РГР № 1

Методические указания

         В задача №1 и №2 требуется найти положение главных центральных осей и вычислить значения главных центральных моментов инерции.

         Главными центральными называются оси, проходящие через центр тяжести, относительно которых осевые моменты инерции имеют экстремальные значения, а центробежный момент инерции обращается в ноль. Моменты инерции относительно главных осей называются главными моментами инерции и обозначаются  *J1=Jmax, J2=Jmin*.

         Ось симметрии и любая ось, ей перпендикулярная, составляют пару главных осей.

         В Задаче № 1 необходимо найти положение центра тяжести сечения и провести  через центр тяжести главные центральные оси *Оx* и *Оy*.Далее с помощью зависимостей между моментами инерции относительно параллельных осей необходимо найти осевые моменты инерции *Jx, Jy* и по их значениям определить, какая из осей является осью максимального момента инерции, а какая осью минимального момента инерции, например *Jx=J1,*,*Jy=J2*.

         В Задаче №2 сечение не имеет осей симметрии. Поэтому величины главных моментов инерции и положение главных центральных осей  определяются по формулам:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://cito.mgsu.ru/COURSES/course594/media/279251195375938/HtmlStuff/img_232.jpg | | (1) |
| http://cito.mgsu.ru/COURSES/course594/media/279251195375938/HtmlStuff/img_233.jpg | http://cito.mgsu.ru/COURSES/course594/media/279251195375938/HtmlStuff/img_234.jpg |

где α1, α2 - углы, определяющие положение главных осей; *Jx*, *Jy*, *Jxy*- осевые и центробежный моменты инерции относительно произвольных осей, проходящих через центр тяжести.

         Решение задачи №2 проводится в следующем порядке:

         1. Сечение разбивается на элементы, для которых вычисляются необходимые геометрические характеристики - площади и моменты инерции относительно осей, проходящих через центры тяжести элементов;

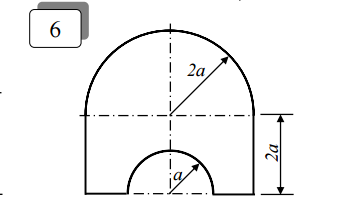
         2. Находится положение центра тяжести сечения.

         3. Через центр тяжести проводятся произвольные оси *Оx*,*Оy*и при помощи зависимостей между моментами инерции относительно параллельных осей находятся осевые *Jx*, *Jy*и центробежный *Jxy*моменты инерции.

         4. По формулам (1) вычисляются величины главных моментов инерции и находится положение главных осей  сечения.

В графической части работы необходимо начертить в масштабе сечение и указать основные размеры. Представить разбиение сечения на простые элементы, через центры тяжести  которых провести оси *Oixi*, *Oiyi*и показать главные центральные оси *Ox*,*Oy*. При решении следует отдельно начертить элементы, входящие в состав сечения, для которых необходимо записать геометрические характеристики с учетом положения в сечении и принятой системы координат. Графическое определение главных моментов инерции производится с помощью круга Мора, который должен быть построен на отдельном листе формата А4.

Вариант выполнения работы:



РГР № 2

Задача № 1

         Для статически определимого стержня ступенчато постоянного сечения  по схеме №… при осевых нагрузках и геометрических размерах по строке №… требуется:

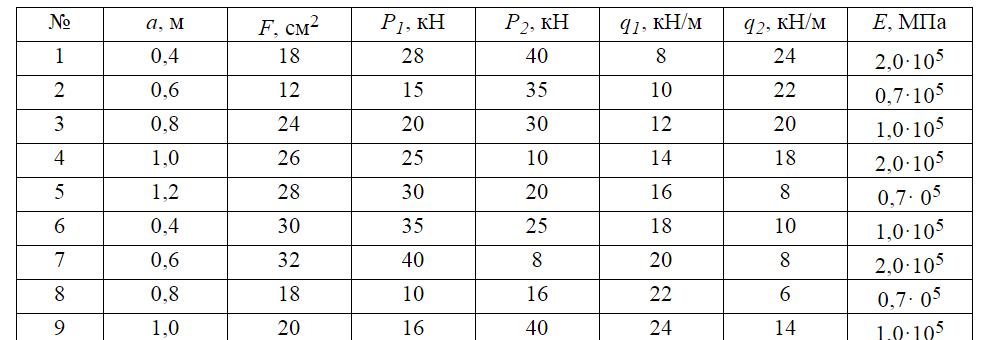
         1.Определить опорную реакцию в месте закрепления стержня.

         2.Вычислить значения продольных сил и нормальных напряжений в характерных сечениях и построить эпюры этих величин.

         3.Найти величины абсолютных удлинений (укорочений) участков стержня и величину общего удлинения (укорочения) стержня в целом.

         4.Определить значения осевых перемещений характерных сечений и построить эпюру осевых перемещений.

Вариант № 6



Задача № 2

         Для статически неопределимой стержневой системы, состоящей из абсолютно жесткой балки *AB*и поддерживающих ее стальных стержней 1 и 2 по схеме №…. при геометрических размерах, соотношениях площадей поперечных сечений стержней *F2/F1* и величине нормативной нагрузки *Р*, указанных в строке № …. табл.2, требуется:

         1.Определить расчетное значение нагрузки, приняв коэффициент надежности по нагрузке γf = 1,2.

         2.Определить усилия в стержнях системы. Собственную массу элементов стержневой системы не учитывать.

         3.Подобрать сечения стрежней в виде двух стальных прокатных равнобоких уголков, используя метод расчета по предельным состояниям. При подборе сечений обеспечить заданное соотношение площадей *F2/F1*. Расчетное сопротивление по пределу текучести стали марки ВСТ3 принять равным 210 МПа, коэффициент условий работы γс = 0,9.

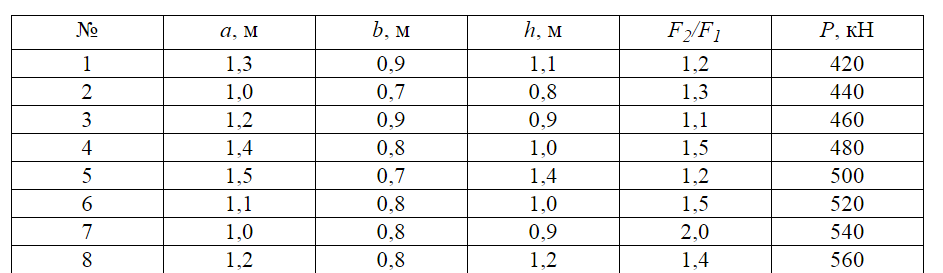
         4.Определить величины нормальных напряжений в поперечных сечениях стержней и проверить выполнение условий прочности.

         5.Определить величины удлинений стержней, приняв *Е*=2,1·105 МПа.

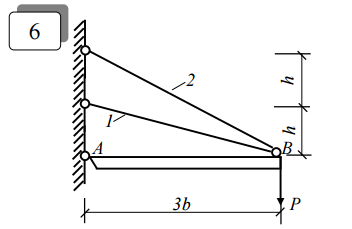
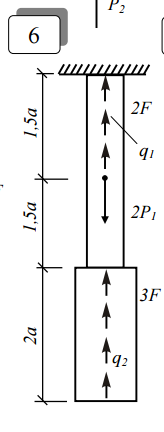
         6.Определить нагрузку *Рт*, при которой в системе возникают первые пластические деформации, считая, что материал стержней следует диаграмме Прандтля и имеет предел текучести ?т = 240 МПа.

         7.Определить разрушающую нагрузку *Рразр*, при которой система полностью исчерпывает свою несущую способность.

Вариант № 6



Схемы:



Методические указания к решению задач №1 и №2

         При решении задачи № 1 расчет стержня ступенчато постоянного сечения следует начинать с определения опорной реакции с использованием уравнения равновесия *ΣX = 0*, а начало координат расположить в опорном сечении.

         Эпюра продольных сил *N*строится при помощи метода сечений, для чего необходимо показать характерные сечения по длине стержня. В отсеченной части стержня должна быть показана положительная (растягивающая) продольная сила. Контроль правильности построенной эпюры *N*следует проводить с использованием дифференциальной зависимости *dN/dx=-q(x)*.   На участках,  где *q(x) =0*, продольная сила *N*должна быть постоянной, а на участках, где *q(x) = const*, продольная сила изменяется по линейному закону.

         Эпюра нормальных напряжений строится с использованием формулы

σ = *N/F*. Значения *N*и σ, полученные в начале и конце характерных сечений, откладываются от оси стержня с указанием знака; производится штриховка эпюр.

         Эпюра осевых перемещений *u(x)* строится с использованием формулы

http://cito.mgsu.ru/COURSES/course594/media/279251195375938/HtmlStuff/img_235.jpg

  Для определения осевого перемещения в сечении с координатой "*x*" необходимо вычислить площадь эпюры нормальных напряжений между http://cito.mgsu.ru/COURSES/course594/media/279251195375938/HtmlStuff/img_236.jpg опорным сечением и рассматриваемым сечением. Для определения абсолютного удлинения стержня Δ*l*необходимо вычислить всю площадь эпюры нормальных напряжений:http://cito.mgsu.ru/COURSES/course594/media/279251195375938/HtmlStuff/img_237.jpg .

         При оформлении графической части работы на листе формата А4 необходимо изобразить стержень с  геометрическими размерами и нагрузками, указать характерные сечения и в выбранном масштабе построить эпюры продольных сил *N*, нормальных напряжений σ и осевых перемещений *u(x)*.

         В задаче № 2 необходимо определить усилия *N1*и *N2*в стержнях 1 и 2 по методу предельных состояний от действия расчетной нагрузки *Ррасч*= *Рн*γf, где *Рн*- нормативная нагрузка, γf - коэффициент надежности по нагрузке.

          Так как задача является статически неопределимой и уравнений равновесия недостаточно для определения неизвестных усилий, то для решения задачи необходимо рассмотреть геометрическую схему деформаций и получить зависимость между абсолютными удлинениями Δ*l1*,  Δ*l2*:     Δ*l1* = *k1*Δ*l2*

         Абсолютные удлинения стержней Δ*l1*,  Δ*l2*нужно выразить через усилия в стержнях *N1*, *N2*и получить дополнительное уравнение, связывающее между собой усилия в стержнях  *N1 = k2N2* , где *k2*- коэффициент, зависящий от геометрических параметров системы и соотношения площадей стержней    *F2/ F1* .

Для определения усилий в стержнях 1 и 2 следует воспользоваться уравнением равновесия *ΣМА = 0* и уравнением *N1 = k2N2*.

         Подбор сечений стержней 1 и 2 производится по формулам:

http://cito.mgsu.ru/COURSES/course594/media/279251195375938/HtmlStuff/img_238.jpg

         После определения площадей сечений необходимо проверить заданное отношение площадей стержней *F2/F1* . Изменив площади поперечных сечений при невыполнении заданного отношения *F2/F1* , подбираем по сортаменту сечения стержней 1 и 2 в виде двух равнобоких уголков.

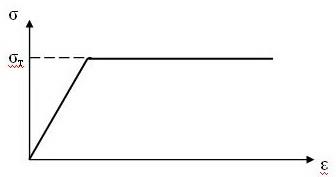
         Проверка выполнения условий прочности производится по формулам:

http://cito.mgsu.ru/COURSES/course594/media/279251195375938/HtmlStuff/img_239.jpg

        Абсолютные удлинения определяются по формулам:

http://cito.mgsu.ru/COURSES/course594/media/279251195375938/HtmlStuff/img_240.jpg

При выполнении пунктов 6,7 принимается упрощенная диаграмма зависимости между напряжениями σ и деформациями  ε (диаграмма Прандтля). Согласно диаграмме Прандтля при  напряжениях в стержнях, равных пределу текучести σт деформации неограниченно возрастают.



         Для определения нагрузки *Р*т, при которой в системе возникают первые пластические деформации, необходимо согласно проведенному расчету установить наиболее напряженный стержень, в котором при возрастании нагрузки  возникнут напряжения, равные пределу текучести, и соответствующее усилие *N* = σт*F*. Тогда усилие во втором стержне определится из равенства  *N1 = k2N2*, а нагрузка *Р*т - из уравнения равновесия системы *ΣМА = 0*.

         Для определения разрушающей нагрузки *Рразр*необходимо рассмотреть предельное состояние системы, при котором в обоих стержнях возникают напряжения, равные пределу текучести σ1 = σт, σ2 = σт и соответствующие усилия *N1*т= σт*F1* , *N2*т= σт*F2*.Разрушающая нагрузка определяется из уравнения равновесия системы в предельном состоянии *ΣМА = 0*.

         В графической части работы необходимо на листе формата А4 изобразить схему статически неопределимой системы с необходимыми геометрическими  размерами, показать нагрузку *Р*, горизонтальную и вертикальную составляющие опорной реакции в шарнире *А* и усилия в стержнях *N1*, *N2*; показать геометрическую  схему деформации ;начертить диаграмму Прандтля ;изобразить схему стержневой системы с необходимыми геометрическими размерами, показать нагрузку *Рразр*, усилия в стержнях *N*1ти *N2*т,действующие в предельном состоянии.

РГР № 3

Задача № 1

Вариант № 6

         Для стержней, балок и стержневых систем по заданию № … (табл.1) при числовых значениях размеров и нагрузок по строке № … (табл.2) требуется:

1.Определить опорные реакции;

2.Вычислить величины внутренних усилий в характерных сечениях и построить эпюры внутренних усилий.

3. Выполняются 3 задачи для балок с прямой осью:

1. Консоль.

2. 2х шарнирная балка.

3. 2х шарнирная балка с консолью.

                                                                                                                Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** |  | **№** | **25** | **26** | **27** | **28** | **29** | **30** | **31** | **32** |
| **1** | 1 | 9 | 15 | 21 | 29 | 37 | 45 | 53 | **17** | 53 | 45 | 37 | 29 | 21 | 15 | 9 | 1 |
| **2** | 54 | 2 | 10 | 16 | 22 | 30 | 38 | 46 | **18** | 46 | 38 | 30 | 22 | 16 | 10 | 2 | 54 |
| **3** | 47 | 55 | 3 | 11 | 17 | 23 | 31 | 39 | **19** | 39 | 31 | 23 | 17 | 11 | 3 | 55 | 47 |
| **4** | 40 | 48 | 56 | 4 | 12 | 18 | 24 | 32 | **20** | 32 | 24 | 18 | 12 | 4 | 56 | 48 | 40 |
| **5** | 33 | 41 | 49 | 57 | 5 | 13 | 19 | 25 | **21** | 25 | 19 | 13 | 5 | 57 | 49 | 41 | 33 |
| **6** | 26 | 34 | 42 | 50 | 58 | 6 | 14 | 20 | **22** | 20 | 14 | 6 | 58 | 50 | 42 | 34 | 26 |
| **7** | 15 | 27 | 35 | 43 | 51 | 59 | 7 | 9 | **23** | 9 | 7 | 59 | 51 | 43 | 35 | 27 | 15 |
| **8** | 10 | 16 | 28 | 36 | 44 | 52 | 60 | 8 | **24** | 8 | 60 | 52 | 44 | 36 | 28 | 16 | 10 |

                                                                                                                  Таблица 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № | *a*, м | *b*, м | *c*, м | *Р1*, кН | *Р2*, кН | *q1*, кН/м | *q2*, кН/м | *m*, кН·м |
| 1 | 3,0 | 2,0 | 1,0 | 26 | 20 | 20 | 12 | 30 |
| 2 | 2,0 | 2,1 | 1,2 | 30 | 20 | 20 | 10 | 40 |
| 3 | 3,0 | 2,2 | 2,0 | 40 | 30 | 30 | 20 | 40 |
| 4 | 2,4 | 1,6 | 1,0 | 20 | 20 | 20 | 10 | 20 |
| 5 | 2,0 | 2,6 | 1,4 | 32 | 24 | 15 | 20 | 36 |
| 6 | 2,6 | 1,2 | 1,2 | 36 | 32 | 18 | 25 | 25 |
| 7 | 2,4 | 1,0 | 1,0 | 24 | 30 | 20 | 18 | 40 |
| 8 | 3,0 | 2,4 | 1,4 | 30 | 24 | 18 | 20 | 35 |
| 9 | 3,0 | 2,8 | 1,6 | 35 | 35 | 25 | 25 | 40 |
| 10 | 3,2 | 3,0 | 1,6 | 40 | 30 | 16 | 16 | 42 |
| 11 | 3,4 | 2,8 | 1,8 | 42 | 36 | 18 | 18 | 48 |
| 12 | 2,8 | 3,0 | 2,0 | 45 | 40 | 20 | 20 | 50 |

Задача № 2

         Рассчитать на прочность по методу предельных состояний двутавровую прокатную балку (схема №6 из задачи №1).

         Материал балки сталь ВСт 3. Предел текучести σт= 240 МПа, расчетное сопротивление по пределу текучести *R*= 210 МПа, расчетное сопротивление при сдвиге *Rs*= 130 МПа. Коэффициент условий работы γс = 0,9. В табл. 2 приведены нормативные значения нагрузок. Коэффициент надежности по нагрузке γf = 1,2.

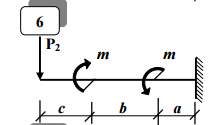
         1.Подобрать сечение балки из двутавра, используя условие прочности по первой группе предельных состояний.

         2.Для сечения балки, в котором действует наибольший изгибающий момент, построить эпюру нормальных напряжений и проверить выполнение условия прочности по нормальным напряжениям.

         Для сечения, в котором действует наибольшая поперечная сила, построить эпюру касательных напряжений и проверить выполнение условий прочности по касательным напряжениям.

         3.Для сечения балки, в котором *M*и *Q*имеют одновременно наибольшие или достаточно большие значения, найти величины главных напряжений и положение главных площадок в стенке на уровне ее примыкания к полке.

Схема к задачам:



Методические указания к решению задач №1, №2

         Расчет статически определимых стержней на изгиб следует начинать с определения опорных реакций из уравнений статики, которые нужно составлять таким образом, чтобы в каждое из них входила бы одна опорная реакция.  Расчетную   схему  балок  с промежуточными   шарнирами  по   схемам

№№ 45-52 следует представить в виде поэтажной схемы и определить опорные реакции для несомой и несущей балок.

         Эпюры внутренних усилий - изгибающих моментов *М*, поперечных *Q*и продольных сил *N*строятся с использованием метода сечений  устанавливая их законы изменения в пределах рассматриваемых участков стержня, или вычисляя значения *М*, *Q*, *N*на границах участков и следуя следующим правилам:

         1.На участках, где *q = 0*, поперечная сила *Q = const*, а изгибающий момент M изменяется по линейному закону.

         2.На участках, где *q = const*, поперечная сила *Q*изменяется по линейному закону, а изгибающий момент *М*- по квадратной параболе, обращенной выпуклостью в сторону действия нагрузки *q*.

         3.В сечениях, где *Q = 0*, изгибающий момент *М*может иметь экстремум.

4.В точке  приложения  сосредоточенной  силы  эпюра  *Q*имеет скачок,

равный по величине приложенной в этой точке силе, а эпюра моментов *М*имеет излом.

         5.В точке приложения сосредоточенного момента эпюра *М*имеет скачок, равный по величине приложенному моменту.

         В графической части задания необходимо на отдельном листе формата А4 изобразить схему стержня с геометрическими размерами и приложенными нагрузками , а также определенные из уравнений статики опорные реакции. Для балок по схемам №№ 1-8, №№ 21-44 под схемой стержня в масштабе вычерчиваются эпюры изгибающих моментов *М*и поперечных сил *Q*. Для балок по схемам №№45-52 следует показать  также поэтажную схему.

         Для консольного ломаного стержня по схемам №№ 9-14, для стержня с криволинейным участком по схемам №№ 15-20 и рамы по схемам №№53-64 вычерчиваются геометрические схемы с указанием размеров и нагрузок и показываются  оси стержня, на которых строятся эпюры изгибающих моментов *М*, поперечных сил *Q*и продольных сил *N*.

         Эпюры зашриховываются прямыми линиями, перпендикулярными к оси стержня и указываются знаки внутренних усилий. В пояснительной записке приводятся необходимые расчеты по определению опорных реакций и вычислению значений внутренних усилий в рассматриваемых сечениях стержней.

         При решении задачи № 2 следует показать однопролетную балку по схемам №№ 21-28 и соответствующие эпюры поперечных сил *Q*и изгибающих моментов *M*.

Сечение балки в виде стального прокатного  двутавра подбирается по требуемому из условия прочности моменту сопротивления *Wz > Mрасч*/γc*R*, где *Mрасч= Мнорм*γf  -  расчетное значение наибольшего изгибающего момента,

γf - коэффициент надежности по нагрузке, γc - коэффициент условий работы, *R*- расчетное сопротивление по пределу текучести. По величине требуемого момента сопротивления по сортаменту прокатных профилей подбирается номер двутавра, для которого выписываются необходимые геометрические характеристики : *h*- высота двутавра, *b*- ширина полки, *d*- толщина стенки,*t*- толщина полки, *Jz*- момент инерции, *Wz*- момент сопротивления сечения и статический момент *Sz*половины сечения. Двутавровое сечение с указанными размерами следует начертить в масштабе и и построить рядом с сечением  эпюры нормальных σ  и  касательных τ напряжений по формулам для сечений с наибольшим изгибающим моментом и с наибольшей поперечной силой. Нормальные и касательные напряжения определяются по формулам

http://cito.mgsu.ru/COURSES/course594/media/279251195375938/HtmlStuff/img_242.jpg,

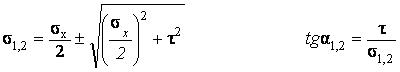
где *М*и *Q*- расчетные значения изгибающего момента и поперечной силы в рассматриваемых сечениях.

         Проверка условий прочности по нормальным и касательным напряжениям производится по формулам:

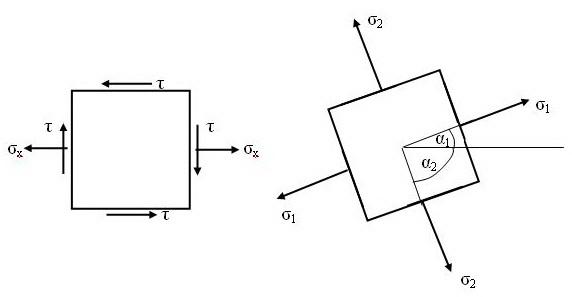
http://cito.mgsu.ru/COURSES/course594/media/279251195375938/HtmlStuff/img_243.jpg,

где *Wz*- момент сопротивления сечения, *Sz*- статический момент половины сечения относительно нейтральной оси.

         Для определения величины главных напряжений и положения главных площадок в стенке в уровне ее примыкания к полке http://cito.mgsu.ru/COURSES/course594/media/279251195375938/HtmlStuff/img_244.jpg надо выбрать сечение балки, в котором одновременно *M*и *Q*имеют достаточно большие значения (таких сечений может быть несколько). Определив в указанном уровне по формулам нормальные и касательные напряжения, необходимо найти величины главных напряжений σ1 и  σ2 и углы наклона нормалей к главным площадкам:



         На чертеже следует показать напряжения, действующие на исходных и главных площадках:



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  | | --- | |  | |