

*В.А. Бондарев
С.В. Ермаков*

АВТОМАТИЗАЦИЯ СУДОВОЖДЕНИЯ

***Сборник задач
для самостоятельной работы***

Калининград
Издательство БГАРФ
2014

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО РЫБОЛОВСТВУ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Калининградский государственный технический университет»
Балтийская государственная академия рыбопромыслового флота

В.А. Бондарев, доктор технических наук, профессор
С.В. Ермаков, старший преподаватель

АВТОМАТИЗАЦИЯ СУДОВОЖДЕНИЯ

Сборник задач для самостоятельной работы
по курсу «Автоматизация судовождения»
для курсантов специальности
«Судовождение» 180403/26.05.05

Калининград
Издательство БГАРФ
2014

УДК 656.61.052 (075)

Бондарев, В.А., Ермаков, С.В. Сборник задач для самостоятельной работы по курсу «Автоматизация судовождения». – Калининград: Изд-во БГАРФ, 2014. – 106 с.

Основным назначением сборника задач является самостоятельное закрепление комплекса теоретических знаний по курсу «Автоматизация судовождения» и формирование у курсантов-судоводителей компетентности в соответствии с требованиями Международной конвенции о подготовке и дипломировании моряков и несении вахты 1978 года, с поправками.

В каждой главе приведены краткие теоретические положения, иллюстрируемые примерами решения задач, а также условия задач для самостоятельного решения.

Предназначен в качестве учебного пособия для курсантов и студентов специальности 180403/26.05.05 «Судовождение».

Илл. 44, табл. 4, библи. – 22 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Балтийской государственной академии рыбопромыслового флота.

Рецензенты: Благодуров С.И., старший государственный инспектор Калининградского линейного отдела Северо-Западного управления государственного морского и речного надзора Федеральной службы по надзору в сфере транспорта, капитан;
Букатый В.М., канд. техн. наук, доцент, профессор кафедры судовождения «БГАРФ» ФГБОУ ВПО «КГТУ».

© Балтийская государственная академия
рыбопромыслового флота (БГАРФ), 2014

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	4
1. Автоматизация счисления пути судна.....	8
2. Автоматизация обсервационного счисления. Фильтр Калмана.....	14
3. Автоматизация плавания судна по ортодромии.....	24
4. Динамические характеристики морских судов.....	31
4.1. Понятие об операционном исчислении. Преобразование Лапласа.....	31
4.2. Передаточная функция.....	33
4.3. Соединение звеньев. Передаточные функции сложных систем.....	36
4.4. Переходные функции.....	42
4.5. Частотные характеристики.....	44
5. Система автоматического регулирования курса судна.....	49
5.1. Принципы работы авторулевых. ПИД-закон.....	48
5.2. Показатели качества регулирования.....	51
5.3. Критерии устойчивости.....	60
5.3.1. Критерий Гурвица.....	61
5.3.2. Критерий Рауса.....	64
5.3.3. Критерий Вышнеградского.....	66
5.3.4. Критерий Михайлова.....	69
5.3.5. Критерий Найквиста.....	72
6. Автоматизация вычисления координат места судна.....	76
7. Автоматизация решения задачи расхождения судов.....	83
8. Надежность навигационных систем.....	95
Рекомендуемая литература.....	105

ПРЕДИСЛОВИЕ

В рамках учебного курса «Автоматизация судовождения», являющегося частью дисциплины «Технические средства судовождения», изучаются как общетеоретические, так и практические положения, связанные с минимизацией участия судоводителя в выполнении функций судовождения и управления судном посредством применения технических средств, математических методов, моделей, формализующих интеллектуальный и физический труд судоводителя, и алгоритмов, построенных на основе этих моделей. Вместе с тем уже давно известно, что наилучшим методом изучения теории является решение практических задач.

Настоящий сборник задач предназначен для самостоятельной отработки тем дисциплины в соответствии с действующей программой и для формирования у курсантов-судоводителей компетентности для выполнения функции судовождения на уровнях эксплуатации и управления в соответствии с требованиями Международной конвенции о подготовке и дипломировании моряков и несении вахты 1978 года с поправками (Конвенция ПДНВ) [10]. Формируемая в процессе решения задач компетентность и соответствующие ей минимальные знания, понимание и профессиональные навыки из числа предусмотренных разделами А-II/1 и А-II/2 главы II части А Кодекса по подготовке и дипломированию моряков и несению вахты представлены в таблице.

Таблица

Компетентность, формируемая при решении задач
(в соответствии с Кодексом ПДНВ)

Компетентность вахтенных помощников капитана судов валовой вместимостью 500 и более (таблица А-II/1)	
<i>Сфера компетентности</i>	<i>Знание, понимание и профессиональные навыки</i>
Планирование и осуществление перехода и определение местоположения.	<i>Плавание с использованием наземных и береговых ориентиров. Умение определять местоположения судна с помощью: – береговых ориентиров, – счисления с учетом ветра, приливов, течений и рассчитанной скорости.</i>

Продолжение таблицы

<i>Сфера компетентности</i>	<i>Знание, понимание и профессиональные навыки</i>
<p>Планирование и осуществление перехода и определение местоположения (продолжение)</p>	<p><i>Радионавигационные системы определения местоположения.</i> Способность определить местоположение судна с использованием радионавигационных средств.</p> <p><i>Системы управления рулем.</i> Знание систем управления рулем, эксплуатационных процедур и перехода с ручного на автоматическое управление и обратно. Настройка органов управления для работы в оптимальном режиме.</p>
<p>Несение безопасной ходовой навигационной вахты</p>	<p><i>Несение вахты.</i> Использование информации, получаемой от навигационного оборудования, для несения безопасной ходовой навигационной вахты.</p>
<p>Использование радиолокатора и САРП для обеспечения безопасности мореплавания</p>	<p><i>Судовождение с использованием радиолокатора.</i> Знание принципов радиолокации и средств автоматической радиолокационной прокладки (САРП). Умение пользоваться радиолокатором и расшифровывать и анализировать полученную информацию, включая следующее: .1 дальность и пеленг; курс и скорость других судов; время и дистанция кратчайшего сближения с судами, следующими пересекающимися и встречными курсами, или обгоняющими; .4 техника радиолокационной прокладки и концепции относительного и истинного движения.</p> <p>Основные типы САРП, их характеристики отображения, эксплуатационные требования и опасность чрезмерного доверия САРП.</p> <p>Умение пользоваться САРП и расшифровывать и анализировать полученную информацию, включая:</p>

Продолжение таблицы

<i>Сфера компетентности</i>	<i>Знание, понимание и профессиональные навыки</i>
Использование радиолокатора и САРП для обеспечения безопасности мореплавания (продолжение)	.1 работу системы и ее точность, возможности слежения и ограничения, а также задержки, связанные с обработкой данных; .3 методы захвата цели и их ограничения; .4 истинные и относительные векторы, графическое представление информации о цели и опасных районов; .5 получение и анализ информации, критических эхосигналов, запретных районов и имитаций маневров.
<i>Компетентность капитанов и старших помощников капитана судов валовой вместимостью 500 и более (таблица А-II/2)</i>	
Планирование рейса и судовождение	Планирование рейса и судовождение в любых условиях с применением подходящих методов прокладки океанских путей.
Определение местоположения и точность результатов определения местоположения различными способами	Определение местоположения во всех условиях: .2 с использованием береговых ориентиров; .3 с использованием современных электронных радиолокационных средств, обращая особое внимание на знание принципов их работы, ограничений, источников ошибок, на умение обнаружить неправильные показания и владение методами коррекции для получения точного определения местоположения.
Обеспечение безопасного плавания путем использования информации от навигационного оборудования и систем, облегчающих процесс принятия решений	Знание погрешностей систем и глубокие знания эксплуатационных аспектов современных навигационных систем. Оценка навигационной информации, получаемой из всех источников, включая радиолокатор и САРП, с целью принятия решения и выполнения команд для избежания столкновения и для управления безопасным плаванием. Взаимосвязь и оптимальное использование всех навигационных данных, имеющихся для осуществления плавания.

На основе задач сборника могут быть сформированы индивидуальные задания для самостоятельной работы курсантам дневной формы обучения и контрольные работы студентам заочной формы обучения.

Перед решением каждой задачи курсантам необходимо ознакомиться с содержанием условия и внимательно изучить теоретические положения, касающиеся решения задачи.

Сборник содержит восемь глав, каждая из которых затрагивает некоторый комплекс алгоритмов различных процессов, связанных с судовождением и обеспечением навигационной безопасности плавания. Все главы включают в себя три части. В первой из них содержатся сведения из теории, включая формулы, необходимые для расчетов, вторая часть представляет собой пример (или примеры) решения задачи, а третья – непосредственно формулировки задач, подлежащих решению.

Несмотря на то, что каждая глава сборника содержит основные теоретические положения, курсантам и студентам при решении задач рекомендуется обращаться к литературе, список которой помещен в конце сборника. Это позволит более досконально изучить отрабатываемую тему и минимизировать время для понимания и решения задачи.

Необходимо заметить, что сборник задач преследует строго учебные цели. Поэтому формулировки и исходные данные примеров и задач носят гипотетический характер.

1. Автоматизация счисления пути судна

Задача автоматизации счисления пути судна сводится к непрерывному вычислению составляющих скорости судна V_N и V_E и текущих географических координат места судна.

В случае использования относительного лага, исходными данными для решения задачи вычисления счисляемых координат места судна являются: курс судна K , скорость по лагу V_l , снятые с датчиков и исправленные поправками, направление K_m течения и его скорость V_m и угол дрейфа α . Тогда [2, 11]:

$$V_N = V \cos(K + \alpha) + V_m \cos K_m + \Delta V_N; \quad (1.1)$$

$$V_E = V \sin(K + \alpha) + V_m \sin K_m + \Delta V_E. \quad (1.2)$$

где $\Delta V_N, \Delta V_E$ – поправки к составляющим скорости судна, которые определяются с помощью позиционных навигационных систем.

В случае если какие-либо из этих поправок неизвестны, следует принимать их равными нулю.

Текущие счисляемые координаты рассчитываются с учетом сфероидичности земли по следующим формулам [2, 11]:

$$\varphi_{c1} = \varphi_{c0} + V_N \Delta t (0,995 + 0,01 \cdot \cos^2 \varphi_{c0}); \quad (1.3)$$

$$\lambda_{c1} = \lambda_{c0} + V_E \Delta t (0,995 + 0,0033 \cdot \cos^2 \varphi_{c0}) \cdot \sec \varphi_{cp}, \quad (1.4)$$

где Δt – задаваемый интервал времени для вычисления счисляемых координат судна.

Пример 1.1

Судно курсом 196° и скоростью 14 узлов следует из точки с координатами $\varphi_1 = 55^\circ 30,018' N$, $\lambda_1 = 18^\circ 11,823' E$. В районе плавания действует течение направлением 100° и скоростью 3 узла, а угол дрейфа от ветра NW составляет 3° . Определить координаты места судна через 42 минуты.

Решение

1. По формулам (1.1) и (1.2), учитывая направление ветра и принимая, что $\Delta V_N = \Delta V_E = 0$, вычисляем северную и восточную составляющие скорости судна:

$$V_N = 14 \cdot \cos(196^\circ - 3^\circ) + 3 \cdot \cos 100^\circ = -14,16 \text{ узла};$$

$$V_E = 14\sin(196^\circ - 3^\circ) + 3 \cdot \sin 100^\circ = -0,19 \text{ узла.}$$

2. По формулам (1.3) и (1.4), учитывая соотношение наименований координат и их алгебраических знаков (N и E – «плюс», S и W – «минус»), соотношение единиц измерения, определяем счисляемые координаты места судна на искомый момент времени:

$$\varphi_2 = 55^\circ 30,018' + (-14,16) \cdot (42/60) \cdot (0,995 + 0,01 \cdot \cos^2 55^\circ 30,018') = 55^\circ 30,018' - 9,896' = 55^\circ 20,122N;$$

$$\lambda_2 = 18^\circ 11,823' + (-0,19) \cdot (42/60) \cdot (0,995 + 0,0033 \cdot \cos^2 55^\circ 30,018') \times \sec 55^\circ 25,070' = 18^\circ 11,823' - 0,275' = 18^\circ 11,548'E.$$

Окончательно:

$$\varphi_2 = 55^\circ 20,122N; \quad \lambda_2 = 18^\circ 11,548'E.$$

Задача 1. Судно следует курсом 243° и скоростью 17 узлов (здесь и далее – скорость по лагу). При этом угол дрейфа от южного ветра равен 4° , скорость течения 4 узла, а его направление 70° . Рассчитать северную и восточную составляющие скорости судна.

Задача 2. Судно следует курсом 304° и скоростью 15 уз. Найти направление течения, если северная составляющая скорости судна равна 10,5 уз, угол дрейфа от западного ветра 3° , скорость течения 3 уз.

Задача 3. Судно следует курсом 77° и скоростью 16 уз. Найти скорость течения, если восточная составляющая скорости судна равна 6,9 уз, угол дрейфа от северного ветра 4° , а направление течения составляет 350° .

Задача 4. Судно следует курсом 155° и скоростью 11 уз на течении направлением 50° и скоростью 3 уз. Найти угол дрейфа, если восточная составляющая скорости судна равна 5,7 уз.

Задача 5. Скорость судна на течении направлением и скоростью 233° и 4 узла соответственно, при угле дрейфа от ветра NE 5° составляет 14,5 узлов. Найти курс судна, если северная составляющая скорости судна равна 11,3 узла.

Задача 6. Курс судна на течении направлением и скоростью 78° и 2 узла соответственно, при угле дрейфа от ветра NNW 3° составляет 29° . Найти скорость судна, если ее восточная составляющая равна 9,9 узла.

Задача 7. Судно начало движение из контрольной точки ALFA инспекторского контроля в норвежской ИЭЗ курсом 82° и скоростью 12 узлов. Найти координаты судна через 21 минуту. Дрейф и течение не учитывать.

Задача 8. В начальный момент времени судно находится в широте $73^\circ 15' N$. Через какой промежуток времени судно, следуя курсом 347° со скоростью 9,5 узлов, выйдет в контрольную точку GOLF инспекторского контроля в норвежской ИЭЗ? В районе плавания действует течение направлением 270° и скоростью 2 узла.

Задача 9. В начальный момент времени судно находится в долготе $16^\circ 03' E$. Через какой промежуток времени судно, следуя курсом 142° со скоростью 11 узлов, выйдет в контрольную точку DELTA инспекторского контроля в норвежской ИЭЗ. В районе плавания действует течение направлением 40° и скоростью 2 узла. Принять $\varphi_{c0} = \varphi_{cp} = 70^\circ$.

Задача 10. Судно следует курсом 211° со скоростью 14 узлов. Вычислить погрешность, обусловленную неучетом сферичности Земли, которая будет содержаться в счислимом месте судна через два часа плавания по счислению. Дрейф и течение не учитывать. Принять $\varphi_{c0} = 55^\circ$.

Задача 11. Судно следует курсом 233° со скоростью 17 узлов на течении направлением 80° и скоростью 3 узла, при этом угол дрейфа от южного ветра составляет 5° . Определить погрешность, которая будет содержаться в расчетах составляющих скорости при неучете дрейфа судна.

Задача 12. Судно следует курсом 157° со скоростью 17 узлов на течении направлением 330° и скоростью 4 уз, при этом угол дрейфа от восточного ветра составляет 4° . Определить погрешность, которая будет содержаться в расчетах составляющих скорости, если судоводитель будет воспринимать относительный лаг как абсолютный.

Задача 13. Согласно записи в навигационном журнале в 13 часов 30 минут судно находилось в точке с координатами $\varphi_1 = 55^\circ 36,014' N$, $\lambda_1 = 17^\circ 35,455' E$ и двигалось курсом 67° со скоростью 14 узлов. Определить счисляемые координаты места

судна φ_2 , λ_2 в 14 часов 11 минут, если направление течения 98° , скорость течения 2 узла, угол дрейфа от ветра *NNW* равен 3° .

Задача 14. Судно, следуя курсом 211° и скоростью 12 узлов, в некоторый момент времени находится на широте $\varphi = 55^\circ 16,014' N$. Через какой промежуток времени судно выйдет на широту $55^\circ N$, если направление течения составляло 124° , скорость течения – 4 узла, а угол дрейфа от ветра *SSE* был равен 2° .

Задача 15. Судно, следуя курсом 19° и скоростью 11 узлов, в некоторый момент времени находится на долготе $\lambda = 17^\circ 49,088' E$. Через какой промежуток времени судно выйдет на долготу $18^\circ E$, если направление течения составляло 140° , скорость течения – 4 узла, а угол дрейфа от восточного ветра был равен 2° . Принять $\varphi_1 = \varphi_{\text{нб}} = 55^\circ 15' N$.

Задача 16. Согласно записи в навигационном журнале в 10 часов 11 минут судно находилось в точке со счислимыми координатами $\varphi_1 = 55^\circ 17,322' N$, $\lambda_1 = 17^\circ 41,229' E$, а в 10 часов 48 минут счислимые координаты места судна были равны $\varphi_2 = 55^\circ 29,815' N$, $\lambda_2 = 17^\circ 49,393' E$. Определить абсолютную скорость судна и путевой угол.

Задача 17. Согласно записи в навигационном журнале в 05 часов 22 минуты судно находилось в точке со счислимыми координатами $\varphi_1 = 55^\circ 18,011' N$, $\lambda_1 = 17^\circ 55,772' E$, а в 06 часов 35 минут счислимые координаты места судна были равны $\varphi_2 = 55^\circ 24,779' N$, $\lambda_2 = 17^\circ 22,340' E$. При этом судно следовало курсом 301° со скоростью 11 узлов, а угол дрейфа от ветра *SW* составлял 2° . Определить элементы течения.

Задача 18. В полдень широта места судна, следующего курсом 118° и скоростью 13 узлов, составляла $\varphi_1 = 55^\circ 22,140' N$. В 12 часов 34 минуты судно вышло на широту $\varphi_2 = 55^\circ 16,946' N$. В районе плавания действует течение направлением 214° и скоростью 3 узла. Определить угол дрейфа.

Задача 19. В 7 часов 29 минут долгота места судна, следующего курсом 358° и скоростью 15 узлов, составляла $\lambda_1 = 18^\circ 21,739' E$. В 8 часов 42 минуты судно вышло на долготу

$\lambda_2 = 18^\circ 14,817' E$. В районе плавания действует течение направлением 325° и скоростью 4 узла. Определить угол дрейфа. Принять $\varphi_1 = \varphi_{cp} = 55^\circ 22' N$.

Задача 20. В 13 часов 27 минут РТМК-С «Куршская Коса», следуя курсом 17° со скоростью 14 узлов, находился на широте $\varphi_1 = 55^\circ 21,983' N$. В то же самое время широта местонахождения БАТМ «Порфирий Чанчибадзе» была равна $\varphi_2 = 55^\circ 26,140' N$, а его курс и скорость составляли соответственно 171° и 15 узлов. В районе действует течение направлением 95° и скоростью 3 узла, а угол дрейфа от западного ветра равен 3° . В какое время траулеры выйдут на одну широту? Найти значение этой широты.

Задача 21. В 23 часа 11 минут РТМК-С «Ли́ра», следуя курсом 223° со скоростью 10 узлов, находился на долготе $\lambda_1 = 17^\circ 58,005' E$. В то же самое время долгота местонахождения БАТМ «Братя Стояновы» была равна $\lambda_2 = 17^\circ 50,785' E$, а его курс и скорость составляли соответственно 334° и 8 узлов. В районе действует течение направлением 100° и скоростью 4 узла, а угол дрейфа от южного ветра равен 2° . В какое время траулеры выйдут на одну долготу? Найти значение этой долготы. Принять $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_{\text{нб}} = 55^\circ 20' N$.

Задача 22. Судно начинает движение курсом 44° со скоростью 15 узлов из исходной точки с координатами $\varphi = 55^\circ 18,096' N$, $\lambda = 18^\circ 13,744' E$. Через один час судно достигает точки назначения. Рассчитать курс в исходную точку при движении с той же скоростью, если в районе действует течение направлением 160° и скоростью 4 узла, а угол дрейфа от ветра SE составляет 2° .

Задача 23. Судно начинает движение курсом 153° со скоростью 17 узлов из исходной точки с координатами $\varphi_0 = 55^\circ 33,444' N$, $\lambda_0 = 18^\circ 04,885' E$. Через один час судно повернуло на курс 245° и снизило скорость до 12 узлов, а еще через час после этого стало на якорь. Рассчитать счислимые координаты места постановки судна на якорь и расстояние от этого места до исходной точки, если в районе действует течение направлением 200° и скоростью 3 узла, а угол дрейфа от ветра SE составляет 2° .

Задача 24. В 15 часов 30 минут с использованием высокоточной ГНСС было определено место судна: $\varphi_0 = 55^\circ 20,337' N$, $\lambda_0 = 18^\circ 19,847' E$, и в эту точку перенесено счисление. Принимая, что в районе действует течение направлением 35° и скоростью 4 узлов, а угол дрейфа от ветра SSW составляет 5° , были рассчитаны курс и скорость судна, равные 27° и 11 узлов соответственно, для его прибытия в 16 часов 30 минут в точку назначения. Однако фактическое направление течения было равно 50° , а его скорость оказалась в два раза меньше принятой к учету, что было обнаружено только в 16 часов 30 минут. На этот момент времени рассчитать координаты фактического счислимого место судна и координаты точки назначения, определить расстояние до точки назначения, рассчитать курс судна в точку назначения и время его прибытия (скорость судна не меняется).

Задача 25. Согласно правилам парусной регаты ее победителем считается парусное судно, которое первым пересечет параллель $\varphi_1 = 55^\circ 30' N$. Если же по причине слабого ветра на 14 часов гринвичского времени ни одно из судов не достигнет этой параллели, то победителем будет признано судно, которое на указанный момент времени будет ближе всего к линии финиша.

В 13 часов 12 минут четыре судна находились на следующих широтах и двигались следующими курсами и скоростями:

«Крузенштерн» – $\varphi_1 = 55^\circ 25,499' N$; $v_1 = 5,3$ узла; $K_1 = 355^\circ$;

«Мир» – $\varphi_2 = 55^\circ 26,055' N$; $v_2 = 4,6$ узла; $K_2 = 7^\circ$;

«Паллада» – $\varphi_3 = 55^\circ 26,178' N$; $v_3 = 5,0$ узла; $K_3 = 353^\circ$;

«Седов» – $\varphi_4 = 55^\circ 26,745' N$; $v_4 = 3,7$ узла; $K_4 = 4^\circ$.

Углы ветрового дрейфа судов равны 6° , 2° , 3° , 7° соответственно (ветер NW).

Определить расстановку мест на финише. Какую скорость (по лагу) необходимо набрать УПС «Крузенштерн», чтобы выиграть гонку?

2. Автоматизация обсервационного счисления. Фильтр Калмана

Обсервационное счисление – это метод определения координат и элементов движения судна, основанный на комплексированном использовании информации, непрерывно поступающей от автономных судовых технических средств судовождения, и информации, получаемой в результате практически непрерывного измерения навигационных параметров относительно навигационных ориентиров [2, 16].

В результате совместной обработки счислимых и обсервованных данных методом наименьших квадратов или методом оптимальной линейной фильтрации производится непрерывное уточнение вероятнейших координат и элементов движения судна. Поэтому точность каждого последующего места выше точности предыдущего. Также уточняются и элементы движения судна: по невязкам вероятнейших мест уточняются элементы сноса и, следовательно, в каждом цикле повышается точность определения фактических пути и путевой скорости судна. График на рис. 2.1 характеризует последовательное повышение точности выработки навигационных величин с каждым последующим измерением (с каждым циклом обработки) [2, 16].

Как видно на графике, максимальный эффект уточнения достигается на первых циклах обработки.

В упрощенном виде реализацию метода обсервационного счисления в приемоиндикаторах ГНСС можно представить следующим образом (рис. 2.2) [2, 12].

Пусть в некоторый момент времени T_0 место судна находится в точке X_0 , далее приемоиндикатор находит счислимые точки X_{c1} , X_{c2} , X_{c3} , ... и соответствующие обсервованные точки X_{o1} , X_{o2} , X_{o3} , ... на моменты времени T_1 , T_2 , T_3 , ... через каждые 10 секунд. Сопоставляя в момент времени T_1 счислимую X_{c1} и обсервованную X_{o1} точки, приемоиндикатор придает максимальный вес счислению и получает вероятнейшее место судна в точке X_1 , из которой ведет дальнейшее счисление координат.

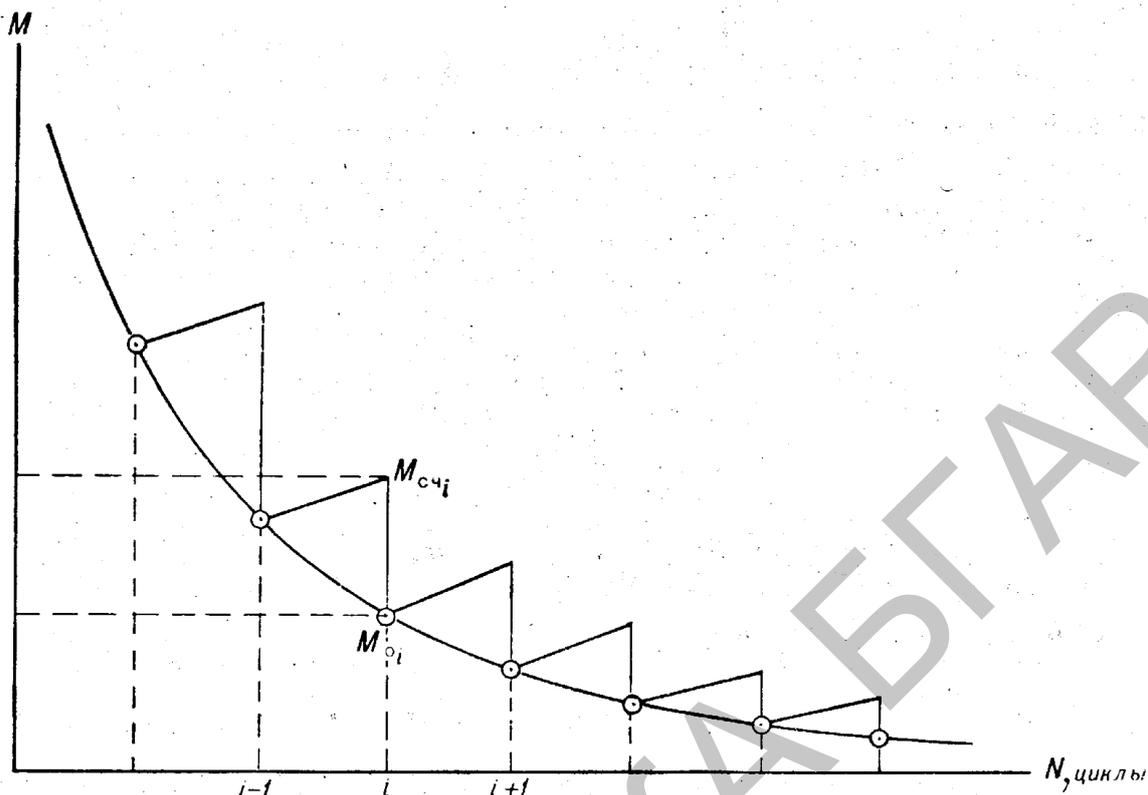


Рис. 2.1. Последовательное повышение точности выработки навигационных величин при наблюдационном счислении

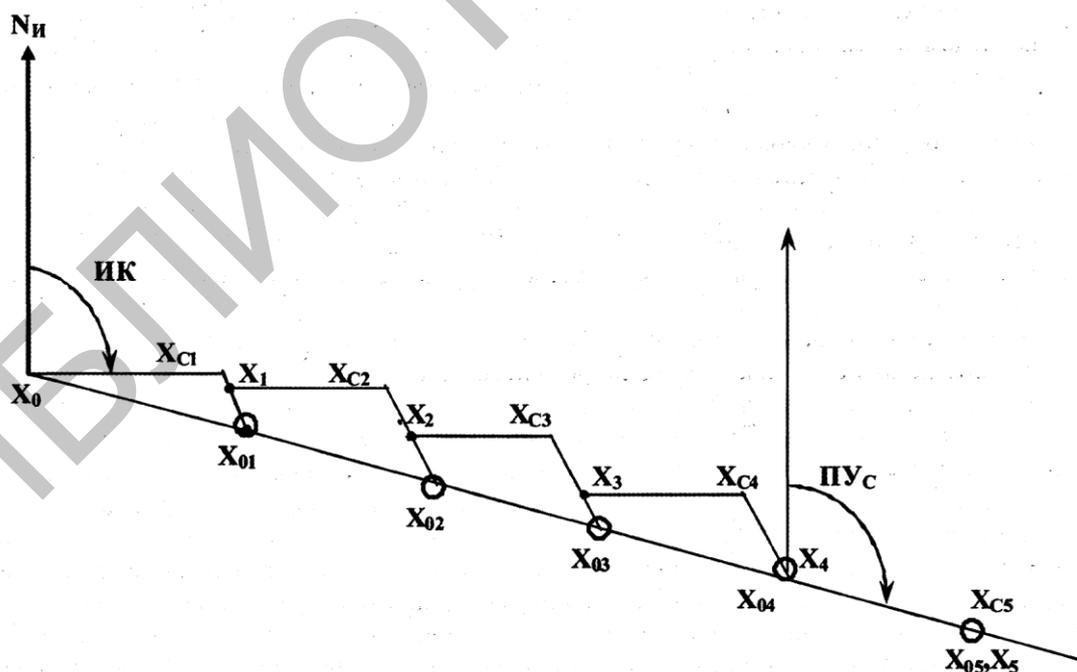


Рис. 2.2. Реализация режима наблюдационного счисления в приемниках ГНСС

В момент T_2 приемоиндикатор вновь сопоставляет счислимую и обсервованную точки: принимая во внимание систематический характер невязки, приемоиндикатор уменьшает вес счислимого места X_{c2} и увеличивает вес обсервованного места X_{o2} , в результате чего вероятнейшее место судна оказывается где-то между X_{c2} и X_{o2} . В дальнейшем, повышая вес обсерваций X_{o3} , X_{o4} , ... и соответственно уменьшая вес счисления X_{c3} , X_{c4} , ..., приемоиндикатор уточняет не только вероятнейшее место судна, но и действующий вектор суммарного сноса от ветра и течения, принимая его к автоматическому учету в счислении координат судна. В результате в установившемся («стационарном») режиме счисляемое X_{ci} , обсервованное X_{oi} и вероятнейшее X_i место судна практически совпадают, то есть приемоиндикатор адаптируется к действующему вектору суммарного сноса, а автоматическое счисление координат судна позволяет «сглаживать» случайные «броски» обсерваций. В результате СКП текущего места судна при обсервационном счислении становится меньше СКП обсерваций [2, 12].

Однако после каждого значительного поворота судна на новый курс (когда резко меняются курсовые углы действующего ветра и течения) вектор суммарного сноса судна резко меняется и опять начинается период адаптации приемоиндикатора к новому вектору суммарного сноса, то есть на какой-то период времени СКП текущего места вновь возрастет, пока не наступит очередной «установившийся» («стационарный») режим обсервационного счисления.

Алгоритм обсервационного счисления основан на фильтре Калмана и включает в себя величины и формулы, представленные ниже [2].

1. Северная и восточная составляющие скорости в течение i -го цикла обсервационного счисления:

$$V_{Ni} = V \cos(KK + \Delta K) + v_{i-1} \cos \tau_{i-1}; \quad (2.1)$$

$$V_{Ei} = V \sin(KK + \Delta K) + v_{i-1} \sin \tau_{i-1}, \quad (2.2)$$

где V – скорость судна по относительному лагу;

KK – компасный курс;

ΔK – поправка компаса;

τ_{i-1} , V_{i-1} – направление и скорость суммарного сноса судна, вычисленные на предыдущем цикле наблюдационного счисления.

2. Приращение счисляемых координат за цикл наблюдационного счисления:

$$\Delta\varphi_{ci} = \frac{V_{Ni}t}{3600}; \quad (2.3)$$

$$\Delta\lambda_{ci} = \frac{V_{Ei}t}{3600\cos\varphi_{ci}}. \quad (2.4)$$

3. Координаты φ_{ci} , λ_{ci} текущего счисляемого места судна (по окончании i – го цикла наблюдационного счисления):

$$\varphi_{ci} = \varphi_{c(i-1)} + \Delta\varphi_{ci}; \quad (2.5)$$

$$\lambda_{ci} = \lambda_{c(i-1)} + \Delta\lambda_{ci}. \quad (2.6)$$

4. Радиальная среднеквадратическая погрешность текущего счисляемого места (по окончании i – го цикла наблюдационного счисления):

$$M_{ci} = \sqrt{M_{\varphi(i-1)}^2 + 0,5(K_c t)^2}. \quad (2.7)$$

5. Веса счисляемого и наблюдаемого места судна:

$$p_{ci} = \frac{1}{M_{ci}^2}; \quad (2.8)$$

$$p_{0i} = \frac{1}{M_{0i}^2}. \quad (2.9)$$

6. Вес вероятнейшего места судна:

$$p_{\varphi i} = p_{ci} + p_{0i} \quad (2.10)$$

7. Радиальная среднеквадратическая погрешность вероятнейшего места судна:

$$M_{\varphi i} = \frac{1}{\sqrt{p_{\varphi i}}}. \quad (2.11)$$

8. Координаты вероятнейшего места судна:

$$\varphi_{\varphi i} = \varphi_{ci} + \frac{p_{0i}}{p_{\varphi i}}(\varphi_{0i} - \varphi_{ci}); \quad (2.12)$$

$$\lambda_{\varphi i} = \lambda_{ci} + \frac{p_{0i}}{p_{\varphi i}}(\lambda_{0i} - \lambda_{ci}). \quad (2.13)$$

9. Составляющие вектора суммарного сноса на текущем цикле обсервационного счисления:

$$v_{Ni} = \frac{3600(\varphi_{ei} - \varphi_{ci})}{t} + v_{N(i-1)}; \quad (2.14)$$

$$v_{Ei} = \frac{3600(\lambda_{ei} - \lambda_{ci}) \cos \varphi_{ci}}{t} + v_{E(i-1)}. \quad (2.15)$$

10. Направление вектора суммарного сноса:

$$\tau_i = \operatorname{arctg} \frac{v_{Ei}}{v_{Ni}}. \quad (2.16)$$

11. Модуль вектора суммарного сноса:

$$v_i = \sqrt{v_{Ni}^2 + v_{Ei}^2}. \quad (2.17)$$

12. Веса направления и модуля текущего вектора суммарного сноса:

$$p_{\tau i} = \frac{2\left((\varphi_{ei} - \varphi_{ci})^2 + ((\lambda_{ei} - \lambda_{ci}) \cos \varphi_{ci})^2\right)}{M_{ci}^2 + M_{ei}^2} + p_{\tau(i-1)}; \quad (2.18)$$

$$p_{vi} = \frac{2(t/3600)^2}{M_{ci}^2 + M_{ei}^2} + p_{v(i-1)}. \quad (2.19)$$

13. Среднеквадратические погрешности направления и модуля вектора суммарного сноса:

$$m_{\tau} = \frac{57,3^{\circ}}{\sqrt{p_{\tau i}}}; \quad (2.20)$$

$$m_v = \frac{1}{\sqrt{p_{vi}}}. \quad (2.21)$$

Фильтр Калмана лежит в основе не только алгоритма обсервационного счисления, но и других алгоритмов, связанных с комплексной обработкой одноплатной навигационной информации, получаемой из различных источников.

Пример 2.1

В начале цикла обсервационного счисления, длительностью 8 с, РСКП вероятнейшего места судна равна 5,3 м. Система пози-

ционирования (ГНСС) обеспечивает точность определения места для каждого цикла, которая определяется РСКП обсервации, равной 9 м. Определить РСКП вероятнейшего места судна на конец цикла, если коэффициент точности счисления равен 0,8 мили/час.

Решение

1. В начале цикла обсервационное счисление начинается из точки, которая является вероятнейшим местом, рассчитанным в конце предыдущего цикла. Используя формулу (2.7) вычислим РСКП счислимого места в конце текущего цикла:

$$M_c = \sqrt{5,3^2 + 0,5 \cdot \left(0,8 \cdot 8 \cdot \frac{1852}{3600}\right)^2} = 5,79 \text{ м.}$$

2. По формулам (2.8) и (2.9) определяем веса счислимой и обсервованной точек:

$$p_c = \frac{1}{5,79^2} = 0,0298; \quad p_0 = \frac{1}{9^2} = 0,0123.$$

3. По формуле (2.10) определяем вес вероятнейшей точки:

$$p_g = 0,0298 + 0,0123 = 0,0421.$$

4. По формуле (2.11) определяем РСКП вероятнейшего места:

$$M_g = \frac{1}{\sqrt{0,0421}} = 4,87 \text{ м.}$$

Окончательно: $M_g = 4,87 \text{ м.}$

Задача 26. Компасный курс судна равен 265° (поправка компаса $\Delta K = -1,0^\circ$), скорость судна 17 узлов. Определить приращение счисляемых координат судна за цикл обсервационного счисления, если направление и скорость суммарного сноса по результатам вычисления на предыдущем цикле равны соответственно 100° и 2,7 узла. Принять $\varphi_1 = 55^\circ$.

Задача 27. Приращение счисляемых координат судна, следующего компасным курсом 229° ($\Delta K = -2,0^\circ$) и скоростью 15 узлов, за цикл обсервационного счисления, продолжительностью 10 с, составили $\Delta \varphi = -0,037'$ и $\Delta \lambda = -0,042'$. Определить вектор суммарного сноса. Принять $\varphi_1 = 45^\circ$.

Задача 28. Приращение счисляемых координат судна за цикл обсервационного счисления, продолжительностью 15 с, состави-

ли $\Delta\varphi = +0,0031'$ и $\Delta\lambda = +0,072'$. Направление и скорость суммарного сноса по результатам вычисления на предыдущем цикле равны соответственно 190° и 2,4 узла. Определить скорость и компасный курс судна. Принять $\varphi_1 = 50^\circ$.

Задача 29. Радиальная СКП счислимого места в конце цикла observationalного счисления длительностью 10 с равна 11 м. Определить РСКП вероятнейшего места судна в конце предыдущего цикла. Принять коэффициент точности счисления равным 0,9 мили/час.

Задача 30. Радиальная СКП счислимого места в конце цикла observationalного счисления длительностью 5 с составляет 7,5 м. Радиальная СКП вероятнейшего места судна в конце предыдущего цикла равна 7 м. Найти коэффициент точности счисления.

Задача 31. Радиальная СКП счислимого места в конце цикла observationalного счисления составляет 12,28 м. Радиальная СКП вероятнейшего места судна в конце предыдущего цикла равна 12 м. Определить длительность цикла. Принять коэффициент точности счисления равным 1,0 мили/час.

Задача 32. При observationalном счислении в некоторый момент времени объединяемые счисляемое и observationalное места содержат РСКП, соответственно равные 7 и 9 м. Определить РСКП вероятнейшего места судна на этот момент времени.

Задача 33. Радиальная СКП вероятнейшего места судна в конце цикла observationalного счисления равна 3 м. Определить РСКП счислимого места, если РСКП observationalи равна 4 м.

Задача 34. Радиальная СКП вероятнейшего места судна в конце цикла observationalного счисления равна 7 м. Определить РСКП observationalного места, если РСКП счислимого равна 8 м.

Задача 35. Вероятнейшие и счисляемые координаты места судна в конце цикла observationalного счисления длительностью 10 с равны:

$$\varphi_g = 55^\circ 10,122' N; \lambda_g = 18^\circ 08,874' E;$$

$$\varphi_c = 55^\circ 10,119' N; \lambda_c = 18^\circ 08,870' E.$$

Определить уточненные элементы вектора суммарного сноса на конец цикла, если в его начале для учета были приняты направление и скорость сноса, равные соответственно 89° и 2 узла.

Задача 36. Вероятнейшие и счислимые координаты места судна в конце цикла observationalного счисления длительностью 15 с равны:

$$\varphi_g = 55^\circ 16,874' N; \lambda_g = 18^\circ 10,016' E;$$

$$\varphi_c = 55^\circ 16,869' N; \lambda_c = 18^\circ 10,019' E.$$

Определить элементы вектора суммарного сноса на начало цикла, если в его конце были определены уточненные направление и скорость сноса, равные соответственно 295° и 3 узла.

Задача 37. В конце цикла observationalного счисления разность в широте и долготе между счислимым и вероятнейшим местом равны $\Delta\varphi = \Delta\lambda = -0,002'$. При этом на начало цикла для учета были приняты направление и скорость сноса равные соответственно 205° и 1 узел, а после уточнения (на конец цикла) эти величины уже составляли 207° и 1,8 узла. Определить длительность цикла observationalного счисления и широту плавания судна.

Задача 38. Среднеквадратическая погрешность скорости суммарного сноса, определенной на предыдущем цикле, равна 2 узлам. Определить длительность цикла, при которой вес этой скорости увеличится на 1%, если СКП вероятнейшего и счислимого места на конец текущего цикла составляют соответственно 2 и 3 м.

Задача 39. Среднеквадратическая погрешность скорости суммарного сноса, определенной на предыдущем цикле, равна 1 узлу. В процессе цикла продолжительностью 40 с вес скорости увеличился на 0,001 %. Определить РСКП вероятнейшего места судна на конец цикла, принимая, что эта РСКП в два раза меньше аналогичной величины для счислимого места.

Задача 40. В процессе цикла observationalного счисления вес направления суммарного сноса увеличился на 0,35. Определить отстояние счислимого места от места вероятнейшего, если их РСКП соответственно равны 5 и 3 м.

Задача 41. Радиальные СКП счислимого и обсервованного места на конец цикла observationalного счисления соответственно равны 7 и 4 м. Определить, насколько увеличился вес направления суммарного сноса, если отстояние счислимого места от места вероятнейшего составило 2 м.

Задача 42. В начале цикла обсервационного счисления РСКП вероятнейшего места судна была равна 18 м, а РСКП счисления в процессе цикла составила 8 м. Определить, во сколько и в какую сторону изменилась РСКП вероятнейшего места судна, если РСКП обсервации равна 10 м.

Задача 43. На конец первого цикла обсервационного счисления длительностью 10 с РСКП счислимого места была равна 14 м. Система позиционирования (ГНСС) обеспечивает точность определения места для каждого цикла, которая определяется РСКП обсервации, равной 9 м. Определить, на каком по счету цикле РСКП вероятнейшего места станет меньше 5 м. Принять коэффициент точности счисления равным 1,0 мили/час.

Задача 44. На конец первого цикла обсервационного счисления длительностью 5 с РСКП счислимого места была равна 10 м. Определить, какую точность должна обеспечивать ГНСС, чтобы в конце третьего цикла точность вероятнейшего места была не хуже 4 м. Принять коэффициент точности счисления равным 0,9 мили/час.

Задача 45. На конец первого цикла обсервационного счисления длительностью 8 с РСКП счислимого места была равна 12 м. Система позиционирования (ГНСС) обеспечивает точность определения места для каждого цикла, которая определяется РСКП обсервации, равной 6 м. Определить, при каком коэффициенте точности счисления РСКП вероятнейшего места в конце пятого цикла будет в два раза меньше аналогичной величины в конце первого цикла.

Задача 46. На конец первого цикла обсервационного счисления РСКП счислимого места была равна 9 м. Система позиционирования (ГНСС) обеспечивает точность определения места для каждого цикла, которая определяется РСКП обсервации, равной 8 м. Определить, при какой длительности цикла отношение РСКП вероятнейшего места в конце шестого цикла к аналогичной величине в конце второго цикла будет равно 3:2. Принять коэффициент точности счисления равным 0,7 мили/час.

Задача 47. Координаты счислимого места судна в конце цикла обсервационного счисления равны $55^{\circ}14,125'N$; $20^{\circ}06,495'N$; а координаты обсервованного места – $55^{\circ}14,139'N$ и $20^{\circ}06,511'N$.

Найти координаты вероятнейшего места, если радиальные СКП счислимого и обсервованного мест соотносятся как 7:5.

Задача 48. Широты счислимого, обсервованного и вероятнейшего мест судна в конце цикла обсервационного счисления соответственно равны $55^{\circ}10,128'N$, $55^{\circ}10,140'N$, $55^{\circ}14,135'N$. Определить РСКП счислимого места, если РСКП обсервации равно 9 м.

Задача 49. Радиальная СКП вероятнейшего места судна в начале цикла обсервационного счисления равна 12 м, РСКП обсервации 10 м. При какой длительности цикла счислимо-обсервованное место судна на его окончании будет располагаться в два раза ближе к обсервованному месту, чем к счислимому. Принять коэффициент счисления равным 1,0 мили/час.

Задача 50. Вероятнейшее место судна в конце цикла обсервационного счисления располагается в точке, разделяющей отрезок «счислимое место – обсервованное место» в отношении 4:3. Найти РСКП вероятнейшего места в конце цикла, если аналогичная величина в начале цикла (в конце предыдущего цикла) составляла 9 м, а за цикл накопилась РСКП счисления, равная 5 м.

3. Автоматизация плавания судна по ортодромии

Ортодромией (с греч. «прямой бег») называется кратчайшее расстояние между двумя точками на поверхности сферы [2, 21]. Она измеряется по меньшей дуге большого круга, образованного пересечением плоскости проходящей через центр сферы и заданные точки, со сферической поверхностью.

Основные свойства ортодромии [2, 21]:

- она является дугой большого круга и служит кратчайшим расстоянием между двумя точками на поверхности сферы;
- через две точки на поверхности сферы можно провести только одну ортодромию;
- ортодромия пересекает разные меридианы под разными углами.

Локсодромией (с греч. «косой бег») называется линия на поверхности Земли, которая пересекает все меридианы под одним и тем же углом [2, 21]. Локсодромия не является кратчайшим расстоянием между двумя точками на поверхности Земли. Однако плавание локсодромическим курсом имеет большие удобства и с появлением компаса является основой морской навигации.

В общем случае локсодромия и ортодромия имеют различную кривизну, т.е. локсодромия и ортодромия в данной точке пересекаются под некоторым углом. Угол между локсодромией и ортодромией в данной точке называется ортодромической поправкой [2, 21].

Плавание по ортодромии на большие расстояния при большой разности долгот позволяет экономить судну время и топливо, однако выдерживать траекторию движения судна строго по ортодромии, являющейся на карте проекции Меркатора кривой линией, на практике не представляется возможным. Поэтому, как правило, при плавании по ортодромии рассчитывают последовательные частные локсодромические курсы, являющиеся направлением хорд (прямых на карте, соединяющих две точки ортодромии).

Количество хорд является компромиссом между эффективностью плавания по ортодромии и числом дополнительных маневров.

Длина ортодромии S_{opt} между точками с координатами φ_1, λ_1 и φ_2, λ_2 и длина локсодромии $S_{лок}$ между этими точками рассчитываются по формулам из [2, 4, 16]:

$$\cos S_{opt} = \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \Delta\lambda; \quad (3.1)$$

$$S_{лок} = \Delta\varphi \sec K_{лок}, \quad (3.2)$$

где $K_{лок}$ – локсодромический курс, определяемый из выражения:

$$tg K_{лок} = \frac{\Delta\lambda}{PMЧ}. \quad (3.3)$$

В знаменателе формулы (3.3) стоит разность меридиональных частей двух точек, при этом меридиональная часть каждой из них рассчитывается по формуле из [21]:

$$MЧ = 7915,7044681g \left[tg \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \left(\frac{1 - e \sin \varphi}{1 + e \sin \varphi} \right)^{e/2} \right], \quad (3.4)$$

где $e^2 = 0,0066934$.

При вычислении локсодромического курса по формуле (3.3) рекомендуется строить алгоритм расчета таким образом, чтобы в нем использовались абсолютные значения $PMЧ$ и $\Delta\lambda$. Тогда полученное значение локсодромического курса будет в четвертном счете, а его наименование определяется знаками $PMЧ$ и $\Delta\lambda$.

В формуле (3.2) используется значение локсодромического курса в четвертном счете.

Для определения координат промежуточных точек ортодромии, количество которых на одну единицу меньше, чем количество хорд, необходимо сначала определить значения долготы λ_i этих точек. Для этого разность долгот $\Delta\lambda$ между начальной и конечной точками ортодромии делится на количество хорд, чем определяется разность долгот $\Delta\lambda_{np}$ между двумя смежными промежуточными точками ортодромии (а также между начальной и первой промежуточной, последней промежуточной и конечной точками). По величине $\Delta\lambda_{np}$ очевидно просто определяются значения долготы λ_i .

Для определения значений широты φ_i промежуточных точек ортодромии предварительно необходимо вычислить долготу λ_0

пересечения ортодромией экватора и курс K_0 этого пересечения [2, 4, 16]:

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} + \operatorname{arctg} x; \quad (3.5)$$

$$x = \operatorname{tg} \frac{\Delta\lambda \sin(\varphi_1 + \varphi_2)}{2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1)}; \quad (3.6)$$

$$K_0 = \operatorname{arctg} \frac{\sin(\lambda_1 - \lambda_0)}{\operatorname{tg} \varphi_1}. \quad (3.7)$$

Тогда значения широты φ_i можно будет вычислить по формуле:

$$\varphi_i = \operatorname{arctg} (\operatorname{ctg} K_0 \sin(\lambda_i - \lambda_0)). \quad (3.8)$$

Пример 3.1

Координаты начальной точки плавания $\varphi_n = 23^\circ 11,2'S$, $\lambda_n = 39^\circ 12,1'W$; конечной точки – $\varphi_k = 50^\circ 13,7'N$, $\lambda_k = 20^\circ 19,3'W$.
Определить редукцию расстояния.

Решение

1. Определяем разность широт и разность долгот двух заданных точек:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \varphi_k - \varphi_n = 50^\circ 13,7' - (-23^\circ 11,2') = 73^\circ 24,9' = \\ &= 73^\circ 24,9' \text{ к } N = 4404,9' \text{ к } N; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \lambda_k - \lambda_n = -20^\circ 19,3' - (-39^\circ 12,1') = +18^\circ 52,8' = \\ &= 18^\circ 52,8' \text{ к } E = 1132,8' \text{ к } E. \end{aligned}$$

2. По формуле (3.1) определяем длину ортодромии между начальной и конечной точками:

$$\begin{aligned} \cos S_{opt} &= \sin(-23^\circ 11,2) \sin 50^\circ 13,7' + \\ &+ \cos(-23^\circ 11,2) \cos 50^\circ 13,7' \cos 18^\circ 52,8' = \\ &= (-0,39373) \cdot 0,76860 + 0,91923 \cdot 0,63973 \cdot 0,94620 = 0,25380, \end{aligned}$$

$$S_{opt} = \arccos 0,25380 = 75^\circ 17,8' = 4517,8 \text{ мили.}$$

3. По формуле (3.4) определяем меридиональные части и разность меридиональных частей:

$$MЧ_{\text{н}} = 7915,704468 \lg \left[\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{23^{\circ}11,2}{2} \right) \left(\frac{1 - e \sin 23^{\circ}11,2}{1 - e \sin 23^{\circ}11,2} \right)^{e/2} \right] =$$

$$= 1421,7'S;$$

$$MЧ_{\text{к}} = 7915,704468 \lg \left[\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{50^{\circ}13,7'}{2} \right) \left(\frac{1 - e \sin 50^{\circ}13,7'}{1 - e \sin 50^{\circ}13,7'} \right)^{e/2} \right] =$$

$$= 3478,1'N;$$

$$PMЧ = MЧ_{\text{к}} - MЧ_{\text{н}} = 2478,1' - (-1421,7') = +4899,9' = 4899,9' \text{ к } N.$$

4. По формуле (3.3) определяем локсодромический курс:

$$\operatorname{tg} K_{\text{лок}} = \frac{1132,8'}{4899,9'} = 0,23119,$$

$$K_{\text{лок}} = \operatorname{arctg} 0,23119 = 13^{\circ}01,0'E.$$

5. По формуле (3.2) определяем длину локсодромии:

$$S_{\text{лок}} = 4404,9' \cdot \sec 13^{\circ}01,0' = 4521,1 \text{ мили.}$$

6. Вычисляем редукцию расстояния:

$$\Delta S = S_{\text{лок}} - S_{\text{орт}} = 4521,1' - 4517,8' = 3,3 \text{ мили.}$$

Задача 51. Координаты начальной точки плавания $\varphi_{\text{н}} = 42^{\circ}49,1'N$, $\lambda_{\text{н}} = 9^{\circ}46,3'W$, конечной точки: $\varphi_{\text{к}} = 40^{\circ}11,5'N$, $\lambda_{\text{к}} = 71^{\circ}54,4'W$. Определить длину ортодромии между двумя точками.

Задача 52. Широта начальной точки плавания $\varphi_{\text{н}} = 40^{\circ}13,3'N$, конечной точки – $\varphi_{\text{к}} = 19^{\circ}27,8'N$. Определить разность долгот двух заданных точек, если длина ортодромии между ними равна 2922,8 мили.

Задача 53. Координаты начальной точки плавания $\varphi_{\text{н}} = 33^{\circ}55,4'N$, $\lambda_{\text{н}} = 18^{\circ}24,7'E$, широта конечной точки $\varphi_{\text{к}} = 6^{\circ}01,2'N$. Определить долготу конечной точки, если длина ортодромии равна 5067,3 мили.

Задача 54. Широта начальной точки плавания $\varphi_{\text{н}} = 40^{\circ}45,6'N$. Задача судоводителя – кратчайшим путем выйти на заданный меридиан, причем разность долгот начальной и конечных точек равна $57^{\circ}03,2'$ к W . Определить широту конечной точки и длину ортодромии.

Задача 55. Координаты начальной точки плавания $\varphi_n = 20^\circ 33,7'N$, $\lambda_n = 19^\circ 49,8'W$. Найти широту точек на меридиане $34^\circ W$, удаленные от начальной точки на расстояние 3000 миль.

Задача 56. Координаты начальной точки плавания $\varphi_n = 20^\circ 12,2'N$, $\lambda_n = 73^\circ 51,2'W$, конечной точки: $\varphi_k = 42^\circ 13,4'N$, $\lambda_k = 8^\circ 49,3'W$. Определить редукцию расстояния.

Задача 57. Координаты начальной точки плавания $\varphi_n = 25^\circ 40,1'N$, $\lambda_n = 77^\circ 01,0'W$, конечной точки – $\varphi_k = 35^\circ 32,7'N$, $\lambda_k = 5^\circ 35,2'W$. Определить курс пересечения дуги большого круга с экватором.

Задача 58. Координаты начальной точки плавания $\varphi_n = 19^\circ 54,2'N$, $\lambda_n = 72^\circ 16,1'W$. Определить курс пересечения ортодромией экватора, если долгота точки пересечения равна $\lambda_0 = 51^\circ 57,9'W$.

Задача 59. Координаты начальной точки плавания $\varphi_n = 20^\circ 07,6'N$, $\lambda_n = 8^\circ 11,2'E$. Определить долготу точки пересечения ортодромией экватора, если курс пересечения равен 305° .

Задача 60. Координаты начальной точки плавания $\varphi_n = 13^\circ 17,4'N$, $\lambda_n = 59^\circ 36,7'W$, конечной точки: $\varphi_k = 36^\circ 44,8'N$, $\lambda_k = 6^\circ 53,9'W$. Определить долготу точки пересечения дуги большого круга с экватором.

Задача 61. Долгота начальной точки плавания $\lambda_n = 20^\circ 15,0'E$, конечной точки $\lambda_k = 95^\circ 19,4'E$. Определить долготу третьей промежуточной точки ортодромии при плавании по 15 хордам.

Задача 62. Координаты начальной точки плавания $\varphi_n = 40^\circ 19,8'N$, $\lambda_n = 72^\circ 16,5'W$, конечной точки: $\varphi_k = 43^\circ 22,3'N$, $\lambda_k = 10^\circ 10,1'W$. Определить выигрыш во времени при плавании по пяти хордам, если скорость судна равна 17 узлов.

Задача 63. Координаты начальной точки плавания $\varphi_n = 4^\circ 57,1'S$, $\lambda_n = 34^\circ 02,4'W$, конечной точки: $\varphi_k = 20^\circ 07,5'S$, $\lambda_k = 8^\circ 07,5'E$. Определить, насколько необходимо изменить курс судна при переходе со второй на третью хорду при плавании по пяти хордам.

Задача 64. Координаты начальной точки плавания $\varphi_n = 19^\circ 06,9' N$, $\lambda_n = 19^\circ 51,4' W$, конечной точки: $\varphi_k = 40^\circ 07,2' N$, $\lambda_k = 72^\circ 51,7' W$. Сравнить, насколько выгоднее плавание судна по пяти хордам по отношению к плаванию по трем хордам.

Задача 65. Координаты начальной точки плавания $\varphi_n = 39^\circ 55,2' S$, $\lambda_n = 58^\circ 07,7' W$, конечной точки: $\varphi_k = 20^\circ 03,5' S$, $\lambda_k = 7^\circ 52,9' E$. Рассчитать плавание судна, если первая половина пути была пройдена по ортодромии из расчета пяти хорд, а вторая часть пути по локсодромии. Сравнить полученную величину с длинами ортодромии и локсодромии, заключенными между начальной и конечной точками.

4. Динамические характеристики морских судов

4.1 Понятие об операционном исчислении. Преобразование Лапласа

При исследовании процессов в системах автоматического управления широко применяется преобразование Лапласа. Сущность его заключается в том, что изменяющиеся во времени функции, включающие операции дифференцирования и интегрирования, по определенным правилам заменяются операторными (лапласовыми) изображениями. С помощью алгебраических действий над ними получают решения, после чего осуществляется обратный переход от изображения к временным функциям этих величин [17].

Некоторая аналогия имеется с использованием логарифмов, когда сложные операции умножения и деления заменяются сложением и вычитанием.

Пусть имеется некоторая функция времени $f(t)$, которую называют оригиналом. Изображением данного оригинала по Лапласу называется новая функция, связанная с оригиналом соотношением:

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt, \quad (4.1)$$

где $p = a + ib$ ($a > 0$) – комплексная величина, применяющаяся как символ операторной записи.

От изображения функции можно перейти обратно к оригиналу.

Обычно изображения функции и обратный переход находят по таблицам, соблюдая правила:

- изображение суммы функций равно сумме изображений этих функций;
- изображение произведения функции на постоянный множитель равно произведению этого множителя на изображение оригинала;

– изображение производной оригинала (при нулевых начальных условиях) равно произведению дифференцируемой функции на p ;

– изображение интеграла от функции равно частному от деления изображения подынтегральной функции на p (при нулевых начальных условиях).

Пример 4.1

Найти изображение по Лапласу функции

$$f(t) = e^{-2t} \cos 4t + t \sin 5t + 5te^{7t}.$$

Решение

Представим заданную функцию в виде:

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) + f_3(t),$$

где $f_1(t) = e^{-2t} \cos 4t$; $f_2(t) = t \sin 5t$; $f_3(t) = 5te^{7t}$.

Используя таблицу изображений (прил. 1) находим изображения функций $f_1(t)$, $f_2(t)$, $f_3(t)$:

$$f_1(t) = e^{-2t} \cos 4t \rightarrow F_1(p) = \frac{p+2}{(p+2)^2 + 16};$$

$$f_2(t) = t \sin 5t \rightarrow F_2(p) = \frac{10p}{(p^2 + 25)^2};$$

$$f_3(t) = 5te^{7t} \rightarrow F_3(p) = \frac{5}{(p-7)^2}.$$

Окончательно получаем:

$$\begin{aligned} F(p) &= F_1(p) + F_2(p) + F_3(p) = \\ &= \frac{p+2}{(p+2)^2 + 16} + \frac{10p}{(p^2 + 25)^2} + \frac{5}{(p-7)^2}. \end{aligned}$$

В задачах **66-75** найти изображение по Лапласу заданных функций.

Задача 66. $f(t) = 4 \sin 2t + t^2$.

Задача 67. $f(t) = t \cos 6t + 5 \cos 3t$.

Задача 68. $f(t) = t^4 + t \sin 9t$.

Задача 69. $f(t) = t^5 + t^3 + t^2$.

Задача 70. $f(t) = e^{-6t} \sin 4t + 1$.

Задача 71. $f(t) = 5 \cos 7t - t^3$.

Задача 72. $f(t) = t \sin 4t - 3 \sin 2t$.

Задача 73. $f(t) = t^7 - 2t \cos 8t$.

Задача 74. $f(t) = 2t^4 - 4t^3 - t$.

Задача 75. $f(t) = 2e^{7t} \cos 4t - t^2 + 1$.

В задачах **76-85** найти начальную функцию по заданному изображению.

Задача 76. $F(p) = \frac{1}{p^2 + 2p + 10}$.

Задача 77. $F(p) = \frac{1}{p^2 + 4p - 32}$.

Задача 78. $F(p) = \frac{1}{p^2 - 9}$.

Задача 79. $F(p) = \frac{4}{p^4 + 8p^2 + 16}$.

Задача 80. $F(p) = \frac{11}{p^7}$.

Задача 81. $F(p) = \frac{p}{p^2 - 4p + 8}$.

Задача 82. $F(p) = \frac{5p}{p^2 + 4p - 15}$.

Задача 83. $F(p) = \frac{2p + 5}{4p^2 - 49}$.

Задача 84. $F(p) = \frac{14}{2p^4 + 36p^2 + 162}$.

Задача 85. $F(p) = \frac{6}{p^4}$.

4.2 Передаточная функция

Передаточной функцией $W(p)$ называется отношение изображений $Y(p)$ по Лапласу выходной величины $y(t)$ звена к изображению $X(p)$ входной величины $x(t)$ при нулевых начальных условиях [17]:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} \quad (4.2)$$

Пример 4.2

Законы изменения входной и выходной величин звена (системы) определяются выражениями $x(t) = e^{-t} \sin 3t$ и $y(t) = e^{-7t} \cos 4t$. Определить передаточную функцию звена (системы).

Решение

Определяем изображения заданных функций:

$$x(t) = e^{-t} \sin 3t \rightarrow X(p) = \frac{3}{(p+1)^2 + 9} = \frac{3}{p^2 + 2p + 10};$$

$$y(t) = e^{-7t} \cos 4t \rightarrow Y(p) = \frac{p+7}{(p+7)^2 + 16} = \frac{p+7}{p^2 + 7p + 65}.$$

Используя формулу (4.2), определяем искомую передаточную функцию:

$$W(p) = \frac{\frac{p+7}{p^2 + 7p + 65}}{\frac{3}{p^2 + 2p + 10}} = \frac{(p+7)(p^2 + 2p + 10)}{3(p^2 + 7p + 65)} = \frac{p^3 + 9p^2 + 24p + 70}{3p^2 + 21p + 195} =$$

$$= \frac{1}{3} \left(p + 2 - 5 \frac{11p + 12}{p^2 + 7p + 65} \right).$$

Задача 86. Законы изменения входной и выходной величин звена (системы) определяются выражениями $x(t) = e^{-5t}$ и $y(t) = te^{-7t}$. Определить передаточную функцию звена (системы).

Задача 87. Закон изменения входной величины звена (системы) имеет вид $x(t) = 6 \sin 3t$. Найти закон изменения $y(t)$ выходной величины звена (системы), если передаточная функция определяется выражением $W(p) = p/6$.

Задача 88. Закон изменения выходной величины звена (системы) имеет вид $y(t) = t^2 + 1$. Найти закон изменения $x(t)$ входной величины системы, если передаточная функция определяется выражением $W(p) = (p^2 + 49)/2p^4$.

Задача 89. Изображение по Лапласу функции изменения выходной величины звена (системы) определяется выражением $Y(p) = \frac{p}{p^2 + 4}$. Определить закон изменения входной величины $x(t)$, если передаточная функция определяется выражением

$$W(p) = \frac{p(p+4)^2}{p^2 + 4}.$$

Задача 90. Изображение по Лапласу функции изменения входной величины звена (системы) определяется выражением $X(p) = \frac{9}{p^2 + 3}$. Определить закон изменения выходной величины $y(t)$, если передаточная функция определяется выражением

$$W(p) = \frac{p^2 + 3}{9(p-3)^2}.$$

Задача 91. Законы изменения входной и выходной величин звена (системы) определяются выражениями $x(t) = e^{-4t} (\sin 3t + \cos 2t)$ и $x(t) = t(e^{-8t} - 8 \sin 2t)$. Определить передаточную функцию звена (системы).

Задача 92. Закон изменения входной величины звена (системы) имеет вид $x(t) = 5\sin 4t + 4\cos 2t$. Найти закон изменения $y(t)$ выходной величины звена (системы), если передаточная функция определяется выражением

$$W(p) = \frac{(p^2 + 4)(2p^3 + 10p^2 + 32p + 90)}{(2 - p)(p^2 + 9)(p^2 + 16)}.$$

Задача 93. Закон изменения выходной величины звена (системы) имеет вид $y(t) = e^{-4t}(\sin 2t + 1)$. Найти закон изменения $x(t)$ входной величины системы, если передаточная функция определяется выражением

$$W(p) = \frac{(p + 4)(p^2 + 10p + 16)}{4((p + 4)^2 - 4)}.$$

Задача 94. Изображение по Лапласу функции изменения выходной величины звена (системы) определяется выражением $Y(p) = (p + 4)/(p + 3)^2$. Определить закон изменения входной величины $x(t)$, если передаточная функция определяется выражением

$$W(p) = \frac{p^5 + 4p^4 + 18p^3 + 72p^2 + 81p + 322}{7p^2 + 42p + 63}.$$

Задача 95. Изображение по Лапласу функции изменения входной величины звена (системы) определяется выражением

$X(p) = \frac{p + 5}{p^2 + 4p + 13}$. Определить закон изменения выходной величины $y(t)$, если передаточная функция определяется выражением

$W(p) = \frac{p^2 + 4p + 13}{p^2 + 6p + 11}$.

4.3. Соединение звеньев. Передаточные функции сложных систем

Передаточная функция системы последовательно соединенных звеньев (рис. 4.1) с известными передаточными функциями $W_1(p)$, $W_2(p)$, $W_3(p)$ будет определяться формулой:

$$W(p) = W_1(p)W_2(p)W_3(p) = \frac{Y_3(p)}{X_1(p)}. \quad (4.3)$$

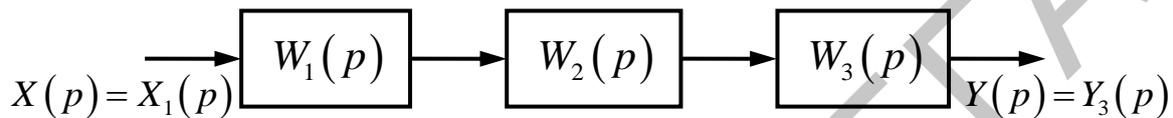


Рис. 4.1. Последовательное соединение звеньев

Таким образом, при последовательном соединении динамических звеньев передаточная функция $W(p)$ определяется как отношение изображения по Лапласу выходного сигнала последнего звена к изображению по Лапласу входного сигнала первого звена.

При параллельном соединении динамических звеньев (рис. 4.2) на вход подается общий сигнал $X(p)$, а выходной сигнал $Y(p)$ является суммой выходных сигналов отдельных звеньев. При таком соединении динамических звеньев передаточная функция $W(p)$ определяется как сумма передаточных функций всех звеньев параллельного соединения:

$$W(p) = W_1(p) + W_2(p) + W_3(p). \quad (4.4)$$

В случае соединения звеньев с обратной связью часть $X_2(p)$ сигнала $Y(p)$, выходящего из динамического звена (системы), поступает на его вход (рис. 4.3).

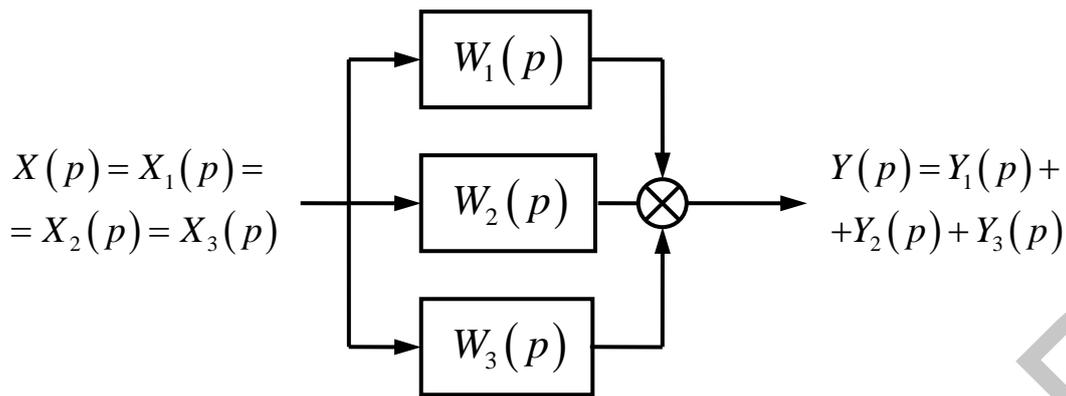


Рис. 4.2. Параллельное соединение звеньев

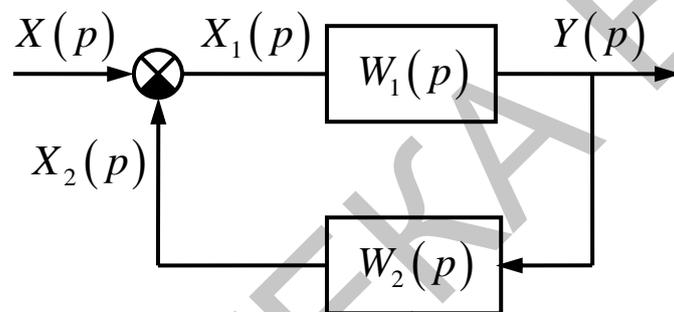


Рис. 4.3. Соединение звеньев с обратной связью

Обратная связь может быть положительной, если $X_2(p)$ складывается с $X(p)$ или отрицательной, если $X_2(p)$ вычитается из $X(p)$. При этом непосредственно на вход звена $W_1(p)$ поступает результат суммирования $X(p)$ и $X_2(p)$.

Передаточная функция $W(p)$ такого соединения динамических звеньев определяется формулой:

$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 \pm W_1(p)W_2(p)}. \quad (4.5)$$

Знак «+» в формуле (4.5) относится к отрицательной обратной связи, знак «-» – к положительной.

Пример 4.3

Через передаточные функции элементарных звеньев определить передаточную функцию системы, изображенной на рис. 4.4.

Решение

1. По формуле (4.3) определяем передаточную функцию последовательного соединения первого и второго звеньев:

$$W_{12}(p) = W_1(p)W_2(p).$$

2. По формуле (4.4) определяем передаточную функцию параллельного соединения третьего и четвертого звеньев:

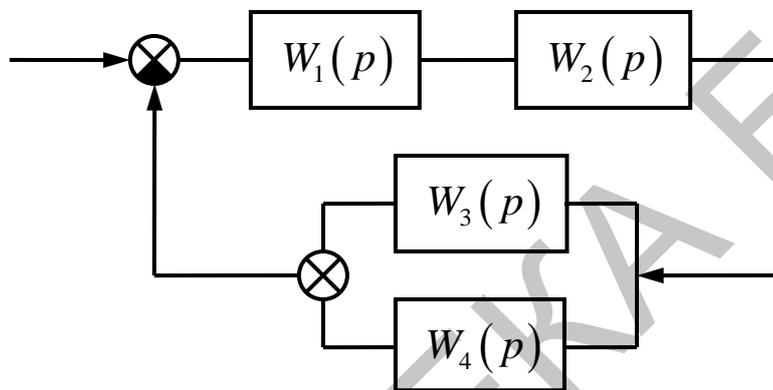


Рис. 4.4. Пример соединения динамических звеньев

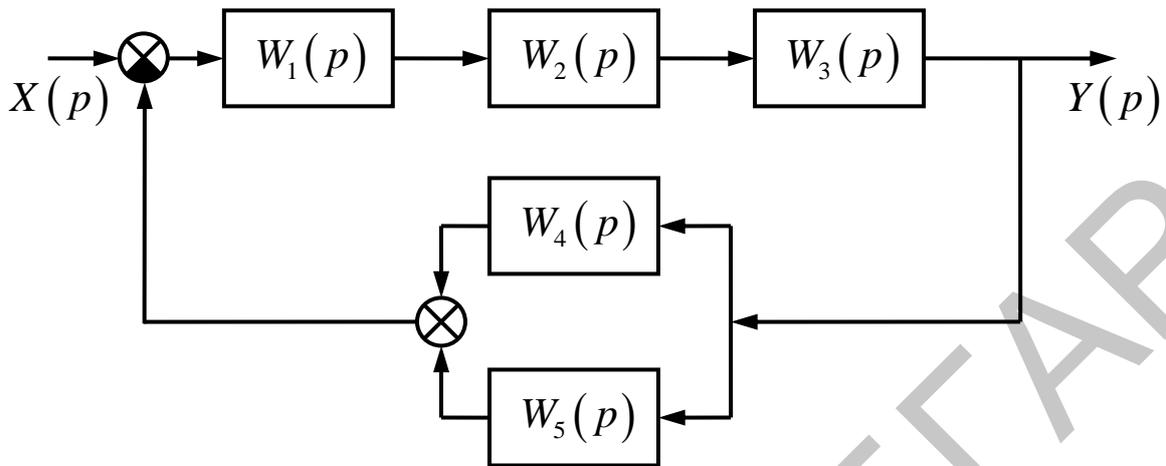
$$W_{34}(p) = W_3(p) + W_4(p).$$

3. Окончательно, по формуле (4.5) имеем:

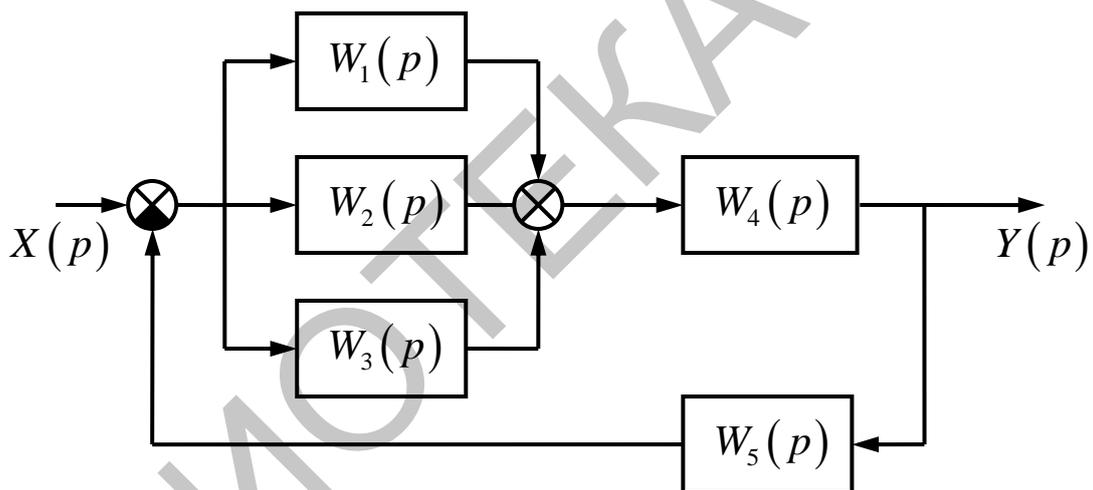
$$\begin{aligned} W(p) &= \frac{W_{12}(p)}{1 + W_{12}(p)W_{34}(p)} = \frac{W_1(p)W_2(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)[W_3(p) + W_4(p)]} = \\ &= \frac{W_1(p)W_2(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)W_3(p) + W_1(p)W_2(p)W_4(p)}. \end{aligned}$$

В задачах 96-105 представлены схемы систем в виде соединения звеньев. Через передаточные функции элементарных звеньев определить передаточную функцию системы.

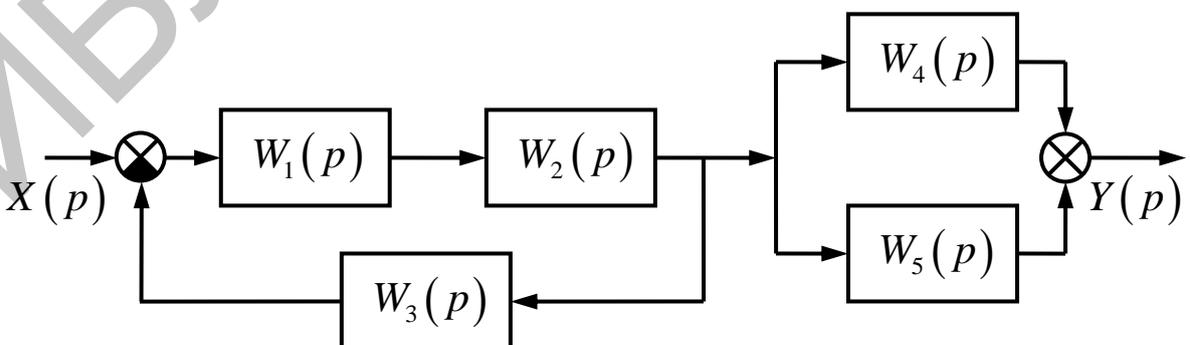
Задача 96



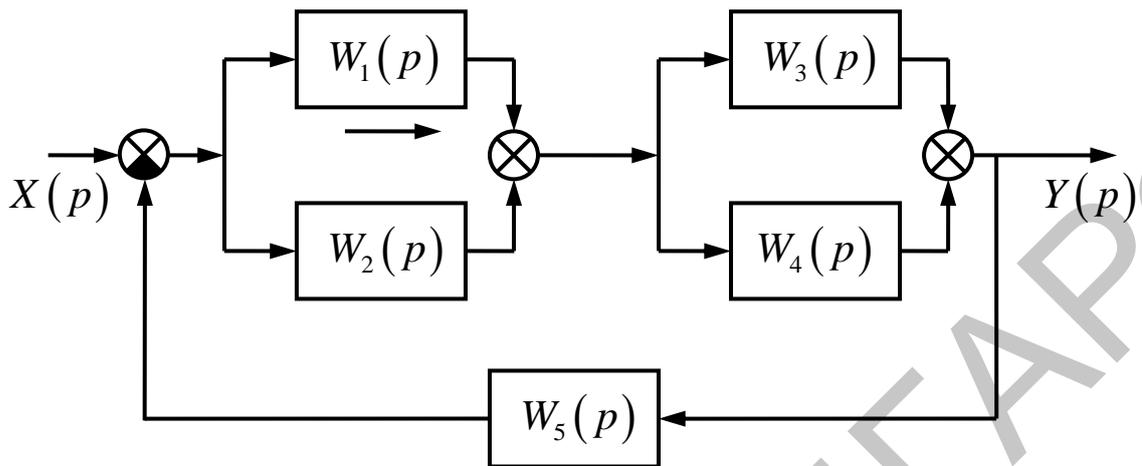
Задача 97



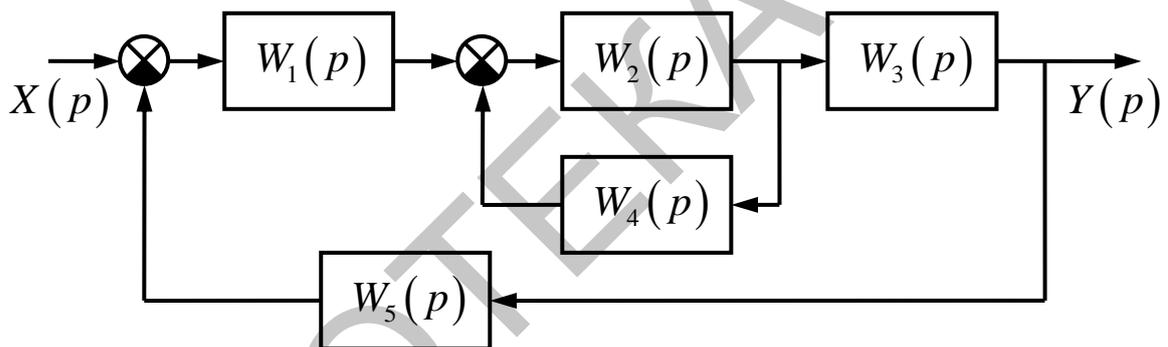
Задача 98



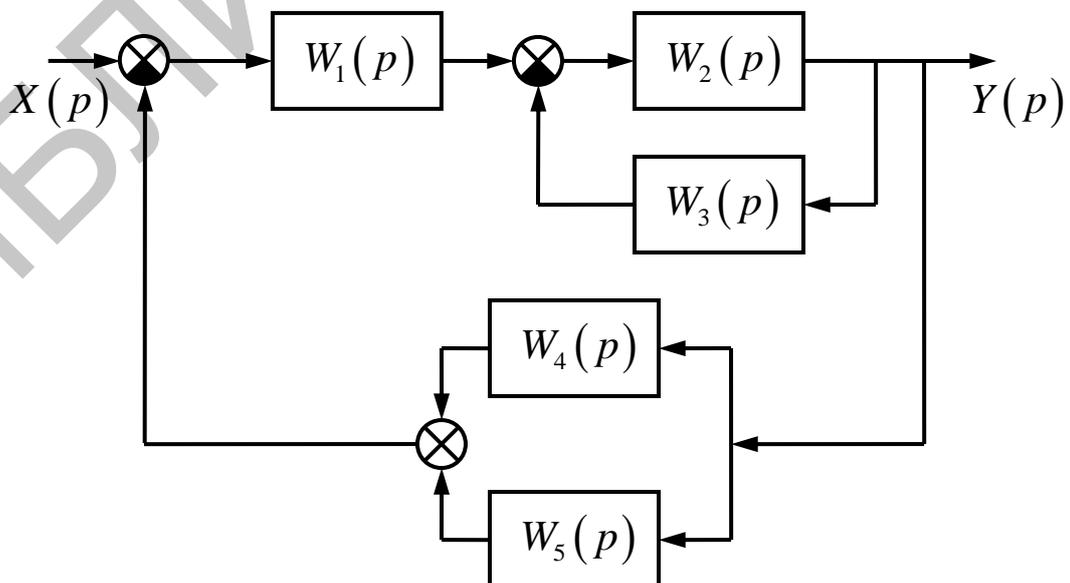
Задача 99



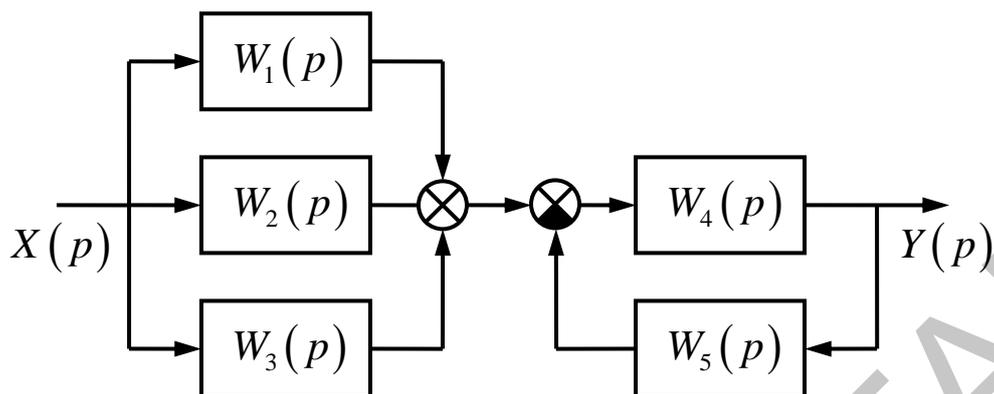
Задача 100



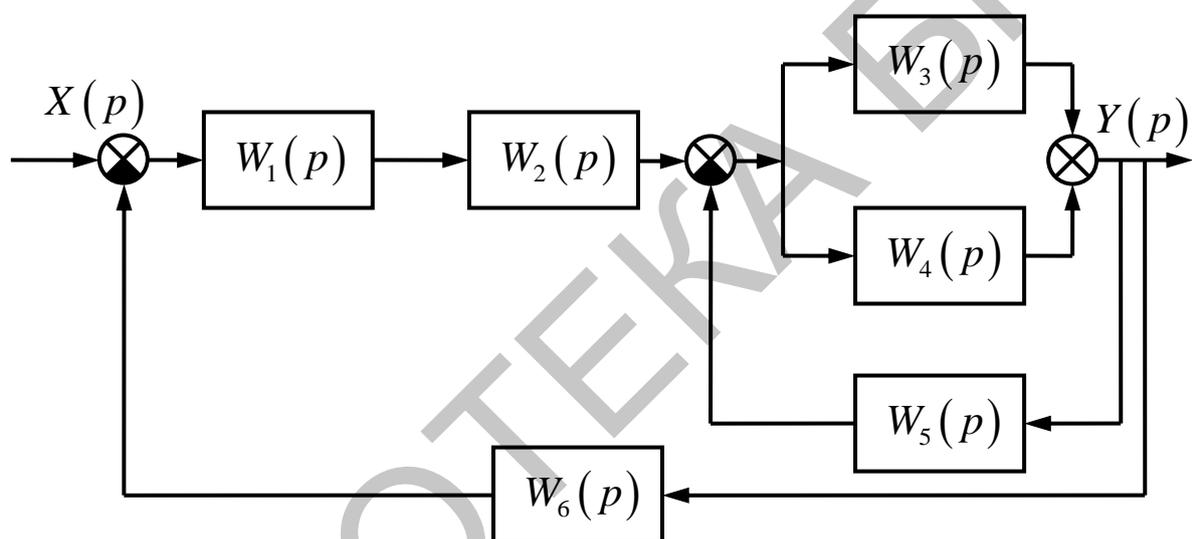
Задача 101



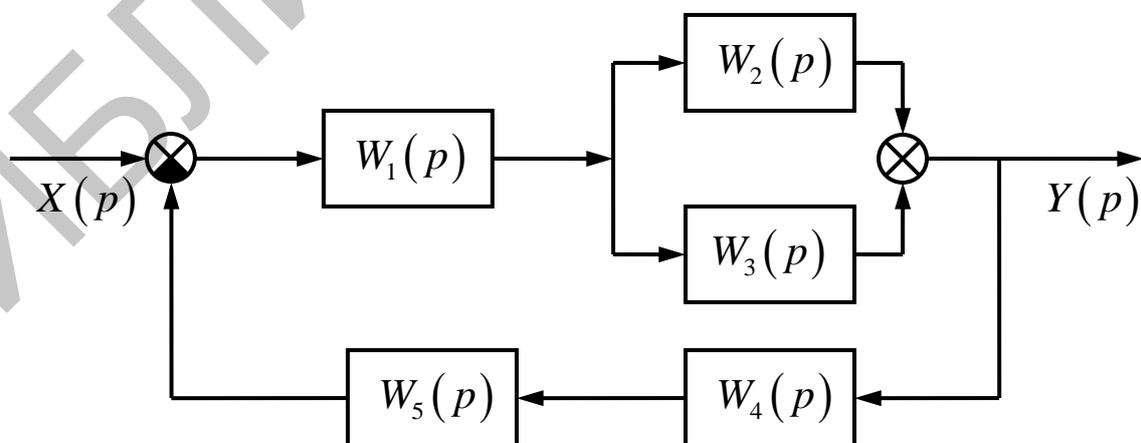
Задача 102



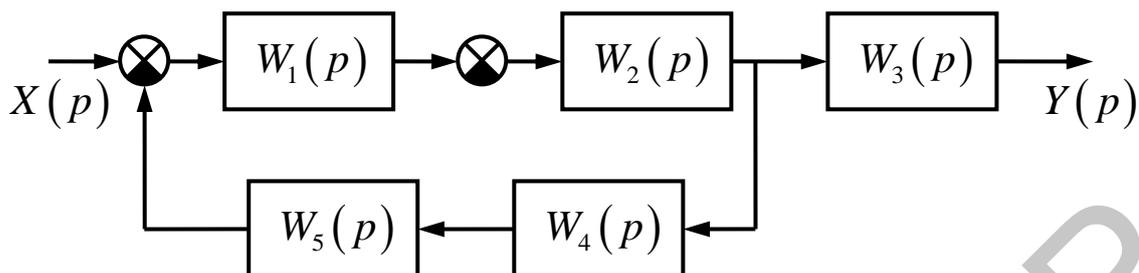
Задача 103



Задача 104



Задача 105



4.4. Переходные функции

Точное математическое описание динамических свойств судна сопряжено с большими трудностями, а полученная при этом система дифференциальных уравнений является нелинейной и чрезвычайно сложной. Поэтому для практических задач анализа и синтеза систем автоматического регулирования курса используются упрощенными математическими моделями. В ряде работ показано, что при движении судна прямым курсом его динамические свойства описываются с достаточной для практической целью точностью уравнением вида [2, 17]:

$$T_c \ddot{\psi} + \dot{\psi} = K\beta, \quad (4.6)$$

где T_c – постоянная времени судна, характеризующая его инерционные свойства;

K – коэффициент пропорциональности, характеризующий эффективность руля;

ψ – угол курса;

β – угол перекладки руля.

Переходная функция показывает изменение во времени выходных переменных объекта при ступенчатом изменении одной из входных переменных. Применительно к судну рассматриваются изменение угла курса ψ и угловой скорости поворота $\omega = \dot{\psi}$ судна при ступенчатом изменении угла перекладки руля β . Если рассматривать отклонение угла курса судна от начального установившегося значения, которое условно принимается нулевым, то аналитически переходная функция судна получается путем

решения уравнения (4.6) относительно ψ и $\omega = \dot{\psi}$ при ступенчатом изменении угла перекладки на величину β . Указанные решения записываются в виде [2, 17]:

$$\psi(t) = K\beta[t - T_c(1 - e^{-t/T_c})]; \quad (4.7)$$

$$\omega(t) = K\beta(1 - e^{-t/T_c}). \quad (4.8)$$

В зависимости от загрузки судна, его скорости и перекладки руля параметры K и T_c для морских судов изменяются в следующих пределах: $K = 0,01 \div 0,08 \text{ с}^{-1}$ и $T_c = 10 \div 70 \text{ с}$ при $\beta = 10 \div 30^\circ$.

Пример 4.4

Судно с постоянной времени, равной 42 с, начало поворот с углом перекладки 20° . За 40 с оно изменило свой курс на 13° . Определить коэффициент руля K .

Решение

Выражаем K из формулы (4.7):

$$K = \frac{\psi}{\beta[t - T_c(1 - e^{-t/T_c})]}.$$

Подставляя сюда числовые значения заданных величин, получим:

$$K = \frac{13}{20[40 - 42 \cdot (1 - e^{-40/42})]} = 0,046.$$

Задача 106. Судно с постоянной времени, равной 32 с, начало поворот с углом перекладки угла 15° . Определить время, через которое судно изменит свой курс на 23° . Принять $K = 0,08 \text{ с}^{-1}$. Задачу решить графически.

Задача 107. Судно с постоянной времени, равной 43 с, начало поворот, за 15 с изменив свой курс на 6° . Определить угол перекладки руля, приняв $K = 0,07 \text{ с}^{-1}$.

Задача 108. Судно начало поворот с углом перекладки 10° , за 40 с изменив свой курс на 13° . Определить постоянную времени судна, приняв $K = 0,04 \text{ с}^{-1}$. Задачу решить графически.

Задача 109. Судно с постоянной времени, равной 40 с, начало поворот с углом перекладки 15° . За 37 с оно изменило свой курс на 11° . Определить коэффициент руля K .

Задача 110. Судно с постоянной времени, равной 40 с, начало поворот с углом перекладки 15° . Во сколько раз больше было бы изменение курса судна за 45 с, если угол перекладки руля установить изначально равным 20° . Принять $K = 0,08c^{-1}$.

Задача 111. Судно с постоянной времени, равной 28 с, начало поворот с углом перекладки угла 10° . Определить время, через которое угловая скорость судна станет равной $0,3^\circ/c$. Принять $K = 0,07c^{-1}$.

Задача 112. Судно с постоянной времени, равной 39 с, начало поворот. Через 22 с угловая скорость поворота стала равна $0,45^\circ/c$. Определить угол перекладки руля, приняв $K = 0,06c^{-1}$.

Задача 113. Судно начало поворот с углом перекладки 20° . Через 50 с угловая скорость поворота стала равна $0,53^\circ/c$. Определить постоянную времени судна, приняв $K = 0,05c^{-1}$.

Задача 114. Судно с постоянной времени, равной 33 с, начало поворот с углом перекладки 5° . Через 67 с угловая скорость поворота стала равна $0,15^\circ/c$. Определить коэффициент руля K .

Задача 115. Судно с постоянной времени, равной 46 с, начало поворот с углом перекладки 25° . Во сколько раз меньше будет угловая скорость поворота через 50 с после начала поворота по сравнению с моментом времени в 25 с. Принять $K = 0,05c^{-1}$.

4.5. Частотные характеристики

Амплитудно-частотная (АЧХ) и фазово-частотная (ФЧХ) характеристики отражают реакцию объекта на синусоидальный входной сигнал в широком диапазоне изменений частоты ω . Графически АЧХ и ФЧХ изображаются в виде некоторых кривых, которые можно построить по экспериментальным или расчетным данным.

Аналитически на основе свойств преобразования Фурье выражения можно получить из передаточной функции путем при-

равнивания оператора Лапласа P к его мнимой части $i\omega$. Передаточная функция судна по углу курса имеет вид:

$$W(P) = \frac{K}{P(T_c P + 1)}, \quad (4.9)$$

отсюда можно получить частотную передаточную функцию (амплитудно-фазовую характеристику):

$$W(i\omega) = \frac{K}{i\omega(T_c i\omega + 1)} = \frac{K}{-T_c \omega^2 + i\omega}, \quad (4.10)$$

или, используя формулу Эйлера:

$$W(i\omega) = A(\omega)e^{i\varphi(\omega)} = \frac{K}{\omega\sqrt{T_c^2 \omega^2 + 1}} e^{-i\left(\frac{\pi}{2} + \arctg \omega T_c\right)}. \quad (4.11)$$

Модуль частотной передаточной функции $A(\omega)$ характеризует зависимость отношений амплитуд выходных колебаний объекта к амплитудам входных гармонических колебаний от частоты и является амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ):

$$A(\omega) = \frac{K}{\omega\sqrt{T_c^2 \omega^2 + 1}}. \quad (4.12)$$

Угол сдвига частотной передаточной функции по фазе $\varphi(\omega)$ отражает зависимость сдвига фазы выходных колебаний относительно входных колебаний от частоты и является фазово-частотной характеристикой (ФЧХ):

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \arctg \omega T_c. \quad (4.13)$$

Если на вход объекта подавать гармонические колебания с разной частотой и после установления гармонических колебаний на выходе регистрировать амплитуды и фазовый сдвиг выходных и входных колебаний при различных частотах. АЧХ и ФЧХ могут быть получены экспериментально. По данным АЧХ и ФЧХ нетрудно построить на комплексной плоскости график АФХ.

Пример 4.5

Для удержания на заданном курсе судна с постоянной времени, равной 41 с, авторулевой совершает перекладку руля каждые

39 с. При этом амплитуда рыскания судна составляет 2° . Определить амплитуду переключений руля. Принять $K = 0,06c^{-1}$.

Решение

1. Определяем частоту переключений руля:

$$\omega = \frac{1}{T} = \frac{1}{39} = 0,026c^{-1}.$$

2. По формуле (4.12) определяем амплитудно-частотную характеристику для заданных условий:

$$A(\omega) = \frac{0,06}{0,026 \cdot \sqrt{41^2 \cdot 0,026^2 + 1}} = 1,59.$$

3. По сути определения амплитудно-частотной характеристики, представленной выше, можно записать:

$$A = \frac{\psi_{\max}}{\beta_{\max}},$$

где ψ_{\max} – амплитуда рыскания,

β_{\max} – амплитуда переключений руля.

Следовательно:

$$\beta_{\max} = \frac{\psi_{\max}}{A} = \frac{2^\circ}{1,59} = 1,3^\circ.$$

Окончательно: $\beta_{\max} = 1,3^\circ$.

Задача 116. Для удержания на заданном курсе судна с постоянной времени, равной 36 с, авторулевой совершает каждые 32 с переключение руля амплитудой 3° . Определить амплитуду рыскания судна. Принять $K = 0,05c^{-1}$.

Задача 117. Для удержания на заданном курсе судна с постоянной времени, равной 50 с, авторулевой совершает переключение руля каждые 41 с. При этом амплитуда рыскания судна составляет 2° . Определить амплитуду переключений руля. Принять $K = 0,07c^{-1}$.

Задача 118. Для удержания на заданном курсе судна авторулевой совершает переключение руля каждые 78 с. При этом амплитудно-частотная характеристика рыскания судна относительно заданного курса равна 0,32. Определить постоянную времени судна. Принять $K = 0,04c^{-1}$.

Задача 119. Амплитудно-частотная характеристика рыскания судна с постоянной времени 32 с равна 0,38. Определить циклическую частоту перекаладки руля. Принять $K = 0,08c^{-1}$. Задачу решить графически.

Задача 120. Для удержания на заданном курсе судна с постоянной времени, равной 45 с, авторулевой совершает перекаладку руля каждые 70 с. При этом амплитудно-частотная характеристика рыскания судна относительно заданного курса равна 0,35. Определить коэффициент руля.

Задача 121. Для удержания на заданном курсе судна с постоянной времени, равной 23 с, авторулевой совершает перекаладку руля каждые 85 с. Определить угол сдвига частотной передаточной функции по фазе.

Задача 122. Для удержания на заданном курсе судна с постоянной времени, равной 21 с, авторулевой совершает перекаладку руля каждые 100 с. Определить, на сколько времени отстает реакция судна на работу руля.

Задача 123. Для удержания на заданном курсе судна с постоянной времени, равной 39 с, авторулевой совершает периодические перекаладки руля. Определить циклическую частоту перекаладки, если угол сдвига частотной передаточной функции по фазе равен 115° .

Задача 124. Для удержания на заданном курсе судна с постоянной времени, равной 26 с, авторулевой совершает периодические перекаладки руля. Определить частоту перекаладки, если фазово-частотная характеристика равна 2,5 рад.

Задача 125. Для удержания на заданном курсе судна с постоянной времени, равной 35 с, авторулевой совершает перекаладку руля каждые 98 с. При этом фазово-частотная характеристика равна 130° . Определить постоянную времени судна.

5. Система автоматического регулирования курса судна

5.1. Принципы работы авторулевых. ПИД-закон

Современные системы автоматического регулирования (САР) курса судна, независимо от конструктивных особенностей, типа рулевой машины и элементной базы, построены на принципе управления по отклонению (принцип отрицательной обратной связи), при котором закон управления в общем случае имеет вид [17]:

$$\beta(t) = f(\alpha), \quad (5.1)$$

где β – угол перекладки руля;

α – отклонение текущего курса ψ от заданного ψ_3 .

Наибольшее распространение в САР курса судна получила реализация закона (5.1), включающая три составляющих – пропорциональную, дифференциальную и интегральную:

$$\beta(t) = k_1 \cdot \alpha + k_2 \cdot \dot{\alpha} + k_3 \cdot \int_0^t \alpha dt, \quad (5.2)$$

или с учетом местной обратной связи:

$$\beta(t) = \frac{1}{k_7} \left(k_1 \cdot \alpha + k_2 \cdot \dot{\alpha} + k_3 \cdot \int_0^t \alpha dt \right). \quad (5.3).$$

Регуляторы, работающие по закону (5.3) получили название ПИД-регуляторов, а сам закон – ПИД-закон.

Пример

Коэффициенты, определяющие работу авторулевого, основанного на ПИД-законе, равны¹: $k_1 = 1$, ; $k_2 = 0,3$; $k_3 = 0,6$; $k_7 = 1,3$. Отклонение² курса судна от заданного значения определяется выражением³ $\alpha(t) = 4 \cos([5t + 17]^\circ)$ град. Определить угол поворота пера руля в момент времени $t = 49$ с.

¹ В задачах 126-135 значения коэффициентов, использованные в качестве исходных данных, могут выходить за пределы допустимых на практике значений.

² В задачах 126-135 считать, что отклонение судна вправо от линии заданного курса и перекладка руля вправо имеют знак плюс, влево – знак минус.

³ Здесь сделаем допущение в отношении настроек авторулевого, что хотя бы до заданного или искомого в задаче момента времени функция, определяющая отклонение судна от линии заданного курса, имеет строго гармонический характер, то есть судно совершает относительно линии заданного пути незатухающие периодические колебания постоянной амплитуды.

Решение

1. Определяем пропорциональную составляющую ПИД-закона:

$$k_1 \cdot \alpha = k_1 \cdot 4 \cos([5t + 17]^\circ) = 1,4 \cdot 4 \cdot \cos([5 \cdot 49 + 17]^\circ) = -0,78^\circ.$$

2. Определяем дифференциальную составляющую ПИД-закона:

$$\begin{aligned} k_2 \cdot \dot{\alpha} &= k_2 [4 \cos([5t + 17]^\circ)]' = -20k_2 \sin([5t + 17]^\circ) = \\ &= -5 \cdot 0,3 \cdot 4 \cdot \sin([5 \cdot 49 + 17]^\circ) = 5,94^\circ. \end{aligned}$$

3. Определяем интегральную составляющую ПИД-закона:

$$\begin{aligned} k_3 \cdot \int_0^t \alpha dt &= k_3 \cdot \int_0^{49} 4 \cos([5t + 17]^\circ) dt = k_3 \cdot \left[\frac{4}{5} \sin([5t + 17]^\circ) \right]_0^{49} = \\ &= \frac{4 \cdot 0,6}{5} \cdot [\sin([5 \cdot 49 + 17]^\circ) - \sin([5 \cdot 0 + 17]^\circ)] = -0,62^\circ. \end{aligned}$$

4. Определяем угол поворота пера руля без учета обратной связи:

$$\tilde{\beta}(t) = -0,78 + 5,94 - 0,62 = 4,54^\circ.$$

5. Определяем угол поворота пера руля с учетом обратной связи:

$$\beta(t) = \frac{\tilde{\beta}(t)}{k_7} = \frac{4,54^\circ}{1,3} = 3,50^\circ.$$

Окончательно получили, что на заданный момент времени перо руля будет повернуто от ДП судна на правый борт на угол $3,5^\circ$.

Задача 126. Коэффициенты, определяющие работу авторулевого, основанного на ПИД-законе, равны: $k_1 = 1$; ; $k_2 = 0,3$; $k_3 = 0,6$; $k_7 = 0,7$. Отклонение курса судна от заданного значения определяется выражением $\alpha(t) = 2 \sin([3t - 14]^\circ)$ град. Определить угол поворота пера в момент времени $t = 23$ с.

Задача 127. Коэффициенты, определяющие работу авторулевого, основанного на ПИД-законе, равны: $k_1 = 1$; ; $k_2 = 0,2$; $k_7 = 1,7$. Отклонение курса судна от заданного значения опреде-

ляется выражением $\alpha(t) = 5 \sin([4t - 11]^\circ)$ град. На момент времени $t = 70$ с перо руля отклонено на угол $1,4^\circ$ левого борта. Определить коэффициент k_3 .

Задача 128. Коэффициенты, определяющие работу авторулевого, основанного на ПИД-законе, равны: $k_1 = 1$, ; $k_3 = 1,2$; $k_7 = 1,2$. Отклонение курса судна от заданного значения определяется выражением $\alpha(t) = 4 \cos([0,5t + 22]^\circ)$ град. На момент времени $t = 115$ с перо руля отклонено на угол $5,1^\circ$ правого борта. Определить коэффициент k_2 .

Задача 129. Коэффициенты, определяющие работу авторулевого, основанного на ПИД-законе, равны: $k_1 = 1$, ; $k_2 = 2,0$; $k_3 = 3,4$. Отклонение курса судна от заданного значения определяется выражением $\alpha(t) = 7 \cos([2t - 8]^\circ)$ град. На момент времени $t = 88$ с перо руля отклонено на угол $4,5^\circ$ левого борта. Определить коэффициент k_7 .

Задача 130. Коэффициенты, определяющие работу авторулевого, основанного на ПИД-законе, равны: $k_1 = 1$, ; $k_2 = 12,0$; $k_3 = 0,3$; $k_7 = 1,5$. Отклонение курса судна от заданного значения определяется выражением $\alpha(t) = 6 \cos([0,1t]^\circ)$ град. Определить первый момент времени, когда перекладка руля будет равна 4° правого борта.

Задача 131. Коэффициенты, определяющие работу авторулевого, основанного на ПИД-законе, равны: $k_1 = 1$, ; $k_2 = 0,4$; $k_3 = 0,5$; $k_7 = 1,0$. Отклонение курса судна от заданного значения определяется выражением $\alpha(t) = 5 \cos([2t + 19]^\circ)$ град. Определить угол поворота пера в момент времени $t = 28$ с.

Задача 132. Коэффициенты, определяющие работу авторулевого, основанного на ПИД-законе, равны: $k_1 = 1$, ; $k_2 = 0,9$; $k_7 = 1,4$. Отклонение курса судна от заданного значения определяется выражением $\alpha(t) = 3 \cos([4t + 6]^\circ)$ град. На момент времени $t = 53$ с перо руля отклонено на угол $2,1^\circ$ правого борта. Определить коэффициент k_3 .

Задача 133. Коэффициенты, определяющие работу авторулевого, основанного на ПИД-законе, равны: $k_1 = 1$; ; $k_3 = 0,9$, $k_7 = 0,9$. Отклонение курса судна от заданного значения определяется выражением $\alpha(t) = 6\sin([2t + 23]^\circ)$ град. На момент времени $t = 38$ с перо руля отклонено на угол $9,5^\circ$ правого борта. Определить коэффициент k_2 .

Задача 134. Коэффициенты, определяющие работу авторулевого, основанного на ПИД-законе, равны: $k_1 = 1$; ; $k_2 = 1,4$; $k_3 = 1,2$. Отклонение курса судна от заданного значения определяется выражением $\alpha(t) = 2\sin([7t - 17]^\circ)$ град. На момент времени $t = 47$ с перо руля отклонено на угол $14,5^\circ$ правого борта. Определить коэффициент k_7 .

Задача 135. Коэффициенты, определяющие работу авторулевого, основанного на ПИД-законе, равны: $k_1 = 1$; ; $k_2 = 8,0$; $k_3 = 0,4$; $k_7 = 1,4$. Отклонение курса судна от заданного значения определяется выражением $\alpha(t) = 7\sin([0,1t]^\circ)$ град. Определить момент времени, когда перекладка руля будет равна 4° правого борта во второй раз.

5.2. Показатели качества регулирования

При автоматическом виде управления могут быть два режима работы авторулевых: режим стабилизации курса и режим ввода градусных поправок.

Режим стабилизации курса является основным режимом работы авторулевых. Однако оценка качества работы для этого режима представляет определенные трудности ввиду сложного характера изменения гидродинамических характеристик корпуса и руля судна при различных условиях плавания.

Более просто оценку качества работы авторулевых можно выполнить для режима ввода градусных поправок по переходной характеристике, которую можно снять непосредственно с курсографа. Возможный вид переходной характеристики приведен на рис. 5.1. Основными показателями качества регулирования для

режима ввода градусных поправок являются время регулирования, перерегулирования, колебательность.

Временем регулирования t_p называется время, в течение которого, начиная с момента приложения воздействия к системе, отклонение регулируемой величины от ее заданного установившегося значения $h_{уст}$ будет больше наперед заданной величины ε . Таким образом, t_p определяет длительность переходных процессов или быстродействие системы. Для САР курса судна принимают обычно $t_p < 5 \text{ мин}$.

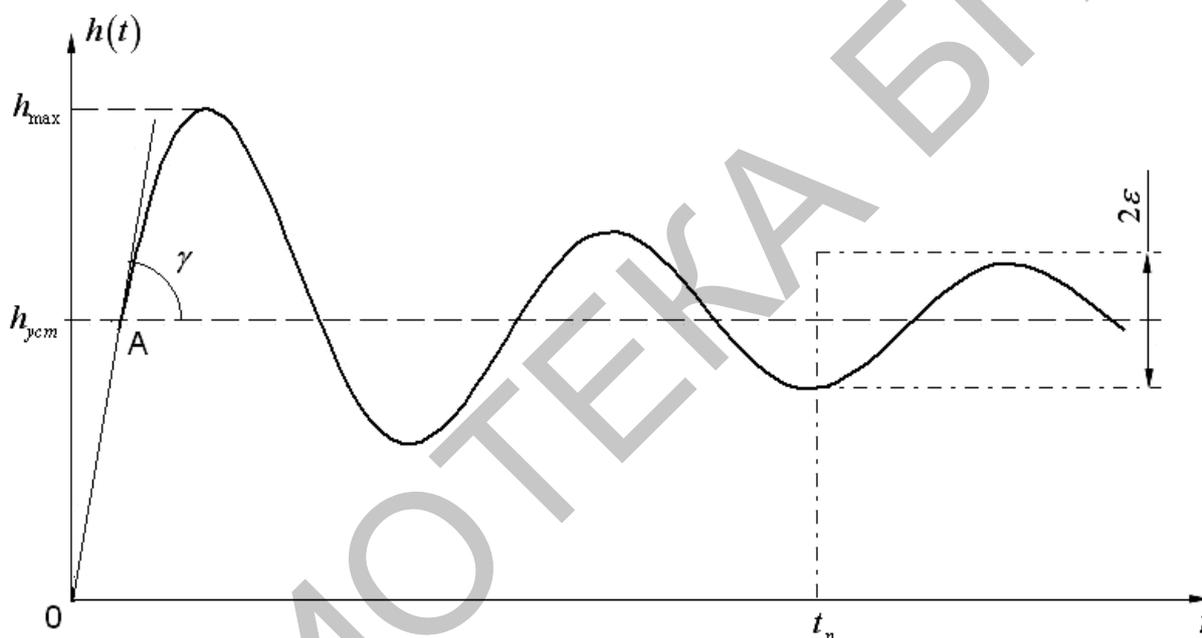


Рис. 5.1. Пример переходной характеристики

Перерегулирование (выброс) δ представляет собой первое максимальное отклонение регулируемой величины от установившегося значения, выраженное как по абсолютной величине $|\Delta h_{\max}|$, так и в процентах:

$$\delta = \left| \frac{\Delta h_{\max}}{h_{уст}} \right| \cdot 100 \% \quad (5.4)$$

На первый взгляд может показаться, что перерегулирование недопустимо. Однако это не так. Перерегулирование появляется вследствие того, что система подходит к новому установившему-

ся состоянию с определенной скоростью, которая графически отображается тангенсом угла в точке А. Чем больше эта скорость, тем дальше за новое установившееся состояние пройдет система по инерции. Значит для уменьшения δ нужно уменьшить γ , что приведет к увеличению t_p . Если система подойдет к новому установившемуся состоянию с нулевой скоростью, то перерегулирования вообще не будет, но значительно возрастет t_p . Таким образом, недопустимо как отсутствие, так и слишком большое перерегулирование. Оно должно лежать в пределах до 10 %.

Колебательность системы характеризуется числом полуколебаний за время t_p . Обычно число полуколебаний меньше или равно 3.

Пример 5.2

В результате кратковременного шквала судно, удерживаемое авторулевым на заданном курсе 77° , отклонилось от последнего более чем на 5° . На рис. 5.2 представлен переходной процесс возвращения судна на заданный курс (курсограмма). Считая процесс регулирования астатическим, принимая во внимание заданное значение точности $\varepsilon = 0,5^\circ$ удержания судна на курсе, оценить качество этого процесса, определив по рисункам: перерегулирование, колебательность и время регулирования.

Решение

1. По точке А графика (рис. 5.2) определяем курс судна в момент первого максимального отклонения регулируемой величины от установившегося значения: $K' = 75,2^\circ$, и вычисляем перерегулирование: $|\Delta h_{\max}| = 77^\circ - 75,2^\circ = 1,8^\circ$.

2. Проводим на графике две горизонтальные пунктирные линии, отстоящие от линии, соответствующей линии заданного курса 77° , на величину $\varepsilon = 0,5^\circ$ (рис. 5.2).

3. По последней точке пересечения пунктирной линии и курсограммы (точка В) определяем время регулирования: $t_p = 162$ с.

4. Подсчитываем количество полных полувольт (полуколебаний) за время регулирования и тем самым определяем, что колебательность системы равна 3.

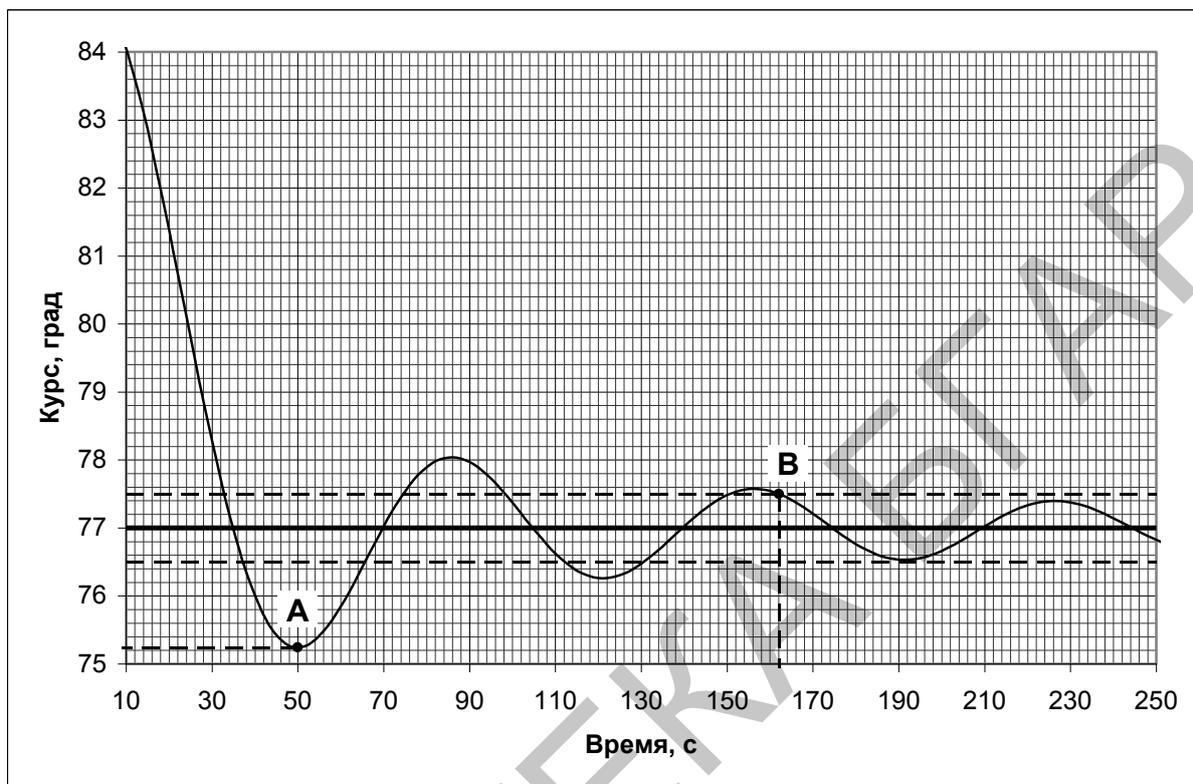
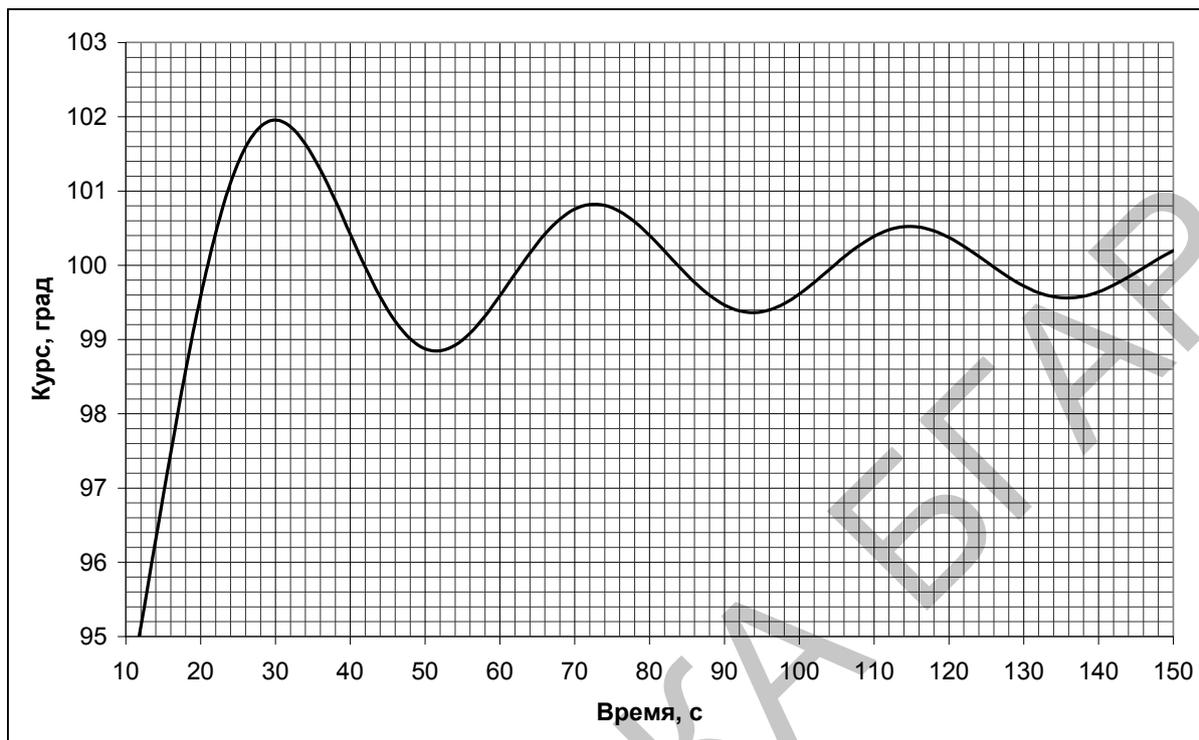


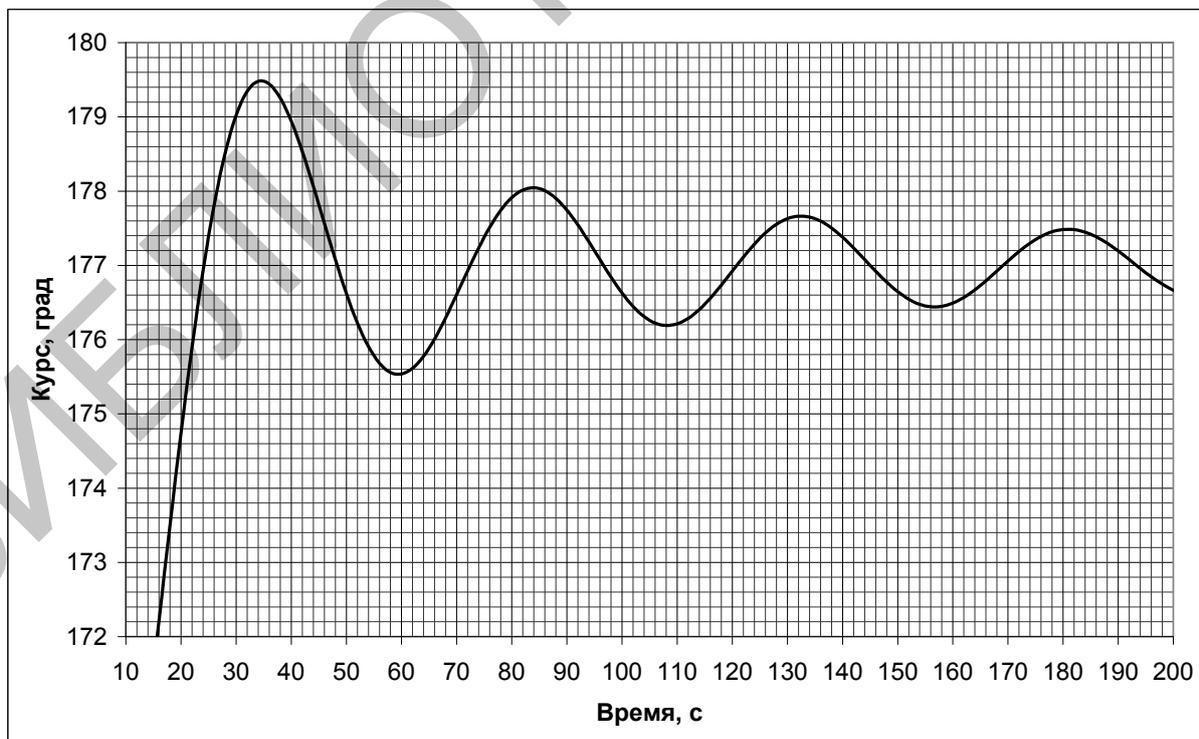
Рис. 5.2. Решение задачи

Задачах 136-145: в результате кратковременного шквала судно, удерживаемое авторулевым на заданном курсе, отклонилось от последнего более чем на 5° . На рисунках представлены переходные процессы возвращения судна на заданный курс. Считая процесс регулирования астатическим, принимая во внимание заданное значение точности ε удержания судна на курсе, оценить качество этого процесса, определив по рисункам: перерегулирование, колебательность и время регулирования.

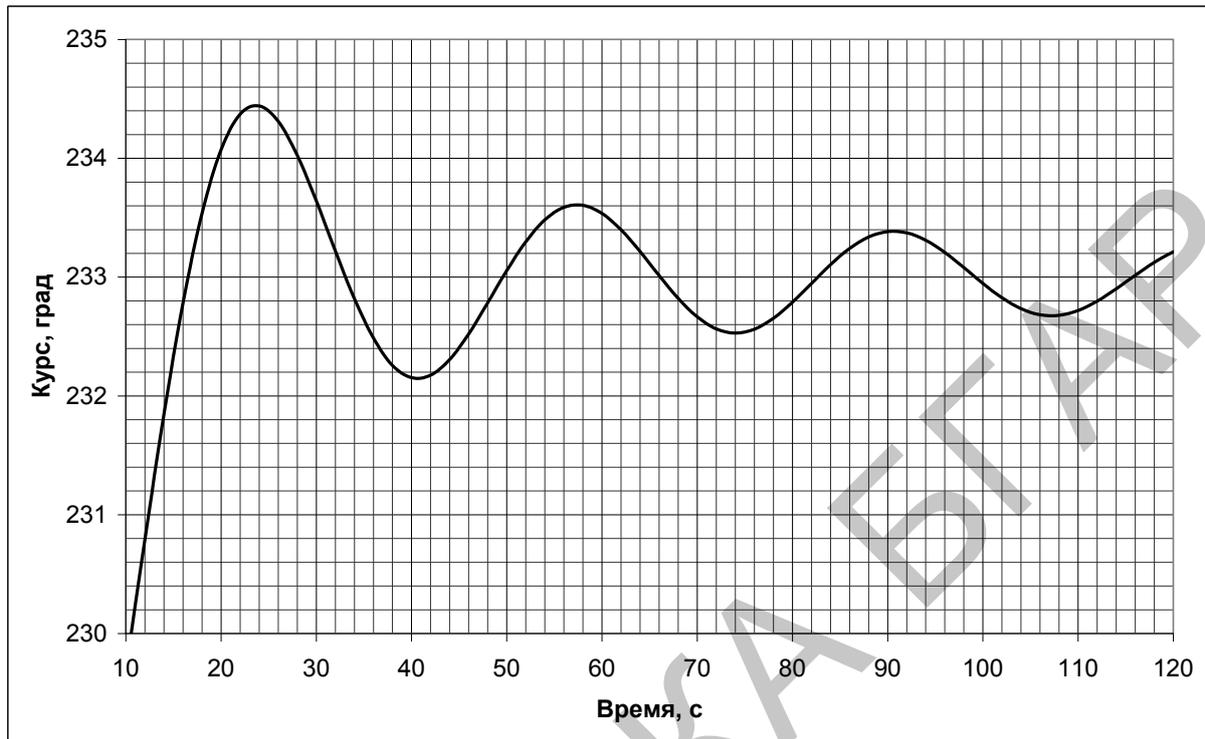
Задача 136. $K = 100^\circ$, $\varepsilon = 0,7^\circ$.



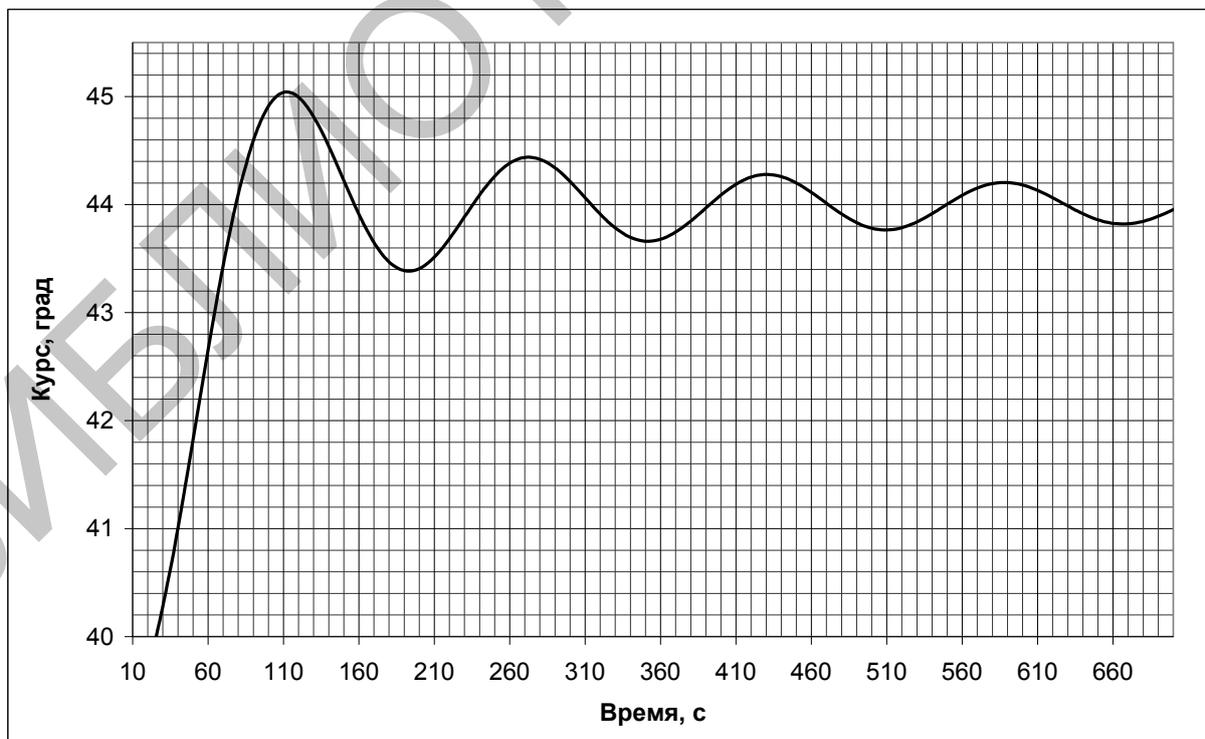
Задача 137. $K = 177^\circ$, $\varepsilon = 0,6^\circ$.



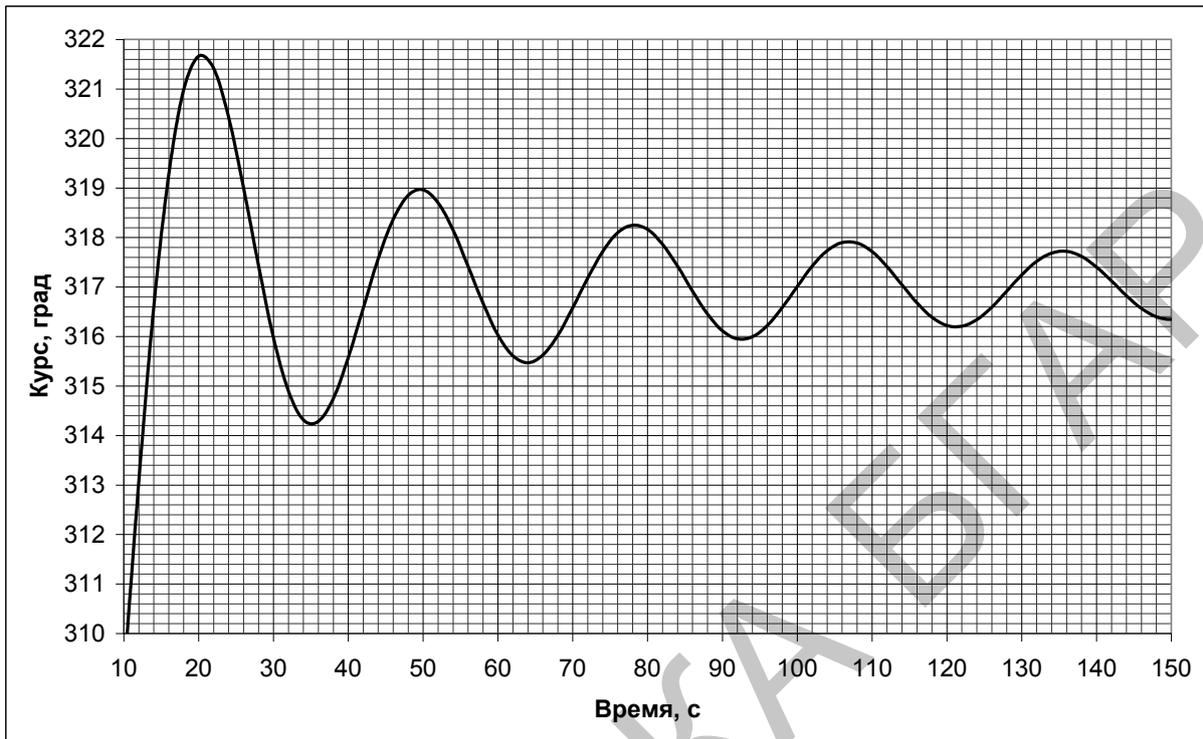
Задача 138. $K = 233^\circ$, $\varepsilon = 0,5^\circ$.



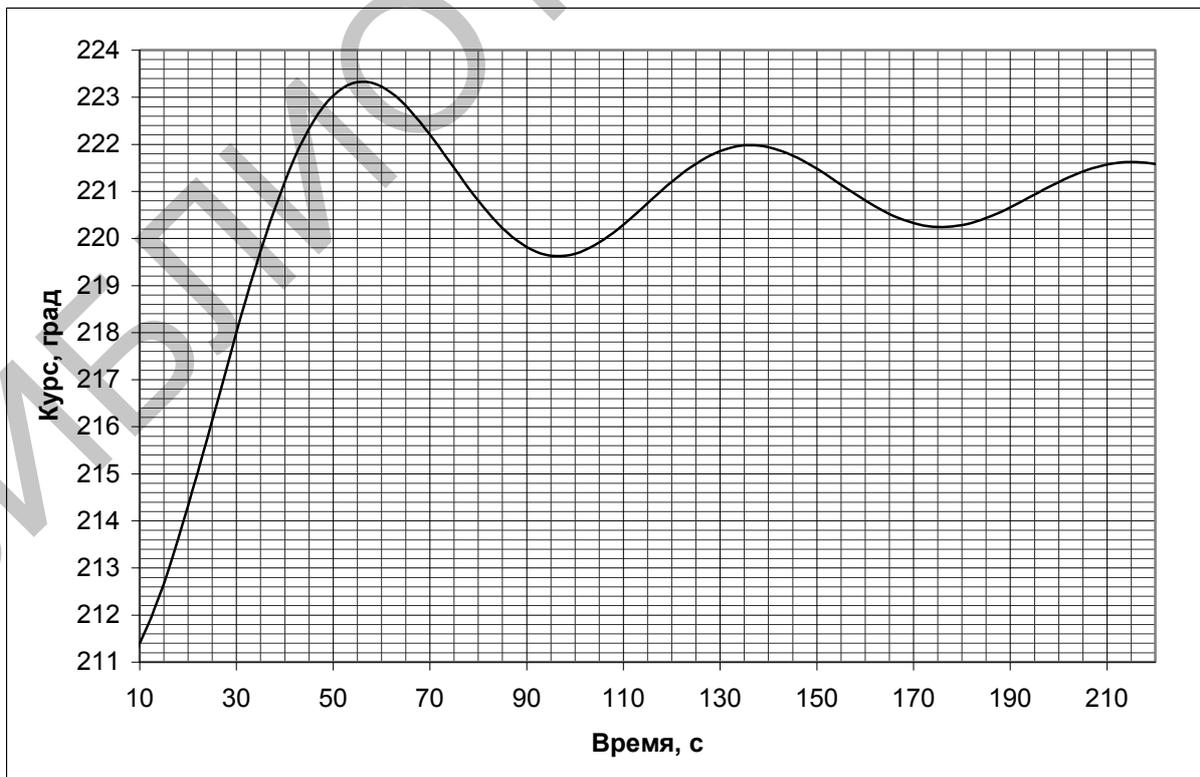
Задача 139. $K = 44^\circ$, $\varepsilon = 0,3^\circ$.



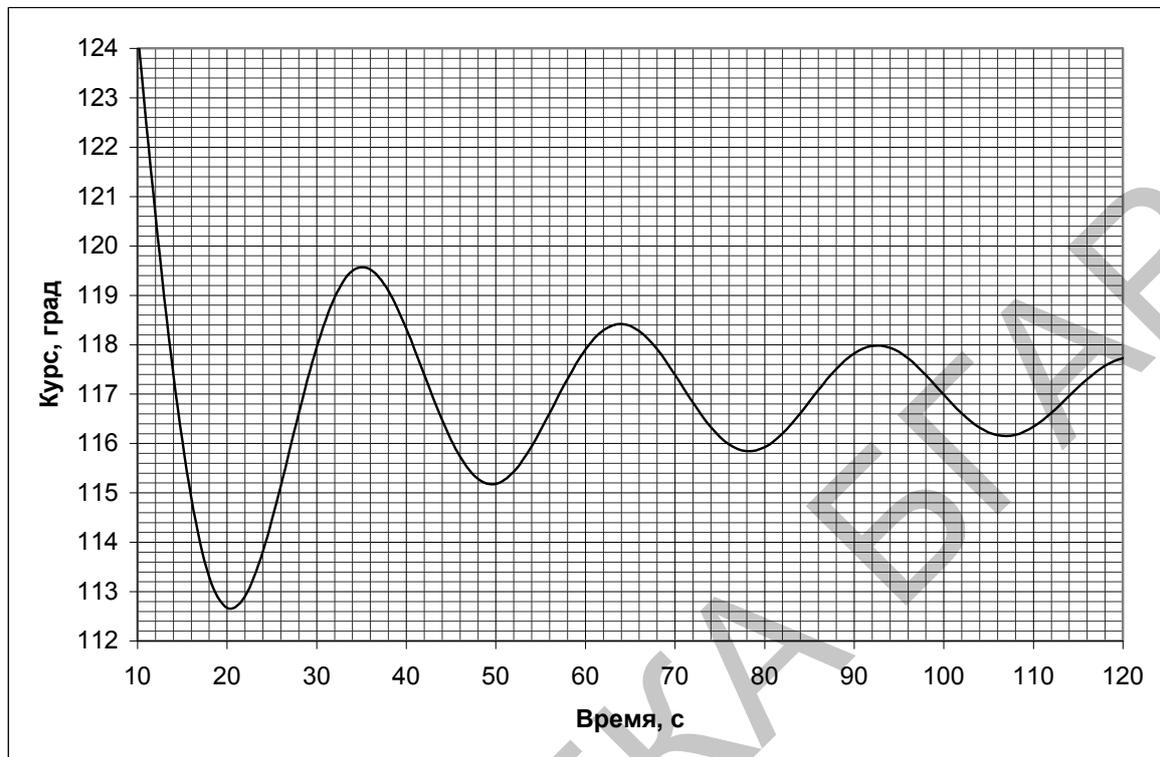
Задача 140. $K = 317^\circ$, $\varepsilon = 1,0^\circ$.



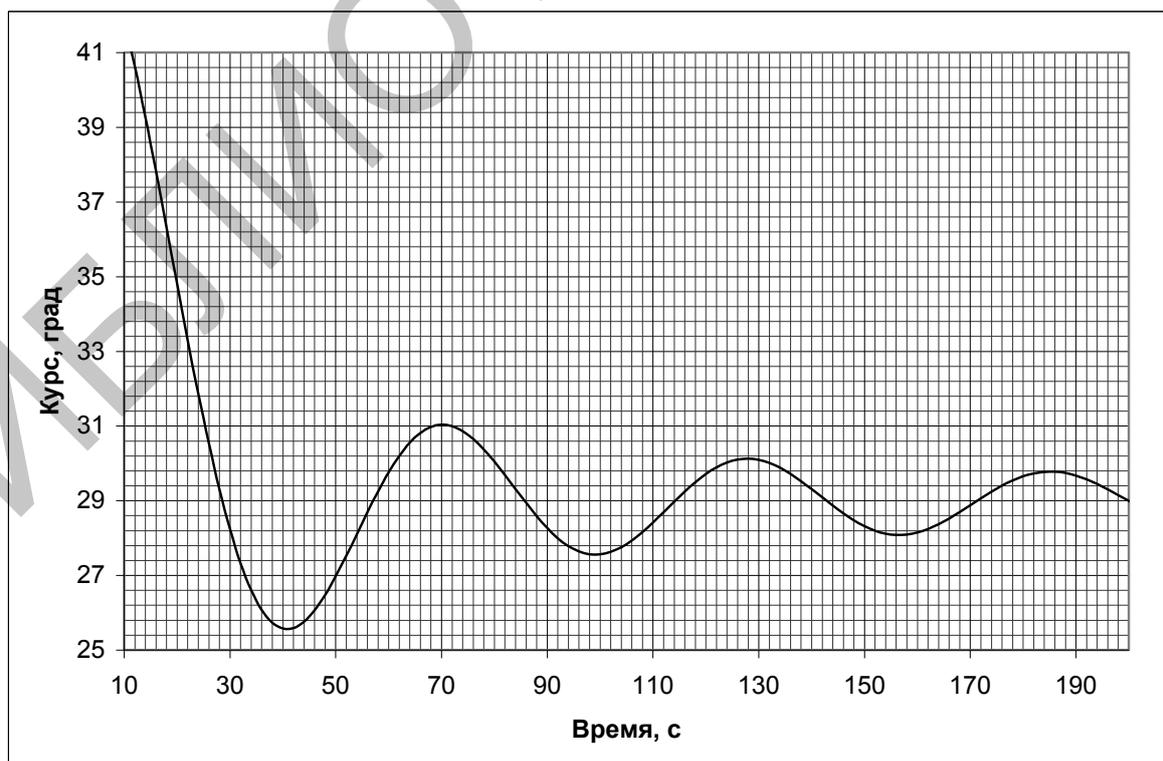
Задача 141. $K = 221^\circ$, $\varepsilon = 0,9^\circ$.



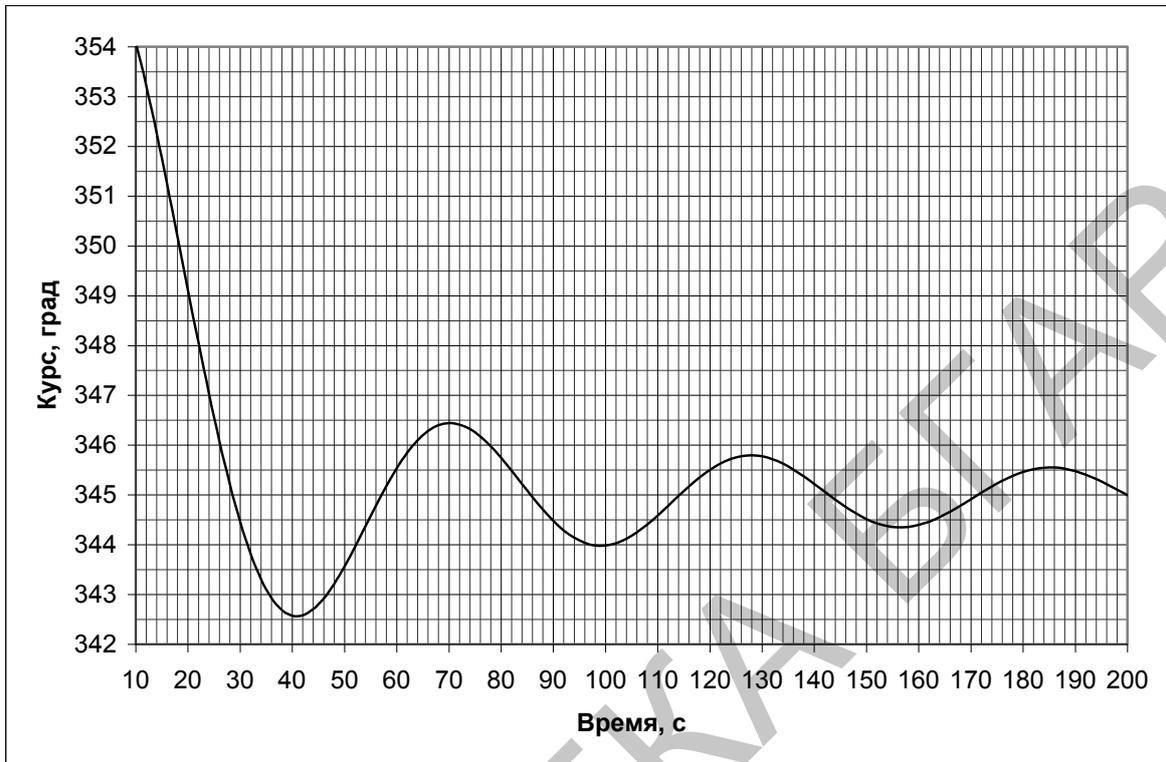
Задача 142. $K = 117^\circ$, $\varepsilon = 1,1^\circ$.



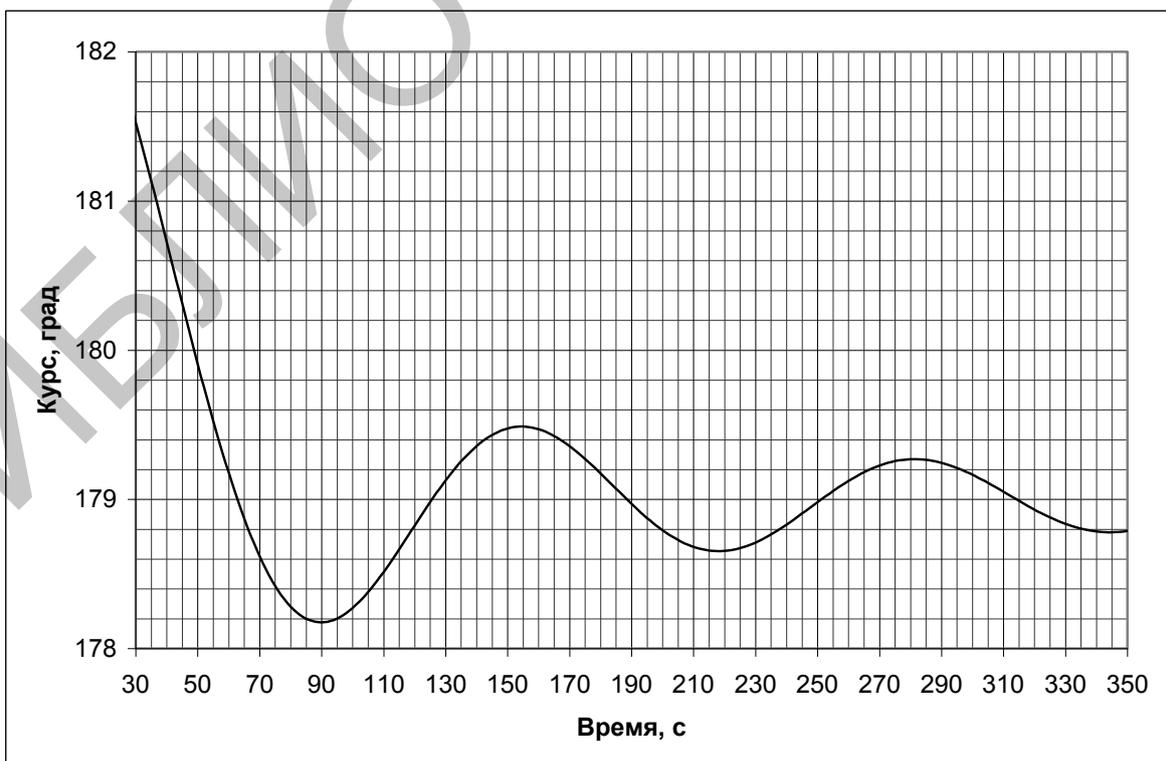
Задача 143. $K = 29^\circ$, $\varepsilon = 1,0^\circ$.



Задача 144. $K = 345^\circ$, $\varepsilon = 0,7^\circ$.



Задача 145. $K = 179^\circ$, $\varepsilon = 0,3^\circ$.



5.3 Критерии устойчивости

Под устойчивостью понимают способность системы возвращаться в исходное (первоначальное) положение под действием малых возмущений (определение Эйлера) [5].

Для оценки влияния параметров авторулевого на устойчивость и качество работы необходимо получить уравнение динамики системы или ее передаточную функцию. Для системы, схема которой изображена на рис. 5.3, передаточная функция будет иметь вид:

$$W = \frac{k_1 \cdot k_8 \cdot k + k_2 \cdot k_8 \cdot k \cdot P}{T_p \cdot T_c \cdot P^3 + (T_p + T_c) \cdot P^2 + (1 + k_2 \cdot k_8 \cdot k) \cdot P + k_1 \cdot k_8 \cdot k}. \quad (5.5)$$

В формуле (5.5) вследствие малости коэффициента k_3 не учтена интегральная составляющая.

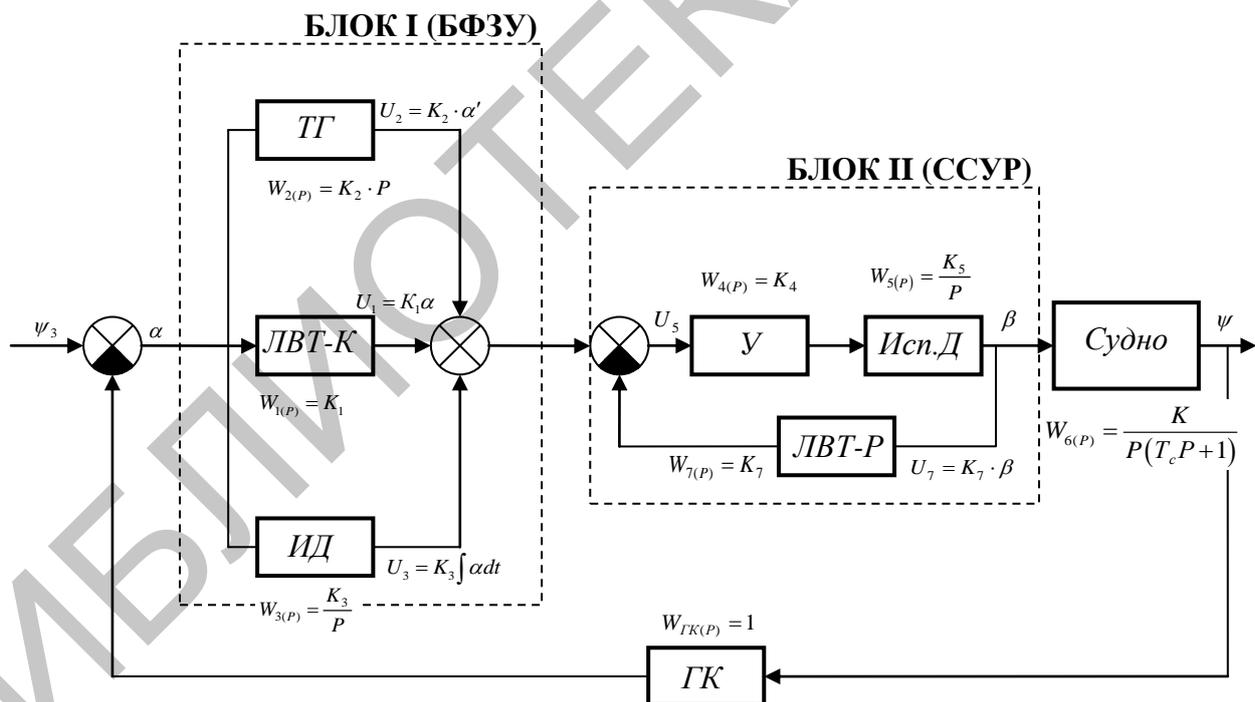


Рис. 5.3. Структурная схема системы регулирования курса авторулевого типа AP

Знаменатель передаточной функции замкнутой системы характеризует свободное ее движение, а числитель определяет влияние внешнего воздействия на поведение системы при вынужденном движении. Для оценки устойчивости системы достаточно рассмотреть корни характеристического уравнения, которые получаются путем приравнивания к нулю знаменателя передаточной функции W . Вводя новые обозначения, характеристическое уравнение запишем в виде:

$$a_3 P^3 + a_2 P^2 + a_1 P + a_0 = 0, \quad (5.6)$$

где

$$a_3 = T_p \cdot T_c = \frac{T_c}{k_4 \cdot k_5 \cdot k_7}; \quad (5.7)$$

$$a_2 = T_p + T_c = \frac{1}{k_4 \cdot k_5 \cdot k_7} + T_c; \quad (5.8)$$

$$a_1 = 1 + k_2 \cdot k_8 \cdot k = 1 + \frac{k_2 \cdot k}{k_7}; \quad (5.9)$$

$$a_0 = k_1 \cdot k_8 \cdot k = \frac{k_1 \cdot k}{k_7}. \quad (5.10)$$

Для оценки влияния параметров авторулевого на устойчивость и качество работы в теории автоматического регулирования используются косвенные оценки. Такие оценки получили названия критериев устойчивости. Наибольшее распространение в инженерной практике получили критерии Гурвица, Михайлова, Вышнеградского, Найквиста [2, 3, 17, 18].

5.3.1 Критерий Гурвица

Среди алгебраических методов (критериев) анализа устойчивости систем автоматического регулирования курса судна наиболее распространен метод Гурвица.

Исходная информация для использования этого метода заключена в коэффициентах характеристического уравнения объекта, устойчивость которого необходимо определить:

$$a_n P^n + a_{n-1} P^{n-1} + \dots + a_1 P + a_0 = 0. \quad (5.11)$$

Из этих коэффициентов составляется так называемая матрица Гурвица:

$$H = \begin{pmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_0 \end{pmatrix}. \quad (5.12)$$

Формируется матрица Гурвица следующим образом: в диагональ матрицы сверху вниз записываются последовательно коэффициенты $a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_0$. Затем от каждого члена диагонали вдоль строки вправо записываются коэффициенты с возрастанием на каждом шаге их номера на две единицы и влево с убыванием на две единицы. Если коэффициент с таким номером отсутствует, то вместо него записывается нуль.

Далее находится главный определитель Δ матрицы Гурвица и его диагональные миноры

$$\Delta_{n-1} = |a_{n-1}|; \quad \Delta_{n-2} = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix}; \quad \dots, \quad \Delta_0 = |H|. \quad (5.13)$$

Гурвиц доказал, что если при $a_n > 0$ положительны все определители (5.13), то система является устойчивой. Если хотя бы один определитель отрицателен, то система неустойчива.

Для системы с характеристическим уравнением третьего порядка критерий Гурвица звучит следующим образом: переходной процесс устойчив, если при положительных значениях всех коэффициентов произведение средних коэффициентов будет больше, чем произведение крайних [17]:

$$a_1 a_2 > a_0 a_3. \quad (5.14)$$

Пример 5.3

Коэффициенты k, k_2, k_7 , определяющие работу системы автоматического регулирования курса судна, постоянная T_c времени судна и постоянная T_p времени регулятора имеют следующие значения: $k = 0,06, k_2 = 4,0, k_7 = 0,3, T_c = 55$ с, $T_p = 3$ с. Исполь-

зуя критерий Гурвица, определить устойчивость системы автоматического регулирования курса судна. Принять $k_1 = 1,0$.

Решение

1. По формулам (5.7)-(5.10) определяем коэффициенты характеристического уравнения:

$$a_3 = 3 \cdot 55 = 165;$$

$$a_2 = 3 + 55 = 58;$$

$$a_1 = 1 + \frac{4,0 \cdot 0,06}{0,3} = 1,8;$$

$$a_0 = \frac{1,0 \cdot 0,06}{0,3} = 0,2.$$

2. Вычисляем произведение средних коэффициентов:

$$a_1 a_2 = 1,8 \cdot 58 = 104,4.$$

3. Вычисляем произведение крайних коэффициентов:

$$a_0 a_3 = 1,8 \cdot 58 = 0,2 \cdot 165 = 33.$$

4. В итоге получаем, что $a_1 a_2 = 104,4 > a_0 a_3 = 33$. Следовательно, исследуемая система устойчива.

В задачах **146-155** заданы коэффициенты k , k_2 , k_7 , определяющие работу системы автоматического регулирования курса судна, постоянная T_c времени судна и постоянная T_p времени регулятора. Используя критерий Гурвица, определить устойчивость системы. В случае если система окажется неустойчивой, подобрать новые значения коэффициентов k_2 и k_7 , для которых система будет устойчива. Для проверки использовать тот же критерий. Принять $k_1 = 1,0$.

Задача 146. $k = 0,08$, $k_2 = 8,0$, $k_7 = 0,3$, $T_c = 40$ с, $T_p = 3$ с.

Задача 147. $k = 0,07$, $k_2 = 0,5$, $k_7 = 0,2$, $T_c = 24$ с, $T_p = 4$ с.

Задача 148. $k = 0,07$, $k_2 = 0,6$, $k_7 = 0,2$, $T_c = 31$ с, $T_p = 5$ с.

Задача 149. $k = 0,08$, $k_2 = 0,9$, $k_7 = 0,2$, $T_c = 80$ с, $T_p = 5$ с.

Задача 150. $k = 0,05$, $k_2 = 4,9$, $k_7 = 0,4$, $T_c = 63$ с, $T_p = 3$ с.

Задача 151. $k = 0,06$, $k_2 = 11,8$, $k_7 = 0,5$, $T_c = 54$ с, $T_p = 4$ с.

Задача 152. $k = 0,05$, $k_2 = 14,5$, $k_7 = 1,4$, $T_c = 71$ с, $T_p = 3$ с.

Задача 153. $k = 0,04$, $k_2 = 17,7$, $k_7 = 1,6$, $T_c = 67$ с, $T_p = 4$ с.

Задача 154. $k = 0,08$, $k_2 = 5,4$, $k_7 = 1,0$, $T_c = 33$ с, $T_p = 3$ с.

Задача 155. $k = 0,08$, $k_2 = 2,1$, $k_7 = 0,2$, $T_c = 70$ с, $T_p = 6$ с.

5.3.2 Критерий Рауса

Критерий устойчивости Рауса – один из методов анализа линейной стационарной динамической системы на устойчивость. Наряду с критерием Гурвица, который часто называют критерием Рауса-Гурвица, является представителем семейства алгебраических критериев устойчивости [15].

Как и критерий Гурвица критерий Рауса основан на обработке коэффициентов характеристического уравнения (5.6) и представляет собой алгоритм, в процессе выполнения которого заполняется специальная таблица. Правила заполнения таблицы заключаются в следующем (табл. 5.1) [15]:

– в первой строке таблицы записываются коэффициенты характеристического уравнения, начиная с коэффициента с максимальным индексом в порядке убывания индексов через один (считается, что индекс равен показателю степени);

– во второй строке таблицы записываются также в порядке убывания и через одного остальные коэффициенты характеристического уравнения;

– остальные элементы таблицы определяются по формуле:

$$c_{p,k} = c_{p-2,k+1} - r_p c_{p-1,k+1}, \quad (5.15)$$

где

$$r_p = \frac{c_{p,k-2}}{c_{p,k-1}}. \quad (5.16)$$

Очевидно, что число строк таблицы Рауса на единицу больше порядка характеристического уравнения.

Критерий устойчивости Рауса формулируется следующим образом: для устойчивости системы необходимо и достаточно,

чтобы коэффициенты первого столбца таблицы 5.1 были одного знака. Если это не выполняется, то система неустойчива.

Таблица 5.1

-	$c_{1,1} = a_n$	$c_{1,2} = a_{n-2}$...
-	$c_{2,1} = a_{n-1}$	$c_{2,2} = a_{n-3}$...
$r_3 = c_{1,1}/c_{2,1}$	$c_{3,1} = c_{1,2} - r_3 c_{2,2}$	$c_{3,2} = c_{1,3} - r_3 c_{2,3}$...
$r_4 = c_{2,1}/c_{3,1}$	$c_{4,1} = c_{2,2} - r_4 c_{3,2}$	$c_{4,2} = c_{2,3} - r_4 c_{3,3}$...
...

Пример 5.4

По данным примера 5.3, используя критерий Рауса, определить устойчивость системы автоматического регулирования курса судна.

Решение

1. По аналогии с табл. 5.1 составляем расчетную табл. 5.2, куда по указанным выше правилам записываем коэффициенты характеристического уравнения, рассчитанные в примере 5.3.

Таблица 5.2

-	165	1,8
-	58	0,2
$r_3 = c_{1,1}/c_{2,1}$	1,23	0
$r_4 = c_{2,1}/c_{3,1}$	0,2	0

2. По формуле (5.6) определяем коэффициент r_3 :

$$r_3 = 165/58 = 2,84$$

и записываем его в табл. 5.2.

3. По формуле (5.15) рассчитываем элементы третьей строки:

$$c_{3,1} = 1,8 - 2,84 \cdot 0,2 = 1,23;$$

$$c_{3,2} = 0 - 2,84 \cdot 0 = 0$$

и записываем его в табл. 5.2. Если какой-то элемент таблицы или коэффициент характеристического уравнения отсутствует, как, например, коэффициент $c_{3,2}$, то принимаем его равным нулю).

4. По формуле (5.16) определяем коэффициент r_4 :

$$r_4 = 58/1,23 = 47,1$$

и записываем его в табл. 5.2.

5. Рассчитываем элемент первого столбца четвертой строки:

$$c_{4,1} = 0,2 - 47,1 \cdot 0 = 0,2,$$

и записываем его в табл. 5.2.

Очевидно, что рассчитывать элемент второго столбца этой строки нет необходимости, он равен нулю.

6. По заполненной табл. 5.2, где все элементы первого столбца положительны, делаем вывод, что исследуемая система автоматического регулирования судна устойчива.

В задачах 156-165 по исходным данным задач 146-155 определить устойчивость системы автоматического регулирования курса судна, используя критерий Рауса. В случае если система окажется неустойчивой, подобрать новые значения коэффициентов k_2 и k_7 , при которых система будет устойчива. Для проверки использовать тот же критерий.

5.3.3 Критерий Вышнеградского

Вышнеградским был сформулирован критерий устойчивости для системы регулирования, описываемой линейным дифференциальным уравнением третьего порядка, на основе которого построена диаграмма Вышнеградского (рис. 5.4) [2].

Диаграмма позволяет судить не только о характере переходных процессов, но и наглядно видеть влияние параметров системы на ее динамические свойства.

Диаграмма Вышнеградского строится в плоскости безразмерных параметров A и B (параметры Вышнеградского), связанных с коэффициентами характеристического уравнения. Применительно к уравнению (5.6) запишем параметры Вышнеградского в общем виде и в развернутой форме:

$$A = \frac{a_2}{\sqrt[3]{a_0 \cdot a_3^2}} = \frac{T_p + T_c}{\sqrt[3]{\left(\frac{k_1 \cdot k}{k_7}\right) \cdot (T_p \cdot T_c)^2}}; \quad (5.17)$$

$$B = \frac{a_1}{\sqrt[3]{a_3 \cdot a_0^2}} = \frac{1 + k_2 \cdot k_8 \cdot k}{\sqrt[3]{(T_p \cdot T_c) \cdot (k_1 \cdot k_8 \cdot k)^2}}. \quad (5.18)$$

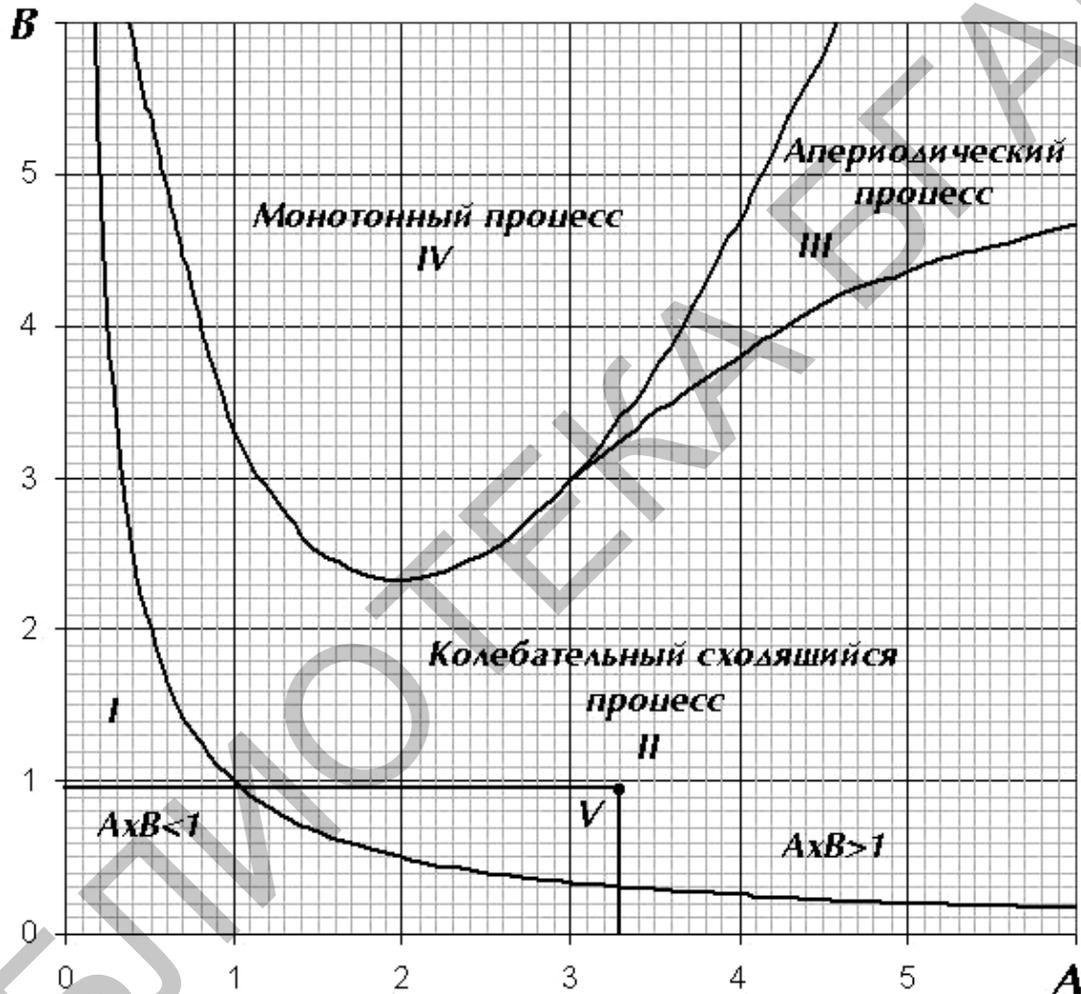


Рис. 5.4. Диаграмма Вышнеградского

Критерий Вышнеградского формулируется следующим образом: если произведение параметров A и B больше единицы ($A \cdot B > 1$) при $A > 0$ и $B > 0$, то система третьего порядка устойчива, в случае ($A \cdot B < 1$) – система неустойчива.

Равносторонняя гипербола, определяемая уравнением $A \cdot B = 1$, делит диаграмму на область устойчивых и неустойчи-

вых свободных движений системы регулирования, обозначенных соответственно как области II (с подобластями III и IV) и I.

Вычислив значения параметров A и B с помощью диаграммы Вышнеградского можно определить, является ли движение судна устойчивым, а в зоне устойчивости – является ли движение периодическим затухающим (область II), аperiodическим (подобласть III) или монотонно убывающим (подобласть IV). С помощью диаграммы можно также решить обратную задачу: определить необходимые значения параметров регулятора для обеспечения заданного характера переходных процессов при известных характеристиках управляемости судна k и T_c .

По существу, задача выбора коэффициентов авторулевого сводится к тому, чтобы задаваясь значениями параметров Вышнеградского A и B определить значения коэффициентов k_2 и k_7 по следующим выражениям:

$$k_7 = \frac{A^3 \cdot (T_p \cdot T_c)^2 \cdot k_1 \cdot k}{(T_p + T_c)^3}; \quad (5.19)$$

$$k_2 = B \cdot \sqrt[3]{\frac{T_c T_p k_1^2 k_7}{k}} - \frac{k_7}{k}. \quad (5.20)$$

Наиболее целесообразно выбирать параметры Вышнеградского на границе подобластей III и IV с областью II. Расположение точки в самих подобластях III и IV нежелательно, так как это может привести к ухудшению быстродействия системы.

При определении значений коэффициентов необходимо учитывать их следующие допустимые пределы изменения: $k_7 = 0,2 \div 0,7$; $k_2 = 0 \div 25$.

Пример 5.5

По данным примера 5.3, используя критерий Вышнеградского, определить:

– устойчивость системы автоматического регулирования курса судна;

- если система устойчива – характер движения судна;
- если система неустойчива – новые значения коэффициентов k_2 и k_7 , при которых система будет устойчива.

Решение

1. По формулам (5.17) и (5.18) определяем параметры Вышнеградского, используя рассчитанные в примере 5.3 коэффициенты характеристического уравнения:

$$A = \frac{58}{\sqrt[3]{0,2 \cdot 165^2}} = 3,30; \quad B = \frac{1,98}{\sqrt[3]{0,2^2 \cdot 165}} = 0,96.$$

2. Используя параметры Вышнеградского в качестве координат, находим на диаграмме точку V , соответствующую этим параметрам (рис. 5.4), и по ее положению на диаграмме определяем, что система является устойчивой, а движение судна представляет собой колебательный сходящийся процесс.

В задачах 166-175 по исходным данным задач 146-155, используя критерий Вышнеградского, определить:

- устойчивость системы автоматического регулирования курса судна;
- если система устойчива – характер движения судна;
- если система неустойчива – новые значения коэффициентов k_2 и k_7 , при которых система будет устойчива.

5.3.4 Критерий Михайлова

Как и при использовании критерия Гурвица исходной информацией для использования критерия Михайлова является характеристическое уравнение исследуемой системы (5.11). Здесь применяется геометрическая иллюстрация траектории движения конца вектора Михайлова – годограф Михайлова [8].

На основе характеристического уравнения замкнутой системы (5.11) вводится на рассмотрение некоторая функция комплексного переменного, полученная заменой $P = i\omega$:

$$H(i\omega) = a_n (i\omega)^n + a_{n-1} (i\omega)^{n-1} + \dots + a_1 (i\omega) + a_0. \quad (5.21)$$

Функцию (5.21) можно представить в виде:

$$H(i\omega) = \operatorname{Re}(i\omega) + \operatorname{Im}(i\omega). \quad (5.22)$$

На комплексной плоскости вектор $H(i\omega)$ опишет при изменении ω от 0 до ∞ кривую – годограф Михайлова.

Для устойчивой системы управления n -го порядка необходимо и достаточно, чтобы годограф Михайлова при изменении ω от 0 до ∞ , начиная с вещественной положительной полуоси, проходил против часовой стрелки последовательно через n квадрантов.

Если годограф начинается в нулевой точке комплексной плоскости или проходит через эту точку при определенной частоте, то система считается нейтральной. В этом случае $\operatorname{Re}(i\omega) = 0$ и $\operatorname{Im}(i\omega) = 0$.

Из этих уравнений можно определить значения параметров, при которых система находится на границе устойчивости (критические значения) [20].

Пример 5.6

По данным примера 5.3, используя критерий Михайлова, определить устойчивость системы автоматического регулирования курса судна.

Решение

1. В характеристическом уравнении (5.6) сделаем замену $P = i\omega$ и получим функцию вида (5.21):

$$H(i\omega) = a_3(i\omega)^3 + a_2(i\omega)^2 + a_1(i\omega) + a_0.$$

2. Приведем функцию (5.23) к виду (5.22)¹:

$$H(i\omega) = (a_0 - a_2\omega^2) + i(a_1\omega - a_3\omega^3). \quad (5.23)$$

3. Используя значения коэффициентов характеристического уравнения, определенные в примере 5.3, уравнение (5.23) рассчитаем по точкам или при помощи программных средств и строим годограф Михайлова (рис. 5.5).

4. По рис. 5.5 определяем, что годограф Михайлова последовательно проходит первый, второй и третий квадранты комплексной плоскости, при этом в третьем квадранте он стремится к бесконечности. Таким образом, можно сделать вывод, что ис-

¹ Курсантам предлагается это сделать самостоятельно

следуемая система, имеющая характеристическое уравнение (5.6) третьего порядка, устойчива.

Пример 5.7

Коэффициенты k , k_2 , k_7 , определяющие работу системы автоматического регулирования курса судна, постоянная T_c времени судна и постоянная T_p времени регулятора имеют следующие значения: $k = 0,07$; $k_2 = 1,7$; $k_7 = 0,2$; $T_c = 48$ с; $T_p = 6$ с.

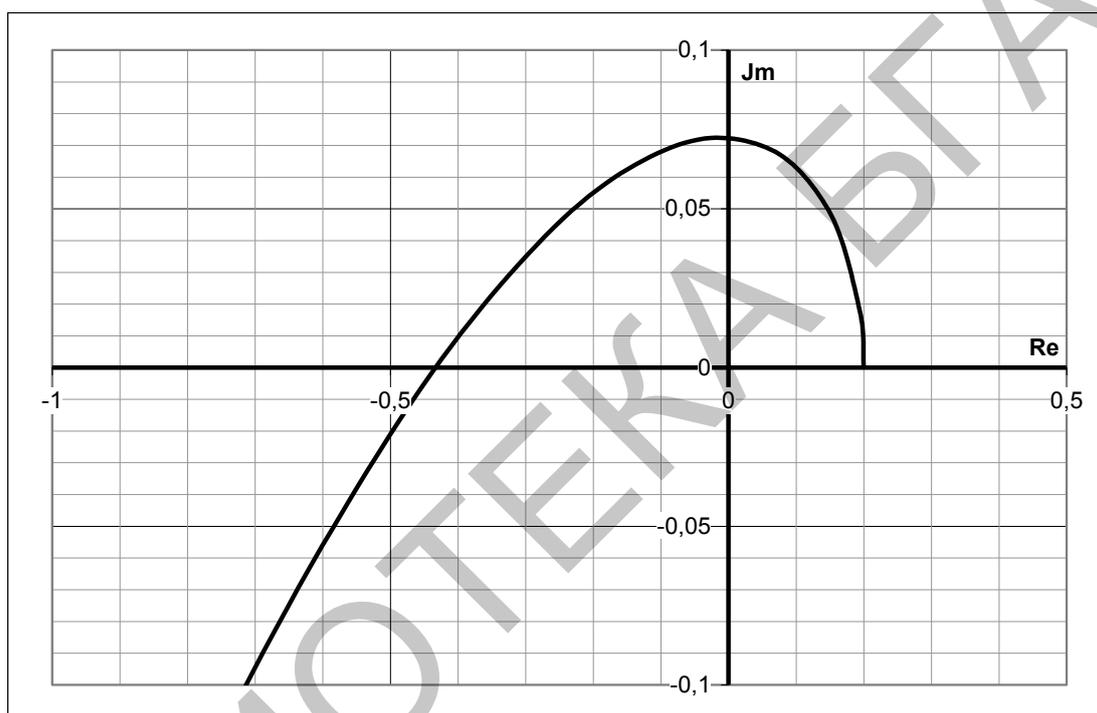


Рис. 5.5. Годограф Михайлова для устойчивой САР курса судна

Используя критерий Михайлова, определить устойчивость системы автоматического регулирования курса судна. Принять $k_1 = 1,0$.

Решение

1. По формулам (5.7)-(5.10) аналогично п.1 примера 5.3 определяем коэффициенты характеристического уравнения:

$$a_3 = 288; a_2 = 54; a_1 = 1,60; a_0 = 0,35.$$

Тогда уравнение годографа Михайлова примет вид:

$$H(i\omega) = (0,35 - 54\omega^2) + i(1,60\omega - 288\omega^3).$$

Используя это уравнение, строим годограф (рис. 5.6) и определяем, что он последовательно проходит первый, четвертый и третий квадранты комплексной плоскости. Таким образом, можно сделать вывод, что исследуемая система не устойчива.

В задачах 176-185 по исходным данным задач 146-155 определить устойчивость системы автоматического регулирования курса судна, используя критерий Михайлова. В случае если система окажется неустойчивой, подобрать новые значения коэффициентов k_2 и k_7 , для которых система будет устойчива. Для проверки использовать тот же критерий.

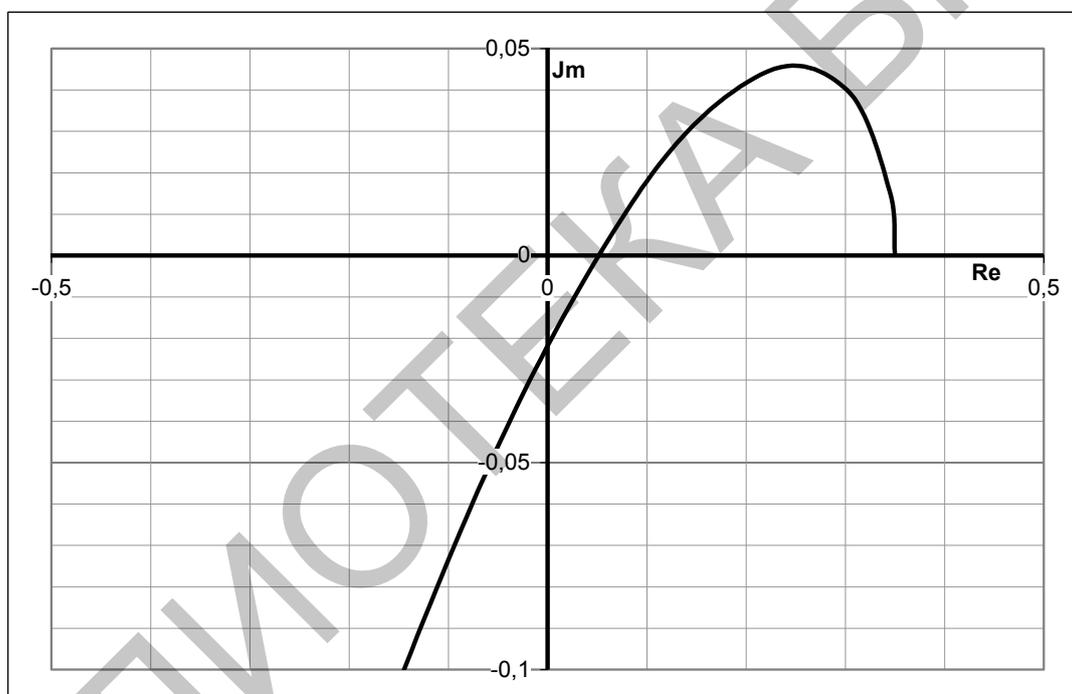


Рис. 5.6. Годограф Михайлова для неустойчивой САР курса судна

5.3.5 Критерий Найквиста

Критерий Найквиста – частотный критерий, позволяющий по виду амплитудно-фазовой частотной характеристики (АФЧХ) разомкнутой системы оценить устойчивость работы замкнутой системы.

При использовании этого критерия условие устойчивости замкнутой САР сводится к требованию, чтобы АФЧХ при увеличении частоты от 0 до $+\infty$ разомкнутой системы, находящейся в устойчивом состоянии, не охватывало бы точку $(-1; i \cdot 0)$.

Пример 5.8

По данным примера 5.3, используя критерий Найквиста, определить устойчивость системы автоматического регулирования курса судна.

Решение

1. Запишем передаточную функцию разомкнутой САР курса судна, представленной на рис. 5.3. и преобразуем ее к виду (5.22) – отдельно мнимую и действительную часть, все также пренебрегая интегральной составляющей:

$$W(P) = \frac{k_8 k (k_1 + k_2 P)}{T_p T_c P^3 + (T_p + T_c) P^2 + P}; \quad (5.24)$$

$$\operatorname{Re}(i\omega) = -\frac{k_8 k [k_2 (T_p T_c \omega^2 - 1) + k_1 (T_p + T_c)]}{(1 - T_p T_c \omega^2)^2 + (T_p + T_c)^2 \omega^2}; \quad (5.25)$$

$$\operatorname{Im}(i\omega) = -\frac{k_8 k [k_1 (1 - T_p T_c \omega^2) + k_2 (T_p + T_c) \omega^2]}{(1 - T_p T_c \omega^2)^2 \omega + (T_p + T_c)^2 \omega^3}. \quad (5.26)$$

При решении задач предлагается самостоятельно получить выражения (5.24)-(5.26).

2. Используя выражения (5.25) и (5.26), на комплексной плоскости построим АФЧХ разомкнутой САР курса судна (рис. 5.7, использованы программные средства MS Excel) для заданных исходных данных, изменяя значение ω от 0 до $+\infty$. В итоге получаем, что кривая не охватывает точку $(-1; i \cdot 0)$. Следовательно, исследуемая замкнутая САР курса судна устойчива.

Пример 5.9

По данным примера 5.7, используя критерий Найквиста, определить устойчивость системы автоматического регулирования курса судна.

Решение

Построим АФЧХ разомкнутой САР курса судна аналогично тому, как это было сделано в предыдущем примере, при этом используя исходные данные примера 5.7 (рис. 5.8).

Анализируя вид кривой, которая охватывает точку $(-1; i \cdot 0)$, делаем вывод, что исследуемая САР курса судна не устойчива.

В задачах **186-195** по исходным данным задач 146-155 определить устойчивость системы автоматического регулирования курса судна, используя критерий Найквиста.

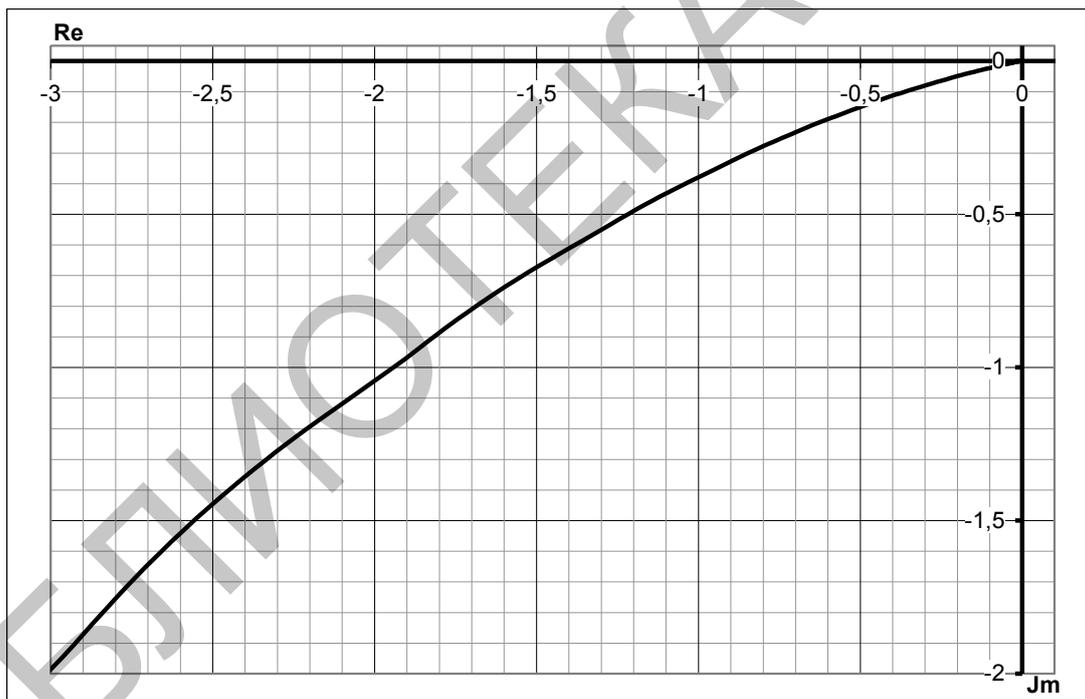


Рис. 5.7. Амплитудно-фазовая частотная характеристика разомкнутой САР курса судна для устойчивой замкнутой САР

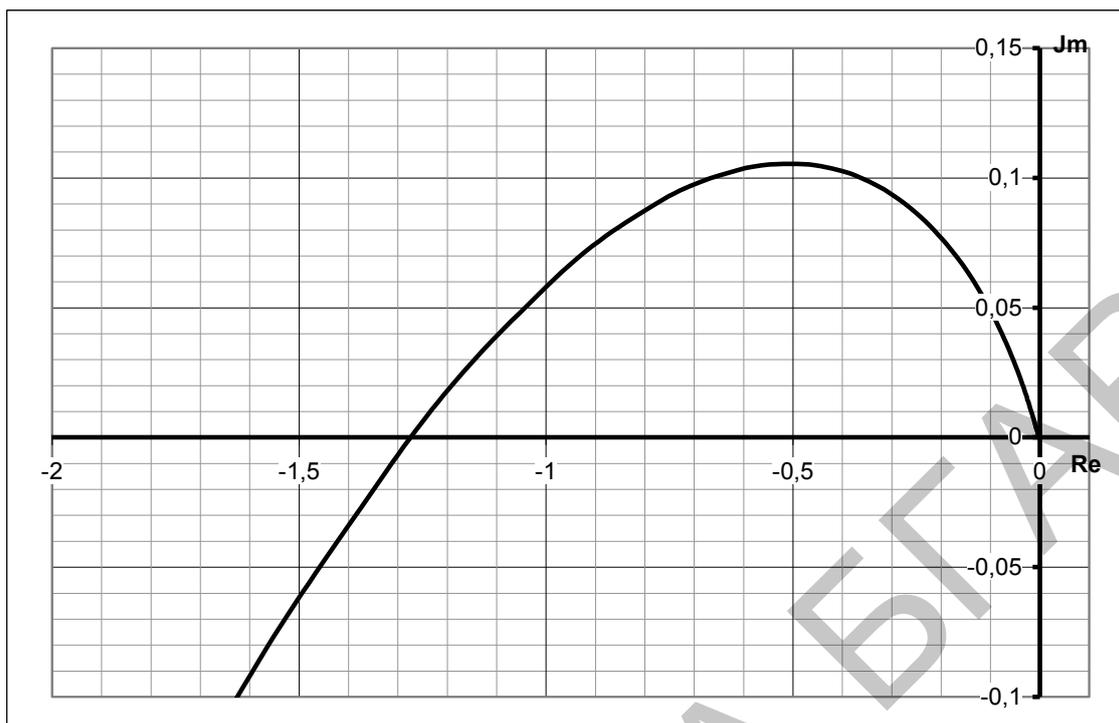


Рис. 5.8. Амплитудно-фазовая частотная характеристика разомкнутой САР курса судна для неустойчивой замкнутой САР

В случае если система окажется неустойчивой, подобрать новые значения коэффициентов k_2 и k_7 , для которых система будет устойчива. Для проверки использовать тот же критерий.

6. Автоматизация вычисления координат места судна

Для определения места судна в море в зависимости от используемых навигационных систем измеряются различные навигационные параметры (углы, расстояния, разности расстояний и др.), которые позволяют получить обсервованные координаты места судна. Каждому из навигационных параметров соответствует изолиния вполне определенного вида. Для получения обсервованных координат места судна необходимо иметь, по крайней мере, две изолинии, точка пересечения которых даст искомое место. Аналитически это соответствует нахождению корней системы двух уравнений изолинии. Решение этой задачи довольно сложно и еще более затрудняется, если для повышения точности используются избыточные измерения. Однако, если известно приближенное счислимое место судна (что, как правило, и бывает), мы можем короткий отрезок изолинии за малостью ее кривизны заменить в районе приближенного места судна отрезком прямой, называемой линией положения. Аналитически это соответствует разложению в ряд Тейлора с сохранением членов первого порядка малости. Тогда задача сводится к решению системы линейных уравнений.

Допустим, результату измерения навигационного параметра соответствует изолиния, уравнение которой в географической системе координат имеет вид:

$$u = f(\varphi; \lambda).$$

Разложим уравнение в ряд Тейлора, используя счислимые координаты [11]:

$$u = f(\varphi_c; \lambda_c) + \left(\frac{\partial f}{\partial \varphi} \right)_c \Delta\varphi + \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda} \right)_c \omega.$$

Обозначив

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \varphi} \right)_c = a; \quad \left(\frac{\partial f}{\partial \lambda} \right)_c \frac{1}{\cos \varphi_c} = b; \quad u - f(\varphi_c; \lambda_c) = l,$$

получим уравнение линии положения, заменяющей изолинию в районе счислимого места [21]:

$$a\Delta\varphi + b\omega - l = 0,$$

где ω – отстояние.

Тогда при отсутствии избыточных измерений приращения к счислимым координатам находятся из системы двух уравнений линий положения, соответствующих двум измерениям навигационных параметров [11]:

$$\begin{aligned} a_1 \Delta \varphi + b_1 \omega - l_1 &= 0; \\ a_2 \Delta \varphi + b_2 \omega - l_2 &= 0, \end{aligned}$$

откуда

$$\Delta \varphi = \frac{b_2 l_1 - b_1 l_2}{\Delta}; \quad \omega = \frac{a_1 l_2 - a_2 l_1}{\Delta}, \quad (6.1)$$

где $\Delta = a_1 b_2 - b_1 a_2$.

Географические координаты искомого места определяются по формулам [21]:

$$\varphi_0 = \varphi_c + \Delta \varphi; \quad \lambda_0 = \lambda_c + \Delta \lambda = \lambda_c + \omega \operatorname{sech} \varphi_c. \quad (6.2)$$

Коэффициенты a_i и b_i можно получить двумя путями: модуль градиента линии положения умножается на $\cos \tau$ или $\sin \tau$ (τ – направление переноса) [1; 26]:

$$a_i = g_i \cos \tau_i; \quad b_i = g_i \sin \tau_i$$

или непосредственно из уравнения (6.1).

$$a_i = \frac{\partial f_i}{\partial \varphi}; \quad b_i = \frac{\partial f_i}{\partial \lambda}.$$

Свободный член всегда равен:

$$l_i = u_{0i} - u_{ci},$$

где u_0 – измеренное значение навигационного параметра,

u_c – счислимое значение навигационного параметра.

В табл. 6.1 приведены выражения коэффициентов и свободного члена для некоторых видов навигационных параметров.

Таблица 6.1.

	a	b	l
Расстояние до ориентира $u = d_0$	$-\cos \Pi_c$	$-\sin \Pi_c$	$d_0 - d_c$
Пеленг с судна на ориентир $u = \Pi_0$	$\frac{57,3 \sin \Pi_c}{d_c}$	$-\frac{57,3 \cos \Pi_c}{d_c}$	$\Pi_0 - \Pi_c$
Разность расстояний $u = \Delta d$	$\cos \Pi_{c2} - \cos \Pi_{c1}$	$\sin \Pi_{c2} - \sin \Pi_{c1}$	$\Delta d - (d_{c1} - d_{c2})$

Как видно из табл. 6.1, все коэффициенты и свободные члены вычисляются через d_c и Π_c , а последние получаются из решения обратной геодезической задачи или из решения навигационного сферического треугольника. В случае малых расстояний задача решается на плоскости с использованием следующих формул:

$$d_c = \sqrt{(\varphi_{op} - \varphi_c)^2 + (\lambda_{op} - \lambda_c)^2 \cos^2 \varphi_c}; \quad (6.3)$$

$$\Pi_c = \operatorname{arctg} \frac{(\lambda_{op} - \lambda_c) \cos \varphi_c}{\varphi_{op} - \varphi_c}. \quad (6.4)$$

Пример 6

В некоторый момент времени, когда счислимые координаты судна были равны $\varphi_c = 56^\circ 09,8' N$, $\lambda_c = 12^\circ 23,8' E$, измерены пеленг и расстояние до маяка: $d_0 = 4$ мили, $\Pi_0 = 96^\circ$. Определить наблюдаемые координаты места судна, если координаты маяка равны $\varphi_{op} = 56^\circ 09,1' N$, $\lambda_{op} = 12^\circ 32,5' E$,

Решение

1. Используя формулы (6.3) и (6.4), определяем счислимые расстояние и пеленг до ориентира:

$$d_c = \sqrt{(56^\circ 09,1' - 56^\circ 09,8')^2 + (12^\circ 32,5' - 12^\circ 23,8')^2 \cos^2 56^\circ 09,8'} = 4,89 \text{ мили};$$

$$\Pi_c = \operatorname{arctg} \frac{(12^\circ 32,5' - 12^\circ 23,8') \cos 56^\circ 09,8'}{56^\circ 09,1' - 56^\circ 09,8'} =$$

$$= \operatorname{arctg} \frac{8,7' \cos 56^\circ 09,8'}{-0,7'} = 81,8^\circ SE = 98,2^\circ.$$

2. Используя формулы первой строчки табл. 6.1, определяем коэффициенты и свободный член первой линии положения:

$$a_1 = -\cos 98,2^\circ = +0,143; \quad b_1 = -\sin 98,2^\circ = -0,990;$$

$$l_1 = 4,0 - 4,89 = -0,89 \text{ мили}.$$

3. Используя формулы второй строчки табл. 6.1, определяем коэффициенты и свободный член второй линии положения:

$$a_2 = \frac{57,3 \sin 98,2^\circ}{4,89} = +11,60; \quad b_2 = -\frac{57,3 \cos 98,2^\circ}{4,89} = +1,67;$$

$$l_2 = 96^\circ - 98,2^\circ = -2,2^\circ.$$

4. По формулам (6.1) определяем поправки к счислимым координатам:

$$\Delta\varphi = \frac{1,67 \cdot (-0,89) - (-0,990) \cdot (-2,2)}{0,143 \cdot 1,67 - 11,60 \cdot (-0,990)} = -0,3';$$

$$\omega = \frac{0,143 \cdot (-2,2) - 11,6 \cdot (-0,89)}{0,143 \cdot 1,67 - 11,60 \cdot (-0,990)} = +0,9'.$$

5. По формулам (6.2) определяем obserвованные координаты места судна:

$$\varphi_0 = 56^\circ 09,8' - 0,3' = 56^\circ 09,5' N;$$

$$\lambda_0 = 12^\circ 23,8' + 0,9' \sec 56^\circ 09,8' = 12^\circ 25,4' E.$$

Задача 196. Уравнение линии положения, полученной по расстоянию до ориентира, имеет вид $-0,656\Delta\varphi + 0,755\omega - 1,42 = 0$. Определить счислимый пеленг на ориентир.

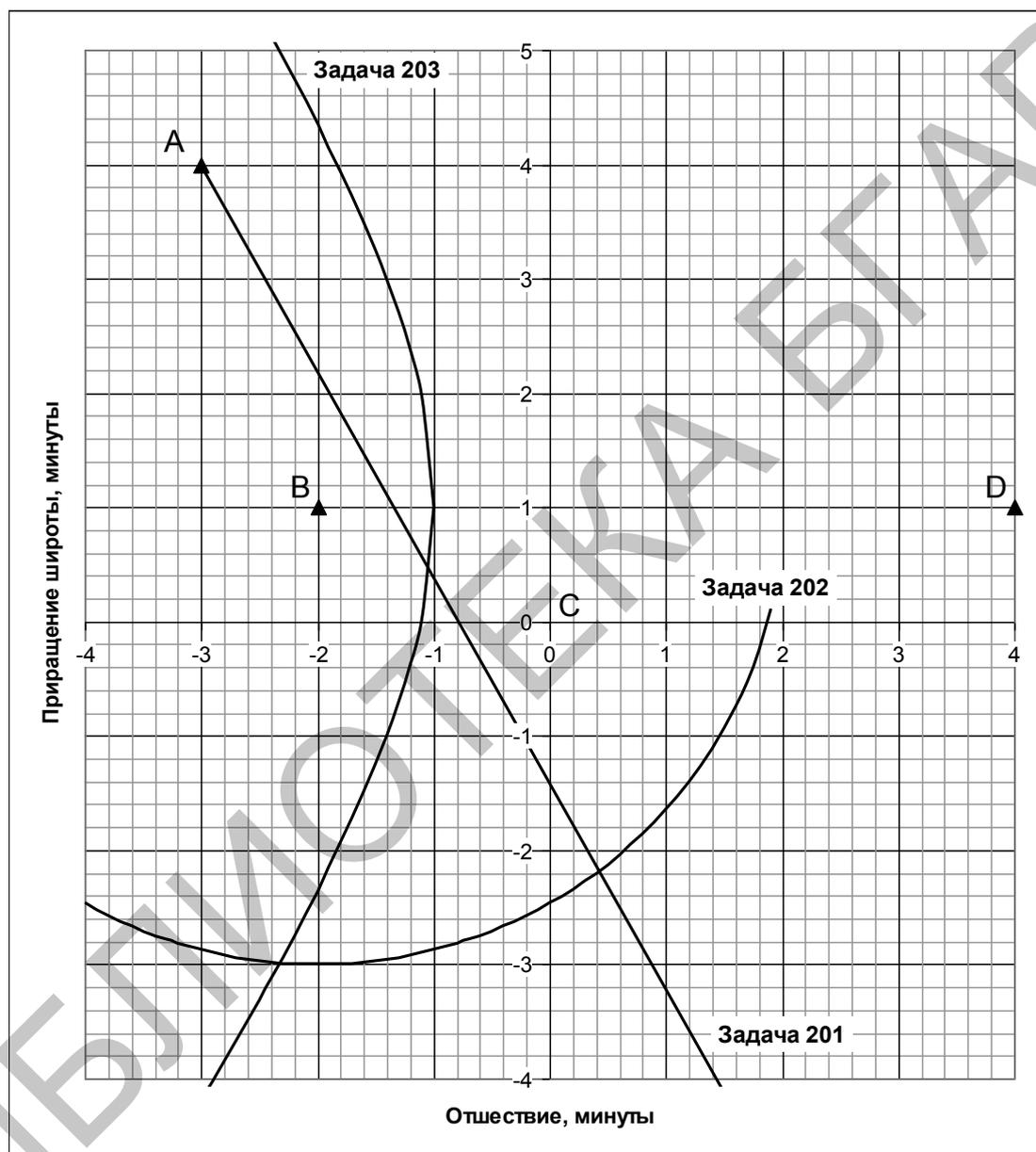
Задача 197. Уравнение линии положения, полученной по пеленгу на ориентир, имеет вид $2,33\Delta\varphi - 1,14\omega + 2,1 = 0$. Определить obserвованное значение пеленга на ориентир.

Задача 198. Уравнение линии положения, полученное по разности расстояний до ориентиров, имеет вид $0,421\Delta\varphi - 1,376\omega + 1,22 = 0$. Определить счислимый пеленг на первый ориентир, если счислимый пеленг на второй ориентир равен 243° .

Задача 199. Уравнение линии положения, полученной по пеленгу на ориентир, имеет вид $0,353\Delta\varphi + 1,814\omega - 2,70 = 0$. Определить счислимое расстояние до ориентира, если obserвованный пеленг на ориентир равен $13,4^\circ$.

Задача 200. В некоторый момент времени были измерены пеленг и расстояние до ориентира. Определить счислимое расстояние до ориентира, если абсолютное значение коэффициента a первой линии положения в два раза больше абсолютного значения коэффициента b второй линии положения.

Задачи 201-203. На рисунке в системе координат с центром в счислимом месте судна C изображены три ориентира A , B , D и три изолинии различных навигационных параметров. Определить навигационный параметр, которому соответствует изолиния, построить линию положения и записать ее уравнение.



Задача 204. В некоторый момент времени были измерены счислимые пеленги до ориентиров A , B и C : $P_A = 11^\circ$; $P_B = 82^\circ$; $P_C = 147^\circ$. Место судна определялось по двум разностным линиям положения: первая из них составлена по разности расстояний между ориентирами A и B , вторая – по разности расстояний меж-

ду ориентирами B и C . Определить, для какой линий положения коэффициент a будет больше.

Задача 205. В некоторый момент времени были измерены счислимые пеленги и расстояния до ориентиров A, B : $P_A = 224^\circ$, $d_A = 7,4$ мили, $P_B = 300^\circ$, $d_B = 4,2$ мили. Определить, для какой линий положения коэффициент b будет больше при определении места судна по двум пеленгам.

Задача 206. При определении места судна по двум линиям положения были получены следующие коэффициенты и поправки к счислимым координатам: $a_1 = +0,649$; $a_2 = -0,854$; $b_1 = +0,226$; $b_2 = +0,658$; $\Delta\varphi = +2,3'$; $\omega = -0,3'$. Определить свободные члены уравнений линий положения.

Задача 207. При определении места судна по двум линиям положения были получены следующие коэффициенты, свободные члены и поправки к счислимым координатам: $a_1 = -0,985$; $b_2 = -0,778$; $l_1 = -0,9$; $l_2 = -1,9$; $\Delta\varphi = -3,5'$; $\omega = -4,1'$. Определить коэффициенты b_1 и a_2 уравнений линий положения.

Задача 208. При определении места судна по двум дистанциям были получены поправки к счислимым координатам, равные $\Delta\varphi = +2,4'$; $\omega = -1,3'$. Определить счислимые расстояния до ориентиров, если $P_{c1} = 236,2^\circ$; $P_{c2} = 149,4^\circ$; $d_{o1} = 34,2$ мили; $d_{o2} = 28,7$ мили.

Задача 209. При определении места судна по пеленгу и расстоянию до одного ориентира были получены поправки к счислимым координатам, равные $\Delta\varphi = -1,5'$; $\omega = -2,7'$. Определить наблюдаемые значения навигационных параметров, если $P_{c1} = 35,8^\circ$; $P_{c2} = 122,4^\circ$; $d_{c1} = 24,1$ мили; $d_{c2} = 30,6$ мили.

Задача 210. При определении места судна по двум пеленгам были получены поправки к счислимым координатам, при этом ω в два раза меньше $\Delta\varphi$. Определить наблюдаемое значение пеленга на второй ориентир и значения поправок, если $P_{c1} = 349,4^\circ$; $P_{c2} = 262,7^\circ$; $P_{o2} = 264,9^\circ$; $d_{c1} = 17,3$ мили; $d_{c2} = 22,4$ мили.

Задача 211. При определении места судна по двум дистанциям были получены равные поправки к счислимым координатам. Определить счислимое значение пеленга на первый ориентир и

значения поправок, если $P_{c_2} = 55,8^\circ$; $d_{o_1} = 16,3$ мили; $d_{o_2} = 18,4$ мили; $d_{c_1} = 12,9$ мили; $d_{c_2} = 20,0$ мили.

Задача 212. При определении места судна по двум линиям положения были получены поправки к счислимым координатам, равные $\Delta\varphi = +0,7'$; $\omega = -2,0'$. Определить приращения навигационных параметров, если $a_1 = 0,649$; $a_2 = -0,8$; $b_1 = 0,552$; $b_2 = 0,446$.

Задача 213. Результату измерения некоторого навигационного параметра относительно маяка Таран соответствует изолиния, уравнение которой в географической системе координат имеет вид $(\varphi - 54^\circ 57,4')^2 + (\lambda - 19^\circ 58,4')^2 \cos^2 54^\circ 57,4' = 26,01$. Записать уравнение линии положения, если счислимые координаты судна равны $\varphi_c = 55^\circ 00,1'N$; $\lambda_c = 19^\circ 55,6E$.

Задача 214. Результату измерения некоторого навигационного параметра относительно маяка Балтийск соответствует изолиния, уравнение которой в географической системе координат имеет вид $2,145(\varphi - 54^\circ 38,2') - (\lambda - 19^\circ 53,4) \cos 54^\circ 38,2' = 0$. Записать уравнение линии положения, если счислимые координаты судна равны $\varphi_c = 54^\circ 39,2'N$; $\lambda_c = 19^\circ 55,5'E$.

Задача 215. Вывести представленную в табл. 6.1 формулу для коэффициента a уравнения линии положения, заменяющей изолинию расстояния до ориентира.

Задача 216. Вывести представленную в табл. 6.1 формулу для коэффициента b уравнения линии положения, заменяющей изолинию расстояния до ориентира.

Задача 217. Вывести представленную в табл. 6.1 формулу для коэффициента a уравнения линии положения, заменяющей изолинию пеленга на ориентир.

Задача 218. Вывести представленную в табл. 6.1 формулу для коэффициента b уравнения линии положения, заменяющей изолинию пеленга на ориентир.

Задача 219. Вывести представленную в табл. 6.1 формулу для коэффициента a уравнения линии положения, заменяющей изолинию разности расстояний до двух ориентиров.

Задача 220. Вывести представленную в табл. 6.1 формулу для коэффициента b уравнения линии положения, заменяющей изолинию разности расстояний до двух ориентиров.

7. Автоматизация решения задачи расхождения судов

Обработка сигналов, поступающих с выхода радиолокационного приемника (первичная обработка информации) выполняется в несколько последовательных этапов [2]:

- дискретизация и квантование сигналов;
- селектирование сигнала;
- автоматическое обнаружение сигнала;
- опознавание сигналов;
- определение координат объекта.

Для выделения полезного отраженного сигнала на фоне помех используются два его свойства [17]: во-первых, амплитуды импульсов полезного сигнала в среднем больше, чем амплитуды шумовых выбросов, и, во-вторых, отраженный от цели сигнал представляет собой пачку (серию) импульсов, разделенных равными интервалами повторения посылок. При ширине диаграммы направленности Θ , частоте следования посылок f и времени оборота антенны $T_{об}$ точечная цель отразит пачку импульсов, число которых равно:

$$n_u = \frac{f \Theta T_{об}}{360^\circ}. \quad (7.1)$$

Шумовые импульсы не могут образовать подобную пачку импульсов с такими же равными интервалами между ними.

Для обнаружения пачки импульсов применяются цифровые счетчики числа импульсов между началом и концом пачки. Если число импульсов в пачке превышает некоторое число порога, то принимается решение об обнаружении цели [17].

Основными задачами вторичной обработки радиолокационной информации являются [2]:

- определение параметров движения сопровождаемых объектов;
- оценка опасности ситуации;
- определение параметров экстраполированной ситуации при имитации маневра.

Параметрами движения сопровождаемых объектов являются векторы их относительного и истинного перемещений. Исходными данными, несущими информацию о движении целей, являют-

ся измеренные на каждом обзоре пеленги Π_i и расстояния D_i , то есть полярные координаты. Чтобы определить с необходимой точностью параметры движения следует использовать ряд последовательных измерений.

При прямолинейном и равномерном движении нашего судна и цели полярные координаты Π_i и D_i изменяются по нелинейному закону. Чтобы не усложнять алгоритм обработки, обычно выполняется предварительное преобразование в прямоугольную систему координат xOy , начало которой совпадает с нашим судном. Ось x направлена на север, а ось y – на восток. Переход от полярных координат к прямоугольным, при совмещении оси y с северным направлением истинного меридиана, осуществляется по формулам:

$$\left. \begin{aligned} x &= D \sin \Pi; & y &= D \cos \Pi. \\ V_x &= V \sin K; & V_y &= V \cos K. \end{aligned} \right\} \quad (7.1)$$

Обработка последовательных измерений в САРП, как и в других автоматизированных системах, базируется на теории оценивания. В соответствии с ней используются известные рекуррентные соотношения, которые для составляющей x имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}_{i\vartheta} &= x_{i\vartheta} + \alpha (x_i - x_{i\vartheta}); \\ \bar{V}_{x0i} &= V_{x0,i-1} + \beta \frac{x_i - x_{i\vartheta}}{\Delta t}, \end{aligned} \right\} \quad (7.2)$$

где \bar{x}_i, \bar{V}_{x0i} – сглаженные значения координаты цели и составляющей относительной скорости (по оси x) после i -го измерения;
 $x_{i\vartheta}$ – экстраполированное положение цели:

$$x_{i\vartheta} = x_{i-1} + V_{x,i-1} \cdot \Delta t;$$

x_i – измеренное значение координаты;

Δt – интервал времени между измерениями.

Аналогичные выражения используются и для обработки данных по оси y . Процедура вычислений по этим выражениям называется сглаживанием. В каждом цикле вычислений сравниваются измеренные значения координат с прогнозированными. Если бы отсутствовали погрешности, то величина $(x_i - x_{i\vartheta})$ равнялась бы нулю. В реальных же условиях всегда имеется некоторое «рассо-

гласование». Величина рассогласования, умноженная на коэффициент сглаживания (α по координате и β по скорости) складывается с прогнозированной величиной. Тем самым вычисляется сглаженное значение координаты и составляющей скорости.

Выбор коэффициентов α и β является важной задачей при разработке алгоритмов обработки радиолокационных измерений. Если $\alpha = 0$, то сглаженное значение равно прогнозированному. Если $\alpha = 1$, то за сглаженное значение принимается последнее измерение. В общем случае можно сказать, что чем больше вес последнего измерения, тем больше должен быть коэффициент сглаживания и наоборот. В некоторых САРП предусмотрена обработка по двум алгоритмам: с малыми коэффициентами и большими. Первый является основным и используется при прямолинейном равномерном движении. В случае обнаружения маневра встречного судна осуществляется переход на второй алгоритм с большими коэффициентами.

Дальнейшим развитием принципа сглаживания является метод «скользящего» сглаживания, который позволяет непрерывно сглаживать результаты нескольких последних измерений. Обработке подвергается группа из результатов нескольких последних измерений, которая непрерывно обновляется, то есть самое раннее измерение в группе отбрасывается, а вновь полученное присоединяется.

Еще одной разновидностью реализации принципа последовательного сглаживания является метод экспоненциального сглаживания, при котором учитывается меньшая достоверность предыдущих измерений по сравнению с последующими. Обработка результатов предыдущих измерений с убывающим по экспоненциальному закону весами основывается на том, что для большинства реальных траекторий движения объектов корреляция последующих значений навигационных параметров с предыдущими убывает по экспоненциальному закону. Алгоритм обработки измерений по методу экспоненциального сглаживания можно представить выражением:

$$\bar{x}_i = (1 - \alpha)x_i + \alpha(1 - \alpha)x_{i-1} + \alpha^2(1 - \alpha)x_{i-2} + \dots + \alpha^n(1 - \alpha)x_0. \quad (7.3)$$

При уменьшении коэффициента α предыдущие измерения считаются менее достоверными, а их результаты учитываются с

меньшими весовыми коэффициентами. Учет характера изменения этого коэффициента позволяет для каждого случая изменения навигационных параметров объекта выбрать оптимальный режим сглаживания. В случае постоянства параметров во времени следует выбирать большие значения коэффициента α . Это позволяет включить в анализ максимальное число результатов предыдущих измерений. При интенсивном изменении параметров объекта, например, во время маневрирования, следует брать малый коэффициент α , что позволяет отбрасывать предыдущие, «устаревшие» измерения.

При случайном характере отклонений параметров, например, при равномерном движении объекта по взволнованной поверхности моря, можно ограничиться обработкой сглаженного значения и результатов последнего измерения. Для этого случая алгоритм экспоненциального сглаживания запишется в рекуррентной форме:

$$\bar{x}_i = (1 - \alpha)x_i + \alpha x_{i-1}. \quad (7.4)$$

Полученные в результате оценки составляющие вектора относительного перемещения V_{x0} и V_{y0} позволяют вычислить и все остальные параметры движения (рис. 7.1).

Относительные значения скорости и курса вычисляются по формулам:

$$\left. \begin{aligned} V_0 &= \sqrt{V_{x0}^2 + V_{y0}^2}; \\ K_0 &= \arcsin \frac{V_{x0}}{V_0} = \arccos \frac{V_{y0}}{V_0}. \end{aligned} \right\} \quad (7.5)$$

Составляющие вектора истинной скорости встречного судна вычисляются по данным скорости нашего судна и относительной скорости:

$$\left. \begin{aligned} V_{xB} &= V_{x0} + V_H \sin K_H; \\ V_{yB} &= V_{y0} + V_H \cos K_H. \end{aligned} \right\} \quad (7.6)$$

По составляющим V_{xB} и V_{yB} нетрудно определить курс K_B и скорость V_B встречного судна.

$$\left. \begin{aligned} D_{кр} &= \frac{yV_{x0} - xV_{y0}}{V_0}; \\ T_{кр} &= -\frac{xV_{x0} + yV_{y0}}{V_0^2}. \end{aligned} \right\} \quad (7.8)$$

Могут использоваться и другие формулы, например:

$$\left. \begin{aligned} D_{кр} &= D \sin(K_0 - \Pi); \\ T_{кр} &= -\frac{D \cos(K_0 - \Pi)}{V_0}. \end{aligned} \right\} \quad (7.9)$$

Как видно из формул, параметры сближения могут иметь знак «плюс» или «минус». Для времени кратчайшего сближения знак «минус» означает, что встречное судно ушло за траверз и удаляется от нас. Для расстояния кратчайшего сближения знак «плюс» означает, что встречное судно пройдет справа от нас, а «минус» – слева.

Вероятность наступления опасной встречи P в течение времени плавания в данном районе $t < t_{нл}$ подчиняется экспоненциальному закону [23]:

$$P(t < t_{нл}) = 1 - e^{-\lambda t_{нл}}, \quad (7.10)$$

где λ – интенсивность опасных встреч.

Пример 7

В некоторый момент времени на нашем судне, следующим курсом $K_n = 227^\circ$ со скоростью $V_n = 15$ узлов, измерены полярные координаты судна-цели: $\Pi_1 = 219^\circ$, $D_1 = 7,4$ мили. Через 6 минут измерена вторая пара значений пеленг-дистанция: $\Pi_2 = 222^\circ$; $D_2 = 6,2$ мили.

Определить элементы движения (курс и скорость) судна цели, дистанцию кратчайшего сближения и время выхода на эту дистанцию.

Решение

1. Используя формулы (7.1), определяем прямоугольные координаты судна-цели на оба момента времени:

$$x_1 = 7,4 \sin 219^\circ = -4,66 \text{ мили}; \quad y_1 = 7,4 \cos 219^\circ = -5,75 \text{ мили};$$

$$x_2 = 6,2 \sin 222^\circ = -4,15 \text{ мили}; \quad y_2 = 6,2 \cos 222^\circ = -4,61 \text{ мили}.$$

2. Определяем проекции на координатные оси вектора относительной скорости судна-цели и модуль этого вектора:

$$V_{x0} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{-4,15 - (-4,66)}{0,1} = +5,08 \text{ уз};$$

$$V_{y0} = \frac{y_2 - y_1}{\Delta t} = \frac{-4,61 - (-5,75)}{0,1} = +11,43 \text{ уз};$$

$$V_0 = \sqrt{V_{x0}^2 + V_{y0}^2} = \sqrt{(+5,08)^2 + (11,43)^2} = 12,51 \text{ уз}.$$

3. Определяем проекции на координатные оси вектора скорости судна цели:

$$V_{xB} = V_{x0} + V_n \sin K_n = +5,08 + 15 \sin 227^\circ = -5,89 \text{ уз};$$

$$V_{yB} = V_{y0} + V_n \cos K_n = +11,43 + 15 \cos 227^\circ = +1,20 \text{ уз}.$$

4. Вычисляем курс и скорость судна-цели:

$$V_B = \sqrt{V_{xB}^2 + V_{yB}^2} = \sqrt{(-5,89)^2 + (1,20)^2} = 6,0 \text{ уз};$$

$$K_B = \arctg \left| \frac{V_{xB}}{V_{yB}} \right| = \arctg \left| \frac{-5,89}{+1,20} \right| = 78,4^\circ \text{ NW} = 281,6^\circ.$$

5. По формулам (7.8) определяем дистанцию кратчайшего сближения и время сближения на эту дистанцию (для расчета принимаем вторую пару прямоугольных координат):

$$D_{кр} = \frac{(-4,61) \cdot 5,08 - (-4,15) \cdot 11,4}{12,51} = 1,9 \text{ мили};$$

$$T_{кр} = -60 \cdot \frac{(-4,15) \cdot 5,08 + (-4,61) \cdot 11,43}{12,51^2} = 28,3 \text{ мин}.$$

Окончательно получаем:

$$V_B = 6,0 \text{ уз}; K_B = 281,6^\circ; D_{кр} = 1,9 \text{ мили}; T_{кр} = 28,3 \text{ мин}.$$

Задача 221. Отраженный от судна-цели сигнал представляет собой пачку из 17 импульсов, при этом период оборота антенны равен 3,5 с, а частота следования импульсов равна 1500 с^{-1} . Определить ширину диаграммы направленности.

Задача 222. Отраженный от судна-цели сигнал представляет собой пачку из 11 импульсов, при этом частота оборота антенны составляет $0,25 \text{ с}^{-1}$, а ширина диаграммы направленности равна $0,8^\circ$. Определить период следования импульсов.

Задача 223. Отраженный от судна-цели сигнал представляет собой пачку из 11 импульсов, при этом период следования импульсов составляет $0,7 \text{ мс}$, а ширина диаграммы направленности равна $0,7^\circ$. Определить период оборота антенны.

Задача 224. Интенсивность встреч с опасными целями в районе плавания составляет 3 ч^{-1} . Определить, через какое время плавания по этому району вероятность встречи составит 73% .

Задача 225. Через 25 минут следования в районе с опасными целями вероятность встречи с ними составила 81% . Определить интенсивность встреч.

Задача 226. На некоторый момент времени посредством РЛС измерены¹ прямоугольные относительные координаты судна-цели $x_1 = -7411,7 \text{ м}$, $y_1 = -3891,2 \text{ м}$, а с использованием предыдущих измерений в САРП вычислены относительные курс и скорость этого судна, которые соответственно равны $343,2^\circ$ и $21,1$ узла. Спустя 30 с измерены новые координаты: $x_2 = -7491,9 \text{ м}$, $y_2 = -3480,1 \text{ м}$. Вычислить сглаженные значения координат на второй момент времени, если коэффициент сглаживания равен $0,7$.

Задача 227. На некоторый момент времени посредством РЛС измерены прямоугольные относительные координаты судна-цели $x_1 = -729,6 \text{ м}$, $y_1 = -8339,2 \text{ м}$, а с использованием предыдущих измерений в САРП вычислены относительные курс и скорость этого судна, которые соответственно равны $312,6^\circ$ и $8,9$ узла. Спустя 20 с измерены новые координаты: $x_2 = -811,2 \text{ м}$, $y_2 = -8239,4 \text{ м}$. Вычислить сглаженное значение относительной скорости судна-цели на второй момент времени, если коэффициент сглаживания равен $0,6$.

Задача 228. С каждым оборотом антенны РЛС система автоматической радиолокационной прокладки по измеренным значениям пеленга и дистанции вычисляет прямоугольные координаты судна-цели. Результаты этих вычислений представлены в табли-

¹ Точнее – вычислены по паре измеренных значений пеленг-дистанция.

це. Определить сглаженные значения прямоугольных координат на последний момент времени, если коэффициент экспоненциального сглаживания равен 0,05.

i	x_i	y_i
1	8381,8	-5869,0
2	8364,0	-5878,3
3	8346,2	-5887,6
4	8328,3	-5896,9

Задача 229. С каждым оборотом антенны РЛС система автоматической радиолокационной прокладки по измеренным значениям пеленга и дистанции вычисляет прямоугольные координаты судна-цели. Пусть в некоторый момент САРП приняла к расчету полярные координаты судна-цели, равные $\Pi_1 = 215,2^\circ$, $D_1 = 30,24 \text{ км}$, которые спустя оборот антенны изменились до следующих значений: $\Pi_2 = 215,0^\circ$, $D_2 = 30,11 \text{ км}$. Определить экспоненциально сглаженные прямоугольные координаты судна-цели на второй момент наблюдений, если коэффициент сглаживания равен 0,68.

Задача 230. С каждым оборотом антенны РЛС система автоматической радиолокационной прокладки по измеренным значениям пеленга и дистанции вычисляет прямоугольные координаты судна-цели. Пусть в некоторый момент САРП приняла к расчету прямоугольные координаты судна-цели, равные $x_1 = -5251,3 \text{ м}$, $y_1 = 5288,0 \text{ м}$, которые спустя оборот антенны изменились до следующих значений: $x_2 = -5252,7 \text{ м}$, $y_2 = 5252,9 \text{ м}$. Определить коэффициент (коэффициенты) сглаживания, если экспоненциально сглаженные прямоугольные координаты судна-цели, вычисленные на второй момент наблюдений, равны $x_{сгл} = -5252,04 \text{ м}$, $y_{сгл} = 5268,22 \text{ м}$.

Задача 231. В некоторый момент времени САРП рассчитала относительные скорость и курс судна-цели, которые оказались равны 16,3 узлов и $14,6^\circ$ соответственно. Определить скорость и курс судна-цели в истинном движении, если аналогичные вели-

чины нашего судна (судна, где функционирует указанная САРП) составляют 12,0 узлов и $144,0^\circ$.

Задача 232. В некоторый момент времени САРП рассчитала значения скорости и курса судна-цели как в относительном движении – 25,7 узла и $169,2^\circ$, так и в истинном – 13,9 узла и $194,2^\circ$. Определить скорость и курс нашего судна.

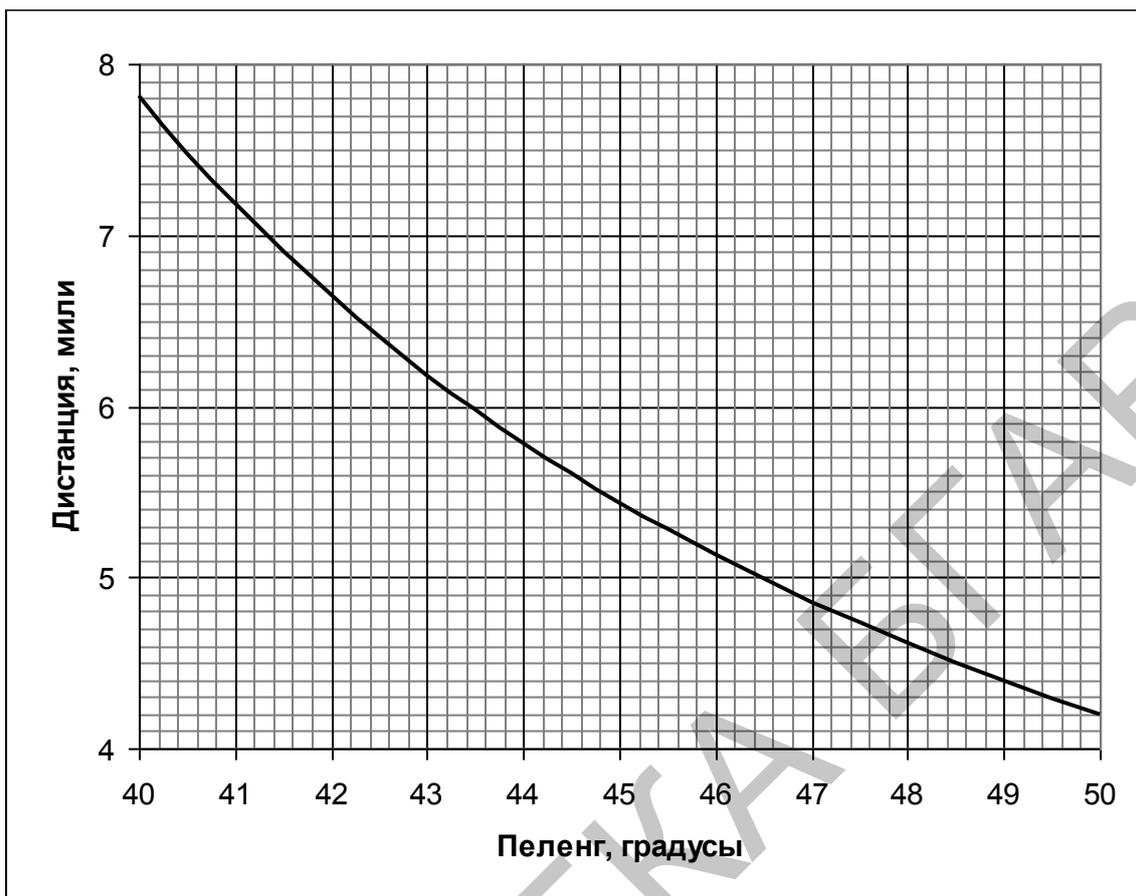
Задача 233. В некоторый момент времени САРП рассчитала кратчайшее расстояние и время выхода на это расстояние – 0,6 мили и 11,9 мин., при том, что скорость и курс судна-цели в относительном движении равны 30,1 узла и $220,0^\circ$. Определить дистанцию до судна-цели в указанный момент времени, если пеленг на судно-цель в этот же момент составил $46,0^\circ$.

Задача 234. В некоторый момент времени САРП рассчитала кратчайшее расстояние и время выхода на это расстояние – 2,1 мили и 19,3 мин., при том, что скорость и курс судна-цели в относительном движении равны 20,8 узла и $76,4^\circ$. Определить пеленг на судно-цель в указанный момент времени, если расстояние до него в этот же момент составило 7 миль.

Задача 235. В некоторый момент времени САРП рассчитала кратчайшее расстояние и время выхода на это расстояние – 1,6 мили и 21,6 мин., при том, что пеленг и дистанция до судна-цели составили $5,0^\circ$ и 4 мили. Определить скорость и курс судна в относительном движении.

Задача 236. С некоторой разницей по времени были получены следующие полярные координаты до судна-цели: $P_1 = 177^\circ$, $D_1 = 8,7$ мили; $P_2 = 179^\circ$; $D_2 = 7,0$ мили. Определить дискретность измерений, если рассчитанное САРП время выхода на кратчайшее расстояние составило 24,0 минуты.

Задача 237. На рисунке представлен фрагмент кривой, определяющей зависимость дистанции и пеленга до судна-цели при сближении с ней. Определить дистанцию кратчайшего сближения и пеленг судна-цели, когда суда будут находиться на дистанции кратчайшего сближения.



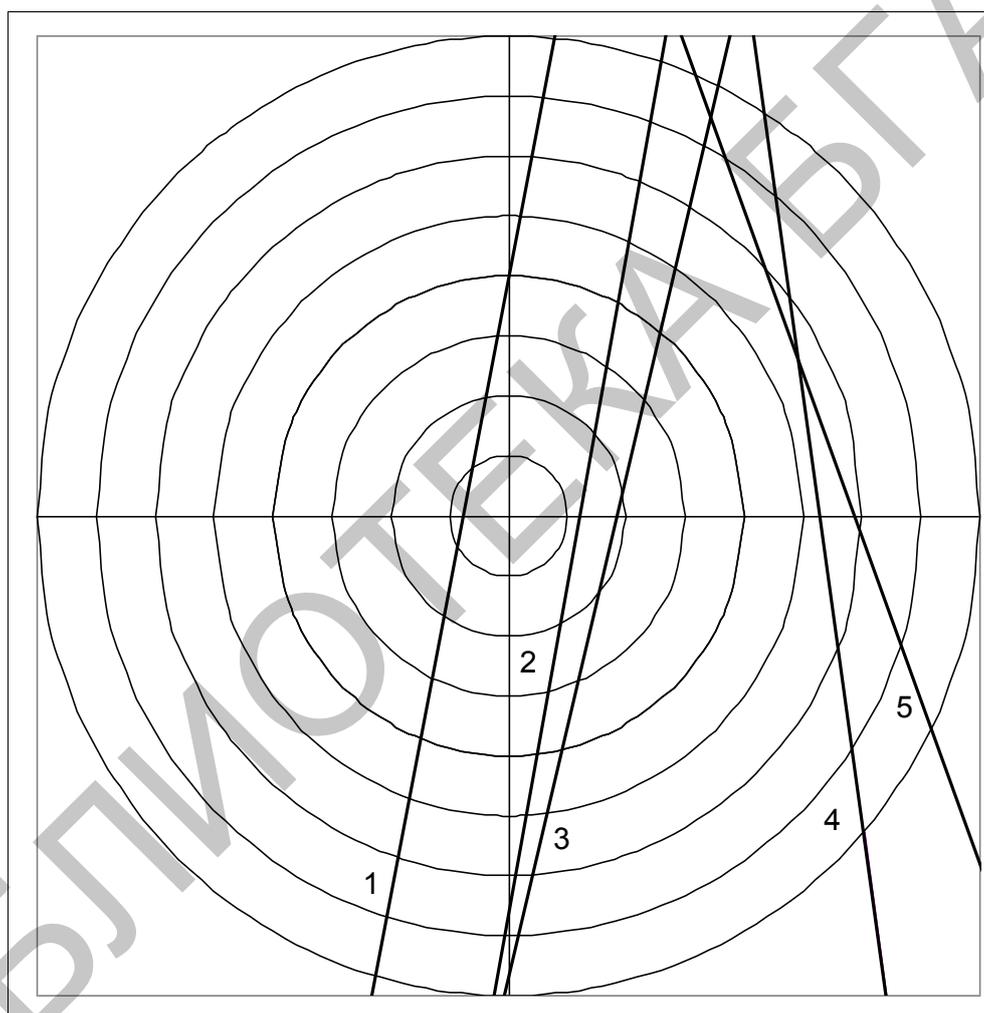
Задача 238. На экране РЛС наблюдается три цели – A , B и C . С разницей в 6 минут до каждой из них были определены полярные координаты: $П_{A.1} = 185^\circ$; $D_{A.1} = 8,5$ мили; $П_{B.1} = 236^\circ$; $D_{B.1} = 10,3$ мили; $П_{C.1} = 157^\circ$; $D_{C.1} = 9,0$ мили; $П_{A.2} = 189^\circ$; $D_{A.2} = 6,2$ мили; $П_{B.2} = 233^\circ$; $D_{B.2} = 9,1$ мили; $П_{C.2} = 151^\circ$; $D_{C.2} = 6,8$ мили. Определить, какие из указанных целей являются судами, стоящими на якоре, а какие – судами на ходу, если наше судно следует курсом $174,5^\circ$ со скоростью 23,6 узла.

Задача 239. С разницей в 6 минут были получены следующие полярные координаты до судна-цели: $П_1 = 228^\circ$; $D_1 = 8,4$ мили; $П_2 = 225^\circ$; $D_2 = 6,9$ мили. Определить борт расхождения.

Задача 240. На экране РЛС наблюдается три цели – A , B и C . С разницей в 6 минут до каждой из них были определены полярные координаты: $П_{A.1} = 211^\circ$; $D_{A.1} = 8,0$ мили; $П_{B.1} = 245^\circ$; $D_{B.1} = 9,4$ мили; $П_{C.1} = 77^\circ$; $D_{C.1} = 8,2$ мили; $П_{A.2} = 180^\circ$; $D_{A.2} = 7,5$ мили; $П_{B.2} = 251^\circ$; $D_{B.2} = 8,1$ мили; $П_{C.2} = 78^\circ$; $D_{C.2} = 7,0$ мили. Определить, с какими из указанных целей наше

судно уже разошлось. Оценить опасность столкновения в отношении целей, с которыми расхождение еще предстоит, если допустимая дистанция сближения судов составляет 1 миля.

В задачах 241-245 с разницей в 12 минут были определены две пары значений «пеленг-дистанция» до некоторой цели. Определить, какая из линий относительного движения (ЛОД), отрезки которых изображены на рисунке, соответствует заданной ситуации расхождения судов, и оценить опасность столкновения, если допустимая дистанция кратчайшего сближения равна 2 мили.



Задача 241. $P_1 = 142^\circ$; $D_1 = 10,5$ мили; $P_2 = 131^\circ$; $D_2 = 8$ мили.

Задача 242. $P_1 = 5^\circ$; $D_1 = 13$ мили; $P_2 = 10^\circ$; $D_2 = 11$ мили.

Задача 243. $P_1 = 8^\circ$; $D_1 = 14$ мили; $P_2 = 7,5^\circ$; $D_2 = 12$ мили.

Задача 244. $P_1 = 187^\circ$; $D_1 = 16$ мили; $P_2 = 185,5^\circ$; $D_2 = 13$ мили.

Задача 245. $P_1 = 186^\circ$; $D_1 = 16$ мили; $P_2 = 185^\circ$; $D_2 = 13$ мили.

8. Надежность навигационных систем

Существуют два основных этапа анализа надежности систем – *априорный и апостериорный*.

Надежность включает в себя следующие свойства: безотказность, долговечность, сохраняемость и ремонтпригодность.

В качестве показателей безотказности невосстанавливаемых элементов применяют следующие количественные характеристики: вероятность отказа, вероятность безотказной работы, интенсивность отказов, средняя наработка до отказа (до первого отказа) [2, 9].

Наработка до первого отказа ξ – это случайная величина, представляющая собой интервал времени от момента включения устройства до первого отказа.

Основной количественной характеристикой безотказности принято считать вероятность безотказной работы на заданном интервале времени, т.е. вероятность того, что наработка до первого отказа превышает величину t .

Таким образом, вероятность безотказной работы показывает с какой вероятностью можно утверждать, что на интервале времени t отказ не возникнет.

Момент первого порядка или математическое ожидание наработки элемента (системы) до первого отказа $m_1(\xi)$ обозначают символом T_{cp} и называют средней наработкой на отказ или средним временем безотказной работы.

Интенсивность отказов – число отказов в единицу времени, отнесенное к числу элементов, безотказно проработавших до этого времени.

Интенсивность отказов и вероятность безотказной работы являются характеристиками безотказности, связанными однозначным соответствием, поэтому можно задавать либо вероятность безотказной работы, либо интенсивность отказов.

Представленные выше величины являются единичными показателями надежности (ПН), определяющие свойство безотказности. Также существуют единичные ПН, определяющие свойство восстанавливаемости, комплексные ПН, показатели долговечности и сохраняемости [2, 9].

Так, к числу комплексных показателей надежности относятся функции и коэффициенты готовности и простоя [2, 9].

Функцией готовности $G(t)$ называется зависимость вероятности работоспособности системы в произвольный момент времени от текущего времени.

Вероятность того, что в произвольный момент времени t устройство не будет работоспособно, называется функцией простоя $g(t)$:

$$G(t) = 1 - g(t). \quad (8.1)$$

Функцию готовности $G(t)$ иногда называют нестационарным коэффициентом готовности, функцию простоя $g(t)$ – нестационарным коэффициентом простоя.

Коэффициентом готовности K_2 называется асимптотическое значение функции готовности при неограниченном возрастании аргумента t :

$$K_2 = \lim_{t \rightarrow \infty} G(t). \quad (8.2)$$

При ординарном потоке отказов, который мы и рассматриваем в настоящей работе:

$$K_2 = \frac{T_{cp}}{T_{cp} + t_{рем}}, \quad (8.3)$$

где $t_{рем}$ – время ремонта.

Аналогично вводится определение коэффициента простоя K_{np} . Коэффициентом простоя называется асимптотическое значение функции простоя при неограниченном возрастании аргумента t . Из определения функций простоя и готовности следует:

$$K_{np} = \frac{t_{рем}}{T_{cp} + t_{рем}}. \quad (8.4)$$

При помощи коэффициентов (8.3) и (8.4) можно ввести еще одно понятие теории надежности – эксплуатационная надежность, под которой понимается способность системы сохранять работоспособность при использовании в течение определенного промежутка времени. Эксплуатационная надежность системы,

для которой вероятность безотказной работы равна $P_c(t)$, определяется формулой

$$P_{\text{э}}(t) = K_{\text{э}} \cdot (1 - K_{\text{пр}}) \cdot P_c(t). \quad (8.5)$$

Распределение вероятностей безотказной работы системы от момента включения до момента отказа, которое называется обычно математической моделью безотказности, у различных систем различно. Наиболее часто для расчета надежности используются следующие распределения: Вейбулла, экспоненциальное Релея, Гамма-распределение, треугольное, нормальное (усеченное нормальное), биномиальное, Пуассона, геометрическое.

Для априорного анализа надежности навигационных систем широко используется модель экспоненциального распределения.

Экспоненциальное распределение является частным случаем распределения Вейбулла. При этом вероятность безотказной работы элемента определяется формулой:

$$P(t) = e^{-\lambda t}. \quad (8.6)$$

Экспоненциальный закон определяется одним параметром λ – интенсивностью отказов. Под интенсивностью отказов необходимо понимать среднее число отказов в единицу времени, приходящееся на один работающий элемент. Очевидно, что для экспоненциального распределения $\lambda = \text{const}$.

Среднее время безотказной работы $T_{\text{ср}}$ при экспоненциальном законе распределения равно величине, обратной интенсивности отказов:

$$T_{\text{ср}} = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}. \quad (8.7)$$

В расчетно-логических схемах обычно применяют *три способа соединений элементов (блоков)* [1, 6].

1. *Последовательное (основное) соединение* соответствует случаю, когда при отказе одного элемента отказывает вся система в целом.

Вероятность и среднее время безотказной работы, интенсивность отказов при таком соединении определяются формулами из [2, 14, 19]:

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^n P_i; \quad (8.8)$$

$$T_{cp} = \frac{1}{\lambda_0} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \lambda_i}; \quad (8.9)$$

$$\lambda_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_i. \quad (8.10)$$

2. *Параллельное нагруженное соединение* соответствует случаю, когда система сохраняет работоспособность, пока работоспособен хотя бы один из n включенных в работу элементов.

Здесь вероятность и среднее время безотказной работы, интенсивность отказов будут равны [2, 14, 19]:

$$P_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_i); \quad (8.11)$$

$$T_{cp} = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=1}^n \frac{1}{1+i} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{1+i}}{\sum_{i=1}^n \lambda_i}; \quad (8.12)$$

$$\lambda(t) = \frac{\lambda_0 (n+1) e^{-\lambda_0 t} (1 - e^{-\lambda_0 t})^n}{1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^{n+1}}. \quad (8.13)$$

3. *Параллельное ненагруженное соединение* соответствует случаю, когда при отказе основного элемента системы включается в работу очередной резервный элемент, сохраняющий ее работоспособность:

$$P_c(t) = e^{-\lambda t} \sum_{i=1}^n \frac{(\lambda t)^i}{i!}; \quad (8.14)$$

$$T_{cp} = \frac{n+1}{\lambda_0}; \quad (8.15)$$

$$\lambda(t) = \frac{\lambda_0^{n+1} t^n}{n! \sum_{i=0}^n \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!}}. \quad (8.16)$$

Пример 8

Навигационная система представляет собой параллельное нагруженное соединение трех элементов со следующими интенсивностями отказов: $\lambda_1 = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_2 = 5,9 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_3 = 9,4 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$. Определить вероятность безотказной работы системы через 2500 ч работы.

Решение

1. Используя формулу (8.6), определяем вероятность безотказной работы каждого из элементов на заданный момент времени:

$$P_1 = e^{-5,0 \times 10^{-5} \cdot 2500} = 0,882;$$

$$P_2 = e^{-5,9 \times 10^{-5} \cdot 2500} = 0,863;$$

$$P_3 = e^{-9,4 \times 10^{-5} \cdot 2500} = 0,791.$$

2. По формуле (8.11) вычисляем вероятность безотказной работы навигационной системы:

$$P = 1 - (1 - 0,882)(1 - 0,863)(1 - 0,791) = 0,997.$$

Задача 246. На испытание поставлено 230 однотипных приемодатчиков ГНСС. За 4000 ч отказало 7 устройств. Определить вероятность безотказной работы и вероятность отказа приемодатчиков в течение 4000 ч.

Задача 247. Производитель гироскопов провел длительный трехлетний мониторинг работы одного из своих изделий. Мониторингу подверглись 114 единиц изделия, из которых 33 единицы в процессе эксплуатации претерпели отказ по различным причинам. Определить среднее время безотказной работы исследованного гироскопа.

Задача 248. На испытание поставлено 1000 однотипных устройств. За первые 3000 ч отказало 85 устройств, а за интервал времени 3000-4000 ч отказало еще 53 устройства. Определить ча-

стоту и интенсивность отказов устройств в промежутке времени 3000-4000 ч.

Задача 249. В течение некоторого периода времени производилось наблюдение за работой радиолокационной станции. За весь период наблюдения было зарегистрировано 15 отказов. До начала наблюдения станция проработала 258 час, к концу наблюдения наработка станции составила 1233 час. Определить среднюю наработку на отказ радиолокационной станции.

Задача 250. Производилось наблюдение за работой трех образцов однотипной навигационной аппаратуры. За период наблюдения было зафиксировано по первому образцу 6 отказов, по второму и третьему – 11 и 26 отказов соответственно. Нарботка первого экземпляра составила 181 ч, второго – 329 ч и третьего – 245 ч. Определить наработку аппаратуры на отказ.

Задача 251. Навигационная система состоит из пяти элементов, причем отказ любого одного из них ведет к отказу системы. Известно, что первый прибор отказал 34 раза в течение 952 ч работы, второй – 24 раза в течение 960 ч работы, а остальные элементы в течение 210 ч работы отказали 4, 6 и 5 раз соответственно. Определить наработку на отказ системы в целом, если для каждого из пяти элементов справедлив экспоненциальный закон распределения.

Задача 252. Функция простоя системы имеет вид $g(t) = (t^2 + 5)/(9t^2 - 7)$. Определить коэффициент готовности этой системы.

Задача 253. Функция готовности системы имеет вид $G(t) = (7t^3 + 2)/(8t^3 + 1)$. Определить среднее время безотказной работы системы, если время ремонта составляет 20 ч.

Задача 254. Коэффициент готовности системы равен 0,94. Определить интенсивность отказов системы, если время ремонта составляет 10 ч.

Задача 255. Среднее время безотказной работы навигационной системы составляет 7 лет. Определить время после начала эксплуатации системы, когда вероятность отказа уменьшится втрое.

Задача 256. Интенсивность отказов гироскопа составляет $1,6 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$. Построить график зависимости вероятности безотказной работы от времени и определить, во сколько раз уменьшится эта вероятность по окончании второго года эксплуатации по сравнению с окончанием первого года эксплуатации.

Задача 257. Среднее время безотказной работы лага составляет 8,5 лет. Построить график зависимости эксплуатационной надежности от времени и сравнить эксплуатационную надежность по окончании первого, третьего и пятого года эксплуатации. Принять $K_2 = 0,95$.

Задача 258. Четыре последовательно соединенных элемента навигационной системы имеют следующие значения интенсивности отказов: $\lambda_1 = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_2 = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_3 = 4,0 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_4 = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$. Определить среднее время безотказной работы системы.

Задача 259. В некоторый момент времени вероятность безотказной работы навигационной системы, состоящей из пяти последовательно соединенных элементов, равна 0,95. Определить значения вероятности безотказной работы каждого из элементов, если они соотносятся следующим образом: 17:22:17:21:19.

Задача 260. Навигационная система представляет собой параллельное нагруженное соединение четырех элементов со следующими интенсивностями отказов: $\lambda_1 = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_2 = 3,5 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_3 = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_4 = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$. Определить интенсивность отказов системы через 3000 ч после начала работы.

Задача 261. Навигационная система представляет собой параллельное нагруженное соединение трех элементов со следующими интенсивностями отказов: $\lambda_1 = 7,2 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_2 = 8,1 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_3 = 6,3 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$. Определить, как будет отличаться вероятность безотказной работы системы после 3500 ч работы по отношению к 1000 ч работы.

Задача 262. Среднее время безотказной работы навигационной системы, представляющей собой параллельное нагруженное соединение шести равнонадежных элементов, равно 8 лет. Определить интенсивность отказов одного элемента.

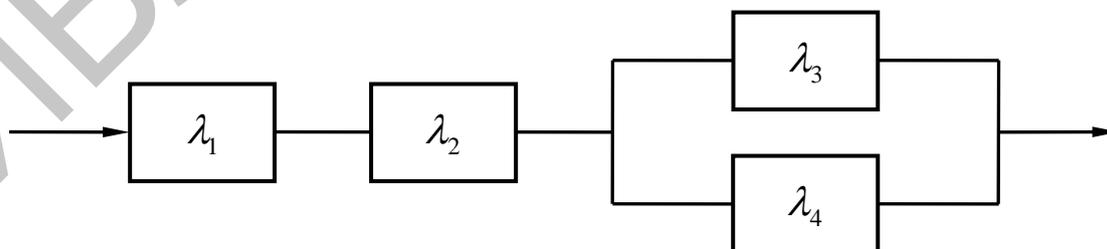
Задача 263. Исследуются две навигационные системы, каждая из которых представляет собой параллельное ненагруженное соединение четырех и шести элементов соответственно. Интенсивности отказов этих элементов равны: $\lambda_{11} = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_{12} = 6,5 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_{13} = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_{14} = 3,5 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_{21} = 4,0 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_{22} = 6,5 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_{23} = 3,0 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_{24} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_{25} = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_{26} = 8,5 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$. Определить, какая система будет иметь большую вероятность безотказной работы через 5500 ч после ее начала.

Задача 264. Навигационная система представляет собой параллельное ненагруженное соединение трех элементов с одинаковыми интенсивностями отказов $\lambda = 7,1 \cdot 10^{-5} \text{ ч}$. Определить среднее время безотказной работы системы и интенсивность отказов через 4000 ч работы. Как изменятся эти характеристики, если в систему добавить еще один такой элемент?

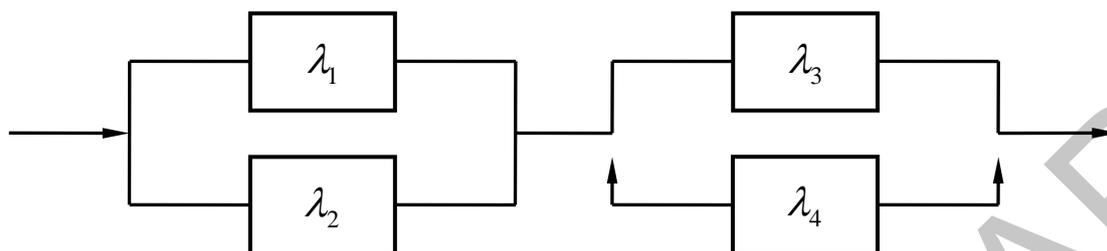
Задача 265. Построить график зависимости вероятности безотказной работы и интенсивности отказов от времени навигационной системы, представляющей собой параллельное ненагруженное соединение трех элементов со следующими интенсивностями отказов: $\lambda_1 = 6,4 \cdot 10^{-5} \text{ ч}$; $\lambda_2 = 5,9 \cdot 10^{-5} \text{ ч}$; $\lambda_3 = 4,9 \cdot 10^{-5} \text{ ч}$.

В задачах 266-270 по заданным интенсивностям отказов элементов определить вероятность безотказной работы изображенной на рисунке навигационной системы на момент времени $t_{\text{зад}}$.

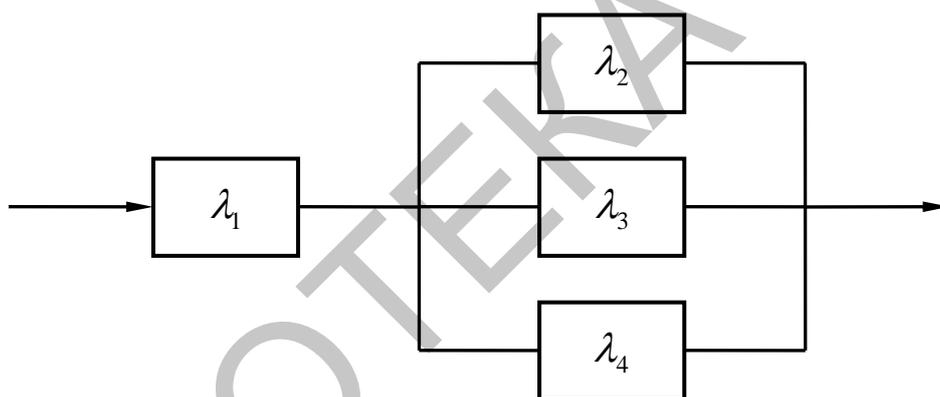
Задача 266. $\lambda_1 = 5,5 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_2 = 3,9 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_3 = 9,8 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_4 = 8,1 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $t_{\text{зад}} = 5750 \text{ ч}$.



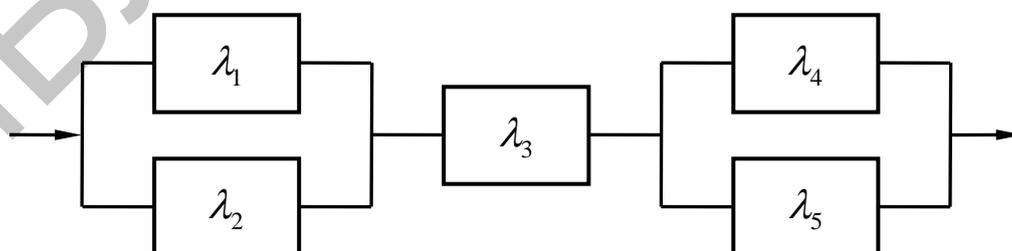
Задача 267. $\lambda_1 = 2,9 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_2 = 7,7 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_3 = 6,5 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$;
 $\lambda_4 = 6,8 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$; $t_{\text{зад}} = 1250 \text{ ч}$.



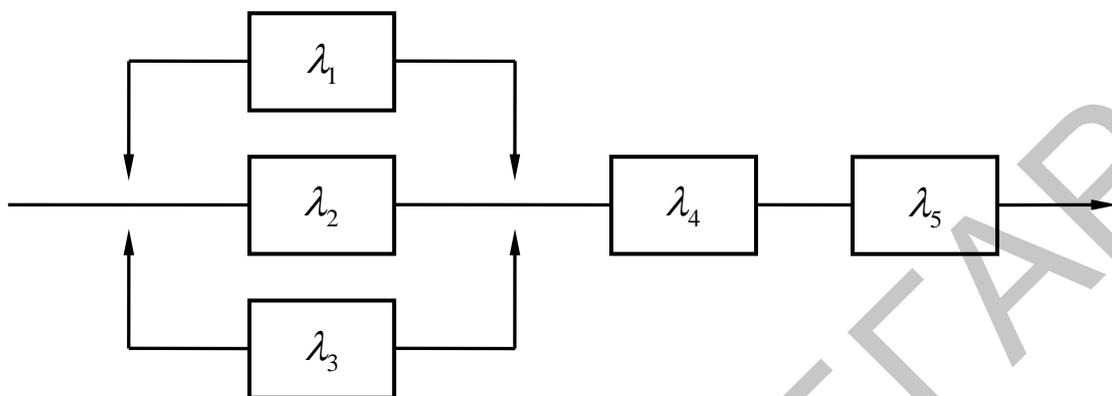
Задача 268. $\lambda_1 = 7,7 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_2 = 9,1 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_3 = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$;
 $\lambda_4 = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$; $t_{\text{зад}} = 6330 \text{ ч}$.



Задача 269. $\lambda_1 = 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_2 = 3,2 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_3 = 3,3 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$;
 $\lambda_4 = 9,2 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_5 = 9,4 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $t_{\text{зад}} = 8100 \text{ ч}$.



Задача 270. $\lambda_1 = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_2 = 6,1 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_3 = 3,7 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$;
 $\lambda_4 = 2,2 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_5 = 7,0 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $t_{\text{зад}} = 7400 \text{ ч}$.



Рекомендуемая литература

1. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. – СПб: Профессия, 2003. – 752 с.
2. Бондарев, В.А., Ермаков, С.В. Основы разработки и применения вычислительных алгоритмов в судовождении. Сборник лабораторных работ по курсу «Автоматизация судовождения»: учебное пособие. – Калининград: Изд-во БГАРФ, 2014. – 123 с.
3. Воронов А.А., Титов В.К., Новогранов Б.Н. Основы теории автоматического регулирования и управления: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1977. – 519 с.
4. Задачник по навигации и лоции: Учебное пособие для вузов морск. трансп. / Под ред. М.И. Гаврюка. – М.: Транспорт, 1984. – 312 с.
5. Каримов И. Соппротивление материалов. Электронный учебный курс для студентов очной и заочной форм обучения. Лекция 9. Устойчивость сжатых стержней [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.soprotmat.ru/ustoi.htm>.
6. Клавдиев А.А. Теория автоматического управления в примерах и задачах. Часть 1: учебное пособие / А.А. Клавдиев. – СПб.: СЗТУ, 2005. – 74 с.
7. Коновалов Б.И. Теория автоматического управления / Б.И. Коновалов, Ю.М. Лебедев. – М.: Лань, 2010. – 224 с.
8. Кривошеев В.П. Основы теории управления: Конспект лекций. Часть 1. – Владивосток: Изд-во ВГУЭиС, 1998. – 112 с.
9. Матвеевский В.Р. Надежность технических систем: Учебное пособие. – М.: Московский государственный институт электроники и математики, 2002. – 113 с.
10. Международная конвенция о подготовке и дипломировании моряков и несении вахты 1978 года, с поправками. Кодекс по подготовке и дипломированию моряков и несению вахты, с поправками. – Лондон: Международная морская организация, 2013. – 425 с.
11. Орлов В.А. Автоматизация промышленного судовождения. – М.: Агропромиздат. 1989. – 266 с.
12. Песков Ю.А. Морская навигация с ГЛОНАСС/GPS: учебное пособие для вузов + CD. – М.: Моркнига, 2010. – 148 с.

13. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление: учебник / Н.С. Пискунов. – М.: Интеграл-пресс, 2009. – 544 с.
14. Половко А.М., Гуров С.В. Основы теории надежности. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 704 с.
15. Постников М.М. Устойчивые многочлены. – М.: Наука, 1981. – 176 с.
16. Практическое кораблевождение для командиров кораблей, штурманов и вахтенных офицеров / Под ред. адм. А.П. Михайловского. – Книга первая. – М.: ГУНиО МО СССР, 1988. – 896 с.
17. Родионов А.И., Сазонов А.Е. Автоматизация судовождения. – М.: Транспорт, 1992. – 192 с.
18. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления. Под ред. В.А. Бесекерского. – М.: Наука, 1972. – 587 с.
19. Сборник задач по теории надежности. Под ред. А.М. Половко и И.М. Маликова. – М.: Изд-во «Советское радио», 1972. – 408 с.
20. Частотный критерий устойчивости Михайлова [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.zdo.vstu.edu.ru/html/L4P3.html>.
21. Чебаевский А.М. Математические основы судовождения: Учебное пособие. Ч.2. – Калининград: КВИМУ, 1991. – 188 с.
22. Юревич Е.И. Теория автоматического регулирования. – Л.: Энергия, 1975. – 416 с.

**Виталий Александрович Бондарев
Сергей Владимирович Ермаков**

АВТОМАТИЗАЦИЯ СУДОВОЖДЕНИЯ

Сборник задач для самостоятельной работы
по курсу «Автоматизация судовождения»
для курсантов специальности
«Судовождение» 180403/26.05.05

Редактор – Т.С. Шуралева

*Компьютерное
редактирование – Н.В. Ярисова*

*Подписано в печать 30.12.2014 г.
Усл.печ. л. 6,6. Уч.-изд. л. 6,0.*

Лицензия № 021350 от 28.06.99 г.

*Печать офсетная.
Формат 60x90 ¹/₁₆.*

Заказ № 815. Тираж 90 экз.

*«БГАРФ» ФГБОУ ВПО «КГТУ»
Издательство БГАРФ,
член Издательско-полиграфической ассоциации университетов России
236029 Калининград, ул. Молодежная, 6.*