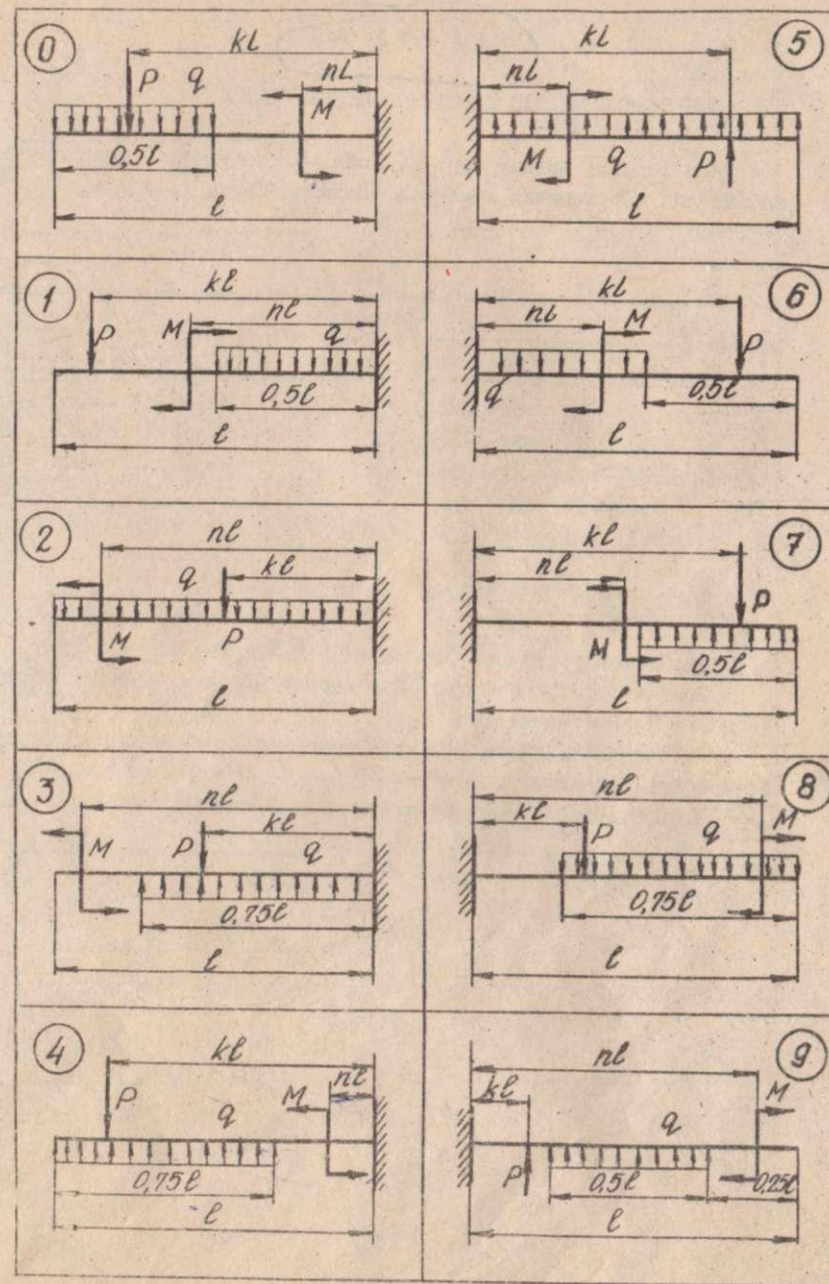


Рис. 4

# ЗАДАЧА №5

## ПОБУДОВА ЕПЮР ДЛЯ ШАРІРНО-ОПЕРТИХ БАЛОК

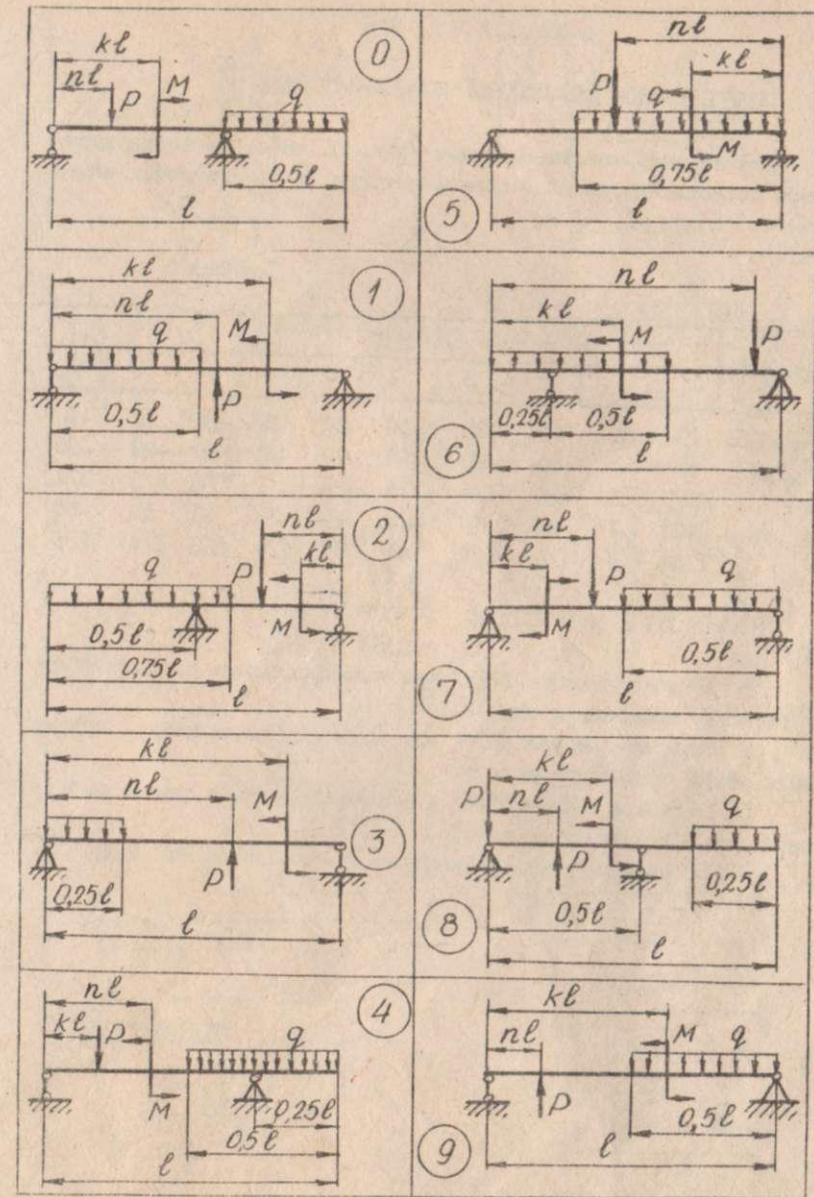
Для заданої балки /рис. 5, табл. 5/ побудувати епюри поперечних сил і згинаючих моментів. Довжина балки  $l = 6$  м.

Таблиця 5

Параметр	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$q$ , кН/м	10	20	-20	-10	15	40	30	35	-30	-25
$P$ , кН	30	35	40	20	50	-40	-50	60	-30	-10
$M$ , кН·м	20	25	30	35	40	-45	10	50	-60	-15
$n$	0,25	0,75	0,5	0,5	0,75	0,25	0,25	0,75	0,5	0,75
$k$	1	0	1	0,5	0	0,5	0	0,25	0,75	1

### ПЛАН РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

1. Скласти рівняння рівноваги і визначити реакції опор.
2. Записати вирази  $Q(x)$  для кожної ділянки балки і побудувати епюру поперечних сил  $Q$ .
3. Записати вирази  $M(x)$  для кожної ділянки балки і побудувати епюру згинаючих моментів  $M$ .
4. Побудовані епюри перевірити за властивостями епюр.



# ЗАДАЧА № 6

## ПОБУДОВА ЕПЮР ДЛЯ ПЛОСКОЇ КОНСОЛЬНОЇ РАМИ

Для заданої консольної рами /рис. 6, табл. 6/ побудувати епюри поздовжніх сил  $N$ , поперечних сил  $Q$  і згинаючих моментів  $M$ . Взяти  $Q = 2$  м.

Таблиця 6

Параметр	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Q$ , кН/м	15	-15	20	-20	30	-30	25	-25	10	-10
$P$ , кН	40	50	-50	60	-30	-40	20	30	-30	-20
$n$	4/5	1/2	3/4	1/4	1/5	3/5	1	1/4	2/5	3/4
$M$ , кН·м	40	30	20	10	-10	20	30	40	50	-50
$K$	1/2	1/4	1/5	1/4	3/5	1	4/5	1/2	1/4	2/5

## ПЛАН РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

1. Записати вирази  $N(x)$  для кожної ділянки рами і побудувати епюру поздовжніх сил  $N$ .
2. Записати вирази  $Q(x)$  для кожної ділянки рами і побудувати епюру поперечних сил  $Q$ .
3. Записати вирази  $M(x)$  для кожної ділянки рами і побудувати епюру згинаючих моментів  $M$ .
4. Побудовані епюри перевірити за властивостями епюр.

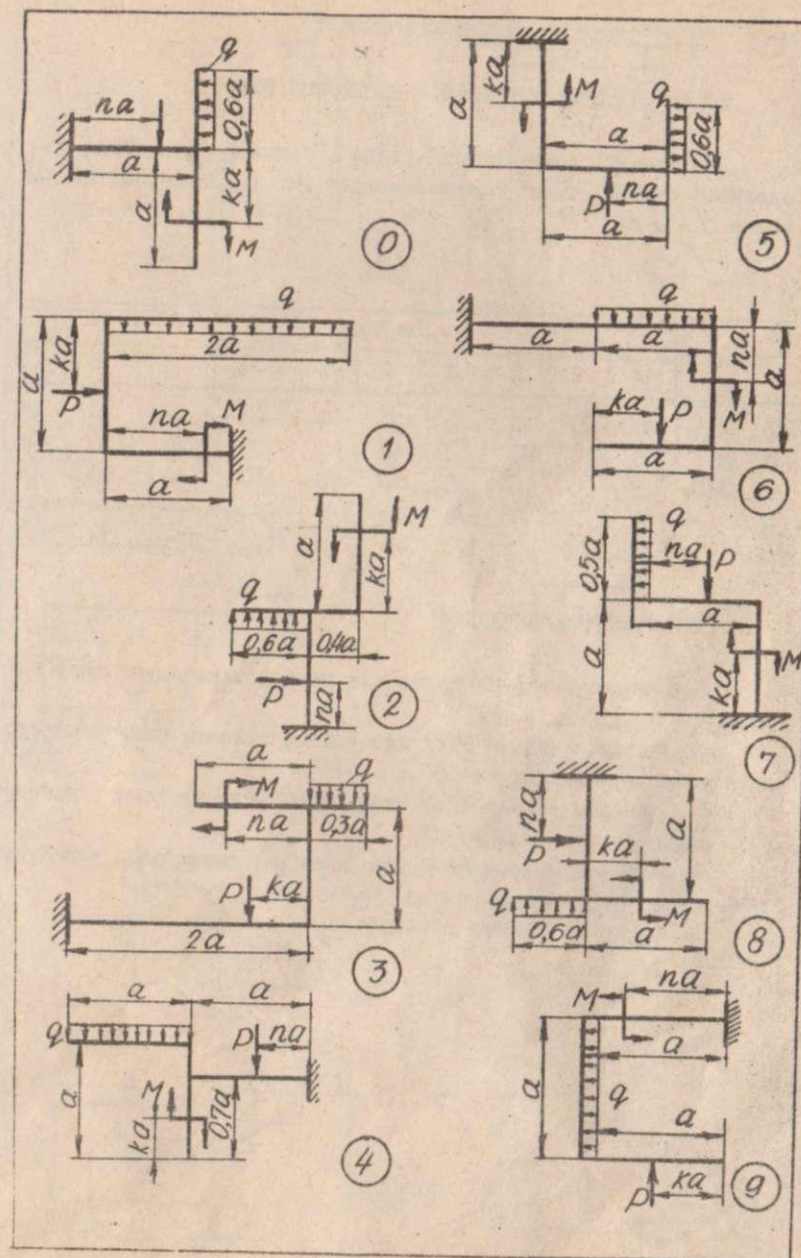


Рис.6  
17

# ЗАДАЧА № 7

## ПОБУДОВА ЕПЮР ДЛЯ ШАРНІРНО-ОПЕРТИХ РАМ

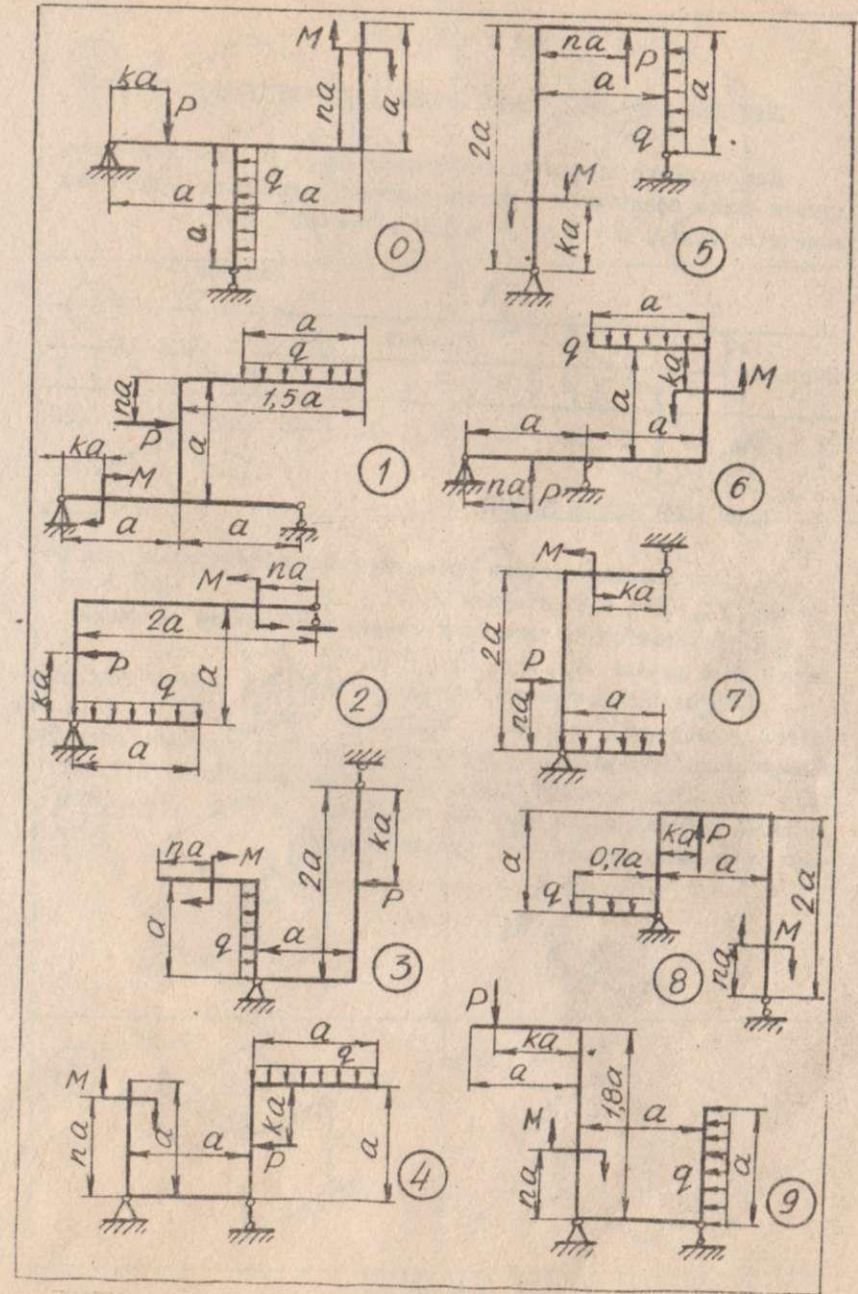
Для заданої рами /рис. 7, табл. 7/ побудувати епюри поздовжніх сил  $N$ , згинаючих моментів  $M$  і поперечних сил  $Q$ . Взяти  $a = 4$  м.

Таблиця 7

Параметр	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Q$ , кН/м	20	-20	25	-25	-10	10	30	20	35	-20
$P$ , кН	40	-40	-50	50	-40	60	-30	20	30	45
$M$ , кН·м	15	20	25	30	-30	-20	40	-40	50	60
$k$	1/4	1/2	3/4	3/5	1/5	4/5	1/4	1	3/4	2/5
$n$	3/4	1/4	4/5	1/5	3/5	2/5	1/2	3/4	1/4	1

## ПЛАН РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

1. Скласти рівняння рівноваги рами і визначити реакції опор.
2. Записати вирази  $N(x)$  для кожної ділянки рами і побудувати епюру поздовжніх сил  $N$ .
3. Записати вирази  $Q(x)$  для кожної ділянки рами і побудувати епюру поперечних сил  $Q$ .
4. Записати вирази  $M(x)$  для кожної ділянки рами і побудувати епюру згинаючих моментів  $M$ .
5. Побудовані епюри перевірити за властивостями епюр.



# ЗАДАЧА № 8

## ПОБУДОВА ЕПЮР ВНУТРІШНІХ ЗУСИЛЬ ДЛЯ ПРОСТОРОВОГО СТЕРЖНЯ

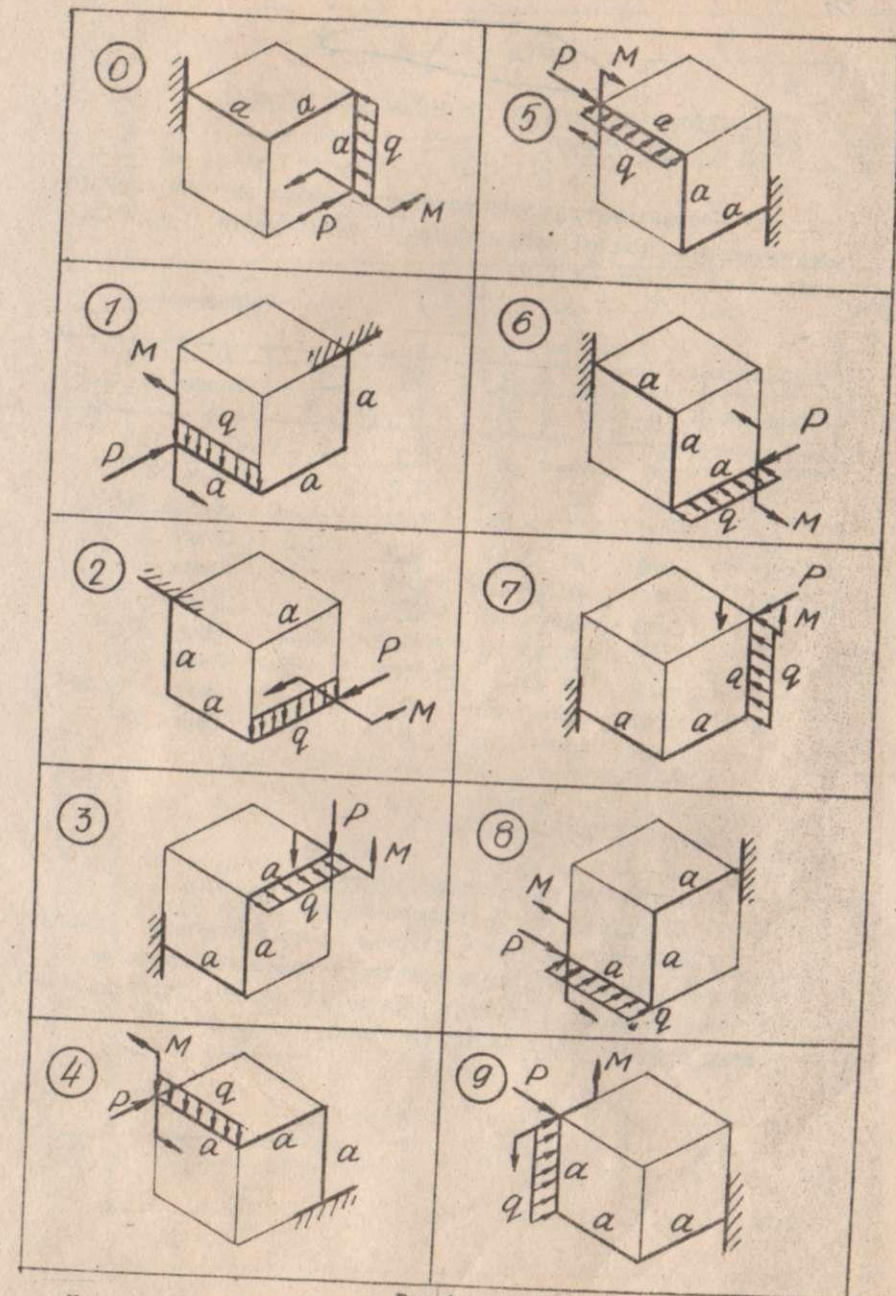
Для заданого просторового стержня /рис. 8, табл. 8/ побудувати епюри поздовжніх і поперечних сил, згинаючих і крутих моментів. Взяти:  $Q = 2 \text{ м}$ ;  $P = qa$ ;  $M = qa^2$ .

Таблиця 8

Параметр	Варіант									
	0	I	2	3	4	5	6	7	8	9
$Q, \text{ кН/м}$	10	15	20	25	30	-10	-15	-20	-25	-30

## ПЛАН РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

1. Для кожного стержня провести головні центральні осі перерізу  $Y, Z$  і вісь стержня  $X$ .
2. В характерних перерізах стержнів обчислити значення внутрішніх зусиль  $N, Q_y, Q_z, M_y, M_z, M_{кр}$ .
3. Відкласти значення внутрішніх зусиль у відповідних перерізах у вибраному масштабі і побудувати епюри  $N, Q, M$  і  $M_{кр}$ . Епюри  $N$  і  $M_{кр}$  будувати в довільних площинах; ординати епюр  $Q_y, Q_z, M_y, M_z$  відкладати від однієї бази в площинах дії цих зусиль, причому епюри  $M_y, M_z$  будувати з боку стиснутих волокон. На епюрах  $N$  і  $Q$  вказати знаки.



# ЗАДАЧА № 9

РОЗРАХУНОК НА МІЦНІСТЬ СТУПІНЧАТОГО СТЕРЖНЯ  
ПРИ РОЗТЯГУ-СТИСКУ

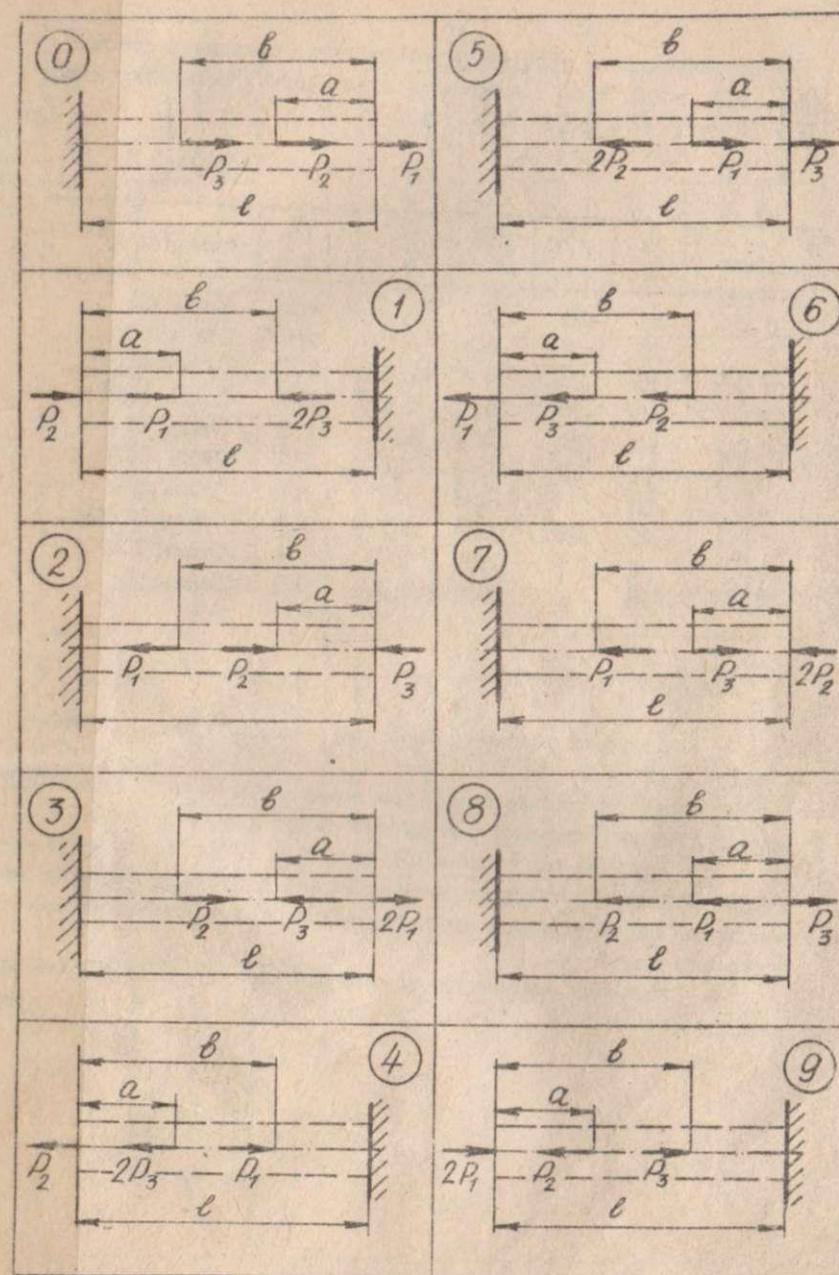
А. Спроекувати ступінчастий стержень з круглим поперечним перерізом. Власну вагу стержня не враховувати /рис. 9, а, табл. 9 а/. Взяти  $\ell = 2$  м.

Таблиця 9 а

Варіант	$P_1$ , кН	$P_2$ , кН	$P_3$ , кН	$a$ , м	$b$ , м	Матеріал
0	10	-50	30	0,1	0,6	Сталь 10
1	-20	40	-20	0,2	0,7	Сталь 20
2	30	-30	10	0,3	0,8	Бронза Бр010
3	-40	20	-50	0,4	0,9	Сталь 25
4	50	-10	40	0,5	1,0	Сталь 30
5	-10	50	-30	0,1	1,1	ЛМц 58-2
6	20	-40	20	0,2	1,2	Сталь 35
7	-30	30	-10	0,3	1,3	Сталь 40
8	40	-20	50	0,4	1,4	Бронза Бр А5
9	-50	10	-40	0,5	1,5	Сталь 45

## ПЛАН РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

1. Зобразити розрахункову схему.
2. Побудувати епюру поздовжніх сил  $N$ .
3. Визначити діаметри стержня на всіх ділянках з умови міцності. Накреслити ескіз стержня і проставити розміри.
4. Визначити абсолютні деформації окремих ступенів  $\Delta l_i$  і всього стержня  $\Delta l$  і побудувати епюру переміщень  $\lambda$ .



Б. Перевірити міцність ступінчастого сталого стержня /рис. 9,б, табл. 9,б/ і визначити повну його деформацію, якщо  $F_1 = 10 \text{ см}^2$ ;  $F_2 = 2F_1$ ;  $l = 2 \text{ м}$ .

Таблиця 9 б

Варіант	$P_1$ , кН	$P_2$ , кН	$P_3$ , кН	$a$ , м	$b$ , м	Матеріал
0	25	-10	5	1,0	0,5	Сталь 40
1	20	-12	8	1,1	0,6	Сталь 20Г
2	15	-20	10	1,2	0,5	Сталь 45Х
3	12	-10	25	1,3	1,7	Сталь 40ХН
4	10	20	15	1,4	1,8	Сталь 10
5	-18	15	20	1,5	1,9	Сталь 50Г
6	-20	15	-10	1,6	1,0	Сталь 20Х
7	25	-20	15	1,7	1,1	Сталь 30ХН3А
8	30	5	12	1,0	0,4	Сталь 30ХГСА
9	-35	15	5	1,1	0,3	Сталь 50

#### ПЛАН РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

1. Накреслити розрахункову схему відповідно до табличних даних.
2. Записати вирази  $N(x)$  /без врахування власної ваги/ для кожної ділянки стержня і побудувати епюру поздовжніх сил  $N$ .
3. Визначити напруження  $\sigma$  на кожній ділянці стержня і побудувати епюру  $\sigma$ . Перевірити міцність стержня. У випадку невиконання умови міцності дати рекомендації щодо зміни поперечного перерізу.
4. Визначити деформацію кожної ділянки і повну деформацію всього стержня.

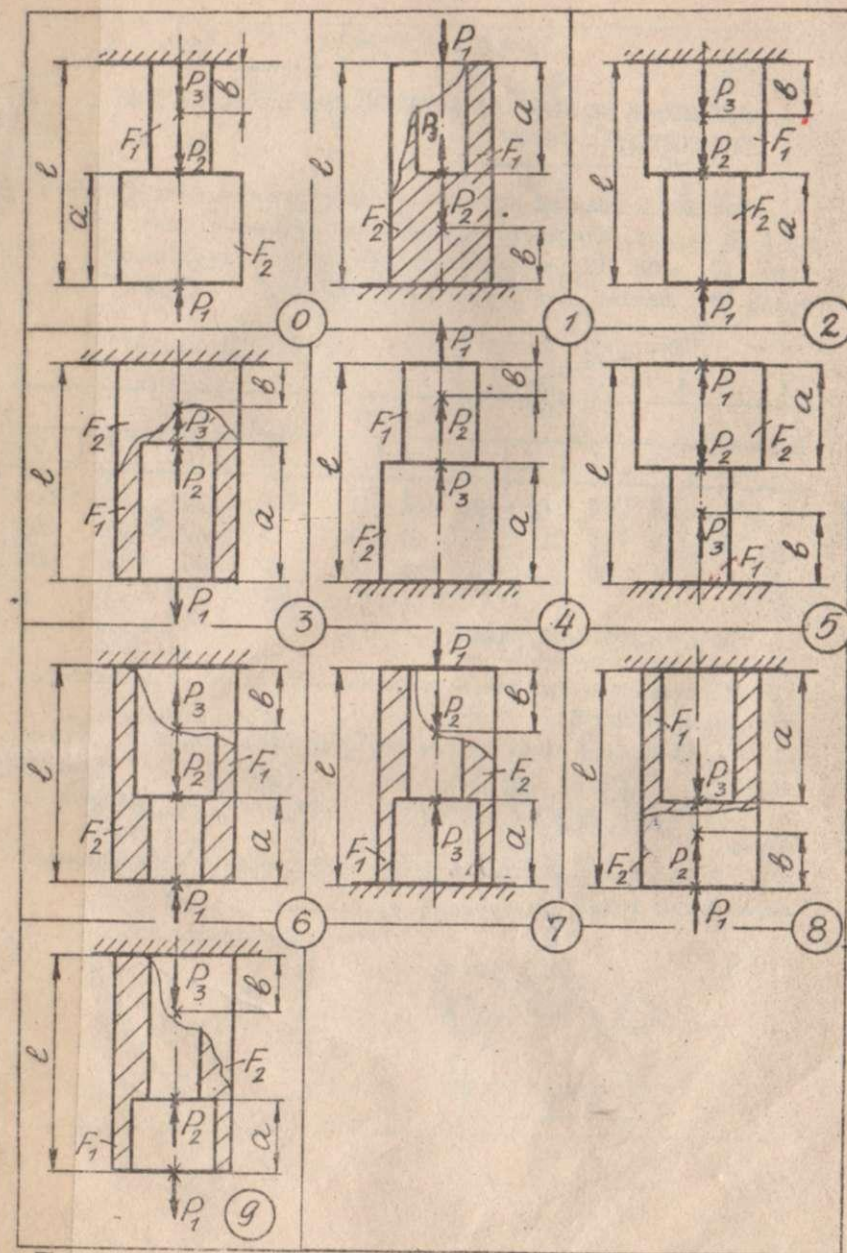


Рис. 9. Закінчення

# ЗАДАЧА № 10

РОЗРАХУНОК НА МІЦНІСТЬ ШАРНІРНО-СТЕРЖНЕВОЇ СИСТЕМИ  
ПРИ РОЗТЯГУ - СТИСКУ

Визначити розміри поперечних перерізів сталевих стержнів АВ і ВС заданої стержневої системи, навантаженої силою Р /рис. 10, табл. 10/, і визначити вертикальне переміщення вузла В. Взяти:  $l = 1 \text{ м}$ ;  $[σ] = 160 \text{ МПа}$ .

Таблиця 10

Параметр	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Р, кН	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
$α$ , град	15	20	25	30	20	30	15	20	25	30
$β$ , град	25	30	35	40	45	45	30	40	40	45

## ПЛАН РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

1. Визначити зусилля в стержнях АВ і ВС з рівнянь рівноваги вузла В.
2. Обчислити площі поперечних перерізів стержнів з умови міцності.
3. Знайти розміри перерізів відповідно до заданої їх форми.
4. Визначити абсолютні деформації стержнів і вертикальне переміщення вузла В.

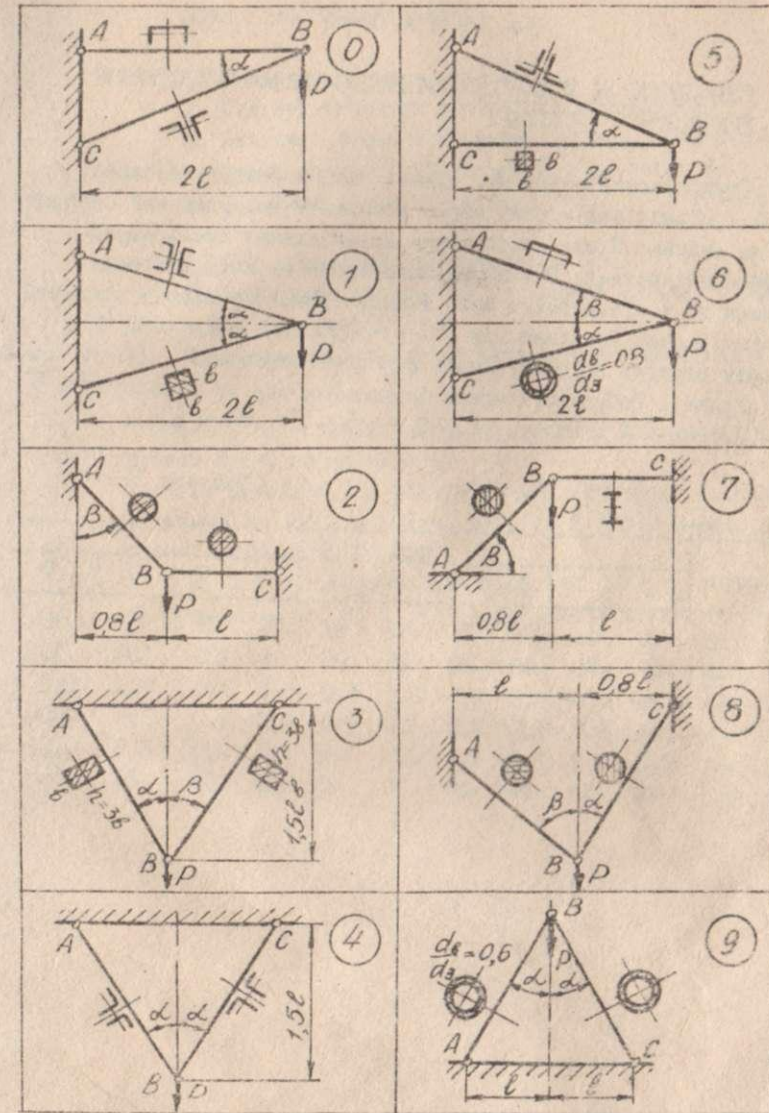


Рис. 10

## ЗАДАЧА № II

### РОЗРАХУНОК НА МІЦНІСТЬ СТАТИЧНО-НЕВИЗНАЧНОГО СТЕРЖНЯ ПРИ РОЗТЯГУ - СТИСКУ

Ступінчастий стержень, одна з частин якого - стальна, а друга - мідна, зашмілений обома кінцями і навантажений зосередженими силами. Після прикладання навантаження температура стержня змінюється. Визначити напруження на всіх ділянках стержня до і після зміни його температури. Перевірити міцність стержня в обох випадках при  $[\sigma]_{ст} = 160 \text{ МПа}$ ,  $[\sigma]_{м} = 80 \text{ МПа}$ , вказати ступінь недовантаження або перевантаження  $\%$  на кожній ділянці. Побудувати епюри поздовжніх сил  $N$ , напружень  $\sigma$  і переміщень  $\lambda$ . Взяти:  $l = 3 \text{ м}$ ;  $F_{ст} = F$ ;  $F_{м} = 2F$ .

Таблиця II

Параметр	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_1$ , кН	40	45	-50	55	-60	65	-70	75	80	-85
$P_2$ , кН	65	-70	75	-80	85	-90	95	100	-120	150
$F$ , см <sup>2</sup>	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0	7,5	8,0
$Q$ , м	0,5	1,0	1,5	0,5	1,0	1,5	0,5	1,0	1,5	0,5
$b$ , м	1,5	2,0	2,5	1,5	2,0	2,5	1,5	2,0	2,5	1,5
$\Delta t$ , °C	30	50	25	-20	70	40	-30	60	80	-50

### ПЛАН РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

1. Скласти рівняння рівноваги.
2. Скласти рівняння сумісності деформацій.
3. Записати фізичні рівняння, які виражають видовження ділянок стержнів через зусилля, що виникають до зміни його температури.
4. Розв'язати систему рівнянь пп. 1 - 3 і визначити реакції опор.
5. Побудувати епюру поздовжніх сил.
6. Визначити напруження на кожній ділянці стержня, побудувати епюру напружень.
7. Визначити абсолютні видовження кожної ділячки стержня.

Обчислити переміщення перерізів, які є межами ділянок, і побудувати епюру переміщень  $\lambda$ .

8. Вважаючи, що зовнішні сили відсутні, виконати всі обчислення і побудови згідно пп. 1 - 7 для стержня після зміни його температури.

9. Побудувати сумарні епюри  $N$ ,  $\sigma$ ,  $\lambda$ , склавши результати обчислень пп. 5, 6, 7 відповідно.

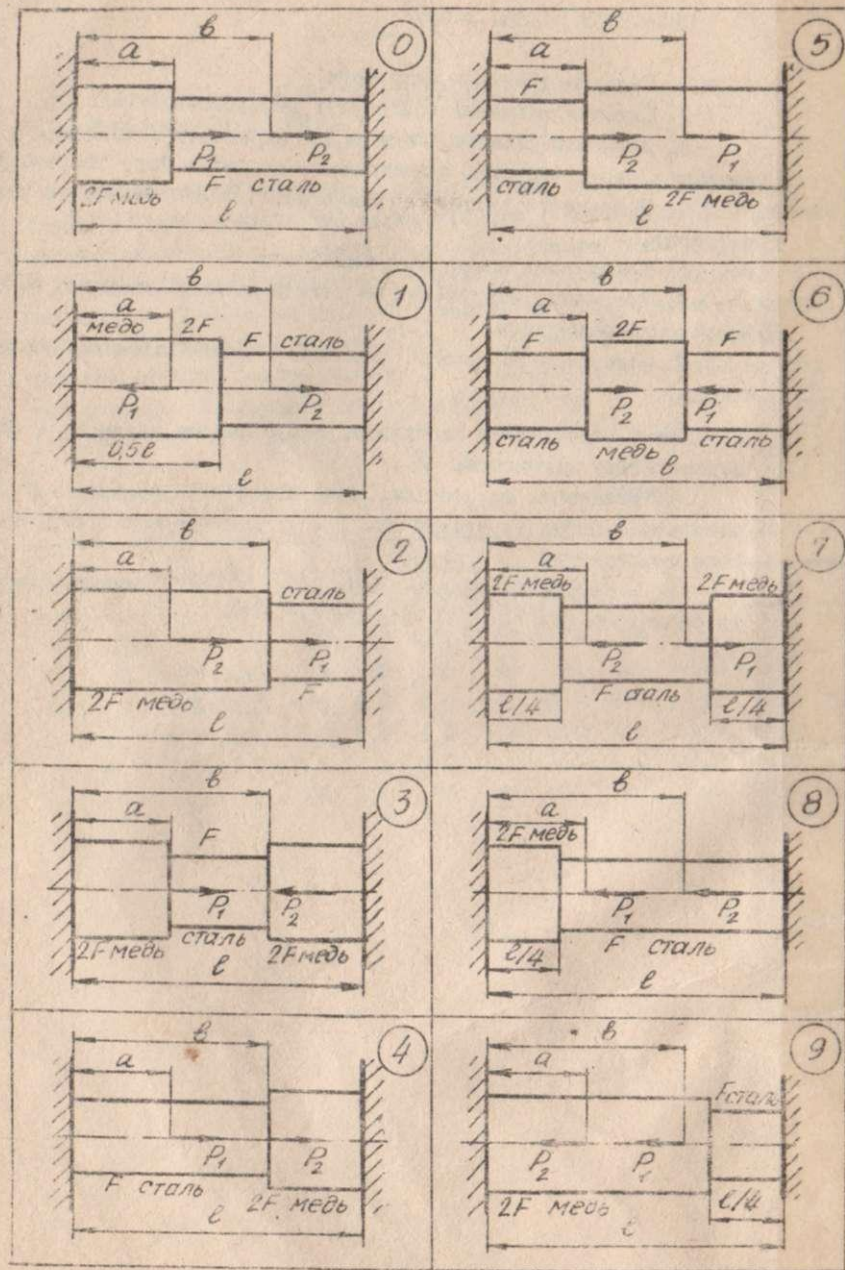


Рис. II

# ЗАДАЧА № 12

РОЗРАХУНОК НА МІЦНІСТЬ СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧНОЇ СТЕРЖНЕВОЇ СИСТЕМИ ПРИ РОЗТЯГУ - СТИСКУ

Для заданої стержневої системи /рис. 12, табл. 12/ визначити діаметри стержнів 1 і 2, якщо відомі співвідношення площ і величина діючого навантаження. Стержень АВ вважати абсолютно жорстким. Взяти коефіцієнти запасу: за границею текучості  $n_T = 1,5$ ; за границею міцності  $n_b = 2,5$ .

Таблиця 12

Варіант	$P_1$ , кН	$P_2$ , кН	$P_3$ , кН	$\alpha$	$F_1:F_2$	Матеріал	$d_a$	$d_b$
0	-40	0	0	1,25	1:1	Сталь 45	360	610
1	0	40	0	1	2:1	Бронза Бр010	140	250
2	0	0	40	1,5	1:2	Латунь Л68	91	320
3	50	0	0	2	1:3	Сталь 20	250	420
4	0	-50	0	0,8	3:1	Сталь 50	320	610
5	0	0	50	0,25	1:1	Бронза БрА5	160	350
6	30	0	0	0,75	2:1	Сталь 35	320	510
7	0	30	0	1,25	1:2	Сталь 45	360	610
8	0	0	30	1,75	2:3	Сталь 20	250	420
9	50	0	0	2	3:1	Сталь 50	320	610

ПЛАН РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

I. Скласти рівняння рівноваги стержня АВ.

2. Зобразити передбачуваний вигляд системи після деформації. Перевірити, щоб напрям сил, з якими стержні 1, 2 діють на стержень АВ, був протилежний напрямку їх деформації. Скласти рівняння сумісності деформацій, що встановлює співвідношення між абсолютними деформаціями стержнів.

3. Записати фізичні рівняння, виражаючи видовження стержнів через діючі в них зусилля згідно з законом Гука.

4. Розв'язати систему рівнянь пп. 1, 2, 3 і визначити зусилля в стержнях 1 і 2.

5. Порівняти напруження в стержнях і дібрати переріз стержнів з умови міцності для більш напруженого стержня, дотримуючись заданого співвідношення  $F_1:F_2$ .

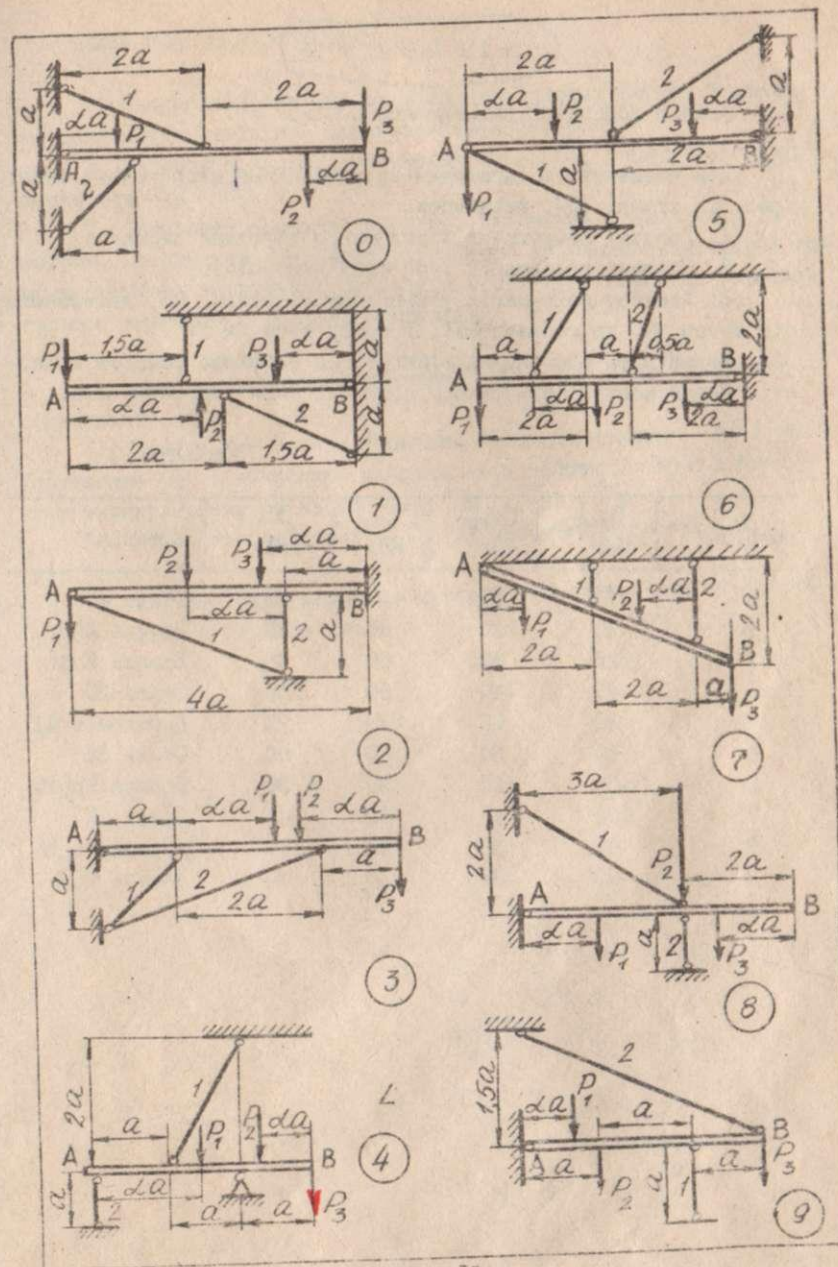


Рис. 12

# ЗАДАЧА № 13

## АНАЛІЗ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ

Для елемента, що знаходиться в плоскому напруженому стані /рис. 13, табл. 13/, визначити:

1. Головні напруження і положення головних площадок;
2. Головні деформації і об'ємну деформацію;
3. Лінійну деформацію у напрямку відрізка АВ, нахилоного під кутом  $\alpha$  до горизонталі, і зміну кута  $\alpha$ .

Перевірити елемент на міцність за вибраною теорією міцності. Взяти коефіцієнти запасу міцності  $n_r = 1,5$ ;  $n_b = 2,5$ .

Таблиця 13

Варіант	$\sigma_{гор},$ МПа	$\sigma_{верт},$ МПа	$\tau_{\alpha},$ МПа	$\alpha,$ град	Матеріал
0	10	20	30	15	Сталь 45
1	20	30	40	30	Латунь Л68
2	-20	30	60	45	Бронза БрА5
3	40	-40	60	60	Сталь 20
4	30	50	-70	75	Дуралюмін ДІ
5	60	30	40	90	Сталь 35
6	-50	20	90	30	Бронза Бр010
7	100	-40	60	45	Сталь 50
8	40	30	-80	60	Дуралюмін Д6
9	20	-20	30	75	Латунь Л68

Сталь  $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$

$\mu = 0,25$

$G = 81 \cdot 10^9 \text{ Па}$

Латунь  $E = 0,95 \cdot 10^{11} \text{ Па}$

$\mu = 0,37$

$G = 36 \cdot 10^9 \text{ Па}$

Бронза  $E = 1,05 \cdot 10^{11} \text{ Па}$

$\mu = 0,35$

$G = 39 \cdot 10^9 \text{ Па}$

Дуралюмін

$E = 71 \cdot 10^9 \text{ Па}$

$G = 27 \cdot 10^9 \text{ Па}$

$\mu = 0,32$

## ПЛАН РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

1. Накреслити елемент за числовими даними шифру. Виписати із довідників необхідні характеристики матеріалу.

2. Позначити задані напруження через  $\sigma_{\alpha}$ ,  $\sigma_{\beta}$ ,  $\tau_{\alpha}$ ,  $\tau_{\beta}$ , приймаючи  $\sigma_{\alpha} > \sigma_{\beta}$ .

3. Обчислити значення головних напружень і визначити їх напрям. Побудувати круг Мора і графічно визначити величину і напрям головних напружень. Зобразити в середині заданого елемента головні площадки і головні напруження.

4. Обчислити головні деформації  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ ,  $\epsilon_3$  і об'ємну деформацію  $\epsilon_v$ .

5. Знайти кут  $\alpha_1$  між нормаллю  $n_{\alpha_1}$  до площадки АВ і напруженням  $\sigma_1$  і обчислити напруження в напрямку нормалі  $n_{\alpha_1}$  і перпендикулярному до нього  $\sigma_{\alpha_1}$ ,  $\sigma_{\beta_1}$ ,  $\tau_{\alpha_1}$ ,  $\tau_{\beta_1}$ .

6. Визначити деформацію  $\epsilon_{\beta_1}$  в напрямку відрізка АВ і кут зсуву  $\gamma$ .

7. Вибрати відповідно до матеріалу теорію міцності і перевірити елемент на міцність.

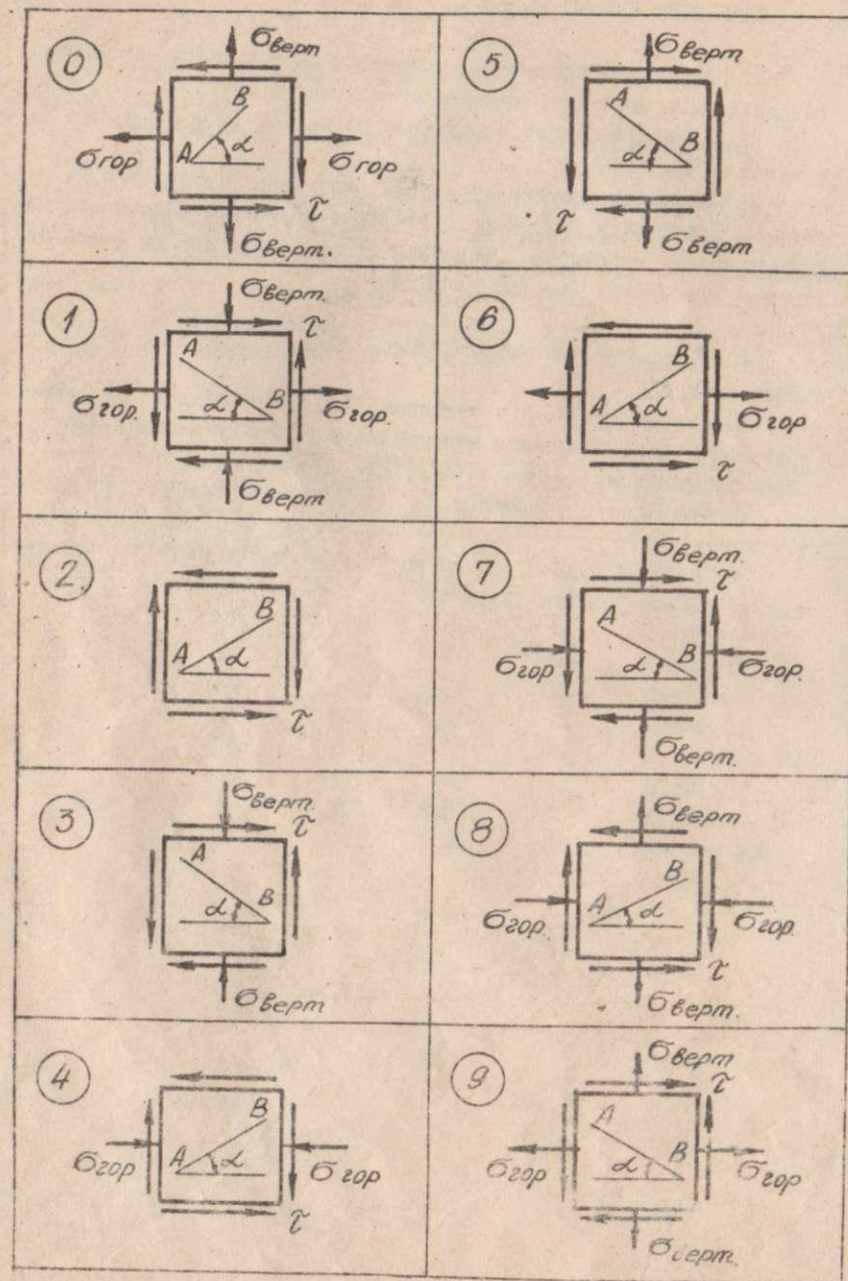


Рис. 13

# ЗАДАЧА № 14

## РОЗРАХУНОК ЗВАРНИХ З'ЄДНАНЬ

Розрахувати зварне з'єднання, виконане валиковими швами, з умови рівної міцності елементів, що розтягуються, і зварного шва /рис. 14, табл. 14/. Висоту швів взяти рівною товщині накладки з листа або товщині полиці прокатного профілю. При розрахунках взяти  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ ;  $[\tau_e] = 80 \text{ МПа}$ ;  $K_{\Delta}$  - двосторонній шов.

Таблиця 14

Варіант	Номер двотавра	Номер швелера	Розміри листа $\delta \times t$ , мм	Номер кутника нерівнобокого /рівнобокого/	Товщина кутника, мм
0	45	36	400x10	25/16 /16/	12
1	36	30	400x10	20/12,5 /16/	12
2	30а	24а	330x10	18/11 /12,5/	10
3	24	20	260x8	16/10 /10/	10
4	22	18	220x8	12,5/8 /12,5/	10
5	20	16	200x6	11/7 /8/	8
6	16	14	180x5	10/6,3 /8/	8
7	27	22	280x8	16/10 /12,5/	10
8	14	12	160x5	9/5,6 /8/	6
9	12	10	150x5	8/5 /6,3/	6

## ПЛАН РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

1. Визначити значення допустимого навантаження  $P$  з розрахунку на розтяг зварних елементів.

2. Використовуючи значення допустимої сили  $P$ , з розрахунку на міцність зварних швів визначити їх довжину.

РОЗРАХУНОК ВАЛА НА КРУЧЕННЯ

Для заданого вала /рис. 15, табл. 15/ визначити його розміри на кожній ділянці. Побудувати епюру кутів повороту перерізів вала. Прийняти  $\alpha = 0,5$  м;  $[\theta] = 0,5$  град/м. Визначити також розміри поперечного перерізу вала на III ділянці, вважаючи що він виконаний квадратним і трубчастим з відношенням діаметрів  $d_8/d_3 = 0,5$ . Порівняти витрати матеріалу на один метр довжини вала різного профілю.

Таблиця 15

Варіант	$N_1$ , кВт	$N_2$ , кВт	$N_3$ , кВт	$N_4$ , кВт	$\omega$ , рад/с	Матеріал
0	15	25	20	30	10	Сталь 50
1	10	20	30	40	20	Сталь 45
2	20	10	15	45	10	Чавун СЧ35
3	40	30	20	10	30	Сталь 40ХН
4	30	10	20	40	20	Сталь 20Х
5	35	25	25	50	50	Чавун СЧ18
6	15	15	20	25	10	ЗІ 826
7	10	40	40	60	75	Сталь 50
8	40	25	20	45	60	Сталь 40ХН
9	50	15	30	25	40	Сталь 20Х

ПЛАН РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

- З умови рівномірного обертання вала, нехтуючи тертям в підшипниках, визначити потужність на шківу  $N_0$ .
- Користуючись формулою  $M_k = N$  кВт /  $\omega$  с<sup>-1</sup> (кН·м), обчислити крутні моменти і побудувати епюру крутних моментів  $M_{кр}$ .
- Визначити діаметри окремих ділянок вала з умови міцності і жорсткості, округливши одержані величини до стандартних значень в більший бік.
- Визначити величину кутів закручування окремих ділянок

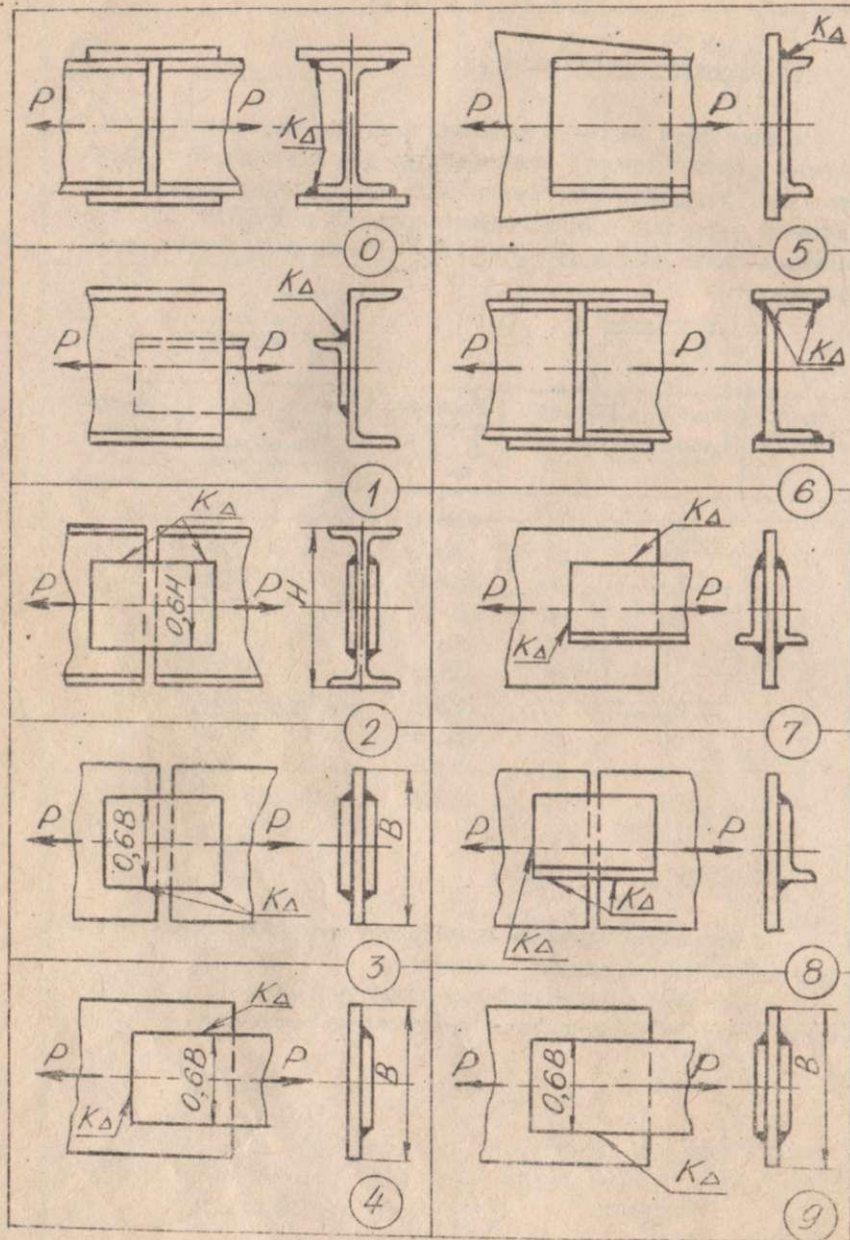


Рис. 14

і всього вала.

5. Побудувати за цими даними епюру кутів повороту перерізів, приймаючи за нерухомий переріз один із кінців вала.

6. Визначити з умови міцності та жорсткості розміри квадратного вала на III ділянці.

7. Дібрати з умови міцності та жорсткості розміри трубчастого вала з відношенням діаметрів  $d_8/d_3 = 0,5$ .

8. Порівняти витрати матеріалу на 1 м для круглого суцільного, трубчастого і квадратного валів.

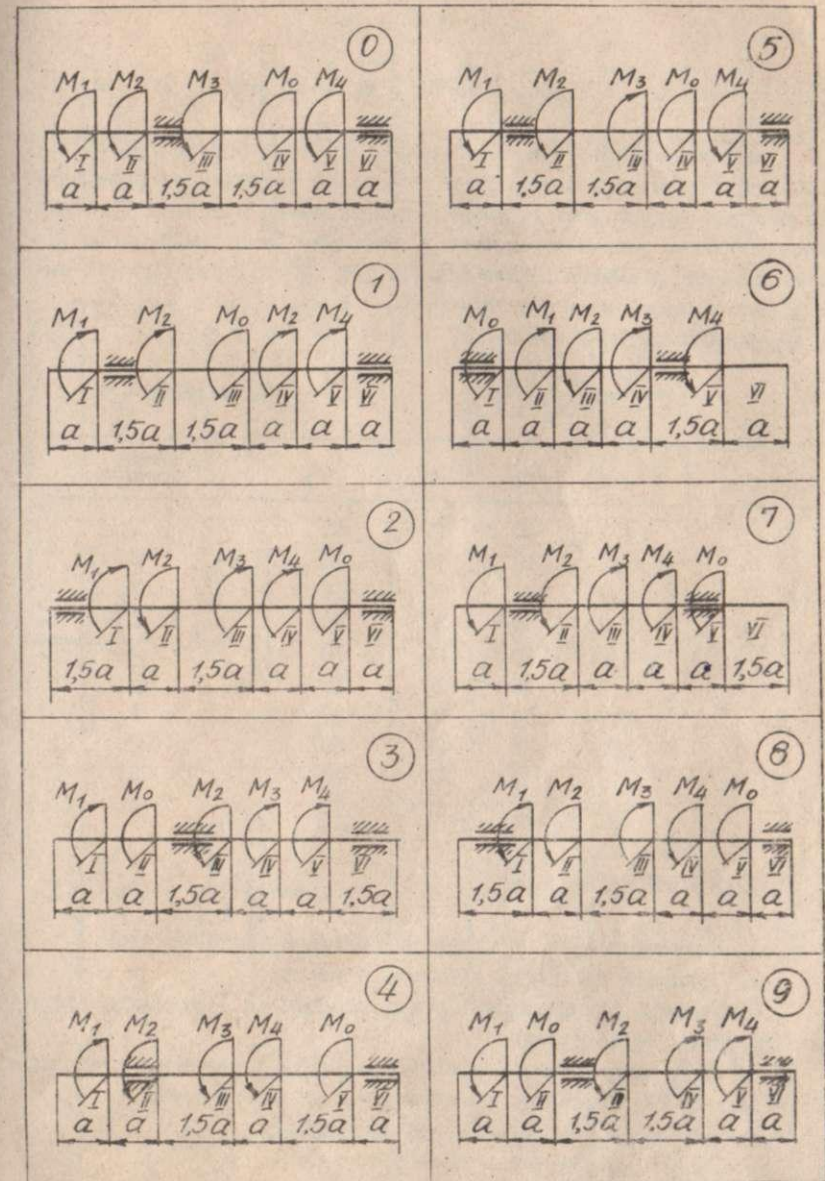


Рис. 15

# ЗАДАЧА № 16

## РОЗРАХУНОК ГВИНТОВОЇ ПРУЖИНИ З МАЛИМ КРОКОМ

Для заданої статично невизначної системи пружин /рис. 16, табл. 16/ визначити переміщення точки, що знаходиться посередині довжини відповідної пружини /номер вказано в таблиці/, вказати найбільш напружену пружину і величину  $\tau_{\max}$  в ній, якщо відомі середні діаметри пружин  $D_1 = 5$  см,  $D_2 = 10$  см,  $D_3 = 15$  см і діаметри дроту кожної з пружин  $d_1 = 5$  мм,  $d_2 = 10$  мм,  $d_3 = 15$  мм. Всі пружини сталеві.

Таблиця 16

Варіант	P, кН	$n_1$	$n_2$	$n_3$	Номер пружини
0	-1,2	20	18	12	1
1	1,5	10	8	6	2
2	0,8	20	16	12	3
3	2,5	30	20	10	1
4	2,2	20	20	10	2
5	1,2	25	20	15	3
6	0,7	30	20	20	1
7	2,0	35	30	20	2
8	1,8	40	35	30	3
9	1,0	15	15	10	1

## ПЛАН РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

1. Визначити ступінь статичної невизначності системи.
2. Записати необхідні рівняння статки.
3. Скласти рівняння сумісності деформацій і виразити деформації пружин через зусилля.
4. Розв'язати сукупно рівняння статки і рівняння сумісності деформацій і визначити навантаження кожної пружини.
5. Визначити переміщення вказаної точки.
6. Знайти напруження в кожній пружині.

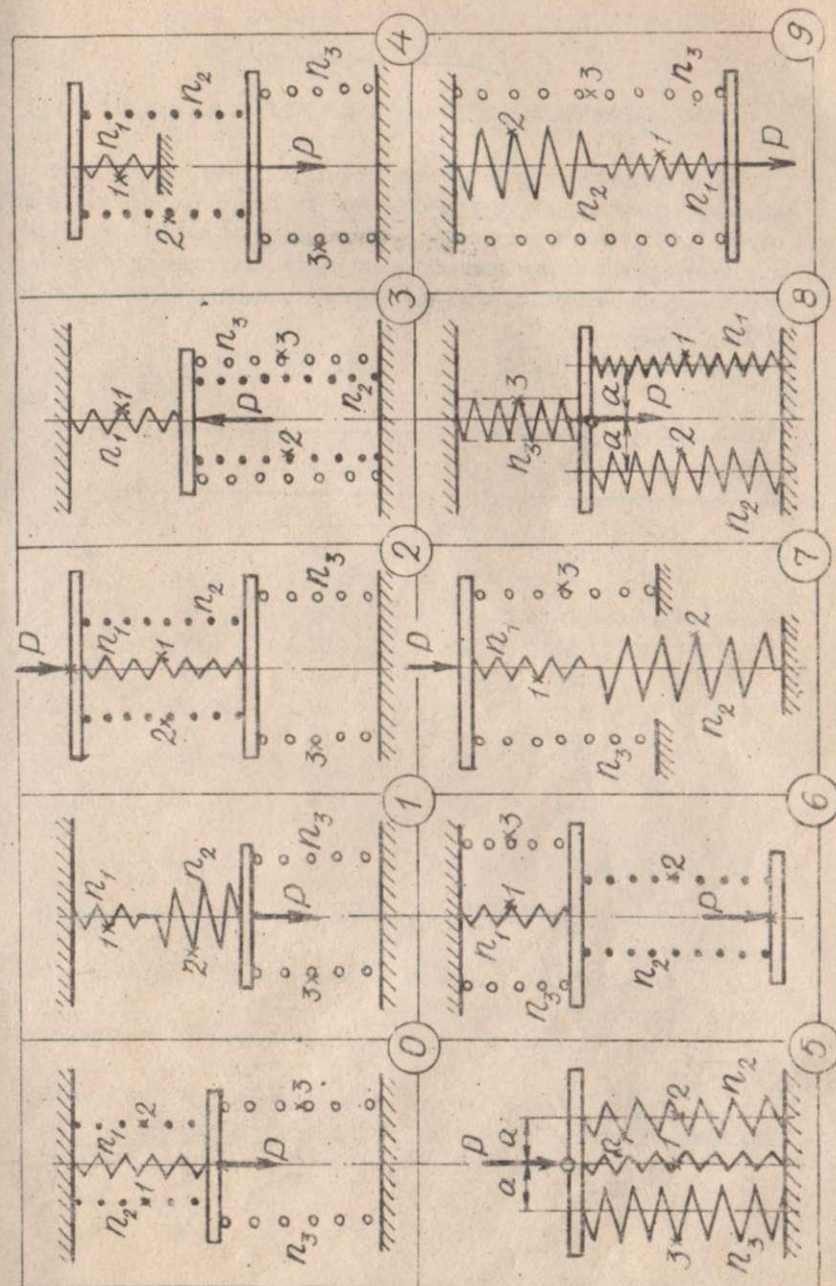


Рис. 16

# ✓ ЗАДАЧА № 17

## РОЗРАХУНОК НА МІЦНІСТЬ ШАРНІРНО-ОПЕРТИХ БАЛОК ПРИ ЗГІНІ

Для заданої сталеної балки /рис. І7, табл. І7/ дібрати круглий, прямокутний /з відношенням  $h/B = 2/$  і двотавровий переріз. Порівняти вагу одного метра довжини кожного профілю. Для двотаврової балки визначити прогин посередині прогону і кут повороту перерізу на правій опорі. Довжина балки  $l = 6$  м;  $[\sigma] = 160$  МПа.

Таблиця І7

Варіант	$q$ , кН/м	$P$ , кН	$M$ , кН·м	$n$	$k$
0	5	30	-18	0	0,25
1	-10	25	12	1	0,5
2	15	-20	16	0,25	0,75
3	-20	15	28	0,5	0,25
4	25	10	-10	0,75	0,5
5	-8	-25	-30	0,5	0,75
6	12	-20	20	0,25	0,25
7	-16	-18	15	1	0,5
8	20	12	-25	0	0,75
9	-24	-10	-5	0,75	0,5

## ПЛАН РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

1. Побудувати епюру поперечних сил  $Q$  і згинаючих моментів  $M$ .
2. Користуючись основною умовою міцності, визначити необхідне значення моменту опору.
3. Дібрати розміри круглого, прямокутного і двотаврового перерізу.
4. Порівняти вагу одного метра довжини кожного профілю, вважаючи, що матеріал для всіх профілей однаковий.
5. Для двотаврової балки визначити переміщення вказаних перерізів.

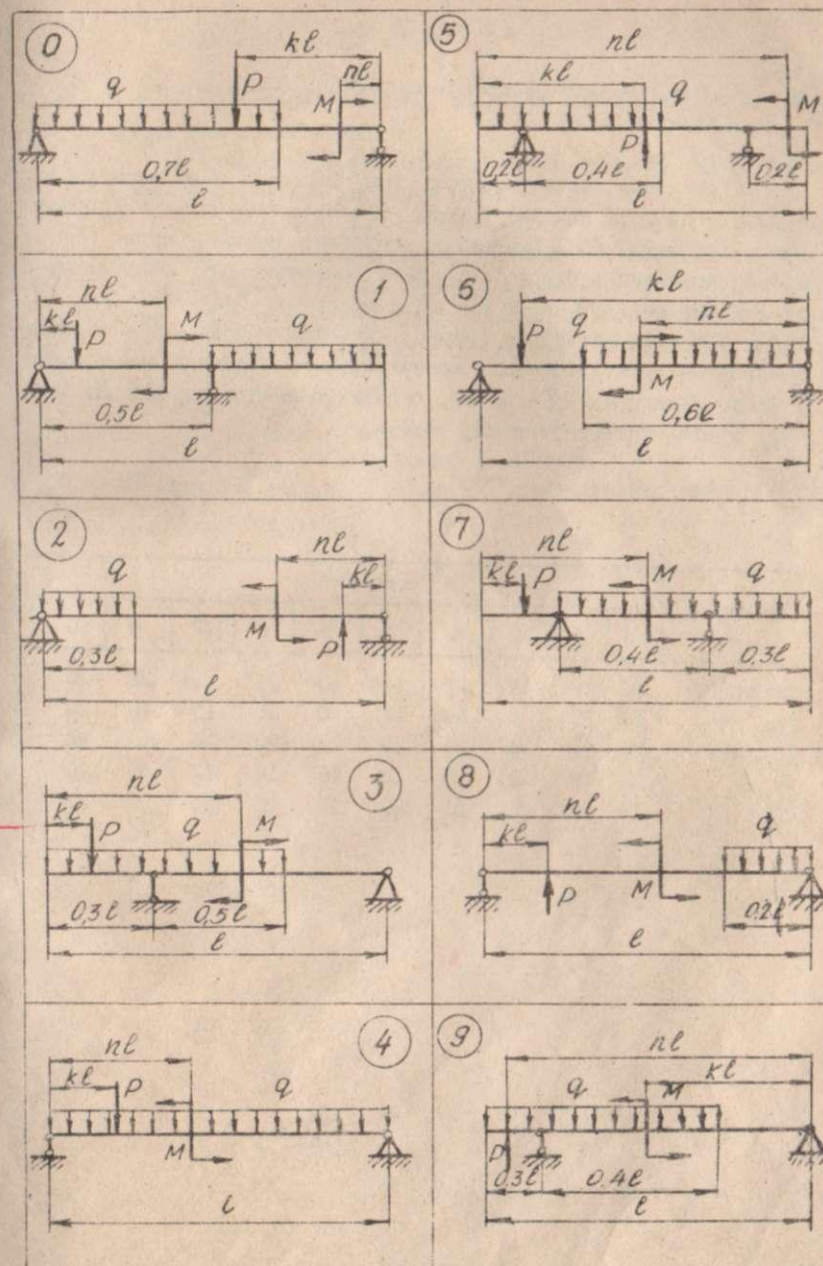


Рис. І7

## РОЗРАХУНОК ДОПУСТИМОГО НАВАНТАЖЕННЯ БАЛКИ НА ПРУЖИННИЙ ОПОРІ

Двотаврова балка довжиною 3 м опирається на шарнірно-нерухому опору і систему з двох гвинтових циліндричних пружин /рис. 18, табл. 18/. Визначити допустиме значення сили  $P$ , що не спричиняє в балці і пружинах напружень, які б перевищували допустимі  $[\sigma] = 150$  МПа /для матеріалу балки/ і  $[\tau] = 200$  МПа /для матеріалу пружин/. Обчислити деформацію і потенціальну енергію деформації кожної пружини. Пружини виготовлені з дроту діаметром  $d = 20$  мм, середні діаметри пружин  $D_1$  і  $D_2$ , кількість витків  $n_1$  і  $n_2$ .

Таблиця 18

Параметр	Варіант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Двотавр №	16	10	12	14	18a	18	24	20a	22	20
$D_1$ , см	12	10	8	14	12	8	15	15	10	14
$D_2$ , см	18	15	14	20	20	15	20	24	16	24
$n_1$	10	15	20	18	12	16	14	12	15	20
$n_2$	15	10	15	25	20	12	20	25	30	30

## ПЛАН РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

1. Визначити реакції, що діють на балку і побудувати епюру згинаючих моментів.
2. Використовуючи основну умову міцності при згині, обчислити допустиме значення сили  $P$ .
3. Визначити навантаження, що діє на кожну пружину:
  - а/ з умов статички для статично визначеної системи пружин;
  - б/ із системи рівнянь, що відповідають статичному, геометричному і фізичному боку задачі, для статично невизначених систем.
4. Обчислити допустиме значення сили з розрахунку на міцність кожної пружини.
5. З трьох допустимих значень сили  $P$  вибрати те, що задовольняє всі три умови міцності.
6. Обчислити деформацію і потенціальну енергію деформації кожної пружини.

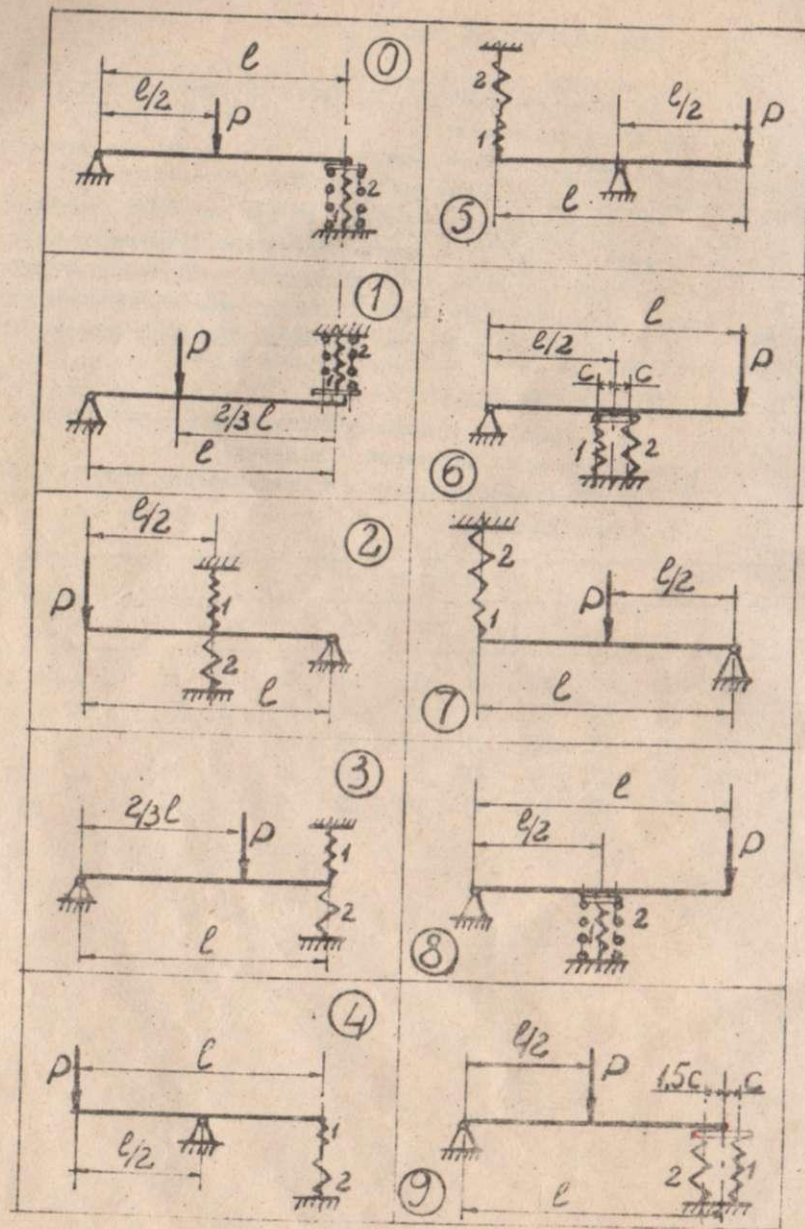


Рис. 18

# СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Расчетно-графические задания / В.В.Хильчевский, Н.А.Венцель, Л.А.Тютюнник: Учеб. пособие по курсу "Сопротивление материалов": Ч. I. - Киев, 1968.
2. Методические указания по расчетно-графическим заданиям. Сост.: Н.А.Венцель, Л.А.Тютюнник, В.В.Хильчевский: Ч. I. - Киев, 1973.
3. Методические указания по расчетно-проектным работам / Сост.: В.А.Бородазко. - Киев: КИИГА, 1977.
4. Методические указания к расчетно-проектировочным заданиям по дисциплине "Сопротивление материалов" / Сост.: Г.Е.Зубанева, Л.В.Рогозина, В.В.Хильчевский. - Киев, 1984.
5. Методические указания к расчетно-проектировочным заданиям по дисциплине "Сопротивление материалов" / Сост.: Г.Е.Визерская, Л.В.Рогозина, В.В.Хильчевский, Б.И.Ковальчук. - Киев, 1991.

Факультет механіко-машинобудівний  
Група МТ-II  
Студент Петренко Микола Іванович  
Шифр 78

Викладач /Осадчук В.Г./

Вибір варіанта завдання .....	3
Оформлення розрахунково-проектувальної роботи .....	4
Задача № 1. Визначення моментів опору перерізів, складених з простих фігур .....	5
Задача № 2. Визначення головних центральних моментів інерції складених симетричних перерізів .....	7
Задача № 3. Визначення головних центральних моментів інерції складених несиметричних перерізів .....	9
Задача № 4. Побудова епюр для консольних балок .....	12
Задача № 5. Побудова епюр для шарнірно-опертих балок ...	14
Задача № 6. Побудова епюр для плоскої консольної рами ..	16
Задача № 7. Побудова епюр для шарнірно-опертих рам .....	18
Задача № 8. Побудова епюр внутрішніх зусиль для просторового стержня .....	20
Задача № 9. Розрахунок на міцність ступінчастого стержня при розтягу-стиску .....	22
Задача № 10. Розрахунок на міцність шарнірно-стержневої системи при розтягу-стиску .....	26
Задача № 11. Розрахунок на міцність статично-невизнач- ного стержня при розтягу-стиску .....	28
Задача № 12. Розрахунок на міцність статично-невизначної стержневої системи при розтягу-стиску .....	31
Задача № 13. Аналіз напружено-деформованого стану .....	34
Задача № 14. Розрахунок зварних з'єднань .....	37
Задача № 15. Розрахунок вала на кручення .....	39
Задача № 16. Розрахунок гвинтової пружини з малим кроком	42
Задача № 17. Розрахунок на міцність шарнірно-опертих балок при згині .....	44
Задача № 18. Розрахунок допустимого навантаження балки на пружинній опорі .....	46
Список літератури .....	49
Додаток .....	50

Навчальне видання

Методичні вказівки  
до розрахунково-проектувальних завдань  
з дисципліни "Опір матеріалів"  
для студентів всіх спеціальностей  
денної та вечірньої форм навчання

Частина I

Укладачі: Візерська Галина Євгенівна  
Рогозіна Людмила Володимирівна  
Ковальчук Борис Іванович  
Рудаков Костянтин Миколайович

Редактор Л.Г.Рева

Коректори: Г.С.Чуб

Підп. до друку 17.05.93 . Формат 60×84<sup>1/4</sup> мм. Папір  
друку № 3 . Друк офсетний. Ум. др. арк. 3,03. Ум. фарбо-відб. 3,14  
Обліг.-вид. арк. 3,21. Тираж 1000  
Зам. № 856. Безплатно

Полтавський інженерно-будівельний інститут  
314601, м. Полтава, Першотравневий проспект, 25.

Фірма «ВІПОЛ»  
252151, Київ, вул. Велинська, 60.