

## РАЗДЕЛ 3. ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ЕЁ ВЫПОЛНЕНИЮ

### 3.1. Методические указания по выполнению контрольной работы

В соответствии с действующим учебным планом студенты-заочники специальности "Прикладная информатика в экономике" по дисциплине "Дискретная математика" выполняют одну контрольную работу.

К выполнению контрольной работы следует приступать после изучения соответствующего материала по учебнику и решению задач, указанных к каждому модулю. Следует также внимательно разобрать решения тех задач, которые приводятся в данном пособии.

При выполнении контрольной работы надо строго придерживаться указанных ниже правил.

1. Контрольную работу следует выполнять в отдельной тетради чернилами любого цвета, кроме красного. На обложке тетради должны быть ясно написаны фамилия и инициалы студента, полный учебный шифр. В конце работы следует указать использованную литературу, поставить дату окончания работы и расписаться.

2. В работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по своему варианту. Контрольные работы, содержащие не все задания, а также содержащие задачи не своего варианта, не зачитываются.

3. Задачи контрольной работы следует располагать в порядке возрастания их номеров. Для замечаний преподавателя необходимо на каждой странице оставлять поля 3-4 см.

4. Перед решением каждой задачи надо записать полностью её условие. В том случае, когда несколько задач, из которых студент выбирает задачу своего варианта, имеют общую формулировку, следует, переписывая условие задачи, заменить общие данные конкретными из соответствующего номера.

5. Решения задач следует излагать подробно, делая соответствующие ссылки на вопросы теории с указанием формул, теорем, выводов, которые используются при решении данной задачи. Не допускаются сокращения слов, кроме общепринятых. Все вычисления (в том числе и вспомогательные) необходимо делать полностью. Чертежи и графики должны быть выполнены аккуратно и чётко. Объяснения к задачам должны соответствовать тем обозначениям, которые даны на чертеже.

6. Контрольная работа должна выполняться самостоятельно, в противном случае студент лишается возможности проверить степень своей подготовленности по дисциплине.

Если будет установлено, что контрольная работа выполнена не самостоятельно, то она не будет зачтена, даже если в ней все задачи решены верно.

7. Получив прорецензированную контрольную работу, студент должен исправить все отмеченные рецензентом ошибки и недочёты и выполнить все рекомендации рецензента.

Если рецензент предлагает внести в решения задач те или иные исправления или дополнения и представить их для повторной проверки, то это следует сделать в короткий срок.

В случае незачёта работы и отсутствия прямого указания рецензента на то, что студент может ограничиться представлением исправленных решений отдельных задач, вся работа должна быть выполнена заново. При представленных исправлениях должны обязательно находиться прорецензированная работа и рецензия на неё. В связи с этим рекомендуется при выполнении контрольной работы оставлять в конце тетради несколько чистых листов для дополнений и исправлений в соответствии с указаниями рецензента. Вносить исправления в сам текст работы после её рецензирования запрещается.

8. В межсессионный период или во время лабораторно-экзаменационной сессии студент должен пройти собеседование по зачтённой контрольной работе.

9. Студент выполняет вариант контрольной работы, совпадающий с последней цифрой его учебного шифра. При этом, если предпоследняя цифра учебного шифра есть число нечётное (1,3,5,7,9), то номера задач для соответствующего варианта даны в таблице 1. Если же предпоследняя цифра учебного шифра есть число чётное (2,4,6,8) или ноль, то номера задач даны в таблице 2.

Таблица 1

Номер варианта	Номера задач для контрольной работы							
1	1	21	41	61	81	101	121	141
2	2	22	42	62	82	102	122	142
3	3	23	43	63	83	103	123	143
4	4	24	44	64	84	104	24	144
5	5	25	45	65	85	105	125	145
6	6	26	46	66	86	106	126	146
7	7	27	47	67	87	107	127	147
8	8	28	48	68	88	108	128	148
9	9	29	49	69	89	109	129	149
0	10	30	50	70	90	110	130	150

Таблица 2

Номер варианта	Номера задач для контрольной работы							
1	11	31	51	71	91	111	131	141
2	12	32	52	72	92	112	132	142

3	13	33	53	73	93	113	133	143
4	14	34	54	74	94	114	134	144
5	15	35	55	75	95	115	135	145
6	16	36	56	76	96	116	136	146
7	17	37	57	77	97	117	137	147
8	18	38	58	78	98	118	138	148
9	19	39	59	79	99	119	139	149
0	20	40	60	80	100	120	140	150

### 3.2. Задания для контрольной работы

В задачах 1-20 доказать тождества, используя только определения операций над множествами.

1.  $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ .
2.  $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$ .
3.  $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$ .
4.  $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$ .
5.  $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus C$ .
6.  $A \cap (B \setminus C) = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$ .
7.  $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$ .
8.  $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$ .
9.  $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$ .
10.  $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ .
11.  $\overline{\overline{A \cup B}} = A \cap B$ .
12.  $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$ .
13.  $A \cup (B \setminus C) = (A \cup B) \setminus (C \setminus A)$ .
14.  $(A \cap B) \setminus (A \cap C) = A \cap (B \setminus C)$ .
15.  $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C)$ .
16.  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ .
17.  $A \setminus (B \cup C) = A \cap (\overline{B \setminus C})$ .
18.  $(A \setminus \overline{B}) \cap (A \cap C) = A \setminus (B \cup C)$ .
19.  $(A \setminus C) \setminus (B \setminus C) = (A \setminus C) \setminus B$ .
20.  $A \cap (\overline{B \cap C}) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$ .

В задачах 21-40 даны множества  $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$  и бинарные отношения  $P_1 \subseteq A \times B$ ,  $P_2 \subseteq B^2$ . Требуется:

- 1) найти матрицу отношения  $(P_1 \cdot P_2)^{-1}$ ;
- 2) проверить с помощью матрицы  $\|P_2\|$  является ли отношение  $P_2$  рефлексивным, антирефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным.

21.  $P_1 = \{(a,1), (a,2), (b,3), (c,2), (c,3), (c,4)\}$   
 $P_2 = \{(1,1), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (3,3), (4,4)\}.$
22.  $P_1 = \{(a,1), (a,2), (a,3), (a,4), (b,3), (c,2)\},$   
 $P_2 = \{(1,1), (1,4), (2,2), (2,3), (3,3), (3,2), (4,1), (4,4)\}.$
23.  $P_1 = \{(a,1), (a,2), (b,2), (b,4), (c,2), (c,3)\},$   
 $P_2 = \{(1,1), (1,4), ((2,1), (3,4), (4,3), (4,1))\}.$
24.  $P_1 = \{(a,1), (a,4), (b,2), (b,3), (c,1), (c,4)\},$   
 $P_2 = \{(1,1), (1,4), (2,1), (3,4), (4,3), (4,1)\}.$
25.  $P_1 = \{(a,1), (a,2), (a,3), (a,4), (b,3), (c,2)\},$   
 $P_2 = \{(1,1), (2,4), (2,1), (3,3), (4,2), (4,1)\}.$
26.  $P_1 = \{(a,1), (a,2), (a,4), (b,1), (b,4), (c,3)\},$   
 $P_2 = \{(1,1), (2,4), (2,1), (3,3), (4,2), (4,1)\}.$
27.  $P_1 = \{(a,1), (b,3), (b,1), (b,4), (c,3), (c,2)\},$   
 $P_2 = \{(1,3), (1,4), (2,2), (3,3), (4,3), (4,4)\}.$
28.  $P_1 = \{(a,1), (b,3), (c,1), (c,4), (c,2), (c,3)\},$   
 $P_2 = \{(1,1), (1,2), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (3,3), (3,2), (3,4), (4,3), (4,4), (4,1)\}.$
29.  $P_1 = \{(a,1), (a,2), (a,4), (b,3), (c,1), (c,4)\},$   
 $P_2 = \{(1,3), (1,2), (2,3), (3,2), (3,4), (4,1)\}.$
30.  $P_1 = \{(a,1), (a,2), (a,4), (b,3), (c,1), (c,4)\},$   
 $P_2 = \{(1,1), (1,2), (2,2), (3,3), (4,1), (4,4)\}.$
31.  $P_1 = \{(a,2), (a,4), (b,3), (c,1), (c,2)\},$   
 $P_2 = \{(1,1), (1,3), (2,4), (3,1), (3,4), (4,3), (4,2)\}.$
32.  $P_1 = \{(b,1), (b,3), (c,1), (c,2), (c,3), (c,4)\},$   
 $P_2 = \{(1,1), (2,2), (2,3), (2,4), (3,2), (3,3), (3,4), (4,2), (4,3), (4,4)\}.$
33.  $P_1 = \{(a,1), (a,2), (a,4), (b,2), (b,4), (c,3)\},$   
 $P_2 = \{(1,1), (2,2), (2,4), (3,3), (4,4), (4,2)\}.$
34.  $P_1 = \{(a,1), (a,2), (b,3), (b,4), (c,3), (c,1), (c,4)\},$   
 $P_2 = \{(1,4), (2,3), (2,1), (3,4), (4,2)\}.$
35.  $P_1 = \{(a,1), (a,2), (b,3), (b,4), (c,3), (c,4)\},$   
 $P_2 = \{(1,1), (1,4), (2,1), (2,2), (2,4), (3,3)\}.$
36.  $P_1 = \{(a,2), (a,3), (a,4), (b,1), (b,2), (b,4)\},$   
 $P_2 = \{(1,1), (1,3), (1,4), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3), (4,3), (4,4)\}.$
37.  $P_1 = \{(a,3), (b,4), (b,3), (b,1), (b,2), (c,2)\},$   
 $P_2 = \{(1,1), (1,3), (2,4), (3,1), (3,3), (4,2)\}.$
38.  $P_1 = \{(a,3), (b,4), (b,3), (c,1), (c,2), (c,4)\},$

$$P_2 = \{(1,2), (1,3), (1,4), (2,3), (4,3), (4,2)\}.$$

$$39. P_1 = \{(a,1), (b,2), (b,3), (c,1), (c,3), (c,4)\},$$

$$P_2 = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (3,3), (3,4), (4,1), (4,4)\}.$$

$$40. P_1 = \{(a,2), (a,4), (a,3), (c,1), (c,2), (c,3)\},$$

$$P_2 = \{(1,1), (1,4), (2,3), (3,3), (4,1), (4,3), (4,4)\}.$$

41. Сколько четырёхзначных чисел, составленных из цифр 0,1,2,3,4,5 содержат цифру 5 (цифры в числах не повторяются)?
42. Десяти ученикам выдали два варианта контрольной работы. Сколькими способами можно рассадить учеников в два ряда, чтобы у сидящих рядом не оказалось одинаковых вариантов, а у сидящих друг за другом был один и тот же вариант?
43. Группу из 24 студентов (12 девушек и 12 юношей) требуется разбить на две равные подгруппы так, чтобы в каждой подгруппе юношей и девушек было поровну. Сколькими способами это можно сделать?
44. Из фирмы, в которой работают 10 человек, пятеро сотрудников должны уехать в командировку. Сколько может быть составов этой группы, если директор фирмы, его заместитель и главный бухгалтер одновременно уезжать не должны?
45. В очередь случайным образом встали восемь женщин и двое мужчин. Сколько существует вариантов такой очереди, когда между мужчинами будут стоять две женщины?
46. Хор состоит из 10 участников. Сколькими способами в течение трёх дней можно выбирать по 6 участников так, чтобы каждый день были разные составы хора?
47. Сколько четырёхзначных чисел, делящихся на 5, можно составить из цифр 0,1,2,5,6, если каждое число не должно содержать одинаковых цифр?
48. Из 10 теннисисток и 6 теннисистов составляются 4 смешанные пары. Сколькими способами это можно сделать?
49. Группа, состоящая из 27 человек, пишет контрольную работу из трёх вариантов (каждый вариант – по 9 человек). Сколькими способами можно выбрать 5 человек из группы так, чтобы среди них оказались писавшие все три варианта?
50. Сколькими способами можно разделить колоду из 36 карт пополам так, чтобы в каждой пачке было по два туза?
51. На школьном вечере присутствуют 12 девушек и 15 юношей. Сколькими способами можно выбрать из них четыре пары?
52. Сколько можно составить перестановок из 10 элементов, в которых данные пять элементов не стоят рядом в любом порядке?
53. В кассу стоят девять человек (трое мужчин, четыре женщины и двое детей). Сколько существует вариантов этой очереди, когда между

некоторыми двумя мужчинами будут стоять двое детей и одна женщина?

54. Лифт, в котором поднимаются 9 пассажиров, останавливается на 10 этажах. Пассажиры выходят группами по 2, 3 и 4 человека. Сколькими способами это может произойти?
55. На остановке 10 человек случайным образом выбирают один из 10 вагонов поезда. Сколько существует вариантов, когда в один вагон никто не войдёт?
56. Садовник в течение трёх дней должен посадить 10 деревьев. Сколькими способами он может распределить работу по дням, если будет сажать не менее одного дерева в день?
57. Какое количество матриц из четырёх строк и трёх столбцов можно составить с элементами из множества  $\{0;1\}$ ?
58. Сколькими способами можно составить три пары из 12 шахматистов?
59. У мамы 5 яблок, 7 груш и 3 апельсина. Каждый день в течение 15 дней подряд она выдаёт сыну по одному фрукту. Сколькими способами это может быть сделано?
60. Имеются 7 билетов: 3 – в один театр, 4 – в другой. Сколькими способами они могут быть распределены между студентами группы из 25 человек?

В задачах 61-80 решить неоднородные рекуррентные соотношения

61.  $2a_{n+2} = 3a_{n+1} - a_n + (-2)^n$ ,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 1$ .
62.  $2a_{n+2} = 5a_{n+1} - 3a_n - 2 + 3n$ ,  $a_0 = 0$ ,  $a_1 = 1$ .
63.  $-6a_{n+2} = a_{n+1} - a_n + 3n^2$ ,  $a_0 = 0$ ,  $a_1 = 2$ .
64.  $a_{n+2} = -a_{n+1} + 2a_n + 6n - 10$ ,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = -6$ .
65.  $a_{n+2} = -2a_{n+1} + 8a_n + 27 \cdot 5^n$ ,  $a_0 = 0$ ,  $a_1 = -9$ .
66.  $21a_{n+2} = 10a_{n+1} - a_n + (-5)^{n+1}$ ,  $a_0 = 0$ ,  $a_1 = 0$ .
67.  $3a_{n+2} = 4a_{n+1} - a_n + 2^{n+1}$ ,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 1$ .
68.  $2a_{n+2} = 7a_{n+1} - a_n + \frac{1}{3^n}$ ,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 1$ .
69.  $2a_{n+2} = 9a_{n+1} - 9a_n + (2n+1)^2$ ,  $a_0 = 0$ ,  $a_1 = 2$ .
70.  $-6a_{n+2} = -10a_{n+1} - 4a_n + (-3)^n$ ,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 2$ .
71.  $15a_{n+2} = 8a_{n+1} - a_n + 3 + 5n$ ,  $a_0 = 2$ ,  $a_1 = 2$ .
72.  $2a_{n+2} = 7a_{n+1} - 3a_n + (-1)^n$ ,  $a_0 = 0$ ,  $a_1 = 2$ .
73.  $18a_{n+2} = 15a_{n+1} - 3a_n + 3^{2n+1}$ ,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 2$ .

74.  $a_{n+2}=3a_{n+1}-2a_n+(-1)^n$ ,  $a_0=1$ ,  $a_1=2$ .
75.  $a_{n+2}=-4a_{n+1}-4a_n+n^2-3n+1$ ,  $a_0=1$ ,  $a_1=-1$ .
76.  $12a_{n+2}=7a_{n+1}-a_n+(n+1)^2$ ,  $a_0=1$ ,  $a_1=0$ .
77.  $-12a_{n+2}=-a_{n+1}-a_n-3+7n$ ,  $a_0=0$ ,  $a_1=1$ .
78.  $6a_{n+2}=5a_{n+1}-a_n+n-3$ ,  $a_0=0$ ,  $a_1=2$ .
79.  $a_{n+2}=-a_{n+1}+2a_n+n$ ,  $a_0=1$ ,  $a_1=-2$ .
80.  $a_{n+2}=-a_{n+1}+6a_n+5\cdot 2^{n+1}$ ,  $a_0=2$ ,  $a_1=-1$ .

В задачах 81-100 проверить составлением таблиц истинности, будут ли эквивалентны указанные формулы.

81.  $x \wedge (y \rightarrow z)$  и  $(x \wedge y) \rightarrow (x \wedge z)$ .
82.  $x | (y \rightarrow z)$  и  $(x | y) \rightarrow (x | z)$ .
83.  $x \wedge (y \oplus z)$  и  $(x \wedge y) \oplus (x \wedge z)$ .
84.  $x \downarrow (y \leftrightarrow z)$  и  $\overline{(x \downarrow y) \leftrightarrow (x \downarrow z)}$ .
85.  $x \rightarrow (y \oplus z)$  и  $(x \rightarrow y) \oplus (x \rightarrow z)$ .
86.  $x \wedge (y | z)$  и  $(x \wedge y) | (x \wedge z)$ .
87.  $x \vee (y \leftrightarrow z)$  и  $(x \vee y) \leftrightarrow (x \vee z)$ .
88.  $x \oplus (y \leftrightarrow z)$  и  $(x \oplus y) \leftrightarrow (x \oplus z)$ .
89.  $x \oplus (y \rightarrow z)$  и  $(x \oplus y) \rightarrow (x \oplus z)$ .
90.  $x \oplus (y | z)$  и  $(x \oplus y) | (x \oplus z)$ .
91.  $x | (y \oplus z)$  и  $(x | y) \oplus (x | z)$ .
92.  $x \downarrow (y \leftrightarrow z)$  и  $(x \downarrow y) \leftrightarrow (x \downarrow z)$ .
93.  $x \vee (y \oplus z)$  и  $(x \vee y) \oplus (x \vee z)$ .
94.  $x \leftrightarrow (y \oplus z)$  и  $(x \leftrightarrow y) \oplus (x \leftrightarrow z)$ .
95.  $x \rightarrow (y \leftrightarrow z)$  и  $(x \rightarrow y) \leftrightarrow (x \rightarrow z)$ .
96.  $x \downarrow (y \oplus z)$  и  $(x \downarrow y) \oplus (x \downarrow z)$ .

97.  $x \downarrow (y|z)$  и  $(x \downarrow y) | (x \downarrow z)$ .
98.  $x \leftrightarrow (y|z)$  и  $(x \leftrightarrow y) | (x \leftrightarrow z)$ .
99.  $x \rightarrow (y \downarrow z)$  и  $(x \rightarrow y) \downarrow (x \rightarrow z)$ .
100.  $x \vee (y|z)$  и  $(x \vee y) | (x \vee z)$ .

В задачах 101-110 для булевой функции, заданной вектором значений,

- 1) Определить существенные и фиктивные переменные;
- 2) Найти совершенную дизъюнктивную нормальную форму и совершенную конъюнктивную нормальную форму;
- 3) Найти многочлен Жегалкина.

101. (10110011).
102. (00110011).
103. (00100111).
104. (10010101).
105. (01101001).
106. (10100011).
107. (11100001).
108. (11101011).
109. (00110001).
110. (00100111)

В задачах 111-120 определить значение высказывания, полученного из трёхместного предиката на множестве  $X$

111.  $\exists x \forall y \exists z (xz = y), X = \mathbb{N}$ .
112.  $\forall z \exists x \forall y (xz = y^2), X = \mathbb{Z}$ .
113.  $\forall z \exists y \forall x (xy > xz), X = \mathbb{N}$ .
114.  $\exists x \forall y \forall z (xyz < yz), X = \mathbb{Z}$ .
115.  $\forall x \forall z \exists y (x + y = z), X = \mathbb{N}$ .
116.  $\exists x \exists y \exists z (xyz = yz), X = \mathbb{R}$ .
117.  $\exists z \forall x \exists y (x + y > z + y), X = \mathbb{R}$ .
118.  $\forall y \exists z \forall x (x^2 + y^2 = z), X = \mathbb{R}$ .
119.  $\forall x \forall y \forall z (x(y + z) = xy + xz), X = \mathbb{R}$ .
120.  $\forall x \forall z \exists y (x + y = z), X = \mathbb{R}$ .

Примечание:  $\mathbb{N}$ -множество натуральных чисел;  $\mathbb{Z}$  – множество целых чисел;  $\mathbb{R}$  – множество действительных чисел.

В задачах 121-140 по матрице смежности неориентированного графа требуется: 1) построить граф; 2) составить таблицу степеней вершин, матрицу инцидентности, матрицу расстояний; 3) найти радиус, диаметр и центр графа.

$$121. \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$122. \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$123. \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$124. \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$125. \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$126. \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$127. \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$128. \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$





$$137. \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$138. \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$139. \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$140. \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

В задачах 141-150 по заданной матрице весов ориентированного графа найти по алгоритму Дейкстры величину минимального пути и сам путь от вершины  $x_1$  до вершины  $x_6$ .

$$141. \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{array} \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ - & 5 & 6 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & - & 6 & 5 & \infty & 10 \\ \infty & \infty & - & \infty & 5 & \infty \\ \infty & \infty & 7 & - & 6 & 5 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 3 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$$

$$142. \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{array} \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ - & 11 & \infty & 14 & 15 & \infty \\ \infty & - & 13 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & \infty & \infty & 13 \\ \infty & 7 & 11 & - & 9 & \infty \\ \infty & 11 & 10 & \infty & - & 14 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$$

$$143. \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{array} \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ - & 8 & 9 & 14 & \infty & \infty \\ \infty & - & \infty & 5 & \infty & 21 \\ \infty & 5 & - & 5 & 6 & 24 \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 6 \\ \infty & \infty & \infty & 5 & - & 12 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$$

$$144. \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{array} \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ - & 6 & 8 & 11 & 10 & \infty \\ \infty & - & \infty & 9 & 7 & 15 \\ \infty & 8 & - & 7 & 4 & 11 \\ \infty & \infty & \infty & - & 6 & 7 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$$

$$145. \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{array} \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ - & 9 & \infty & 6 & 11 & \infty \\ \infty & - & 8 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & \infty & 6 & 9 \\ \infty & 5 & 7 & - & 6 & \infty \\ \infty & 6 & \infty & \infty & - & 4 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$$

$$146. \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{array} \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ - & 5 & 8 & 7 & 18 & \infty \\ \infty & - & 11 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & \infty & \infty & 17 \\ \infty & 10 & 12 & - & 6 & \infty \\ \infty & 7 & 8 & \infty & - & 11 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$$

$$147. \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{array} \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ - & 7 & 9 & \infty & 11 & \infty \\ \infty & - & \infty & 6 & \infty & 13 \\ \infty & 6 & - & 5 & 6 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 7 \\ \infty & 4 & \infty & 6 & - & 8 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$$

$$148. \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{array} \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ - & 7 & 15 & \infty & 14 & \infty \\ \infty & - & 7 & 16 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & 19 & \infty & 21 \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 17 \\ \infty & 13 & 14 & 15 & - & 18 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$$

$$149. \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{array} \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ - & 10 & 12 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & - & 11 & 9 & \infty & 19 \\ \infty & \infty & - & \infty & 10 & \infty \\ \infty & \infty & 13 & - & 11 & 10 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 6 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$$

$$150. \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{array} \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ - & 5 & 10 & 13 & \infty & \infty \\ \infty & - & 8 & 9 & 13 & \infty \\ \infty & \infty & - & 5 & 3 & 6 \\ \infty & \infty & \infty & - & 8 & 10 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix}$$

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Раздел 1. Общие методические указания по изучению дисциплины.....	3
1.1. Цели и задачи дисциплины.....	3
1.2. Библиографический список.....	4
1.3. Распределение учебного времени по модулям (разделам) и темам дисциплины.....	5
Раздел 2. Содержание учебных модулей дисциплины и методические указания по их изучению.....	6
Раздел 3. Задания для контрольной работы и методические указания по её выполнению.....	36
3.1. Методические указания по выполнению контрольной работы.....	36
3.2. Задания для контрольной работы.....	38