

# КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

## (Линейная алгебра и аналитическая геометрия)

В заданиях этой контрольной параметры  $n$  и  $m$  требуется заменить на последнюю и, соответственно, предпоследнюю ненулевую цифру Вашего индивидуального шифра. Если  $n = 0$  или  $m = 0$ , то вместо соответствующей цифры нужно подставить число 10.

1. На векторах  $\vec{a} = (n + 1, 1, 1)$  и  $\vec{b} = (1, 1, n + 1)$  построен параллелограмм. Найти:

- а) угол между диагоналями параллелограмма;
  - б) площадь параллелограмма;
  - в) высоту параллелограмма, опущенную на вектор  $\vec{b}$ .
2. Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$ . Найдите:
- а) модуль вектора  $\vec{AB}$ ;
  - б) объем пирамиды;
  - в) длину высоты, опущенной из вершины  $D$ ;
- $A(n + 2, 1, 1), B(1, n + 2, 1), C(1, 1, n + 2), D(0, 0, 0)$ .

3. В условиях предыдущей задачи найдите:
- а) уравнение плоскости  $ABC$ ;
  - б) уравнение высоты опущенной из вершины  $D$ ;
  - в) точку пересечения этой высоты с основанием.

4. Даны матрицы  $Q, S, D$ , найдите:

- а)  $S + D^T$ ;
- б)  $Q^{-1}$ ;

$$Q = \begin{pmatrix} n + 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & m + 2 \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} n & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & m \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} n & 1 & 1 \\ 1 & 1 & m \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений

- а) с помощью обратной матрицы:

$$\begin{cases} (m + 1)x + y + z = 1, \\ x + y + z = -1, \\ x + y + (n + 1)z = 1, \end{cases}$$

б) методом Гаусса, указать фундаментальную систему решений соответствующей однородной системы и записать общее решение в векторной форме:

$$\begin{cases} (n + 2)x + (2n + 3)y + z = 3n + 6, \\ x + y + z = 3, \\ (n + 1)x + 2(n + 1)y + z = 3n + 3. \end{cases}$$

6. Докажите, что векторы  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  образуют базис и найдите координаты вектора  $\vec{d}$  в этом базисе:

$$\vec{a} = (n, 1, 1), \vec{b} = (1, m, 1), \vec{c} = (1, 1, n + m), \vec{d} = (n + 2, m + 2, n + m + 2).$$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2 (Введение в анализ)

В заданиях этой контрольной параметры  $n$  и  $m$  требуется заменить на последнюю и, соответственно, предпоследнюю ненулевую цифру Вашего индивидуального шифра. Если  $n = 0$  или  $m = 0$ , то вместо соответствующей цифры нужно подставить число 10.

1. Выполните действия над комплексными числами:

- а)  $\frac{(n+1)-i}{(n+1)+i} - \frac{2(n+1)i+2}{n^2+2n}$ ;  
б)  $(\cos \frac{\pi}{n+1} + i \sin \frac{\pi}{n+1})(\cos \frac{n\pi}{n+1} + i \sin \frac{n\pi}{n+1})$ ;  
в)  ${}^{n+1}\sqrt{(m+1)^{n+1}}$ .

2. Вычислите следующие пределы:

- а)  $\lim_{x \rightarrow n} \frac{x^2+2x+1}{m^2x+x+m^2+1}$ ;  
б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{nx^3-mx^2+3x+m}{mx^3+n}$ ;  
в)  $\lim_{x \rightarrow m} \frac{\sin 2mx}{\sqrt{x+n+1}}$ ;  
г)  $\lim_{x \rightarrow n} \frac{x^4+2x^2+1}{x^2+(m-n)x-nm}$ ;  
д)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin n^2x^3}{x^4+x^3}$ .

3. Укажите интервалы непрерывности функции:

$$f(x) = \frac{\cos x}{(x-n)(x+m)}.$$

4. Подберите значения параметров  $a$  и  $b$  так, чтобы функция  $f(x)$  была непрерывна, если

$$f(x) = \begin{cases} x^m, & \text{при } x < n, \\ b, & \text{при } x = n, \\ a \sin(\pi x + \frac{\pi}{2}), & \text{при } x > n. \end{cases}$$